



1



2

1

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ

- Οι μέθοδοι εκθετικής εξομάλυνσης βασίζονται στην εκθετική μείωση της βαρύτητας που δίνεται στα στοιχεία των προηγούμενων περιόδων
- Αυτές οι μέθοδοι συνήθως χρησιμοποιούνται στο βραχυπρόθεσμο προγραμματισμό και έλεγχο της παραγωγής και, γενικά, σε περιπτώσεις όπου ο χρονικός ορίζοντας της πρόβλεψης είναι σχετικά μικρός ενώ δεν υπάρχουν διαθέσιμες πληροφορίες για την αιτιοκρατική σχέση που συνδέει την προς πρόβλεψη μεταβλητή και τους ανεξάρτητους παράγοντες που την επηρεάζουν
- Οι μέθοδοι χαρακτηρίζονται από ευκολία εφαρμογής, ενώ οι απαιτήσεις σε υπολογιστικό χρόνο και αποθήκευση δεδομένων για την εφαρμογή τους είναι μικρές
- Χαρακτηρίζονται από την εξομάλυνση των τυχαίων διακυμάνσεων που μπορεί να παρουσιάζουν τα διάφορα στοιχεία των χρονοσειρών (οριζόντιο, τάσης, εποχικό και κυκλικό)

3

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ

- D_t = Πραγματική ζήτηση την περίοδο t
- F_{t+1} = Πρόβλεψη για την επόμενη περίοδο
- α = Σταθερά εξομάλυνσης (μεταξύ 0 και 1), συνήθως μεταξύ 0,01 και 0,3

$$F_{t+1} = \alpha \cdot D_t + (1 - \alpha) \cdot F_t = F_t + \alpha \cdot (D_t - F_t)$$

- Για $\alpha = 1/N$:

$$F_{t+1} = F_t + \frac{D_t - F_t}{N} = \frac{1}{N} \cdot D_t + \left(1 - \frac{1}{N}\right) \cdot F_t$$

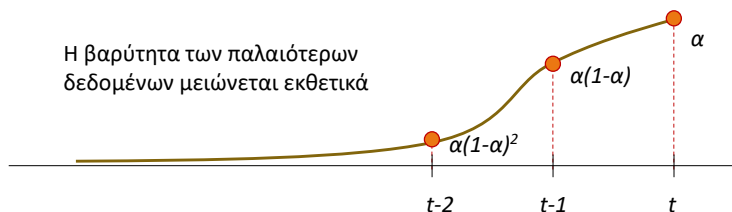
4

2

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ

$$F_{t+1} = \alpha \cdot D_t + (1 - \alpha) \cdot F_t = \alpha \cdot D_t + (1 - \alpha) \cdot [\alpha \cdot D_{t-1} + (1 - \alpha) \cdot F_{t-1}] = \dots = \alpha \cdot D_t + \alpha \cdot (1 - \alpha) \cdot D_{t-1} + \alpha \cdot (1 - \alpha)^2 \cdot D_{t-2} + \dots + \alpha \cdot (1 - \alpha)^M \cdot D_{t-M} + (1 - \alpha)^{M+1} \cdot F_{t-M}$$

Η βαρύτητα των παλαιότερων δεδομένων μειώνεται εκθετικά



Ισοδυναμία μεταξύ N (σε κινούμενο μέσο) και α (σε εκθετική εξομάλυνση):

$$\alpha = 2/(N+1)$$

5

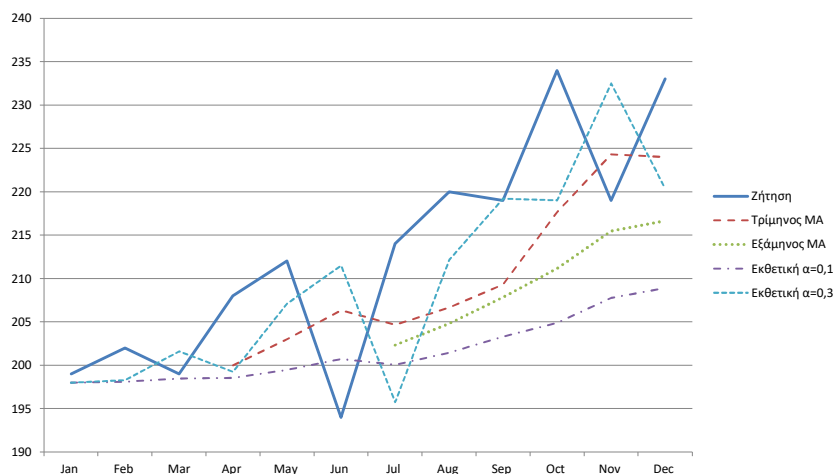
ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Μήνας	Ζήτηση	Τρίμηνος MA	Εξάμηνος MA	Εκθετική (α=0,1)	Εκθετική (α=0,3)	Τετραγωνικό σφάλμα (α=0,1)	Τετραγωνικό σφάλμα (α=0,3)
Jan	1	199		198,00	198,00	1,00	1,00
Feb	2	202		198,10	198,30	15,21	13,69
Mar	3	199		198,49	201,63	0,26	6,92
Apr	4	208	200,00	198,54	199,26	89,47	76,34
May	5	212	203,00	199,49	207,13	156,58	23,75
Jun	6	194	206,33	200,74	211,51	45,40	306,69
Jul	7	214	204,67	202,33	200,06	195,75	194,20
Aug	8	220	206,67	204,83	201,46	212,18	343,81
Sep	9	219	209,33	207,83	203,31	219,22	246,11
Oct	10	234	217,67	211,17	204,88	219,02	847,92
Nov	11	219	224,33	215,50	207,79	232,50	125,60
Dec	12	233	224,00	216,67	208,91	220,35	580,16
						14,85	10,76

6

3

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΥ ΜΕΣΟΥ ΚΑΙ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ



7

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΠΛΗΣ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ

- Είναι το απλούστερο από τα μοντέλα εκθετικής εξομάλυνσης
- Το μοντέλο εφαρμόζεται όταν τα δεδομένα δεν έχουν στοιχεία τάσης, εποχικότητας ή κυκλικότητας
- Υπάρχει μια μέση τιμή της μεταβλητής, γύρω από την οποία κυμαίνονται, εξαιτίας τυχαίων παραγόντων, οι τιμές της
- Το μοντέλο χρησιμοποιεί την πρόβλεψη καθώς και την αντίστοιχη πραγματική τιμή της μεταβλητής για την τρέχουσα περίοδο για να προβλέψει την τιμή της μεταβλητής κατά τις επόμενες περιόδους
- Αποτελεί μια εξέλιξη της μεθόδου του κινούμενου μέσου, αφού οι μέθοδοι εξομάλυνσης «ομαλοποιούν» τις παρατηρήσεις από το παρελθόν με σκοπό να αντιμετωπίσουν την τυχαιότητα, αποτέλεσμα της οποίας είναι οι διακυμάνσεις της τιμής της μεταβλητής

8

4

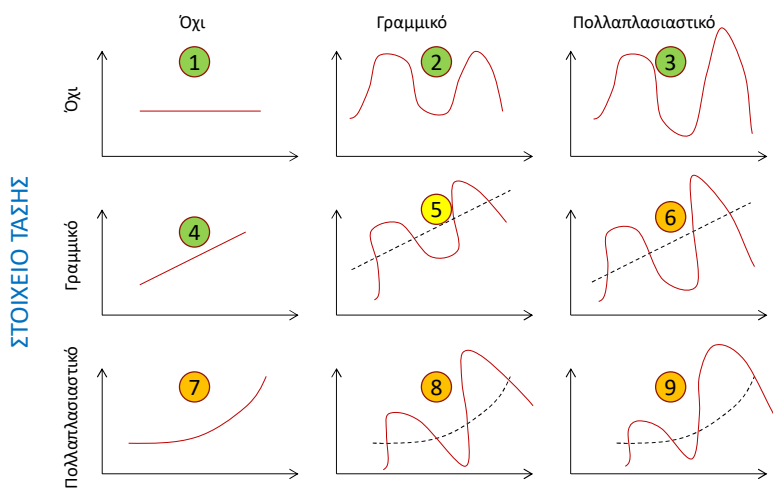
ΑΛΛΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ

- Το βασικό μοντέλο εκθετικής εξομάλυνσης είναι κατάλληλο για προβλέψεις στην περίπτωση που η χρονοσειρά χαρακτηρίζεται μόνο από οριζόντιο στοιχείο· όταν συνυπάρχουν και στοιχεία **τάσης και εποχικότητας**, απαιτούνται μοντέλα ικανά να λαμβάνουν υπόψη τις επιδράσεις αυτών των στοιχείων
- Στους συνδυασμούς αυτούς το στοιχείο της τάσης (που εκφράζεται με το **βήμα** της τάσης) μπορεί να είναι **γραμμικό ή πολλαπλασιαστικό**
- Το εποχικό στοιχείο μπορεί επίσης να είναι γραμμικό ή πολλαπλασιαστικό· η εποχικότητα (η ποσότητα, κατά την οποία μεταβάλλεται η τιμή της μεταβλητής από περίοδο σε περίοδο) εκφράζεται με το **δείκτη εποχικότητας**, που μεταβάλλεται από περίοδο σε περίοδο
- Το οριζόντιο στοιχείο, το στοιχείο της τάσης και το εποχικό συνδυάζονται σε εννέα δυνατά μοντέλα· η διαδικασία πρόβλεψης γίνεται σε δύο στάδια:
 - Στο **πρώτο**, γίνεται πρόβλεψη με εφαρμογή του μοντέλου της απλής εκθετικής εξομάλυνσης χωριστά για τα επιμέρους στοιχεία που χαρακτηρίζουν τη χρονοσειρά (οριζόντιο, τάσης και εποχικό), δηλ. $F_{t+1} = aA_t + (1-a)B_t$
 - Στο **δεύτερο** στάδιο χρησιμοποιούμε τις προβλέψεις για τα επιμέρους στοιχεία της χρονοσειράς από το πρώτο στάδιο, για να κάνουμε την τελική ολική πρόβλεψη

9

ΑΛΛΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ

ΕΠΟΧΙΚΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ



10

5

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΑΣΗ

- Όταν η τάση είναι γραμμική (ΜΟΝΤΕΛΟ 4), η διαφορά $D_{t+1} - D_t$ μεταξύ δυο διαδοχικών τιμών της μεταβλητής οφείλεται, εκτός από τις διακυμάνσεις που χαρακτηρίζουν το οριζόντιο στοιχείο, και στη συστηματική τάση για αύξηση ή μείωση (πρόσθεση ή αφαίρεση κάποιας ποσότητας στο οριζόντιο στοιχείο) που χαρακτηρίζει τη χρονοσειρά
- Το μέρος αυτό της διαφοράς, που οφείλεται στην ύπαρξη της γραμμικής τάσης, αποτελεί μια χωριστή χρονοσειρά, που αποτελείται από τιμές του βήματος της τάσης, οι οποίες κυμαίνονται γύρω από μια σταθερή μέση τιμή
- Εφαρμόζοντας την προσέγγιση της εκθετικής εξομάλυνσης, όπως για το οριζόντιο στοιχείο της χρονοσειράς, μπορούμε να εξομαλύνουμε τις διαφορές στην τιμή του βήματος, που εμφανίζονται από περίοδο σε περίοδο, με μια σταθερά εξομάλυνσης b

11

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΑΣΗ

- Απλή εκθετική εξομάλυνση: $F_{t+1} = \alpha \cdot D_t + (1 - \alpha) \cdot F_t$
- Στην εκθετική εξομάλυνση με γραμμική τάση αναλύουμε **ΔΥΟ** χρονοσειρές, μία για το οριζόντιο στοιχείο (**S**traight element) και μία για το στοιχείο τάσης (**T**rend element)
- Χρειαζόμαστε επομένως **ΔΥΟ** σταθερές εξομάλυνσης, a και b , αντίστοιχα
- Η συνολική πρόβλεψη είναι $F_t = S_t + T_t$
- **Οριζόντιο στοιχείο:** $S_{t+1} = \alpha \cdot D_t + (1 - \alpha) \cdot \overbrace{(S_t + T_t)}^{F_t}$
- **Στοιχείο Τάσης:** $T_{t+1} = b \cdot (S_{t+1} - S_t) + (1 - b) \cdot T_t$
- **Πρόβλεψη:** $F_{t+1} = S_{t+1} + T_{t+1}$ και $F_{t+m} = S_{t+1} + m \cdot T_{t+1}$
- Διαδρομή υπολογισμού: $S_t, T_t \rightarrow S_{t+1} \rightarrow T_{t+1}$
- Απαιτείται **αρχικοποίηση** για S_1, T_1

12

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΑΣΗ

PERIOD (t)	DEMAND (D)	STRAIGHT LINE ELEMENT (S)	TREND ELEMENT (T)	FORECAST (F)	ERROR	ABSOLUTE ERROR	SQUARE ERROR
0	32,00	32,00	2,00	34,00			
1	32,30	33,40	1,88	35,28	-2,98	2,98	8,88
2	33,65	34,39	1,70	36,09	-2,44	2,44	5,94
3	35,20	35,36	1,55	36,91	-1,71	1,71	2,93
4	38,40	36,40	1,45	37,85	0,55	0,55	0,30
5	38,90	38,02	1,49	39,50	-0,60	0,60	0,36
6	40,80	39,32	1,45	40,77	0,03	0,03	0,00
7	45,00	40,78	1,45	42,23	2,77	2,77	7,67
8	46,65	43,06	1,62	44,68	1,97	1,97	3,89
9	45,25	45,27	1,74	47,01	-1,76	1,76	3,08
10	48,70	46,48	1,63	48,11	0,59	0,59	0,35
11	49,25	48,29	1,67	49,95	-0,70	0,70	0,49
12	51,85	49,74	1,62	51,37	0,48	0,48	0,24
TOTAL					-3,79	16,58	34,13

Φύλλο

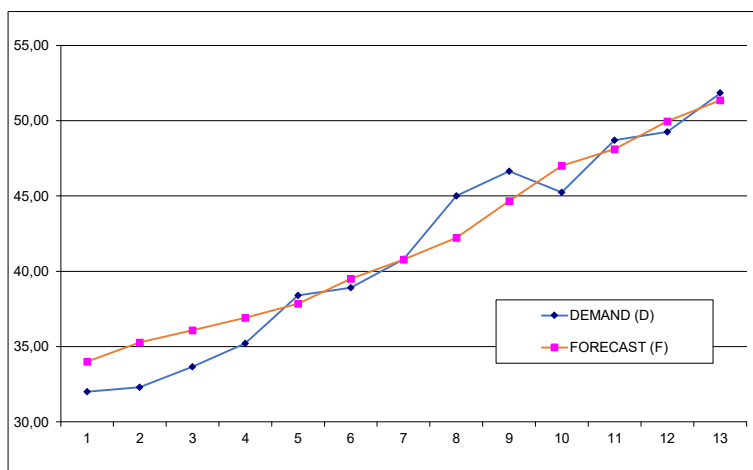
EXP. SMOOTH. W TREND - EX. 1

Number of demand periods	13
Alpha (α)	0,30
Beta (β)	0,20

MAE	1,38
MAPE	3,25%
ME	-0,32
MSE	2,84

13

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΑΣΗ



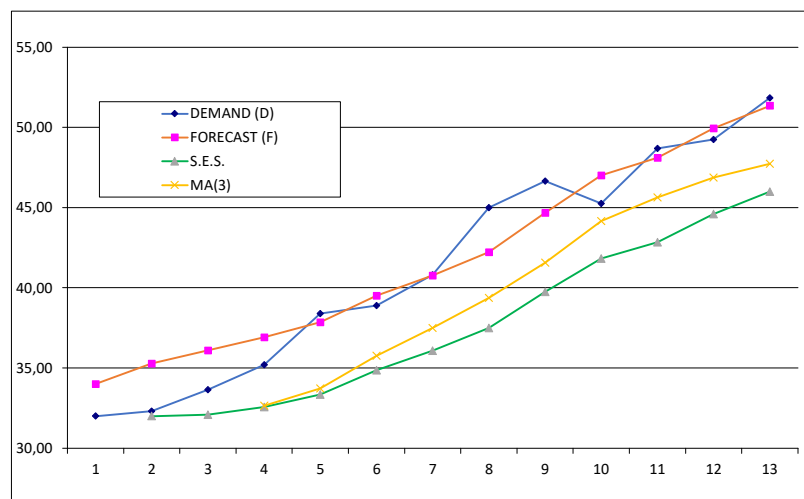
14

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΑΣΗ

- Πειραματιστείτε με:
 - Διαφορετική αρχική τιμή για τάση
 - Διαφορετική αρχική τιμή για οριζόντιο στοιχείο
 - Διαφορετικές αρχικές τιμές των σταθερών εξομάλυνσης
- Παρατηρείστε πώς μεταβάλλεται το μέσο απόλυτο σφάλμα!
- Βελτιστοποιήστε με χρήση του solver τις σταθερές εξομάλυνσης για διαφορετικές τιμές της αρχικής τιμής της τάσης

15

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΑΣΗ



16

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΑΣΗ

- Η εφαρμογή του μοντέλου γραμμικής τάσης, σε σχέση με το μοντέλο απλής εκθετικής εξομάλυνσης, δίνει αποτελέσματα που είναι πιο κοντά σε αυτά της πραγματικότητας, αρκεί, βέβαια, να υπάρχει το στοιχείο της τάσης στα δεδομένα της χρονοσειράς
- Αν εφαρμοζόταν το μοντέλο της απλής εξομάλυνσης σε μια χρονοσειρά που χαρακτηρίζεται από τάση, **οι προβλέψεις θα βρίσκονταν συστηματικά πιο κάτω** από τις προβλέψεις που δίνει το μοντέλο τάσης και από τις πραγματικές τιμές των πωλήσεων
- Η επιλογή των δύο σταθερών εξομάλυνσης επηρεάζει το μέγεθος των σφαλμάτων πρόβλεψης που τελικά θα προκύψουν
- Για την ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων είναι χρήσιμος **ο έλεγχος ευαισθησίας** σε σφάλματα για το πεδίο τιμών που παίρνουν οι δύο σταθερές, δηλαδή η εξέταση και σύγκριση μεταξύ τους των σφαλμάτων που προκύπτουν αν χρησιμοποιηθούν εναλλακτικές τιμές για τις σταθερές a και b (Παράδειγμα με Excel Solver)

17

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΤΑΣΗ

- Τα σφάλματα των προβλέψεων επηρεάζονται επίσης από τις αρχικές τιμές που χρησιμοποιούνται κατά την έναρξη εφαρμογής της μεθόδου
- Η επίδραση αυτή εξασθενεί και σχεδόν μηδενίζεται μετά από ένα μεγάλο αριθμό περιόδων
- Είναι σκόπιμο, εφόσον διατίθενται στοιχεία για την εξέλιξη των πραγματικών τιμών της μεταβλητής, να παίρνονται όσο γίνεται περισσότερα υπόψη
- Για την επιλογή ικανοποιητικών τιμών, τόσο για τα S_1 και T_1 , όσο και για τις σταθερές εξομάλυνσης, απαιτούνται, γενικά, δεδομένα πολλών περιόδων (π.χ. μηνιαία στοιχεία 2 ετών)

18

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ ΜΕ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑ

- Για προβλέψεις των τιμών μιας μεταβλητής με δεδομένη μια χρονοσειρά που χαρακτηρίζεται, εκτός από το οριζόντιο στοιχείο, και από εποχικές διακυμάνσεις, όχι όμως και τάση (ΜΟΝΤΕΛΑ 2 & 3), χρησιμοποιείται με ικανοποιητικά αποτελέσματα το μοντέλο της εποχικότητας
- Το Μοντέλο 2 αφορά αθροιστική επίδραση ενώ το Μοντέλο 3 πολ/στική
- Το μοντέλο βασίζεται σε ένα δείκτη εποχικότητας I_t , που προκύπτει αν πάρουμε, για παράδειγμα, την πραγματική μηνιαία ζήτηση για ένα προϊόν και τη διαιρέσουμε με την ετήσια μέση τιμή της μηνιαίας ζήτησης
- Ο δείκτης εκφράζει πόσο πάνω ή κάτω από το μέσο όρο του έτους κινήθηκε η ζήτηση τον αντίστοιχο μήνα
- Τιμές του δείκτη πάνω από τη μονάδα δηλώνουν έξαρση της ζήτησης, ενώ τιμές κάτω από τη μονάδα δηλώνουν, αντίστοιχα, μειωμένη ζήτηση
- Διακυμάνσεις παρουσιάζονται όχι μόνο στο οριζόντιο στοιχείο από μήνα σε μήνα, αλλά και στο δείκτη εποχικότητας κάθε μήνα, από χρόνο σε χρόνο
- Για τη διενέργεια προβλέψεων, επομένως, με βάση μια χρονοσειρά θα πρέπει να γίνει εξομάλυνση των δεδομένων της χρονοσειράς και ως προς τα δύο αυτά στοιχεία

19

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ ΜΕ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑ

- Απλή εκθετική εξομάλυνση: $F_{t+1} = \alpha \cdot D_t + (1 - \alpha) \cdot F_t$
- Στην εκθετική εξομάλυνση με εποχικότητα (και αθροιστική επίδραση) αναλύουμε ΔΥΟ χρονοσειρές, μία για το οριζόντιο στοιχείο (Straight element) και μία για το στοιχείο εποχικότητας (Seasonal Index)
- Χρειαζόμαστε επομένως ΔΥΟ σταθερές εξομάλυνσης, a και c , αντίστοιχα, καθώς και την περίοδο εποχικότητας (συμβολίζεται με L)
- Η συνολική πρόβλεψη είναι: $F_t = S_{t-1} \cdot I_{t-L}$ (π.χ., $F_{13} = S_{12} \cdot I_1$, για $L=12$)
- Οριζόντιο στοιχείο: $S_t = \alpha \cdot (D_t - I_{t-L}) + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}$
- Στοιχείο εποχικότητας: $I_t = c \cdot (D_t - S_t) + (1 - c) \cdot I_{t-L}$
- Πρόβλεψη: $F_{t+1} = S_t \cdot I_{t-L+1}$ και $F_{t+m} = S_t + I_{t+m-L}$
- Διαδρομή υπολογισμού: $S_{t-1}, I_{t-L} \rightarrow S_t \rightarrow I_t$
- Απαιτείται αρχικοποίηση για S_0 (συνήθως Μ.Ο. όλων των εποχών)

20

10

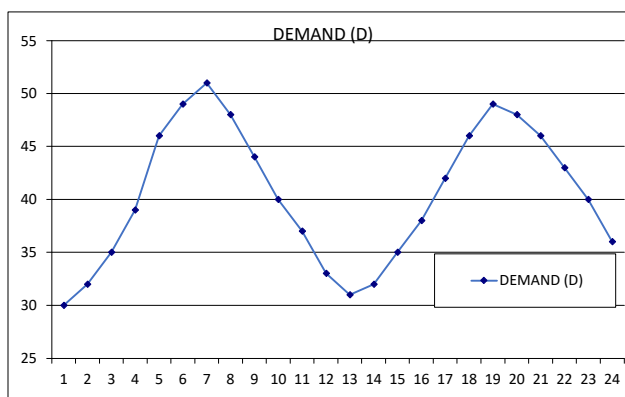
ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ ΜΕ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑ

- Απλή εκθετική εξομάλυνση: $F_{t+1} = \alpha \cdot D_t + (1 - \alpha) \cdot F_t$
- Στην εκθετική εξομάλυνση με εποχικότητα (και **πολλαπλασιαστική** επίδραση) αναλύουμε **ΔΥΟ** χρονοσειρές, μία για το οριζόντιο στοιχείο (Straight element) και μία για το στοιχείο (δείκτη) εποχικότητας (Seasonal Index)
- Χρειαζόμαστε επομένως **ΔΥΟ** σταθερές εξομάλυνσης, α και c , αντίστοιχα, καθώς και την περίοδο εποχικότητας (συμβολίζεται με L)
- Η συνολική πρόβλεψη είναι: $F_t = S_{t-1} \cdot I_{t-L}$ (π.χ., $F_{13} = S_{12} \cdot I_1$, για $L=12$)
- Οριζόντιο στοιχείο: $S_t = \alpha \cdot \frac{D_t}{I_{t-L}} + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}$
- Στοιχείο εποχικότητας: $I_t = c \cdot \frac{D_t}{S_t} + (1 - c) \cdot I_{t-L}$
- Πρόβλεψη: $F_{t+1} = S_t \cdot I_{t-L+1}$ και $F_{t+m} = S_t \cdot I_{t+m-L}$
- Διαδρομή υπολογισμού: $S_{t-1}, I_{t-L} \rightarrow S_t \rightarrow I_t$
- Απαιτείται αρχικοποίηση για S_0 (συνήθως Μ.Ο. όλων των εποχών)

21

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ ΜΕ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑ

PERIOD (t)	DEMAND (D)
1	30
2	32
3	35
4	39
5	46
6	49
7	51
8	48
9	44
10	40
11	37
12	33
13	31
14	32
15	35
16	38
17	42
18	46
19	49
20	48
21	46
22	43
23	40
24	36



Φύλλο
EXP. SMOOTH. W SEASONALITY

22

11

$$S_t = 0,2 \cdot \frac{D_t}{I_{t-12}} + 0,8 \cdot S_{t-1}$$

$$I_t = 0,2 \cdot \frac{D_t}{S_t} + 0,8 \cdot I_{t-12}$$

$$F_{t+1} = S_t \cdot I_{t-12+} = S_t \cdot I_{t-11}$$

ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ:

$$S_{12} = \text{Μ.Ο. έτους} = 40,33$$

$$I_{12} = \frac{D_{12}}{S_{12}} = 0,82$$

$$F_{13} = S_{12} \cdot I_1 = 30,00$$

Number of demand periods	12
Alpha (α)	0,20
Gamma (γ)	0,20

PERIOD (t)	DEMAND (D)	STRAIGHT LINE ELEMENT (S)	SEASONALITY ELEMENT (I)	FORECAST (F)	ERROR	ABSOLUTE ERROR	SQUARE ERROR
1	30		0,74				
2	32		0,79				
3	35		0,87				
4	39		0,97				
5	46		1,14				
6	49		1,21				
7	51		1,26				
8	48		1,19				
9	44		1,09				
10	40		0,99				
11	37		0,92				
12	33	40,33	0,82				
13	31	40,60	0,75	30,00	1,00	1,00	1,00
14	32	40,55	0,79	32,21	-0,21	0,21	0,05
15	35	40,51	0,87	35,19	-0,19	0,19	0,03
16	38	40,26	0,96	39,17	-1,17	1,17	1,36
17	42	39,58	1,12	45,92	-3,92	3,92	15,38
18	46	39,23	1,21	48,08	-2,08	2,08	4,33
19	49	39,14	1,26	49,61	-0,61	0,61	0,37
20	48	39,38	1,20	46,58	1,42	1,42	2,03
21	46	39,93	1,10	42,96	3,04	3,04	9,26
22	43	40,62	1,01	39,60	3,40	3,40	11,53
23	40	41,22	0,93	37,26	2,74	2,74	7,49
24	36	41,77	0,83	33,72	2,28	2,28	5,19
TOTALS	970				5,70	22,06	58,02

1^η ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ:

$$S_{13} = 0,2 \cdot \frac{D_{13}}{I_1} + 0,8 \cdot S_{12} = 0,2 \cdot \frac{31}{0,74} + 0,8 \cdot 40,33$$

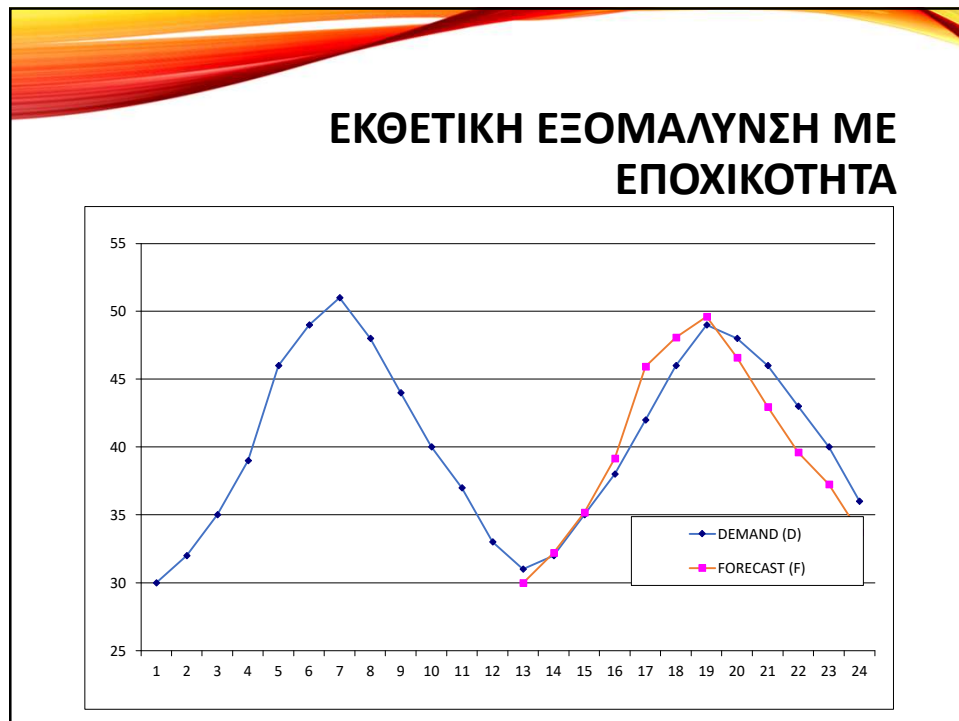
$$= 40,60$$

$$I_{13} = 0,2 \cdot \frac{D_{13}}{S_{13}} + 0,8 \cdot I_1 = 0,2 \cdot \frac{31}{40,60} + 0,8 \cdot I_1$$

$$= 0,75$$

$$F_{14} = S_{13} \cdot I_2 = 40,60 \cdot 0,79 = 32,21$$

23



24

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ

- Ο προσδιορισμός των κατάλληλων τιμών για τις σταθερές δεν επιτυγχάνεται εύκολα· ο βέλτιστος συνδυασμός των τιμών αυτών των σταθερών μπορεί να αναζητηθεί χρησιμοποιώντας μεθόδους αναζήτησης με υπολογιστή, όμως αυτό προϋποθέτει την ύπαρξη ενός επαρκούς συνόλου δεδομένων, που δεν διατίθεται πάντα στην πράξη
- Οι προβλέψεις επηρεάζονται και από τις αρχικές τιμές των διαφόρων μεταβλητών (S_0 , T_0 , I_0)· για αυτές τις αρχικές τιμές χρειάζονται, συνήθως, δεδομένα αρκετών περιόδων (π.χ. τριών χρόνων), ώστε να εξασφαλίζεται ικανοποιητική στάθμη εμπιστοσύνης
- Το πρόβλημα αυτό τίθεται γενικότερα στις μεθόδους εκθετικής εξομάλυνσης, όταν χρησιμοποιούνται για πρώτη φορά, οπότε χρειαζόμαστε κάποιες αρχικές τιμές του οριζόντιου στοιχείου, του βήματος της τάσης, και των δεικτών εποχικότητας

25

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΡΧΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ

- Όταν δεν υπάρχουν διαθέσιμα δεδομένα από το παρελθόν θα πρέπει ή να περιμένουμε, μέχρις ότου αυτά να συγκεντρωθούν, ή να χρησιμοποιήσουμε την εμπειρία μας για να καθορίσουμε τις αρχικές τιμές
- Σημειώνεται ότι η επίδραση των αρχικών τιμών στις προβλέψεις μειώνεται με την πάροδο του χρόνου ώσπου να γίνει ελάχιστη.
- Έχουν προταθεί *προσαρμοστικές μέθοδοι*, η βασική ιδέα των οποίων είναι η παρακολούθηση του σφάλματος πρόβλεψης· όταν το σφάλμα πρόβλεψης είναι μεγάλο, προσαρμόζεται κατάλληλα η τιμή των σταθερών εξομάλυνσης, με βάση κάποιους κανόνες

26

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

MONTH (t)	DEMAND (D)
1	50
2	54
3	61
4	68
5	76
6	87
7	94
8	86
9	70
10	65
11	59
12	52
13	48
14	55
15	60
16	70
17	75
18	84

Στον πίνακα καταγράφονται οι μηνιαίες πωλήσεις των προϊόντων μίας επιχείρησης (σε Μ€).

1. Με βάση τη μέθοδο του κινούμενου μέσου και για αριθμό περιόδων, για τις οποίες θα υπολογιστεί ο κινούμενος μέσος, ίσο με 4, να προβλεφθούν οι πωλήσεις των περιόδων από 13 μέχρι και 18.
2. Να υπολογιστεί το μέσο σφάλμα και η μέση απόλυτη απόκλιση των προβλέψεων που προκύπτουν με την παραπάνω μέθοδο. Ποια από τα δυο αυτά σφάλματα θα χρησιμοποιούσατε για να κρίνετε την αποτελεσματικότητα της μεθόδου και γιατί;
3. Είναι η παραπάνω μέθοδος ικανοποιητική; Αν όχι, ποια μέθοδο θα επιλέγατε και γιατί;

Φύλλο

EXP. SMOOTH. W SEASON. – EX. 3

27

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

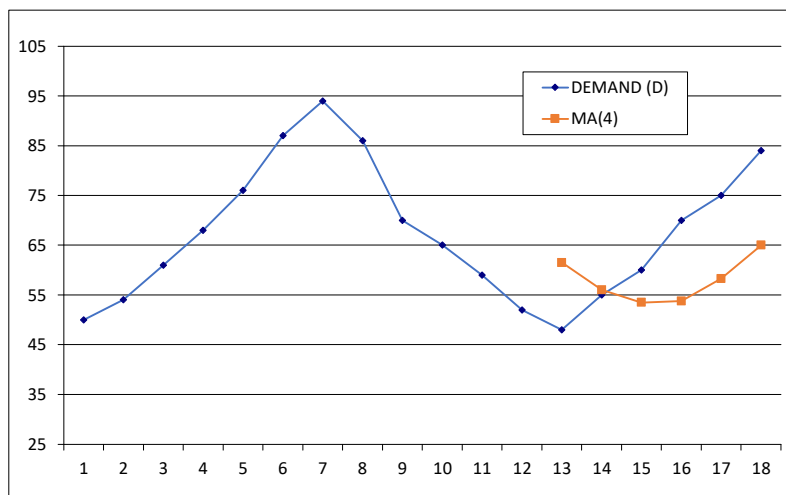
MONTH (t)	DEMAND (D)	MA (4)	ERROR	ABS. ERROR
1	50			
2	54			
3	61			
4	68			
5	76			
6	87			
7	94			
8	86			
9	70			
10	65			
11	59			
12	52			
13	48	61,50	-13,50	13,50
14	55	56,00	-1,00	1,00
15	60	53,50	6,50	6,50
16	70	53,75	16,25	16,25
17	75	58,25	16,75	16,75
18	84	65,00	19,00	19,00
			7,33	12,17

- **ΑΠ. 2:** Από τα στοιχεία του πίνακα (στήλες σφάλμα και |σφάλμα|) προκύπτει μέσο σφάλμα ίσο με **7.33** και μέσο απόλυτο σφάλμα ίσο με **12.166**. Θα χρησιμοποιούσαμε και τα δυο σφάλματα γιατί δίνουν συμπληρωματική πληροφορία.
- **ΑΠ. 3:** Η μέθοδος του κινούμενου μέσου δεν είναι ικανοποιητική γιατί προκύπτουν μεγάλα σφάλματα, ενώ είναι σαφές από τα δεδομένα ότι υπάρχει εποχικότητα, άρα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η αντίστοιχη μέθοδος εκθετικής εξομάλυνσης με εποχικότητα.

28

14

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



29

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

4. Αν η απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα ήταν αρνητική, εφαρμόστε τη μέθοδο που επιλέξατε για να λύσετε το πρόβλημα του ερωτήματος 1, για τιμή σταθερής (-ών) εξομάλυνσης ίση με 0,2 και αρχική (-ές) τιμή (-ές) ίση (-ες) με την παλαιότερη διαθέσιμη πραγματική τιμή του αντίστοιχου μεγέθους. Επίσης, να γίνει επίλυση το πρόβλημα όταν ως αρχική τιμή θεωρηθεί η μέση τιμή του προηγούμενου έτους.
5. Να υπολογιστεί το μέσο σφάλμα και η μέση απόλυτη απόκλιση των προβλέψεων που προκύπτουν με την παραπάνω μέθοδο και στις δύο περιπτώσεις.
6. Τι συμπεράσματα βγάξετε από τη σύγκριση των παραπάνω δυο μεθόδων σχετικά με την αποτελεσματικότητά τους;

30

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

MONTH (t)	DEMAND (D)	STRAIGHT LINE ELEMENT (S)	SEASONALITY ELEMENT (I)	FORECAST (F)	ERROR	ABSOLUTE ERROR
1	50		0,73			
2	54		0,79			
3	61		0,89			
4	68		0,99			
5	76		1,11			
6	87		1,27			
7	94		1,37			
8	86		1,26			
9	70		1,02			
10	65		0,95			
11	59		0,86			
12	52	50,00	0,76			
13	48	53,15	0,76	36,50	11,50	11,50
14	55	56,48	0,83	41,90	13,10	13,10
15	60	58,66	0,92	50,29	9,71	9,71
16	70	61,03	1,02	58,23	11,77	11,77
17	75	62,34	1,13	67,71	7,29	7,29
18	84	63,10	1,28	79,18	4,82	4,82
					9,70	9,70

$$S_t = \alpha \cdot \frac{D_t}{I_{t-L}} + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}$$

$$I_t = c \cdot \frac{D_t}{S_t} + (1 - c) \cdot I_{t-L}$$

$$F_{t+1} = S_t \cdot I_{t-L+1}$$

31

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

MONTH (t)	DEMAND (D)	STRAIGHT LINE ELEMENT (S)	SEASONALITY ELEMENT (I)	FORECAST (F)	ERROR	ABSOLUTE ERROR
1	50		0,73			
2	54		0,79			
3	61		0,89			
4	68		0,99			
5	76		1,11			
6	87		1,27			
7	94		1,37			
8	86		1,26			
9	70		1,02			
10	65		0,95			
11	59		0,86			
12	52	68,50	0,76			
13	48	67,95	0,73	50,00	-2,00	2,00
14	55	68,32	0,79	53,57	1,43	1,43
15	60	68,13	0,89	60,84	-0,84	0,84
16	70	68,61	1,00	67,63	2,37	2,37
17	75	68,40	1,11	76,12	-1,12	1,12
18	84	67,95	1,26	86,88	-2,88	2,88
					-0,50	1,77

$$S_t = \alpha \cdot \frac{D_t}{I_{t-L}} + (1 - \alpha) \cdot S_{t-1}$$

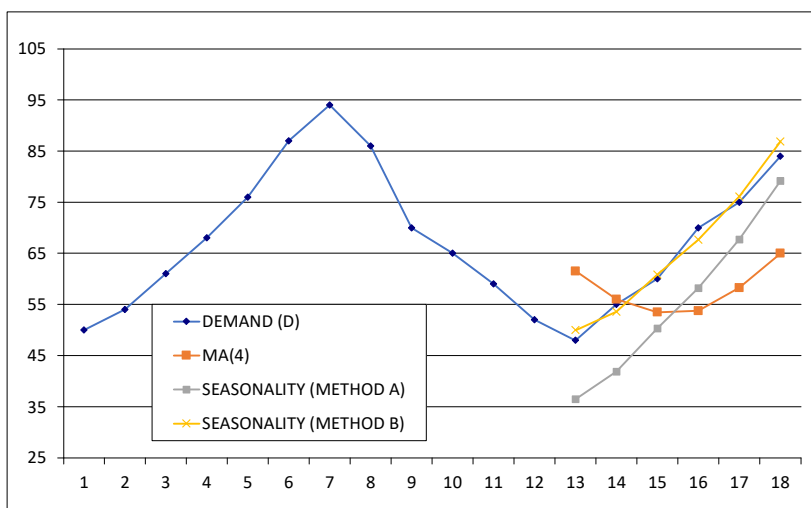
$$I_t = c \cdot \frac{D_t}{S_t} + (1 - c) \cdot I_{t-L}$$

$$F_{t+1} = S_t \cdot I_{t-L+1}$$

32

16

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



33

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

4. Η μέση τιμή της μηνιαίας ζήτησης για τους μήνες από 1 μέχρι 12 είναι 68.5. Για τους μήνες αυτούς προκύπτουν οι δείκτες εποχικότητας I_t που δίνονται στον πίνακα. Αντίστοιχα προκύπτουν για τους επόμενους μήνες οι τιμές των προβλέψεων S_t , I_t και F_t (έχει ληφθεί πρόβλεψη για τη βάση του μήνα 12 $S_{12} = 50$ στην πρώτη περίπτωση και $S_{12} = 68.5$ στη δεύτερη).
5. Στην πρώτη περίπτωση το μέσο σφάλμα και το μέσο απόλυτο σφάλμα προκύπτουν ίσα με 9.699, τα οποία θεωρούνται σημαντικά και υποδεικνύουν υποεκτίμηση. Αυτό οφείλεται στη χαμηλή αρχική τιμή του S_{12} . Στη δεύτερη περίπτωση το μέσο σφάλμα προκύπτει ίσο με -0.505 και το μέσο απόλυτο σφάλμα ίσο με 1.772. Τα σφάλματα αυτά είναι ιδιαίτερα χαμηλά και οφείλονται στη σωστή αρχική τιμή του S_{12} .
6. Από τη σύγκριση των αντίστοιχων σφαλμάτων είναι σαφές ότι υπερτερεί κατά πολύ η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης με εποχικότητα έναντι του κινούμενου μέσου, εφόσον βεβαίως δοθεί σωστή αρχική εκτίμηση.

34

17