

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

Δημ. Εμίρης
Καθηγητής
Πειραιάς, 2018

1

ΤΟ ΒΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ (ΟΠΠ)

- Αν και οι υποθέσεις στις οποίες στηρίζεται το μοντέλο αυτό είναι δύσκολο να ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα, η εφαρμογή του στην πράξη είναι αρκετά συχνή και δίνει πολλές φορές ικανοποιητικά αποτελέσματα.
- Βέβαια, για πολλούς λόγους (π.χ. ανεπάρκεια χώρου αποθήκευσης, δυσκολίες στις μεταφορές, απρόβλεπτες καθυστερήσεις παράδοσης), μπορεί να υπάρχουν αποκλίσεις από τη διαχειριστική πολιτική που υπαγορεύει το μοντέλο. Κάθε απόκλιση από την πολιτική αυτή θα προκαλέσει αύξηση του συνολικού κόστους αποθέματος. Το ίδιο θα συμβεί αν έχει γίνει λάθος εκτίμηση των μεγεθών R , c_p και c_h .
- Το μέγεθος της αύξησης μπορεί να προσδιοριστεί με την ανάλυση ευαισθησίας του μοντέλου: Αν μεταβληθεί οριακά η τιμή μιας από αυτές τις παραμέτρους, ποια είναι η αντίστοιχη μεταβολή του ολικού κόστους αποθέματος;

2

1

ΣΗΜΕΙΟ ΑΝΑΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ

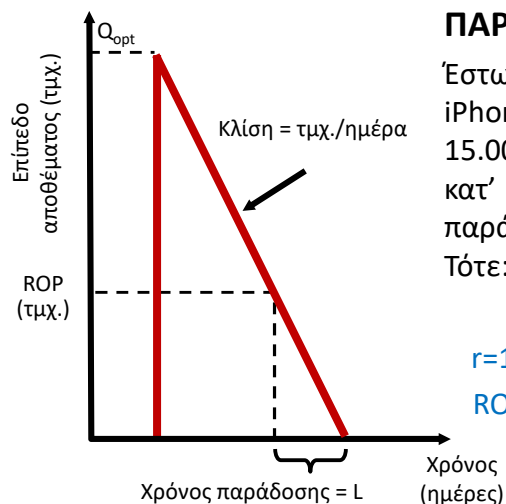
- Στο βασικό μοντέλο ΟΠΠ, μία βασική υπόθεση είναι ότι:
 - Ο χρόνος υστέρησης (παράδοσης) είναι γνωστός και σταθερός (συνήθως μηδενικός)
- Το μοντέλο ΟΠΠ απαντάει στο ερώτημα «τι ποσότητα πρέπει να παραγγελθεί;»
- Το σημείο αναπαραγγελίας (reorder point - ROP) απαντάει στο ερώτημα «πότε πρέπει να τοποθετηθεί η παραγγελία;» και βρίσκει εφαρμογή όταν ο χρόνος υστέρησης (παράδοσης) δεν είναι μηδενικός
- Το σημείο αναπαραγγελίας προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$ROP = (\text{ημερήσια ζήτηση}) \times (\text{χρόνος υστέρησης σε ημέρες}) = r \times L$$
 Όπου r είναι η μέση ημερήσια ζήτηση και L ο χρόνος υστέρησης (Lead time) και ισχύει ότι:

$$r = R / (\text{αριθμός εργασιμων ημερών ετησίως})$$

3

ΣΗΜΕΙΟ ΑΝΑΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω ότι η ετήσια ζήτηση (R) για iPhone σε ένα κατάστημα είναι 15.000 τμχ. Οι εργάσιμες ημέρες κατ' έτος είναι 300 και ο χρόνος παράδοσης (L) είναι 3 ημέρες. Τότε:

$$r = 15.000 / 300 = 50 \text{ τμχ./ημέρα}$$

$$ROP = r \times L = 50 \times 3 = 150 \text{ τεμάχια}$$

4

2

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΜΕ ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ

- Το μοντέλο σταθερής ποσότητας παραγγελίας βασίστηκε στην υπόθεση ότι η μοναδιαία τιμή αγοράς του αποθέματος είναι σταθερή. Συχνά, όμως, δεν συμβαίνει αυτό (π.χ. κλιμάκωση τιμών προσφέροντας εκπτώσεις εφόσον οι παραγγελίες ξεπεράσουν κάποιο επίπεδο).
- Στην περίπτωση αυτή, η διερεύνηση του προβλήματος προσδιορισμού του οικονομικού (δηλαδή βέλτιστου) ύψους παραγγελίας θα πρέπει να λάβει υπόψη τις τιμές αγοράς και τις προσφερόμενες εκπτώσεις. Αυτό, φυσικά, προκύπτει όταν η οικονομική ποσότητα παραγγελίας είναι μικρότερη του επιπέδου παραγγελίας, πάνω από το οποίο προσφέρεται έκπτωση, γιατί αν είναι μεγαλύτερη αυτού του επιπέδου θα παραγγελθεί ποσότητα ίση με αυτή.

5

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΜΕ ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ

- Στην περίπτωση των εκπτώσεων που εξετάζουμε, το κόστος του αποθέματος δεν είναι συνεχής συνάρτηση της ποσότητας παραγγελίας, αλλά γίνεται μια κλιμακωτή συνάρτηση, όπου, εκτός από το κόστος διατήρησης αποθεμάτων και το κόστος διαχείρισης παραγγελιών, περιλαμβάνεται και το (κλιμακούμενο) κόστος αγοράς.
- Η σχετική εξίσωση εκφράζει το συνολικό κόστος του αποθέματος αν οι παραγγελίες αφορούν ποσότητα, για την οποία ισχύει τιμή μονάδας p_i .

$$C_{total}(Q) = p_i \cdot R + \frac{Q}{2} c_h + \frac{R}{Q} c_p$$

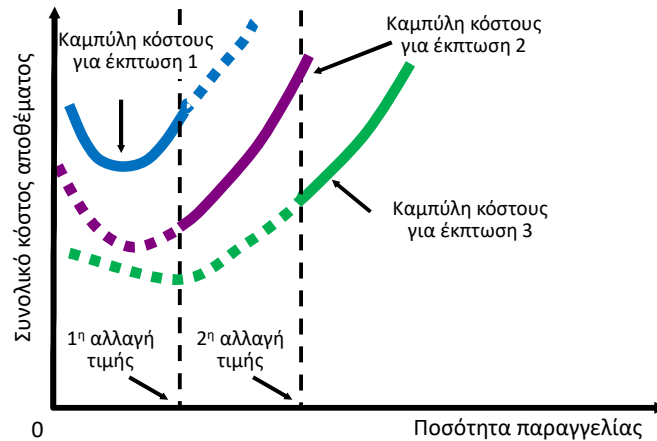
- Όταν γίνεται προμήθεια μεγάλων ποσοτήτων, το μοναδιαίο κόστος αγοράς του εμπορεύματος μειώνεται αλλά αυξάνεται το κόστος διατήρησης του αποθέματος (λόγω μεγαλύτερης ποσότητας).

6

3

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΜΕ ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ

ΚΟΣΤΟΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΚΠΤΩΣΕΩΝ



7

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΜΕ ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ

- Βήματα υπολογισμού ΟΠΠ για την περίπτωση εκπτώσεων:
 - Για κάθε τύπο έκπτωσης, υπολογίζεται το Q_{opt}
 - Εάν το Q_{opt} δεν είναι αποδεκτό, επιλέγεται η μικρότερη δυνατή ποσότητα παραγγελίας ώστε να διασφαλιστεί η έκπτωση
 - Υπολογίζεται το συνολικό κόστος για κάθε Q_{opt} ή η προσαρμοσμένη τιμή από το προηγούμενο βήμα
 - Επιλέγεται το Q_{opt} που δίνει το ελάχιστο συνολικό κόστος

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

$$R = 5.000, c_p = 49\text{€}, c_h = 0,2 \cdot p$$

Σχήμα έκπτωσης	Ποσότητα για έκπτωση	Έκπτωση (%)	Τιμή με έκπτωση (p)
1	0 έως 999	Χωρίς έκπτωση	5.00€
2	1,000 έως 1,999	4	4.80€
3	2,000 και άνω	5	4.75€

8

4

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΜΕ ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2c_p \cdot R}{c_h}} = \sqrt{\frac{2c_p \cdot R}{0,2 \cdot p_i}} \quad Q_{1,opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot 49 \cdot 5.000}{0,2 \cdot 5}} = 700$$

$$Q_{2,opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot 49 \cdot 5.000}{0,2 \cdot 4,80}} = 714 \rightarrow 1.000 \quad Q_{3,opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot 49 \cdot 5.000}{0,2 \cdot 4,75}} = 718 \rightarrow 2.000$$

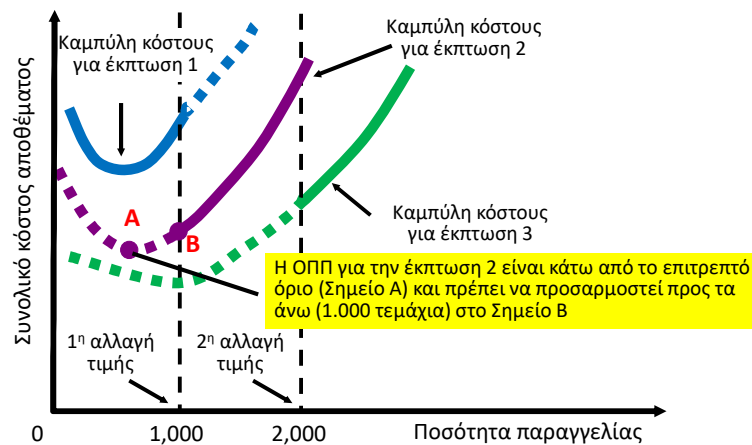
Σχήμα έκπτωσης	Τιμή μονάδος	Ποσότητα παραγγελίας	Ετήσιο κόστος προϊόντων	Ετήσιο κόστος παραγγελιών	Ετήσιο κόστος διατήρησης	Σύνολο
1	5,00€	700	25.000€	350€	350€	25.700,00€
2	4,80€	1,000	24.000€	245€	480€	24.725,00€
3	4,75€	2,000	23.750€	122,50€	950€	24.822,50€

Ποσότητα παραγγελίας 1.000 τεμαχίων δίνει το βέλτιστο αποτέλεσμα.

9

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΜΕ ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

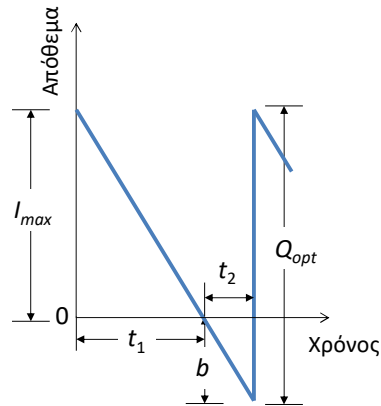


10

5

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΜΕΝΗ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

- Στο μοντέλο αυτό υπάρχει ένα διάστημα σε κάθε κύκλο, χωρίς απόθεμα και η ζήτηση ικανοποιείται μόλις φτάσει η νέα παρτίδα αποθέματος.
- Για κάθε μονάδα υλικού που λείπει κατά το διάστημα αυτό υπολογίζεται ένα αντίστοιχο κόστος έλλειψης αποθέματος c_b , ανάλογο του χρόνου που η σχετική ζήτηση μένει ανικανοποίητη.
- Το μέγιστο επίπεδο αποθέματος στην αποθήκη I_{max} είναι μικρότερο από το Q_{opt} . Η διαφορά $Q_{opt} - I_{max}$ δίνει την ποσότητα που λείπει σε κάθε κύκλο.



11

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΜΕ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΜΕΝΗ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

- Η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας είναι:
- $$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2c_p \cdot R}{c_h}} \cdot \sqrt{\frac{c_b + c_h}{c_b}}$$
- Ο πρώτος όρος εκφράζει την ΟΠΠ όταν δεν υπάρχει έλλειψη αποθέματος, ενώ ο δεύτερος τη διόρθωση που πρέπει να γίνει, ώστε να ληφθεί υπόψη η έλλειψη αποθέματος
 - Το μέγιστο επίπεδο αποθέματος είναι:

$$I_{max} = \sqrt{\frac{2c_p \cdot R}{c_h}} \cdot \sqrt{\frac{c_b}{c_b + c_h}}$$

- Το μοναδιαίο κόστος (δηλαδή, ανά μονάδα προϊόντος και χρόνου) έλλειψης αποθέματος c_b είναι ανάλογο του χρόνου που η ζήτηση μένει ανικανοποίητη και εκφράζει το κόστος απώλειας ενός πελάτη, της δημιουργίας «κακού ονόματος», της διακοπής της παραγωγής λόγω έλλειψης πρώτων υλών, κλπ.

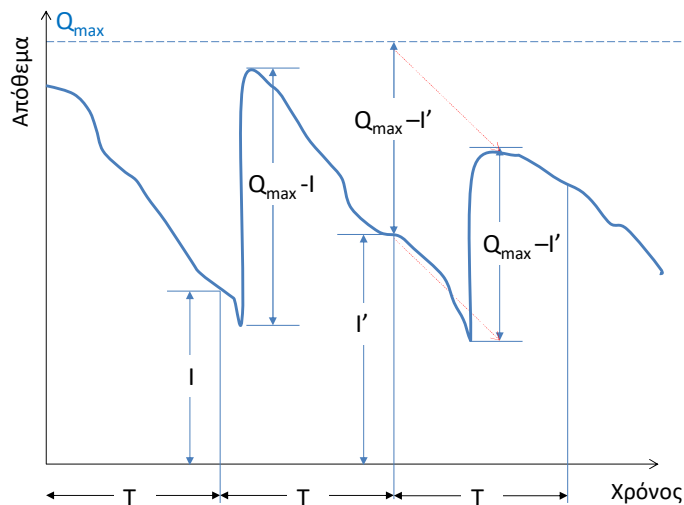
12

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ

- Η περίοδος τοποθέτησης παραγγελιών είναι σταθερή και όχι η ποσότητα που παραγγέλλεται κάθε φορά
- Η στάθμη των αποθεμάτων επιθεωρείται περιοδικά και παραγγέλλεται σε χρόνους, που απέχουν μεταξύ τους σταθερό διάστημα T , ποσότητα αναπλήρωσης του αποθέματος μέχρι ενός προκαθορισμένου μεγίστου ορίου $Q_{\max}$
- Αν η τρέχουσα ποσότητα του αποθέματος κατά τη χρονική στιγμή επιθεώρησης του αποθέματος είναι I , παραγγέλλεται η ποσότητα $Q_{\max} - I$
- Η ποσότητα αυτή, ανάλογα με το ρυθμό ανάλωσης του αποθέματος, διαφέρει από περίοδο σε περίοδο
- Οι παράμετροι του μοντέλου είναι δύο: η σταθερή περίοδος T επιθεώρησης και τοποθέτησης παραγγελίας για την αναπλήρωση του αποθέματος και η ποσότητα $Q_{\max}$
- Το ζητούμενο είναι να προσδιοριστούν οι δύο αυτές παράμετροι ώστε το ΟΚΑ να είναι ελάχιστο
- Η στρατηγική αυτή μπορεί να οδηγήσει σε ελλείψεις αποθέματος μεταξύ παραγγελιών και άρα να απαιτήσει αυξημένα αποθέματα ασφαλείας

13

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ



14

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ

p	Μοναδιαίο κόστος αγοράς του είδους
R	Ετήσια ζήτηση (ανάληψη) του είδους (σε μονάδες)
T	Η περίοδος επιθεώρησης του αποθέματος
n	$=1/T$, ετήσιο πλήθος παραγγελιών
c_h	Κόστος διατήρησης αποθέματος μίας μονάδας για ένα έτος
c_p	Κόστος διαχείρισης μίας παραγγελίας (σταθερό, ανεξάρτητο από την ποσότητα που αφορά η παραγγελία)
T_{opt}	Η βέλτιστη (οικονομική) περίοδος παραγγελίας

Συνολικό ετήσιο κόστος αγοράς αποθέματος=

(Ετήσια ζήτηση) $\times$ (Μοναδιαίο κόστος αγοράς του είδους) $= pR$

Συνολικό ετήσιο κόστος διατήρησης αποθέματος=

(Μέσο επίπεδο αποθέματος) $\times$ (Κόστος διατήρησης μίας μονάδας για 1 έτος) $= (RT/2)c_h$

Συνολικό ετήσιο κόστος παραγγελίας =

(Αριθμός παραγγελιών κατ' έτος) $\times$ (Κόστος διαχείρισης μίας παραγγελίας) $= (1/T)c_p$

Συνολικό Κόστος Αποθέματος (ΟΚΑ) $= C_{total} = pR + (RT/2)c_h + (1/T)c_p$

15

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ

- Η ελάχιστη τιμή του C_{total} προκύπτει για την τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής T που μηδενίζει την παράγωγο της συνάρτησης ΟΚΑ, δηλαδή την τιμή, για την οποία είναι:

$$C_{total} = p \cdot R + \frac{R \cdot T}{2} \cdot c_h + \frac{1}{T} \cdot c_p \Rightarrow \frac{dC_{total}}{dT} = \frac{R \cdot c_h}{2} - \frac{c_p}{T^2} \Rightarrow T_{opt} = \sqrt{\frac{2c_p}{R \cdot c_h}}$$

- Η εξίσωση αυτή δείχνει ότι η περίοδος παραγγελίας είναι τόσο μεγαλύτερη, άρα και οι παραγγελίες θα τοποθετούνται τόσο αραιότερα, όσο μικρότερη είναι η ζήτηση (ανάληψη) R κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα και το κόστος αποθεματοποίησης c_h και όσο μεγαλύτερο είναι το κόστος μίας παραγγελίας c_p .
- Το ίδιο αποτέλεσμα θα προέκυπτε εάν εξισώναμε το συνολικό ετήσιο κόστος διατήρησης αποθέματος με το συνολικό ετήσιο κόστος παραγγελίας:

$$\frac{R \cdot T}{2} \cdot c_h = \frac{1}{T} \cdot c_p \Leftrightarrow T^2 = \frac{2c_p}{R \cdot c_h} \Leftrightarrow T_{opt} = \sqrt{\frac{2c_p}{R \cdot c_h}}$$

16

8

ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ

- Αριθμός παραγγελιών ανά έτος:
- $$n = \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{c_h \cdot R}{2c_p}}$$

- Ελάχιστο συνολικό κόστος:

$$C_{total}^{\min} = C_{total}(T_{opt}) = p \cdot R + \sqrt{2c_p \cdot c_h \cdot R}$$

- Λόγω της μορφής (τετραγωνική ρίζα) των εξισώσεων, μέτριες αποκλίσεις στις τιμές των παραπάνω μεταβλητών μεταβάλλουν κατά μικρό ποσοστό την οικονομική περίοδο παραγγελίας και ελάχιστο ολικό κόστος αποθεματοποίησης.
- Τα αποτελέσματα που προκύπτουν για την περίοδο παραγγελίας, τον αριθμό των παραγγελιών κατ' έτος καθώς και για το βέλτιστο (ελάχιστο) ολικό κόστος αποθέματος, είναι ταυτόσημα με αυτά του μοντέλου ΟΠΠ.

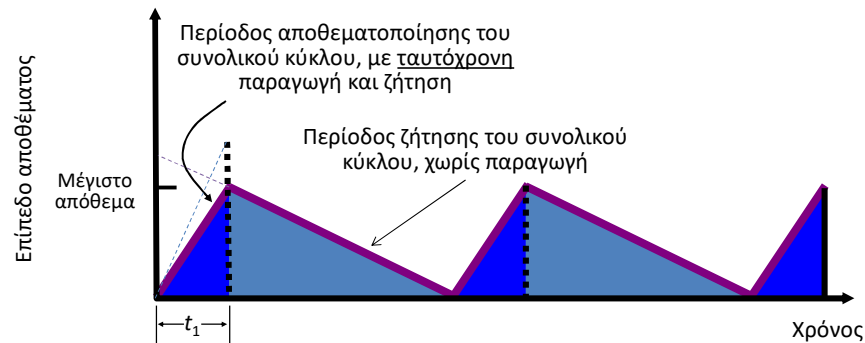
17

ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΚΥΚΛΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

- Αν το απόθεμα αφορά ένα προϊόν, τελικό ή ενδιάμεσο, που παράγεται από ένα σύστημα σε παρτίδες, ο καθορισμός του βέλτιστου μεγέθους της παρτίδας που θα παράγεται κάθε φορά, και που αντιστοιχεί στην έννοια της οικονομικής ποσότητας παραγγελίας, μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας την προσέγγιση που αναφέρθηκε στα προηγούμενα, όπου c_p το κόστος ετοιμασίας για την έναρξη παραγωγής κάθε νέας παρτίδας.
- Αυτό περιλαμβάνει στοιχεία που αντιστοιχούν στους μη καθαρά παραγωγικούς χρόνους για ρύθμιση μηχανών, τοποθέτηση εργαλείων, ιδιοσυσκευών κ.λπ., μελέτη των δεδομένων για την παραγωγή της νέας παρτίδας, απομάκρυνση των κομματιών της προηγούμενης, καθαρισμό του χώρου παραγωγής κ.λπ.
- Το μοντέλο του καθορισμού ποσότητας παραγωγής (Production Order Quantity Model) χρησιμοποιείται όταν το απόθεμα κλιμακώνεται έπειτα από μία τοποθέτηση παραγγελίας, καθώς και όταν η παραγωγή και η πώληση των ειδών γίνεται ταυτόχρονα.

18

ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΚΥΚΛΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ



19

ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΚΥΚΛΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Q	Ποσότητα παραγωγής (σταθερή κάθε φορά)
R	Ετήσια παραγωγή του είδους (σε μονάδες)
c_h	Κόστος διατήρησης αποθέματος μίας μονάδας για ένα έτος
c_p	Κόστος ετοιμασίας μίας νέας παρτίδας (σταθερό, ανεξάρτητο από την ποσότητα που αφορά η παρτίδα)
t_1	Χρονικό διάστημα παραγωγής
c	Κόστος μη παραγωγικού χρόνου μεταξύ διαδοχικών παρτίδων
p	Ημερήσιος ρυθμός παραγωγής
r	Ημερήσιος ρυθμός ζήτησης (ανάληψης)
Q_{opt}	Η βέλτιστη (οικονομική) ποσότητα παραγωγής

20

10

ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΚΥΚΛΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Συνολική παραγωγή ανά παρτίδα $Q=pt_1 \rightarrow t_1=Q/p$.

(Μέγιστο επίπεδο αποθέματος) = (Συνολική παραγωγή (ανά παρτίδα) κατά το διάστημα παραγωγής)-(Συνολική χρήση κατά το διάστημα παραγωγής) $= (p-r)t_1$

Επομένως, (Μέγιστο επίπεδο αποθέματος) $= (p-r)t_1 = (p-r)Q/p$.

(Μέσο επίπεδο αποθέματος) $= (\text{Μέγιστο επίπεδο αποθέματος})/2$

Συνολικό ετήσιο κόστος διατήρησης αποθέματος=

(Μέσο επίπεδο αποθέματος) x (Κόστος διατήρησης μίας μονάδας για 1 έτος)

Τελικά, Συνολικό ετήσιο κόστος διατήρησης αποθέματος=

$$\frac{1}{2} \frac{Q}{p} (p-r) c_h = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{r}{p}\right) c_h$$

Συνολικό ετήσιο κόστος προετοιμασίας παραγωγής =

(Αριθμός παρτίδων κατ' έτος) x (Κόστος ετοιμασίας μίας παρτίδας) $= (R/Q) c_p$

21

ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΚΥΚΛΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Η βέλτιστη ποσότητα παραγωγής προκύπτει με παραγώγιση ως προς Q του συνολικού κόστους.

$$C_{total} = \frac{1}{2} \frac{Q}{p} (p-r) \cdot c_h + \frac{R}{Q} \cdot c_p \Rightarrow \frac{dC_{total}}{dQ} = \frac{(p-r) \cdot c_h}{2p} - \frac{R \cdot c_p}{Q^2} \Rightarrow$$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2p \cdot R \cdot c_p}{(p-r) \cdot c_h}} = \sqrt{\frac{2R \cdot c_p}{(1-r/p) \cdot c_h}}$$

Το ίδιο αποτέλεσμα θα προέκυπτε εάν εξισώναμε το συνολικό ετήσιο κόστος διατήρησης αποθέματος με το συνολικό ετήσιο κόστος προετοιμασίας παραγωγής:

$$\frac{1}{2} \frac{Q}{p} (p-r) \cdot c_h = \frac{R}{Q} \cdot c_p \Leftrightarrow \frac{(p-r) \cdot c_h}{2p} = \frac{R \cdot c_p}{Q^2} \Leftrightarrow Q_{opt} = \sqrt{\frac{2p \cdot R \cdot c_p}{(p-r) \cdot c_h}} = \sqrt{\frac{2R \cdot c_p}{(1-r/p) \cdot c_h}}$$

Το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι:

$$C_{total}^{\min} = C_{total}(Q_{opt}) = \sqrt{2c_p \cdot c_h \cdot R \cdot (1-r/p)}$$

22

11

ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΚΥΚΛΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

$$R = 1.000, c_p = 10\text{€}, c_h = 0.5\text{€}, p = 8\text{units / day}, r = 4\text{units / day}$$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2R \cdot c_p}{(1-r/p) \cdot c_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.000 \cdot 10}{(1-4/8) \cdot 0,5}} = \sqrt{80.000} \cong 283\text{units}$$

$$t_1 = \frac{Q_{opt}}{p} = \frac{283}{8} \cong 35\text{ημέρες}$$

$$C_{total}^{\min} = C_{total}(Q_{opt}) = \sqrt{2c_p \cdot c_h \cdot R \cdot (1-r/p)} \Rightarrow$$

$$C_{total}^{\min} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot 1.000 \cdot (1-4/8)} = \sqrt{5.000} = 70,71\text{€}$$

23

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #2

Έστω:

R	Ετήσια παραγωγή του είδους (σε μονάδες)
p	Ρυθμός παραγωγής (τεμάχια προϊόντος/μονάδα χρόνου)
r	Ρυθμός ανάλωσης (τεμάχια προϊόντος/μονάδα χρόνου)
Q	Ποσότητα παραγωγής (σταθερή κάθε φορά)
c _p	Κόστος ετοιμασίας μίας νέας παρτίδας (σταθερό, ανεξάρτητο από την ποσότητα που αφορά η παρτίδα)
c _h	Κόστος διατήρησης αποθέματος μίας μονάδας για ένα έτος

Με την προϋπόθεση ότι ισχύουν οι υποθέσεις εφαρμογής του βασικού μοντέλου αποθεμάτων:

(α) Να βρεθεί το συνολικό κόστος διαχείρισης του αποθέματος που αντιστοιχεί στο βέλτιστο πρόγραμμα παραγωγής, αν ο ρυθμός παραγωγής είναι διπλάσιος του ρυθμού ανάλωσης του αποθέματος. Σε ποιο μέγεθος παρτίδας αντιστοιχεί;

(β) Έστω t ο χρόνος προετοιμασίας της παραγωγής μίας παρτίδας. Ποια είναι η αναγκαία συνθήκη ως προς την τιμή του t ώστε να μπορεί να υλοποιηθεί το πρόγραμμα παραγωγής;

24

12

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #2

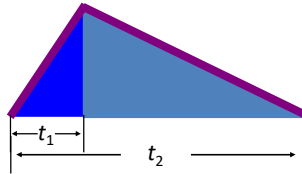
- Στον καθορισμό ποσότητας και κύκλου παραγωγής, η βέλτιστη ποσότητα παραγωγής προκύπτει ως:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2p \cdot R \cdot c_p}{(p-r) \cdot c_h}} = \sqrt{\frac{2R \cdot c_p}{(1-r/p) \cdot c_h}}$$

- Εάν $p=2r$, τότε: $Q_{opt} = 2\sqrt{R \cdot c_p / c_h}$ και $C_{total}^{opt} = 2\sqrt{R \cdot c_p \cdot c_h}$
- Εάν t_1 είναι η περίοδος παραγωγής (με ταυτόχρονη ανάλωση) και t_2 η περίοδος ανάλωσης, τότε:

$$t_1 = \frac{Q_{opt}}{p} = 2\sqrt{\frac{R \cdot c_p}{(p^2 \cdot c_h)}} \text{ και } t_2 = \frac{Q_{opt}}{R} = 2\sqrt{\frac{c_p}{R \cdot c_h}}$$

- Η αναγκαία συνθήκη για την προετοιμασία μίας παρτίδας είναι $t \leq t_2 - t_1$.



25

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #3

Μία μικρή εταιρεία παράγει μια ηλεκτρονική συσκευή που χρησιμοποιείται σε συστήματα πλοήγησης αεροσκαφών. Η ζήτηση βασίζεται σε παραγγελίες μέσω συμβολαίων για αεροσκάφη και είναι γνωστό ότι είναι ομοιόμορφη και με ρυθμό 6.400 μονάδες ετησίως. Ένα βολτόμετρο που χρησιμοποιείται σε αυτή τη συσκευή μπορεί να παραχθεί από την εταιρεία με ρυθμό 128 μονάδες ημερησίως. Το έτος έχει 250 εργάσιμες ημέρες. Το κόστος ετοιμασίας κάθε παρτίδας παραγωγής είναι 24€ και το κόστος αποθήκευσης είναι 3€ ανά μονάδα προϊόντος ετησίως. Ζητείται η βέλτιστη πολιτική αποθεματοποίησης για το προϊόν.

Λύση: $R = 6.400$, $c_p = 24$, $c_h = 3€$, $r = 6.400$, $p = 250 \cdot 128 = 32.000$

26

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #3

- Στον καθορισμό ποσότητας και κύκλου παραγωγής, η βέλτιστη ποσότητα παραγωγής προκύπτει ως:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2R \cdot c_p}{\left(1 - \frac{r}{p}\right) \cdot c_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.400 \cdot 24}{\left(1 - \frac{6.400}{32.000}\right) \cdot 3}} = \sqrt{128.000} \approx 358$$

- Ο χρόνος που απαιτείται για την παραγωγή μίας παρτίδας είναι:

$$t_2 = \frac{Q_{opt}}{p} = \frac{358}{128} = 2,8 \text{ εργάσιμες ημέρες}$$

- Ο χρόνος ανάμεσα στην παραγωγή παρτίδων (χρόνος ανάλωσης) είναι:

$$t_1 = \frac{Q_{opt}}{R} = \frac{358}{6.400} = 0,056 \text{ yrs.} = 0,056 \cdot 250 \text{ days} = 14 \text{ εργάσιμες ημέρες}$$

- Το ελάχιστο κόστος που αντιστοιχεί σε αυτό το μέγεθος παρτίδας, είναι:

$$\begin{aligned} C_{total}^{\min} &= C_{total}(Q_{opt}) = \sqrt{2c_p \cdot c_h \cdot R \cdot (1 - r/p)} = \\ &= \sqrt{2 \cdot 24 \cdot 3 \cdot 6.400 \cdot (1 - 6.400/32.000)} = 858,65 \text{ € / yr.} \end{aligned}$$

27

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #7

Εμπορική επιχείρηση παράγει πυροσβεστήρες. Η ετήσια παραγωγή είναι 30.000 τεμάχια. Κάθε πυροσβεστήρας χρειάζεται μία λαβή. Το κόστος διατήρησης αποθέματος για κάθε λαβή είναι 1,5€ ετησίως, το κόστος προετοιμασίας της παραγωγής είναι 150€ και ο ημερήσιος ρυθμός παραγωγής είναι 300 λαβές. Το εργάσιμο έτος έχει 300 ημέρες. Ποια είναι η βέλτιστη ποσότητα παραγωγής;

ΛΥΣΗ: $R = 30.000$, $p = 300 \cdot 300 = 90.000$, $r = 30.000$, $c_p = 150\text{€}$, $c_h = 1,5\text{€}$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2R \cdot c_p}{(1 - r/p) \cdot c_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30.000 \cdot 150}{(1 - 30.000/90.000) \cdot 1,5}} = \sqrt{9.000.000} = 3.000$$

28