

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

Δημ. Εμίρης
Καθηγητής
Πειραιάς, 2018

1

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #2

Έστω:

- R Ετήσια παραγωγή του είδους (σε μονάδες)
- p Ρυθμός παραγωγής (τεμάχια προϊόντος/μονάδα χρόνου)
- r Ρυθμός ανάλωσης (τεμάχια προϊόντος/μονάδα χρόνου)
- Q Ποσότητα παραγωγής (σταθερή κάθε φορά)
- c_p Κόστος ετοιμασίας μίας νέας παρτίδας (σταθερό, ανεξάρτητο από την ποσότητα που αφορά η παρτίδα)
- c_h Κόστος διατήρησης αποθέματος μίας μονάδας για ένα έτος

Με την προϋπόθεση ότι ισχύουν οι υποθέσεις εφαρμογής του βασικού μοντέλου αποθεμάτων:

- (α) Να βρεθεί το συνολικό κόστος διαχείρισης του αποθέματος που αντιστοιχεί στο βέλτιστο πρόγραμμα παραγωγής, αν ο ρυθμός παραγωγής είναι διπλάσιος του ρυθμού ανάλωσης του αποθέματος. Σε ποιο μέγεθος παρτίδας αντιστοιχεί;
- (β) Έστω t ο χρόνος προετοιμασίας της παραγωγής μίας παρτίδας. Ποια είναι η αναγκαία συνθήκη ως προς την τιμή του t ώστε να μπορεί να υλοποιηθεί το πρόγραμμα παραγωγής;

2

1

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #2

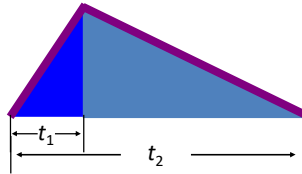
- Στον καθορισμό ποσότητας και κύκλου παραγωγής, η βέλτιστη ποσότητα παραγωγής προκύπτει ως:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2p \cdot R \cdot c_p}{(p-r) \cdot c_h}} = \sqrt{\frac{2R \cdot c_p}{(1-r/p) \cdot c_h}}$$

- Εάν $p=2r$, τότε: $Q_{opt} = 2\sqrt{R \cdot c_p / c_h}$ και $C_{total}^{opt} = 2\sqrt{R \cdot c_p \cdot c_h}$
- Εάν t_1 είναι η περίοδος παραγωγής (με ταυτόχρονη ανάλωση) και t_2 η περίοδος ανάλωσης, τότε:

$$t_1 = \frac{Q_{opt}}{p} = 2\sqrt{\frac{R \cdot c_p}{(p^2 \cdot c_h)}} \text{ και } t_2 = \frac{Q_{opt}}{R} = 2\sqrt{\frac{c_p}{R \cdot c_h}}$$

- Η αναγκαία συνθήκη για την προετοιμασία μίας παρτίδας είναι $t \leq t_2 - t_1$.



3

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #3

Μία μικρή εταιρεία παράγει μια ηλεκτρονική συσκευή που χρησιμοποιείται σε συστήματα πλοήγησης αεροσκαφών. Η ζήτηση βασίζεται σε παραγγελίες μέσω συμβολαίων για αεροσκάφη και είναι γνωστό ότι είναι ομοιόμορφη και με ρυθμό 6.400 μονάδες ετησίως. Ένα βολτόμετρο που χρησιμοποιείται σε αυτή τη συσκευή μπορεί να παραχθεί από την εταιρεία με ρυθμό 128 μονάδες ημερησίως. Το έτος έχει 250 εργάσιμες ημέρες. Το κόστος ετοιμασίας κάθε παρτίδας παραγωγής είναι 24€ και το κόστος αποθήκευσης είναι 3€ ανά μονάδα προϊόντος ετησίως. Ζητείται η βέλτιστη πολιτική αποθεματοποίησης για το προϊόν.

Λύση: $R = 6.400$, $c_p = 24$, $c_h = 3€$, $r = 6.400$, $p = 250 \cdot 128 = 32.000$

4

2

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #3

- Στον καθορισμό ποσότητας και κύκλου παραγωγής, η βέλτιστη ποσότητα παραγωγής προκύπτει ως:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2R \cdot c_p}{\left(1 - \frac{r}{p}\right) \cdot c_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.400 \cdot 24}{\left(1 - \frac{6.400}{32.000}\right) \cdot 3}} = \sqrt{128.000} \approx 358$$

- Ο χρόνος που απαιτείται για την παραγωγή μίας παρτίδας είναι:

$$t_2 = \frac{Q_{opt}}{p} = \frac{358}{128} = 2,8 \text{ εργάσιμες ημέρες}$$

- Ο χρόνος ανάμεσα στην παραγωγή παρτίδων (χρόνος ανάλωσης) είναι:

$$t_1 = \frac{Q_{opt}}{R} = \frac{358}{6.400} = 0,056 \text{ yrs.} = 0,056 \cdot 250 \text{ days} = 14 \text{ εργάσιμες ημέρες}$$

- Το ελάχιστο κόστος που αντιστοιχεί σε αυτό το μέγεθος παρτίδας, είναι:

$$\begin{aligned} C_{total}^{\min} &= C_{total}(Q_{opt}) = \sqrt{2c_p \cdot c_h \cdot R \cdot (1 - r/p)} = \\ &= \sqrt{2 \cdot 24 \cdot 3 \cdot 6.400 \cdot (1 - 6.400/32.000)} = 858,65\text{€} / \text{yr.} \end{aligned}$$

5

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #7

Εμπορική επιχείρηση παράγει πυροσβεστήρες. Η ετήσια παραγωγή είναι 30.000 τεμάχια. Κάθε πυροσβεστήρας χρειάζεται μία λαβή. Το κόστος διατήρησης αποθέματος για κάθε λαβή είναι 1,5€ ετησίως, το κόστος προετοιμασίας της παραγωγής είναι 150€ και ο ημερήσιος ρυθμός παραγωγής είναι 300 λαβές. Το εργάσιμο έτος έχει 300 ημέρες. Ποια είναι η βέλτιστη ποσότητα παραγωγής;

ΛΥΣΗ: $R = 30.000$, $p = 300 \cdot 300 = 90.000$, $r = 30.000$, $c_p = 150\text{€}$, $c_h = 1,5\text{€}$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2R \cdot c_p}{(1 - r/p) \cdot c_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30.000 \cdot 150}{(1 - 30.000/90.000) \cdot 1,5}} = \sqrt{9.000.000} = 3.000$$

6

ΠΙΘΑΝΟΚΡΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ

- Χρησιμοποιούνται όταν η ζήτηση δεν είναι σταθερή ή βέβαιη καθώς και όταν παρατηρούνται διακυμάνσεις στο χρόνο υστέρησης (παράδοσης)
- Οι διακυμάνσεις μπορεί να οφείλονται τόσο σε εσωτερικούς όσο και σε εξωτερικούς παράγοντες
- Τα αποθέματα ασφαλείας εξασφαλίζουν ότι η ζήτηση θα ικανοποιείται έγκαιρα (όταν αφορούν έτοιμα προϊόντα) ή ότι δεν θα σταματήσει η παραγωγή (όταν αφορούν πρώτες ύλες ή ενδιάμεσα προϊόντα) αν η ζήτηση (ανάλωση) του αποθέματος ξεπεράσει το μέσο ρυθμό που προβλέπεται για το χρόνο υστέρησης
- Η ύπαρξη αποθεμάτων ασφαλείας συνεπάγεται ένα κόστος αποθεματοποίησης, που οφείλεται στη δέσμευση κεφαλαίων, στη δαπάνη της αποθήκευσης και στον κίνδυνο φθοράς ή απαξίωσης των αποθεμάτων, αλλά και ένα όφελος από την εξουδετέρωση του κινδύνου μιας κατάστασης έλλειψης αποθέματος
- Αν η ζήτηση είναι αβέβαιη, τότε μέσα στο χρόνο υστέρησης μπορεί να ζητηθεί ποσότητα που υπερβαίνει το απόθεμα που απομένει. Το ίδιο θα συμβεί αν καθυστερήσει η ποσότητα που παραγγέλθηκε.
- Το απόθεμα ασφαλείας, προστιθέμενο στην αναμενόμενη μέση ζήτηση κατά το χρόνο υστέρησης, καθορίζει το επίπεδο, στο οποίο όταν φτάσει το απόθεμα, παραγγέλλεται η σταθερή ποσότητα παραγγελίας που καθορίζει το σύστημα ($ROP = r \times L + \text{Safety Stock}$)

7

ΠΙΘΑΝΟΚΡΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ

- Το ύψος του αποθέματος ασφαλείας μπορεί να προκύψει από τον υπολογισμό του κόστους του αποθέματος, το οποίο είναι συνάρτηση του κόστους αποθεματοποίησης μειωμένου κατά την ωφέλεια που προκύπτει από την εξουδετέρωση του κινδύνου έλλειψης αποθέματος
- Η ωφέλεια αυτή αφορά, για παράδειγμα, την αποφυγή απώλειας ενός πελάτη, την αποφυγή του κόστους του «κακού ονόματος» λόγω μη έγκαιρης κάλυψης της ζήτησης, ή την αποφυγή διακοπής της παραγωγής λόγω έλλειψης αποθέματος πρώτων υλών
- Για κάθε μονάδα που προστίθεται στο απόθεμα ασφαλείας, θα πρέπει το όφελος να ξεπερνά το κόστος, διαφορετικά το απόθεμα ασφαλείας θα πρέπει να διατηρηθεί στο υπάρχον
- Γενικά, το κόστος έλλειψης αποθέματος δίνεται από τη σχέση:

$$\Sigma(\text{ποσότητας σε έλλειψη}) \times (\text{πιθανότητα έλλειψης}) \times (\text{μοναδιαίο κόστος έλλειψης αποθέματος}) \times (\text{αριθμός ετήσιων παραγγελιών})$$

8

4

ΠΙΘΑΝΟΚΡΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

ROP=50 μονάδες

Κόστος έλλειψης αποθέματος: 40€

Κόστος διατήρησης αποθέματος:
5€/μονάδα/έτος

Αριθμός παραγγελιών κατ' έτος: 6

ROP=50+20=70 μονάδες

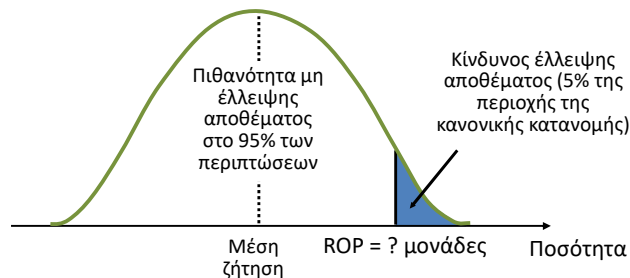
Ποσότητα ζήτησης	Πιθανότητα
30	.2
40	.2
ROP → 50	.3
60	.2
70	.1
	1.0

Απόθεμα ασφαλείας	Πρόσθετο κόστος διατήρησης	Κόστος έλλειψης αποθέματος	Συνολικό κόστος
20	$(20)(5€)=100€$	0€	100€
10	$(10)(5€)=50€$	$(10)(.1)(40€)(6)=240€$	290€
0	0€	$(10)(.2)(40€)(6) + (20)(.1)(40€)(6)=960€$	960€

9

ΠΙΘΑΝΟΚΡΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ

- Εναλλακτικά, το ύψος του αποθέματος ασφαλείας μπορεί να προκύψει από τη μελέτη του επιπέδου εξυπηρέτησης του πελάτη, σύμφωνα με μία κατανομή πιθανότητας για τη ζήτηση κατά τη διάρκεια του χρόνου υστέρησης



ROP=μέση ζήτηση κατά το χρόνο υστέρησης + $Z\sigma_{dLT}$
 Z = πλήθος τυπικών αποκλίσεων
 σ_{dLT} = τυπική απόκλιση ζήτησης κατά το χρόνο υστέρησης

10

5

ΠΙΘΑΝΟΚΡΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ

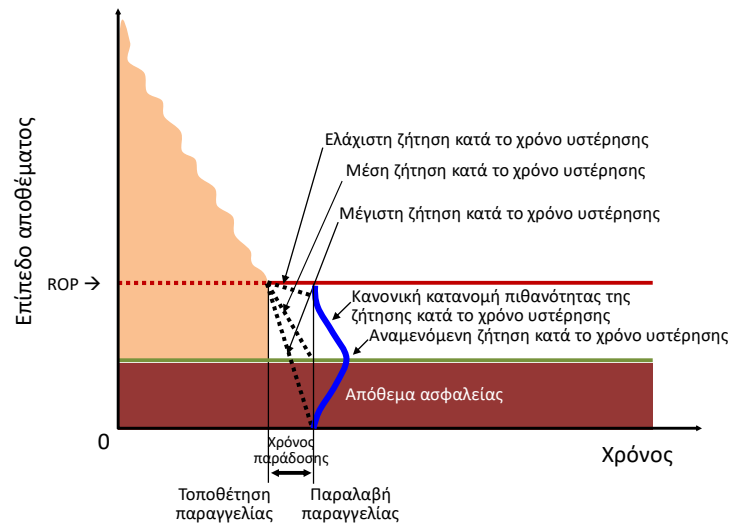
- Η σχέση $ROP = \text{μέση ζήτηση κατά το χρόνο υστέρησης} + Z\sigma_{dLT}$ δηλώνει ότι νέα παραγγελία θα τίθεται όταν το απόθεμα φθάσει στο σημείο να επαρκεί να καλύψει τη μέση ζήτηση μέχρι να παραδοθεί η ποσότητα που παραγγέλλεται, συν μια ποσότητα $Z\sigma_{dLT}$ από την οποία θα καλυφθεί η ζήτηση, αν αυτή ξεπεράσει τη μέση
- Ο αριθμός Z είναι ένας συντελεστής ασφαλείας: όσο μεγαλύτερος, τόσο μεγαλύτερη η βεβαιότητα ότι η ζήτηση θα καλυφθεί αν ξεπεράσει τη μέση
- Αν, για παράδειγμα, η ζήτηση ακολουθεί την κανονική κατανομή (πράγμα που συμβαίνει συχνά στην πράξη), τότε $Z = 1$ σημαίνει ότι η ζήτηση θα καλυφθεί έγκαιρα στο 84.13% των περιπτώσεων (άρα υπάρχει κίνδυνος 15.87% των περιπτώσεων να επιφέρουν κόστος), ενώ το ποσοστό αυτό για $Z = 2$ γίνεται 97.72% και για $Z = 3$ γίνεται 99.87%
- Αυτά τα ποσοστά ονομάζονται **στάθμες εξυπηρέτησης ζήτησης**

11

Z	P	Z	P
-3,0	0,0013	0,1	0,5398
-2,9	0,0019	0,2	0,5793
-2,8	0,0026	0,3	0,6179
-2,7	0,0035	0,4	0,6554
-2,6	0,0047	0,5	0,6915
-2,5	0,0062	0,6	0,7257
-2,4	0,0082	0,7	0,7580
-2,3	0,0107	0,8	0,7881
-2,2	0,0139	0,9	0,8159
-2,1	0,0179	1,0	0,8413
-2,0	0,0228	1,1	0,8643
-1,9	0,0287	1,2	0,8849
-1,8	0,0359	1,3	0,9032
-1,7	0,0446	1,4	0,9192
-1,6	0,0548	1,5	0,9332
-1,5	0,0668	1,6	0,9452
-1,4	0,0808	1,7	0,9554
-1,3	0,0968	1,8	0,9641
-1,2	0,1151	1,9	0,9713
-1,1	0,1357	2,0	0,9772
-1,0	0,1587	2,1	0,9821
-0,9	0,1841	2,2	0,9861
-0,8	0,2119	2,3	0,9893
-0,7	0,2420	2,4	0,9918
-0,6	0,2743	2,5	0,9938
-0,5	0,3085	2,6	0,9953
-0,4	0,3446	2,7	0,9965
-0,3	0,3821	2,8	0,9974
-0,2	0,4207	2,9	0,9981
-0,1	0,4602	3,0	0,9987
0,0	0,5000	3,1	0,9990

12

ΠΙΘΑΝΟΚΡΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ



13

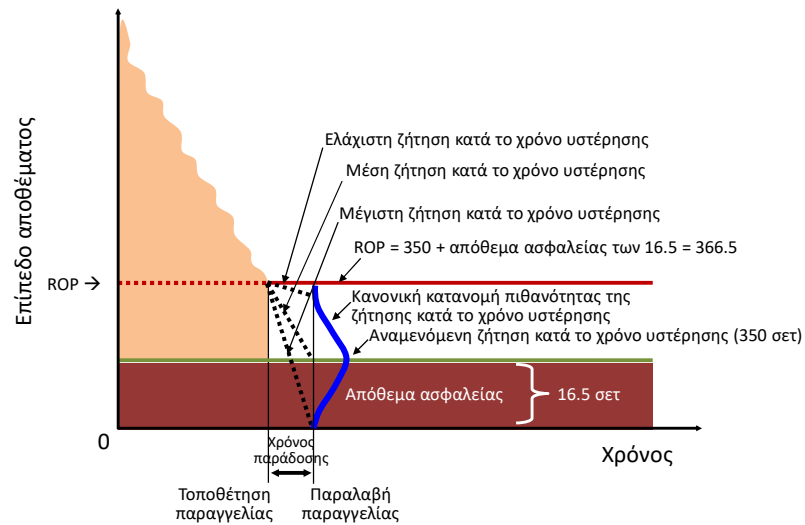
ΠΙΘΑΝΟΚΡΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

- Έστω βιοτεχνία που παράγει σετ εργαλείων. Η μέση ζήτηση κατά το χρόνο υστέρησης είναι 350 σετ και η τυπική απόκλιση της ζήτησης κατά τη διάρκεια του χρόνου παράδοσης είναι 10 σετ.
- Η βιοτεχνία ακολουθεί την πολιτική του επιπέδου εξυπηρέτησης 95% (ισοδύναμα, πολιτική έλλειψης αποθέματος 5%)
- Για να είναι η περιοχή κάτω από την καμπύλη ίση με 95%, θα πρέπει $Z=1,65$. Άρα το απόθεμα ασφαλείας είναι $Z\sigma_{dLT}=10 \times 1,65=16,5 \text{ σετ}$.
- Το σημείο αναπαραγγελίας (ROP) είναι ίσο με την αναμενόμενη τιμή της ζήτησης κατά το χρόνο υστέρησης συν το απόθεμα ασφαλείας, δηλαδή $ROP=350+16,5=366,5 \text{ σετ}$.

14

ΠΙΘΑΝΟΚΡΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΑΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ



15

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #5

Ο υπεύθυνος αγορών μίας μικρής βιοτεχνίας που είναι αρμόδιος για την παραγγελία πρώτων υλών έχει εκτιμήσει ότι το οικονομικό μέγεθος παραγγελίας είναι 500 μονάδες, ότι ο ανεκτός χρόνος παράδοσης είναι 4 εβδομάδες, ότι η μέση εβδομαδιαία ζήτηση είναι 60 μονάδες και ότι η μέγιστη αναμενόμενη εβδομαδιαία ζήτηση είναι 70 μονάδες.

Με βάση αυτές τις πληροφορίες να υπολογιστεί (α) το απόθεμα ασφαλείας και (β) το σημείο αναπαραγγελίας.

Ο ιδιοκτήτης της παραπάνω βιοτεχνίας, από την πολυετή εμπειρία του έχει διαπιστώσει ότι η ζήτηση των πρώτων υλών που διαθέτει στους πελάτες του δεν είναι ακριβώς σταθερή, αλλά παρουσιάζει αβεβαιότητα. Συγκεκριμένα, υποστηρίζει ότι η ζήτηση των πρώτων υλών είναι μία τυχαία μεταβλητή, η οποία ακολουθεί την κανονική κατανομή, με μέση τιμή 100 μονάδες και τυπική απόκλιση 12 μονάδες. Σε αυτή την περίπτωση:

(α) Ποιο είναι το απόθεμα ασφαλείας που θα πρέπει να διατηρείται, ώστε το επίπεδο εξυπηρέτησης να είναι 99,5%;

(β) Ποιο είναι το σημείο αναπαραγγελίας;

16

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #5

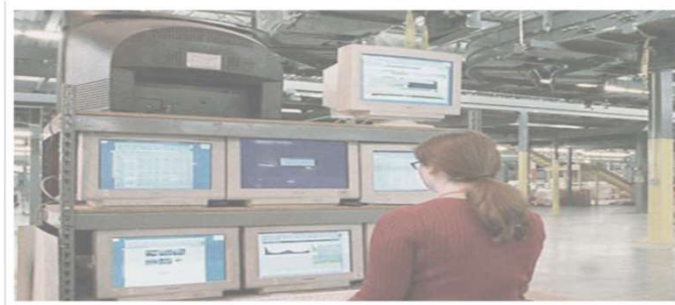
- Η διαφορά της μέσης από τη μέγιστη ζήτηση ανά εβδομάδα είναι 10 μονάδες προϊόντων. Επειδή ο χρόνος υστέρησης είναι 4 εβδομάδες, θα πρέπει να υπάρχει απόθεμα ασφαλείας 40 μονάδων ώστε να καλυφθεί η τυχόν αυξημένη ζήτηση.
- Το σημείο αναπαραγγελίας καθορίζεται από το χρόνο υστέρησης, το απόθεμα ασφαλείας και τη μέση εβδομαδιαία ζήτηση. Στο χρόνο που μεσολαβεί μεταξύ τοποθέτησης και παράδοσης μίας παραγγελίας, απαιτούνται σε συνθήκες κανονικής ζήτησης $4 \times 60 = 240$ μονάδες προϊόντος. Εάν προστεθούν και οι 40 μονάδες του αποθέματος ασφαλείας, το σημείο αναπαραγγελίας είναι 280 μονάδες προϊόντος.
- Το σύστημα που μελετάται χαρακτηρίζεται από αβεβαιότητα στη ζήτηση. Η ζήτηση ακολουθεί κανονική κατανομή με προσδοκώμενη στάθμη εξυπηρέτησης 99,5%. Για αυτό το επίπεδο εξυπηρέτησης, ο πολλαπλασιαστής Z είναι ίσος με 2,58 και το απόθεμα ασφαλείας είναι $Z\sigma_{dLT}$, δηλαδή ίσος με $2,58 \times 12 = 30,96$ μονάδες.
- Το επίπεδο αναπαραγγελίας $ROP = \text{μέση ζήτηση κατά το χρόνο υστέρησης} + Z\sigma_{dLT}$, δηλαδή $100 + 30,96 = 130,96$ μονάδες.

17

ΜΕΛΕΤΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

AMAZON.COM

- Η Amazon.com ξεκίνησε σαν «εικονικός» πωλητής λιανικής, χωρίς αποθέματα, αποθήκες, διαχειριστικό κόστος, απλά μόνο με υπολογιστές που ελάμβαναν παραγγελίες προς διεκπεραίωση από τρίτους
- Η ανάπτυξη ώθησε την Amazon.com στο να γίνει ο παγκόσμιος ηγέτης στη διαχείριση αποθεμάτων και αποθηκών



18

ΜΕΛΕΤΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

- Κάθε παραγγελία ανατίθεται από τον υπολογιστή στο πλησιέστερο κέντρο διανομής που διαθέτει το προϊόν. Ένας συντονιστής της «ροής» σε κάθε κέντρο διανομής, αναθέτει την εργασία στα κατάλληλα συνεργεία
- Φωτεινοί ενδείκτες υποδεικνύουν τα προϊόντα που πρέπει να συλλεχθούν και οι ενδείκτες ανανεώνονται
- Τα προϊόντα τοποθετούνται σε κουτιά πάνω σε μία μεταφορική ταινία. Αναγνώστες barcode σαρώνουν κάθε είδος 15 φορές για να εξαφανίσουν τα σφάλματα.



19

ΜΕΛΕΤΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

- Τα κουτιά καταφθάνουν σε ένα κεντρικό σημείο όπου τα προϊόντα σημαίνονται με καινούργιο bar code
- Το περιτύλιγμα δώρου γίνεται χειρωνακτικά με ρυθμό 30 πακέτα/ώρα
- Τα ολοκληρωμένα κουτιά συσκευάζονται, περιτυλίγονται, ζυγίζονται και επισημαίνονται προτού εγκαταλείψουν την αποθήκη και φορτωθούν
- Η παραγγελία φθάνει στον πελάτη μέσα σε μία εβδομάδα



20

10

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #1

Για ένα από τα υλικά που χρησιμοποιούνται στην παραγωγή ενός εργοστασίου προσφέρονται εκπτώσεις στην τιμή αγοράς ως εξής:

- Για λιγότερα από 3.000 τεμάχια τιμή 200€/τεμ.
- Από 3.001 έως 4.999 τεμάχια τιμή 190€/τεμ.
- Για περισσότερα από 5.000 τεμάχια τιμή 180€/τεμ.

Στην παραγωγή απαιτούνται κατά μέσο όρο 1.000 τεμάχια ανά μήνα. Το κόστος μίας παραγγελίας υπολογίζεται σε 15.000€, ενώ το κόστος αποθεματοποίησης σε 40€/τεμ./έτος.

Ζητείται να βρεθούν:

- (α) Η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας υλικού
- (β) Ο αντίστοιχος αριθμός παραγγελιών κατ' έτος
- (γ) Η οικονομία που προκύπτει σε σχέση με την πολιτική να αγοράζεται ολόκληρη η ποσότητα του απαιτούμενου υλικού

21

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #1

- Δεδομένα: $R = 12 \cdot 1.000 = 12.000$, $c_p = 15.000\text{€}$, $c_h = 40\text{€}$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2c_p \cdot R}{c_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15.000 \cdot 12.000}{40}} = \sqrt{9.000.000} = 3.000$$

- Η ποσότητα αυτή συμπίπτει με την οριακή περίπτωση για τιμή μετά από έκπτωση στα 190€/τεμ. Το αντίστοιχο ολικό κόστος αποθέματος είναι:

$$C_{total}(Q) = p_i \cdot R + (Q/2)c_h + (R/Q)c_p =$$

$$= 190 \cdot 12.000 + (3.000/2) \cdot 40 + (12.000/3.000) \cdot 15.000 = 2.400.000\text{€ / yr.}$$

- Για παραγγελία 5.000 τεμαχίων, η τιμή έκπτωσης είναι 180€/τεμ., οπότε:

$$C_{total}(Q) = 180 \cdot 12.000 + \frac{5.000}{2} \cdot 40 + \frac{12.000}{5.000} \cdot 15.000 = 2.296.000\text{€ / yr.}$$

- Η ποσότητα 5.000 τεμαχίων είναι συνεπώς συμφερότερη
- Ο βέλτιστος αριθμός παραγγελιών είναι $12.000/5.000 = 2.4/\text{έτος}$
- Εάν αγορασθούν κατευθείαν 12.000 τεμάχια, το κόστος θα είναι 2.415.000€, οπότε η προκύπτουσα εξοικονόμηση είναι 119.000€/έτος

22

11

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #4

Παράδειγμα #3: Μία μικρή εταιρεία παράγει μια ηλεκτρονική συσκευή που χρησιμοποιείται σε συστήματα πλοήγησης αεροσκαφών. Η ζήτηση βασίζεται σε παραγγελίες μέσω συμβολαίων για αεροσκάφη και είναι γνωστό ότι είναι ομοιόμορφη και με ρυθμό 6.400 μονάδες ετησίως. Ένα βολτόμετρο που χρησιμοποιείται σε αυτή τη συσκευή μπορεί να παραχθεί από την εταιρεία με ρυθμό 128 μονάδες ημερησίως. Το έτος έχει 250 εργάσιμες ημέρες. Το κόστος ετοιμασίας κάθε παρτίδας παραγωγής είναι 24€ και το κόστος αποθήκευσης είναι 3€ ανά μονάδα προϊόντος ετησίως. Ζητείται η βέλτιστη πολιτική αποθεματοποίησης για το προϊόν.

Υποθέστε ότι η εταιρεία στην προηγούμενη άσκηση διακόπτει την παραγωγή βολτομέτρων και τα παραγγέλλει από έναν εξωτερικό προμηθευτή με κόστος 20€ ανά μονάδα προϊόντος. Το κόστος έλλειψης είναι 40€ ανά μονάδα προϊόντος εξαιτίας της επιπρόσθετης εργασίας που απαιτείται για την αποσυναρμολόγηση των μερικώς ολοκληρωμένων συσκευών. Το κόστος παραγγελίας είναι 27€ και το κόστος αποθήκευσης (ανά μονάδα προϊόντος) υπολογίζεται στο 30% του επενδυμένου κεφαλαίου. Η διοίκηση επιθυμεί να γνωρίζει τις προκύπτουσες αλλαγές στην πολιτική αναπλήρωσης του αποθέματος των βολτομέτρων.

Λύση: Το σύστημα που περιγράφεται είναι σταθερής ποσότητας παραγγελίας με καθυστερημένη ικανοποίηση της ζήτησης. Τα δεδομένα μοντελοποίησης του προβλήματος είναι επομένως: $R = 6.400$, $c_p = 27$, $c_h = 0,3 \cdot 20€ = 6€$, $c_b = 40€$

23

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #4

- Για το σύστημα σταθερής ποσότητας παραγγελίας με καθυστερημένη ικανοποίηση της ζήτησης, η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας είναι:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2c_p \cdot R}{c_h}} \cdot \sqrt{\frac{c_b + c_h}{c_b}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 27 \cdot 6.400}{0,3 \cdot 20}} \cdot \sqrt{\frac{40 + 0,3 \cdot 20}{40}} = 258 \text{ μονάδες}$$

- Το μέγιστο επίπεδο αποθέματος είναι:

$$I_{max} = \sqrt{\frac{2c_p \cdot R}{c_h}} \cdot \sqrt{\frac{c_b}{c_b + c_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 27 \cdot 6.400}{0,3 \cdot 20}} \cdot \sqrt{\frac{40}{40 + 0,3 \cdot 20}} = 224 \text{ μονάδες}$$

- Ο χρόνος τοποθέτησης αναπαραγγελίας είναι:

$$t_1 = \frac{Q_{opt}}{R} = \frac{258}{6.400} = 0,04 \text{ yrs.} = 0,04 \cdot 250 \text{ days} = 10 \text{ εργάσιμες ημέρες}$$

- Η ποσότητα της ζήτησης που δεν καλύπτεται σε κάθε κύκλο ισούται με:

$$Q_{opt} - I_{max} = 258 - 224 = 34 \text{ μονάδες}$$

24

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #6

Μία βιομηχανική επιχείρηση παραγγέλλει περιοδικά, μεταξύ άλλων, και το υλικό Α σε παρτίδες μεγέθους Q. Δίνονται τα εξής στοιχεία για το υλικό:

- Κόστος παραγγελίας: 300€/παρτίδα
- Κόστος αποθεματοποίησης: 2€/κομμάτι/έτος
- Ετήσιες ανάγκες: 52.000 κομμάτια
- Τιμή προμήθειας: 2€/κομμάτι αν η επιχείρηση παραγγείλει κάθε φορά μέχρι 10.000 κομμάτια, ενώ αν παραγγείλει πάνω από 10.000 κομμάτια, η τιμή είναι 1,8€/κομμάτι.

Ζητείται να βρεθεί το πιο οικονομικό Q. Σε τι ολικό κόστος αποθέματος αντιστοιχεί; Ποια είναι η εξοικονόμηση που προκύπτει έναντι της αμέσως επόμενης καλύτερης λύσης; Ποιο το βέλτιστο πλήθος παρτίδων;

25

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ #6

ΔΕΔΟΜΕΝΑ: $R = 52.000$, $p = 2\text{€}$, $c_p = 300\text{€}$, $c_h = 2\text{€}$

Η ΟΠΠ είναι: $Q_{opt} = \sqrt{\frac{2c_p \cdot R}{c_h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \cdot 52.000}{2}} \approx 3.950$

Για τιμή με έκπτωση, η ΟΠΠ είναι: $Q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \cdot 52.000}{1,8}} \approx 4.164 \rightarrow 10.000$

Ο αριθμός παραγγελιών είναι: $n = \frac{R}{Q_{opt}} = \frac{52.000}{10.000} = 5,2$

Σχήμα έκπτωσης	Τιμή μονάδος	Ποσότητα παραγγελίας	Ετήσιο κόστος προϊόντων	Ετήσιο κόστος παραγγελιών	Ετήσιο κόστος διατήρησης	Σύνολο
1	2,00€	3.950	104.000€	3.950€	3.950€	111.900€
2	1,80€	10.000	93.600€	1.560€	10.000€	105.160€
3	1,80€	52.000	93.600€	300€	52.000€	145.900€

26

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟ ΠΡΟΟΔΟ #1

Άσκηση. Βιομηχανία τροφίμων συσκευάζει τα προϊόντα της σε πλαστικά δοχεία χωρητικότητας ενός, δύομισι και πέντε λίτρων, που τα παράγει η ίδια. Αυτή τη στιγμή μελετάται η συσκευασία και σε δοχεία των δέκα λίτρων, που η ζήτησή τους υπολογίζεται ότι θα είναι σταθερή και ίση με 4.000 δοχεία το μήνα. Η βιομηχανία εργάζεται 25 ημέρες το μήνα, το μηνιαίο κόστος διατήρησης κάθε δοχείου 10lt ως απόθεμα είναι ποσοστό 2% της αξίας του (τιμή αγοράς ή κόστος παραγωγής, κατά περίπτωση) και η ζήτηση πρέπει να ικανοποιείται πάντα χωρίς καθυστέρηση. Προκειμένου να αποφασιστεί η παραγωγή των δοχείων αυτών των 10lt ή η προμήθειά τους από εξωτερικό προμηθευτή, εξετάζονται οι παρακάτω εναλλακτικές δυνατότητες:

(α) Παραγωγή των δοχείων των 10lt από τη μηχανή παραγωγής των δοχείων των 5lt μετά από ρύθμισή της. Το κόστος της κάθε ρύθμισης είναι 4€ και το κόστος παραγωγής 0,03€ ανά δοχείο. Η μηχανή απασχολείται σήμερα 15 μέρες το μήνα για την κάλυψη της παραγωγής των δοχείων των 5lt, ενώ ο ρυθμός παραγωγής των δοχείων των 10lt θα είναι 400 δοχεία την ημέρα.

Λύση. Στο μοντέλο καθορισμού ποσότητας και κύκλου παραγωγής, το ελάχιστο συνολικό κόστος διαχείρισης αποθέματος, δίνεται από τη σχέση:

$$C_{total}^{min} = C_{total}(Q_{opt}) = \sqrt{2c_p \cdot c_h \cdot R \cdot (1-r/p)}$$

Στο κόστος αυτό θα πρέπει να προστεθεί και το κόστος παραγωγής των τεμαχίων. Τα κόστη ανδόνονται σε ετήσια βάση.

Στο (α): $p=400$ τμχ./ημέρα, $r=4.000$ τμχ./μήνα= 160 τμχ./ημέρα, $R=4.000 \times 12=48.000$ τμχ./έτος, $c_p=4\text{€}$, $c_h=2\% \times 0,03\text{€} \times 12$ μήνες= $48 \times 10^{-4}\text{€}$ και $p \times R=0,03\text{€} \times 48.000 = 1.440\text{€}$. Άρα:

$$C_{total}^{min} = C_{total}(Q_{opt}) = 40,73\text{€} \quad C_{total} = 1.480,73\text{€}$$

27

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟ ΠΡΟΟΔΟ #1

(β) Παραγωγή των δοχείων των 10lt από τη μηχανή παραγωγής των δοχείων των 2,5lt μετά από ρύθμισή της. Το κόστος της κάθε ρύθμισης είναι 6€ και το κόστος παραγωγής 0,06€ ανά δοχείο και ο ρυθμός παραγωγής των δοχείων των 10lt θα είναι 500 δοχεία την ημέρα. Η μηχανή απασχολείται σήμερα 10 μέρες το μήνα για την κάλυψη της παραγωγής των δοχείων των 2,5lt.

Στο (β): $p=500$ τμχ./ημέρα, $r=4.000$ τμχ./μήνα= 160 τμχ./ημέρα, $R=4.000 \times 12=48.000$ τμχ./έτος, $c_p=6\text{€}$, $c_h=2\% \times 0,06\text{€} \times 12$ μήνες= $144 \times 10^{-4}\text{€}$ και $p \times R=0,06\text{€} \times 48.000 = 2.880\text{€}$. Άρα:

$$C_{total}^{min} = C_{total}(Q_{opt}) = 75,40\text{€} \quad C_{total} = 2.955,11\text{€}$$

(γ) Προμήθεια των δοχείων των 10lt από εξωτερικό προμηθευτή με τιμή αγοράς 0,08€ ανά δοχείο και κόστος ανά παραγγελία 5€.

Στο (γ): $R=48.000$ τμχ./έτος, $c_p=5\text{€}$, $c_h=2\% \times 0,08\text{€} \times 12$ μήνες= $192 \times 10^{-4}\text{€}$ και $p \times R=0,08\text{€} \times 48.000 = 3.840\text{€}$. Άρα:

$$C_{total}^{min} = C_{total}(Q_{opt}) = \sqrt{2c_p \cdot c_h \cdot R} = 96\text{€} \quad C_{total} = 3.936\text{€}$$

Η ΟΠΠ στην περίπτωση αυτή (που δεν υπάρχει παραγωγή, βλ. διαφ. 36) είναι:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2c_p \cdot R}{c_h}}$$

28

14

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟ ΠΡΟΟΔΟ #1

(δ) Προμήθεια των δοχείων των 10lt από εξωτερικό προμηθευτή, σε ποσότητα διπλάσια από αυτή της περίπτωσης (γ), που έχει το ίδιο κόστος ανά παραγγελία, αλλά επιτυγχάνεται έκπτωση 15% στην τιμή αγοράς.

Στο ερώτημα (δ): Για $Q_{ord}=10.000$, $n=48.000/10.000=4,8$ και $C_{ord}=4,8 \times 5=24\text{€}$, $C_{hold}=5.000 \times 0,08 \times 2\% \times 12=96\text{€}$, $C_{purch}=48.000 \times 0,08 \times 0,85=3.264\text{€}$ και $C_{total}=3.384\text{€}$.

Ζητείται να επιλεγεί η βέλτιστη λύση.

Από όλες τις επιλογές, η (α) είναι η προτιμότερη.

29

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟ ΠΡΟΟΔΟ #2

Άσκηση. Η ετήσια ζήτηση ενός υλικού είναι 40.000 μονάδες. Το κόστος παραγγελίας είναι 20€ ανά παραγγελία και το ετήσιο κόστος διατήρησης της μονάδας του αποθέματος είναι ίσο με 10€. Ο χρόνος ικανοποίησης της παραγγελίας είναι 1,5 μήνας. Ζητούνται:

(α), (β) Πότε (σε μήνες) και σε τι ποσότητα θα πρέπει να γίνεται η κάθε παραγγελία για την ανανέωση του αποθέματος. Ο αριθμός των παραγγελιών ετησίως και ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών παραγγελιών.

(α), (β) Η ΟΠΠ είναι $Q_{opt} = \sqrt{\frac{2c_p \cdot R}{c_h}}$ και ισούται με 400 τεμάχια. Απαιτούνται 100 παραγγελίες κατ' έτος με ανά 3 ημέρες (θεωρώντας έτος 300 ημερών) ή ανά 0,12μήνες.

(γ) Το συνολικό ετήσιο κόστος διαχείρισης του συστήματος.

(γ) Το συνολικό κόστος διαχείρισης του συστήματος είναι $C_{total}^{min} = C_{total}(Q_{opt}) = \sqrt{2c_p \cdot c_h \cdot R} = 4.000\text{€}$

(δ) Αν η ζήτηση στη διάρκεια του χρόνου ικανοποίησης της παραγγελίας ακολουθεί την κανονική κατανομή με τυπική απόκλιση της μηνιαίας ζήτησης 600 μονάδες, να βρεθεί το ύψος του αποθέματος ασφαλείας που πρέπει να διαθέτουμε ώστε ο κίνδυνος να μείνει το σύστημα από απόθεμα να είναι μικρότερος του 5%.

(δ) Σε 1,5 μήνα καταναλώνονται 5.000 τεμάχια, άρα η μέση τιμή είναι 2.500 τεμάχια. Για ικανοποίηση 95%, απαιτείται διατήρηση αποθέματος ίσου με $2.500 + 1,65 \times 600 = 3.490$ τεμάχια.

(ε) Ποια θα είναι η διαφορά στο συνολικό ετήσιο κόστος διαχείρισης του συστήματος από την ανάγκη ύπαρξης του αποθέματος ασφαλείας;

(ε) Η διατήρηση αποθέματος ασφαλείας 990 τεμαχίων για ένα έτος θα επιφέρει πρόσθετο κόστος 9.900€.

30

15