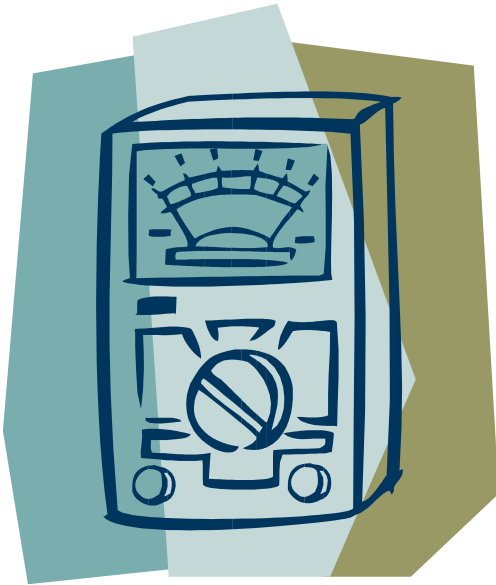


Κεφάλαιο 1

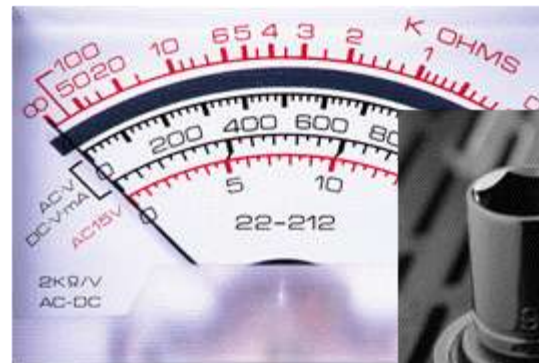
Αλέξανδρος Φλάμος, Επ. Καθηγητής

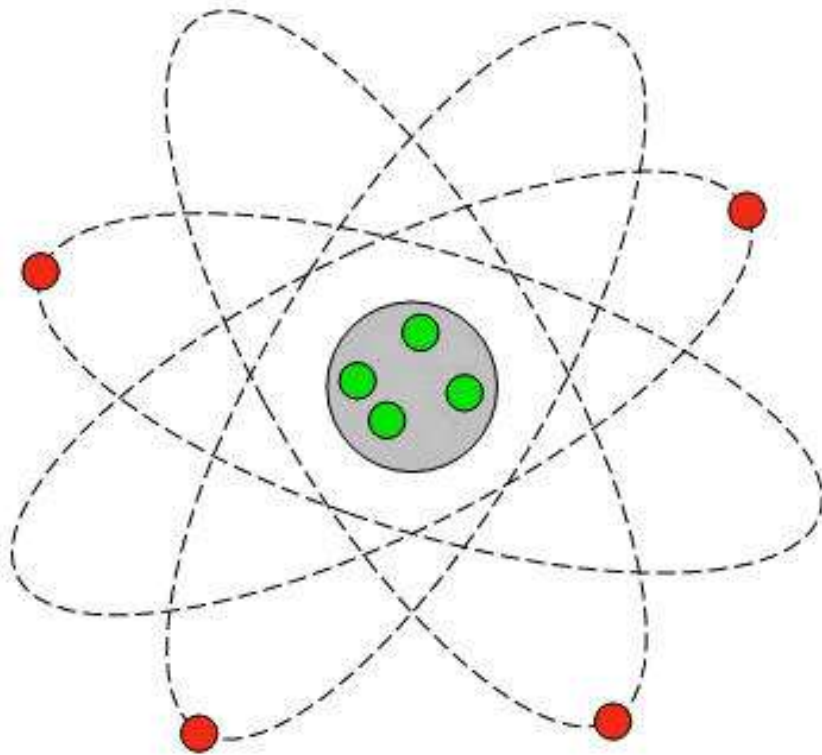
e-mail: aflamos@unipi.gr

3^{ος} όροφος, Γραφείο 304, κτίριο Γρηγορίου Λαμπράκη 126



**Σημειώσεις - ασκήσεις από ανάλυση ηλεκτρικών κυκλωμάτων, Νίκος Μάργαρης, Εκδόσεις Τζιόλα & Hayt W. & Kemmerly J., Εκδόσεις Τζιόλα &, Γ. Χατζαράκης, Εκδόσεις Τζιόλα & Κανελλόπουλος et al, Εκδόσεις Παπασωτηρίου.*





Άτομο μη ηλεκτρισμένο
Πρωτόνια: 4
Ηλεκτρόνια: 4

Ηλεκτρικό ρεύμα i ρέει σε έναν αγωγό, όταν το ηλεκτρικό φορτίο q μεταφέρεται από ένα σημείο σε ένα άλλο μέσα σε αυτόν τον αγωγό.

$$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb (Cb)}$$

Σύμβαση:

- ☐ ηλεκτρόνια αρνητικά
- ☐ πρωτόνια θετικά

Ο χώρος γύρω από ένα ηλεκτρικό φορτίο επηρεάζεται από την παρουσία του και δημιουργείται ένα ανυσματικό πεδίο δυνάμεων που ονομάζεται ηλεκτρικό πεδίο.

Η ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου σ' ένα σημείο του, ορίζεται ως η δύναμη (F) που εξασκείται στη μονάδα του θετικού φορτίου q που βρίσκεται σ' αυτό το σημείο:

$$\vec{E} = \vec{F} / q$$

Η μονάδα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο σύστημα SI είναι το Newton/C ή το Volt/m



Τι δύναμη θα αναπτυσσόταν
εάν ο κάθε ηθοποιός είχε 1%
περισσότερα ηλεκτρόνια από
πρωτόνια?

Ελκτική ή απωστική?

Τι βάρος θα μπορούσε να
υψώσει?

Ηλεκτρικό ρεύμα (1/3)

1.5

Προσανατολισμένη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων κατά μήκος ενός ηλεκτροφόρου αγωγού.

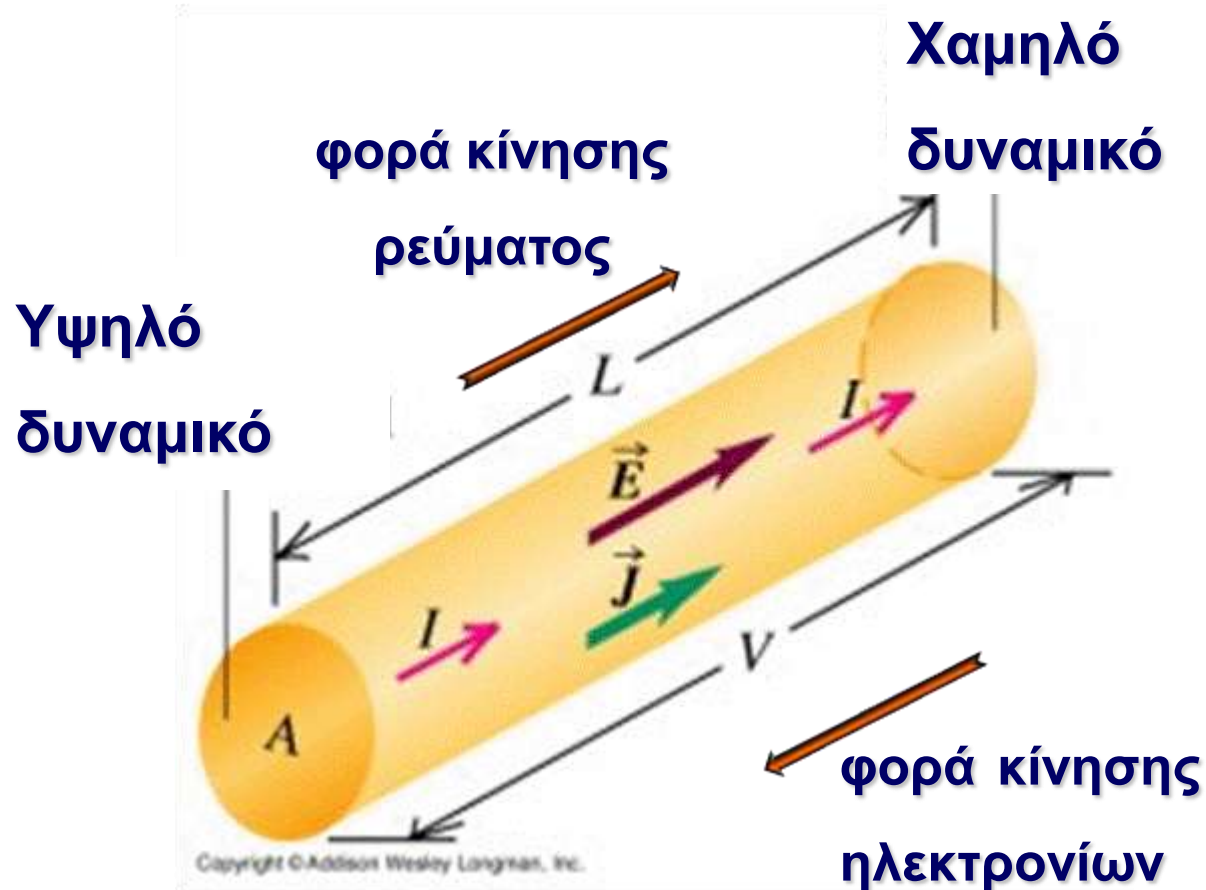
Προϋποθέσεις:

- ❖ ύπαρξη ελεύθερων ηλεκτρονίων
- ❖ ύπαρξη ηλεκτρικού πεδίου

Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος: $i = dq(\text{coulomb})/dt(\text{sec})$ (ρυθμός διέλευσης ηλεκτρονίων (ηλεκτρικών φορτίων) από την διατομή του αγωγού).

Μονάδα μέτρησης Ampere (A).

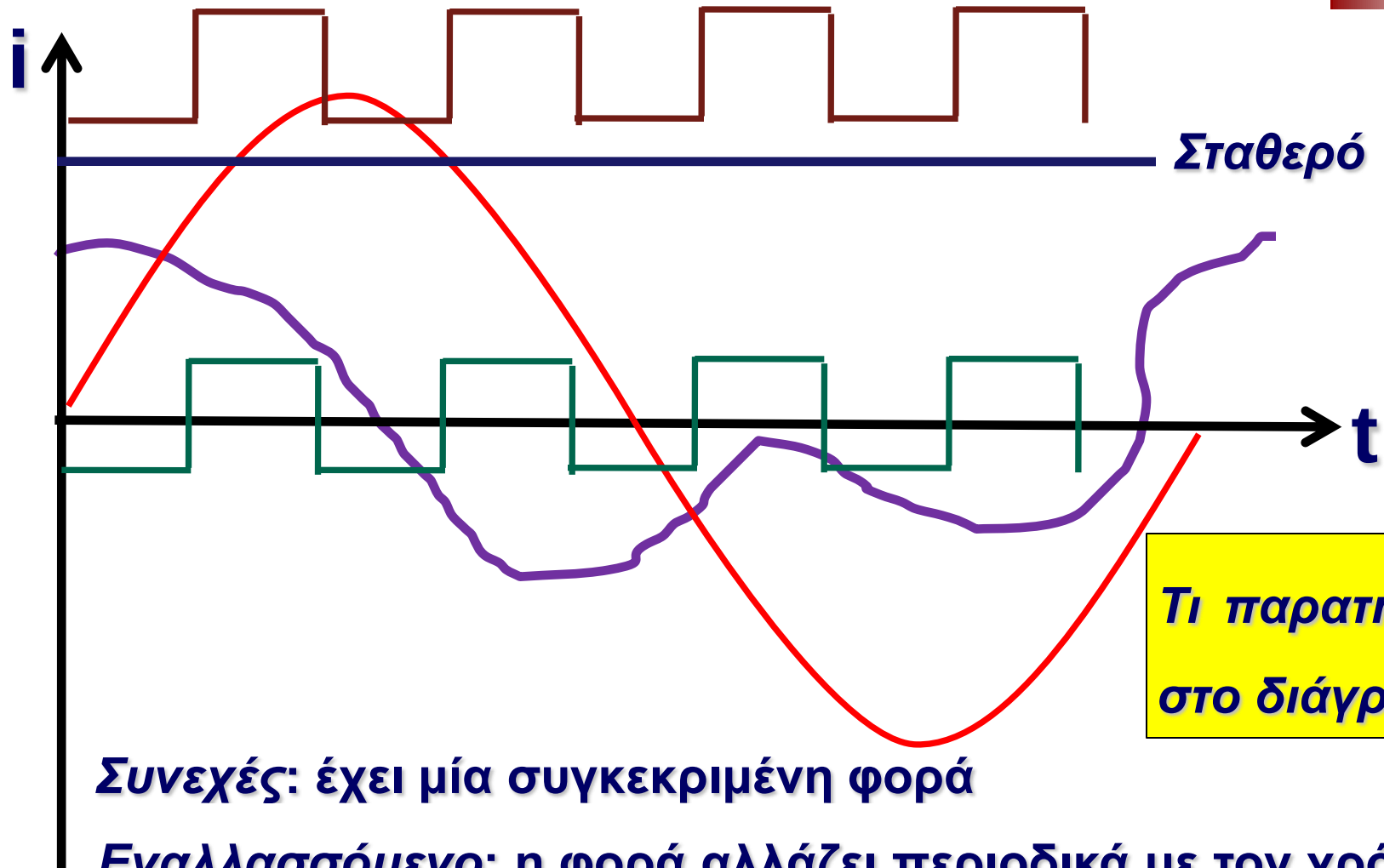
Χρήσιμα υποπολλαπλάσια: $1\text{mA} = 10^{-3}\text{A}$ & $1\mu\text{A} = 10^{-6}\text{A}$



Ηλεκτρικό ρεύμα (3/3)

Παλμικό

1.7



Τι παρατηρούμε
στο διάγραμμα?

Συνεχές: έχει μία συγκεκριμένη φορά

Εναλλασσόμενο: η φορά αλλάζει περιοδικά με τον χρόνο

Η διαφορά δυναμικού ή τάση v μεταξύ δύο σημείων μετρίεται από το έργο που απαιτείται για να μεταφερθεί η μονάδα φορτίου από το ένα σημείο στο άλλο.

Το volt (V) είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων, όταν απαιτείται έργο 1 joule για να μεταφερθεί ένα coulomb από το ένα σημείο στο άλλο. →

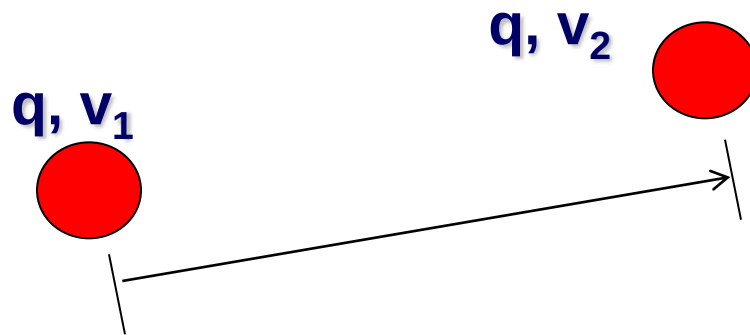
$$1 \text{ volt} = 1 \text{ joule} / \text{coulomb}$$

Διαφορά δυναμικού ή τάση (2/3)

1.9

Εάν δύο σημεία ενός κυκλώματος έχουν διαφορά δυναμικού v και ένα φορτίο q μεταφέρεται από το ένα σημείο στο άλλο, τότε παράγεται έργο $q \cdot v$

Σημασία έχει η διαφορά δυναμικού ($v = v_2 - v_1$) δύο σημείων (σε σχέση με σημείο αναφοράς).



Διαφορά δυναμικού ή τάση (3/3)

1.10

Μία τάση ή διαφορά δυναμικού μπορεί να υπάρχει μεταξύ ενός ζεύγους ηλεκτρικών ακροδεκτών:

→ στην περίπτωση που ρέει ένα ρεύμα

→ στην περίπτωση που δεν ρέει ρεύμα

π.χ. μια μπαταρία 1,5 volt: τάση 1,5 volt στα άκρα των ακροδεκτών ακόμα και εάν τίποτα δεν είναι συνδεδεμένο στους ακροδέκτες.



Χρονική συνάρτηση που περιγράφει μια ηλεκτρική ποσότητα (τάση, ρεύμα κλπ.), φορέας πληροφορίας, φορέας ισχύος κ.α.

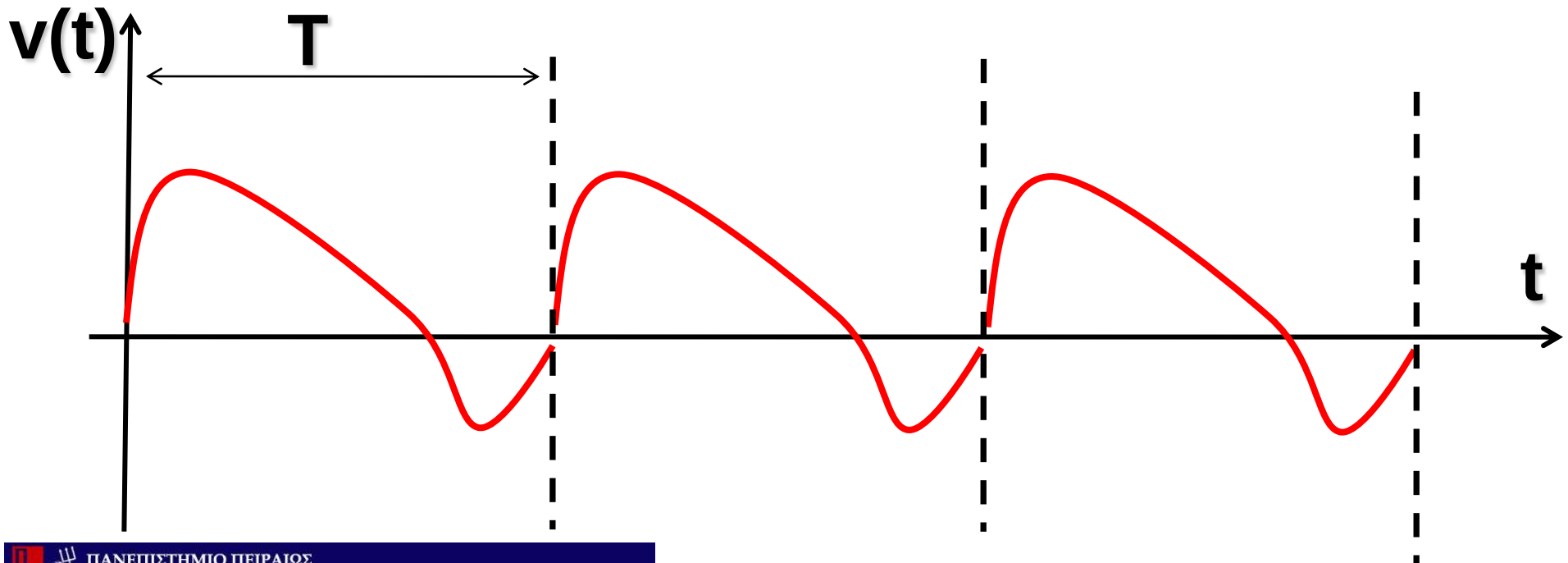


Περιοδικά Σήματα (1/2)

1.12

.....τα σήματα που είναι περιοδικές συναρτήσεις του χρόνου:

Δηλαδή $\rightarrow f(t) = f(t+T)$ ή γενικότερα $f(t) = f(t+kT)$ με $k=1,2,\dots$

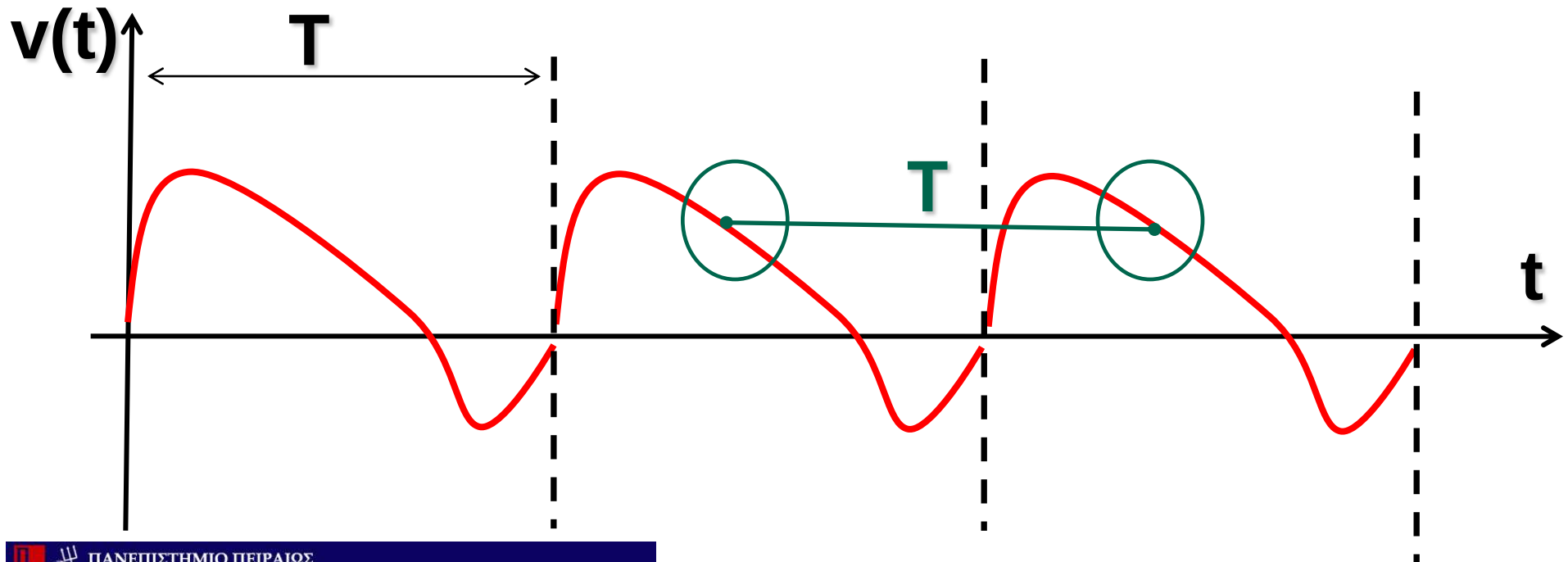


Περιοδικά Σήματα (2/2)

1.13

Το χρονικό διάστημα T λέγεται περίοδος του σήματος.

Είναι το διάστημα εκείνο στο οποίο η χρονική συνάρτηση λαμβάνει το σύνολο των τιμών της ... $\rightarrow$ περίοδος είναι η χρονική απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών ίσων τιμών της συνάρτησης.



Η συχνότητα (f) ορίζεται ως:

$$f = 1/T$$

Η κυκλική συχνότητα ως:

$$\omega = 2\pi * f$$

Με μονάδα μέτρησης το Hz = 1/sec

$$3 \cdot 10^8 / 50 = 6.000 \text{ km}$$



$$f=50\text{Hz} \rightarrow T=2 \cdot 10^{-2} \text{ sec}$$

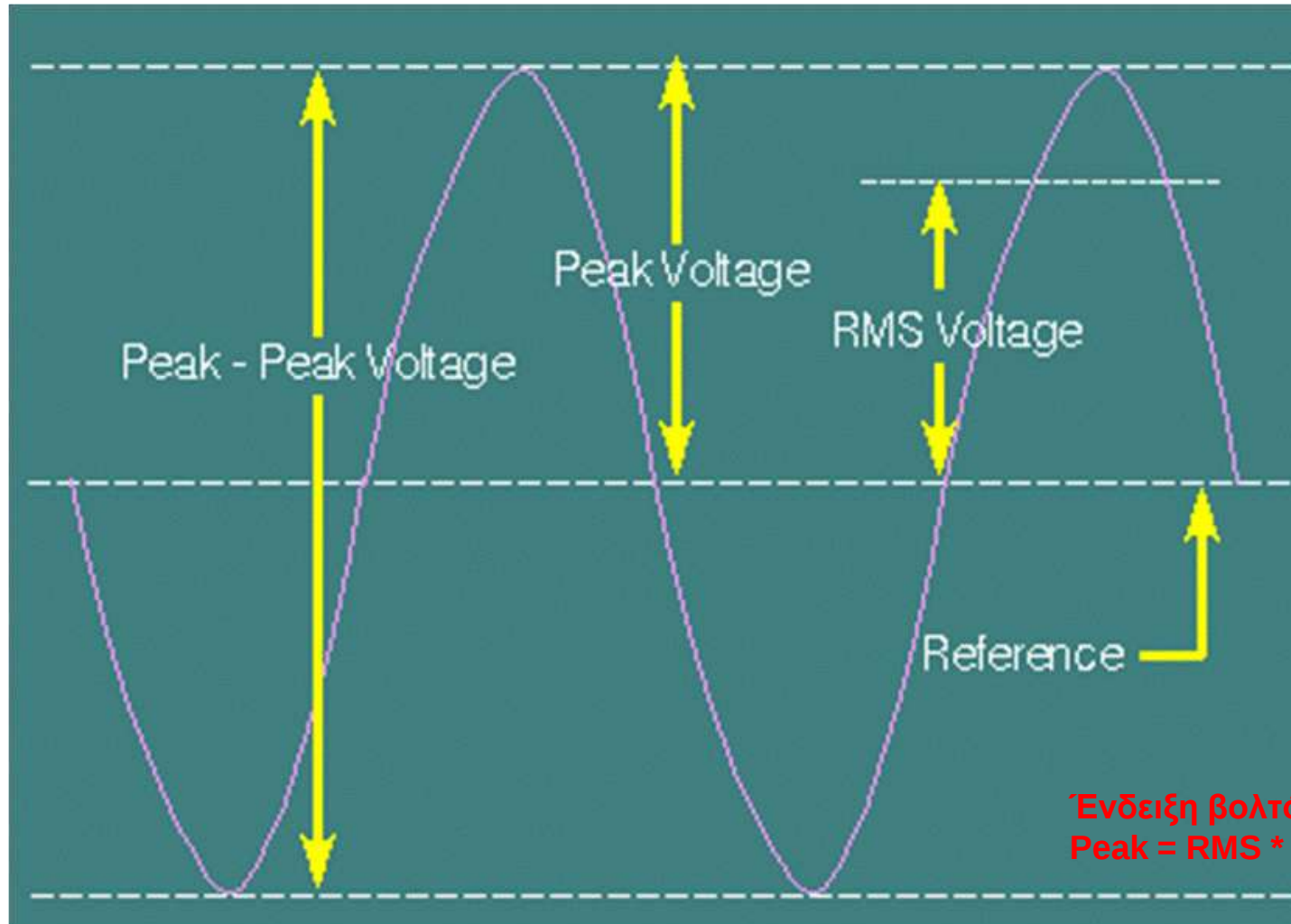
Μήκος κύματος

$$\lambda = c / f$$

Πολλαπλάσια της μονάδας: KHz (10^3Hz), MHz (10^6Hz), GHz(10^9Hz)

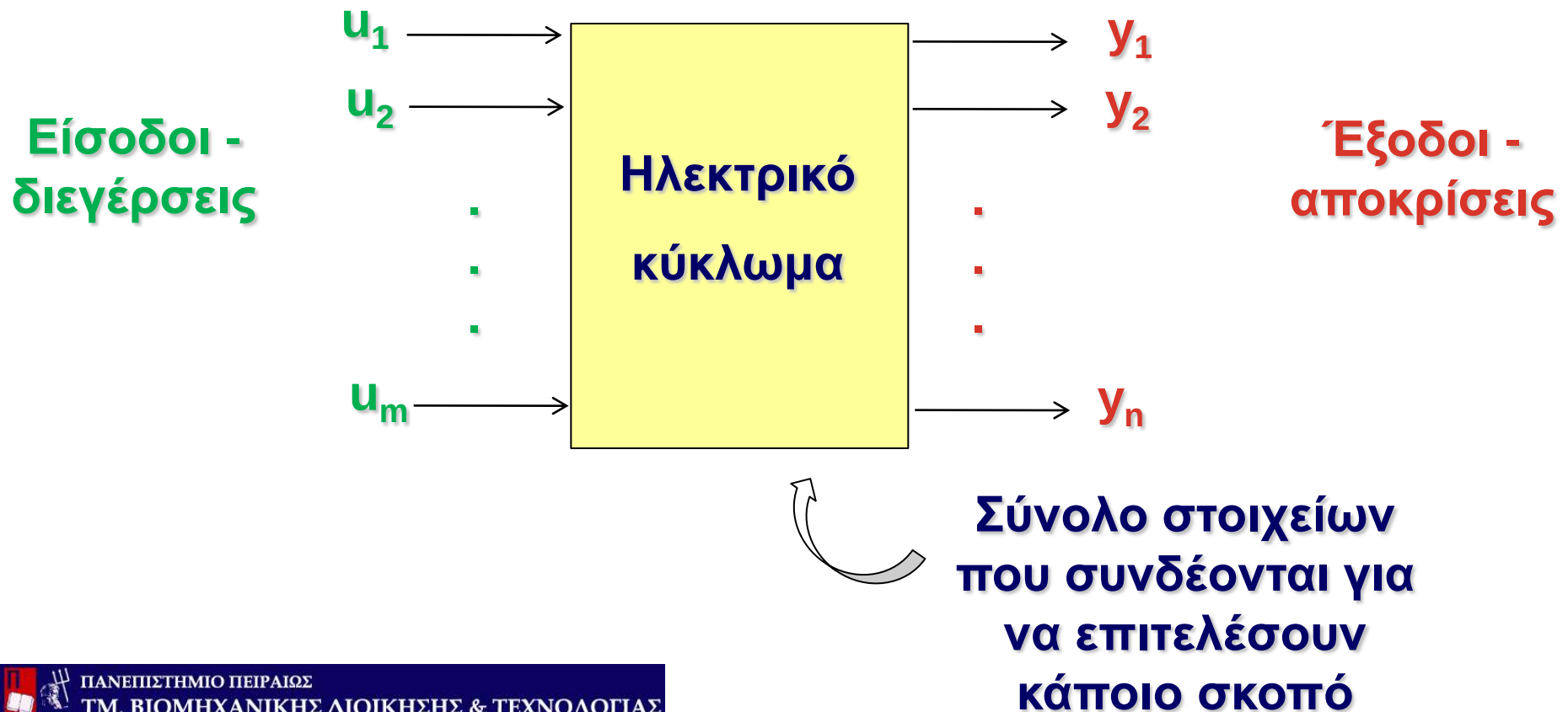
Συνεχές ρεύμα: $T \rightarrow \infty \rightarrow f \rightarrow 0 \rightarrow \lambda \rightarrow \infty$

root mean square (RMS) = 0.707 peak value



Ένδειξη βολτόμετρου → RMS
Peak = RMS * 1.41

Μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας από την μια διάταξη σε μια άλλη:



Όταν οι διαστάσεις (l) των ηλεκτρικών στοιχείων είναι πάρα πολύ μικρές ($l \ll \lambda$) σε σχέση με το μήκος κύματος (λ) του ρεύματος που τα διαρρέει:



Συγκεντρωμένα ηλεκτρικά στοιχεία:



Συγκεντρωμένα ηλεκτρικά κυκλώματα:



Εφαρμογή νόμων Kirchhoff.

Χαρακτηριστική ιδιότητα των συγκεντρωμένων (εντοπισμένων) ηλεκτρικών κυκλωμάτων (Η.Κ. – στοιχείων) είναι το μικρό μέγεθος αυτών σε σχέση με το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα του ρεύματος που τα διαρρέει.

.....για εντοπισμένα στοιχεία δύο ακροδεκτών, η ένταση του ρεύματος που εισέρχεται από τον έναν ακροδέκτη είναι ίση με την ένταση του ρεύματος που εξέρχεται από τον άλλον ακροδέκτη.

Ένα δίκτυο μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας (Η.Ε.) έχει μήκος $l=10.000\text{Km}$ και η συχνότητα λειτουργίας του είναι $f=50\text{Hz}$.
Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι συγκεντρωμένο?

1^ο βήμα: υπολογισμός του μήκους κύματος του ρεύματος που διαρρέει το δίκτυο:

$$\rightarrow \lambda = c / f$$

C: ταχύτητα του φωτός στο κενό = $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$\rightarrow \lambda = 3 \cdot 10^8 / 50 = 6.000 \text{ km}$ (συγκρίσιμο με το μήκος του δικτύου l)

Συνεπώς: Το δίκτυο αυτό δεν μπορεί να θεωρηθεί συγκεντρωμένο.

Για ποιες συχνότητες λειτουργίας το κύκλωμα θα μπορούσε να θεωρηθεί συγκεντρωμένο?

$$\rightarrow \lambda = c / f \ll 10.000 \rightarrow f \ll c / l = 3 \cdot 10^8 / (10^4 \cdot 10^3) = 30 \text{ Hz} \rightarrow$$

.....για συχνότητες λειτουργίας μικρότερες των 30Hz το δίκτυο θα μπορούσε να θεωρηθεί συγκεντρωμένο.

Όσο μειώνεται η συχνότητα λειτουργίας τόσο αυξάνεται η ακρίβεια του συγκεντρωμένου κυκλώματος.

Τι συμβαίνει στο συνεχές?



Τα μη συγκεντρωμένα Η.Κ.:



Κατανεμημένα Η.Κ.



Διαστάσεις μεγαλύτερες ή συγκρίσιμες με το μήκος κύματος του ρεύματος που τα διαρρέει:



Βασικό χαρακτηριστικό: ακτινοβολούν ενέργεια (π.χ. κεραία)

Άσκηση 1.7 -1

Ένας ραδιοφωνικός δέκτης συνδέεται με την κεραία του με ένα καλώδιο μήκους 20m. Ο δέκτης είναι συντονισμένος στην συχνότητα των 104,7 MHz. Μπορούμε να πούμε ότι τα στιγμιαία ρεύματα στην είσοδο του δέκτη και στην κεραία είναι κάθε χρονική στιγμή ίσα? Αν όχι, για ποιο μήκος καλωδίου μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ισχύσει η ισότητα?

Άσκηση 1.7 -1

Το μήκος κύματος ακτινοβολίας του πομπού:

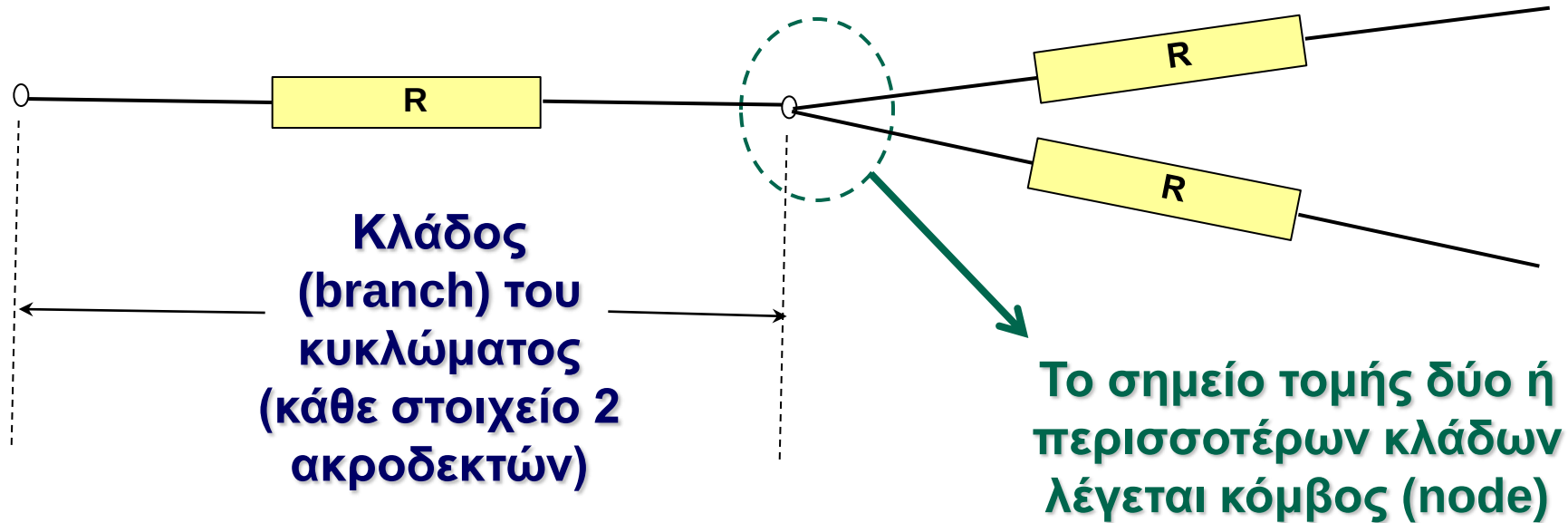
$$\lambda = c / f = 3 \cdot 10^8 [\text{m/s}] / 104,7 \cdot 10^6 \text{Hz} = 2,86 \text{m}$$

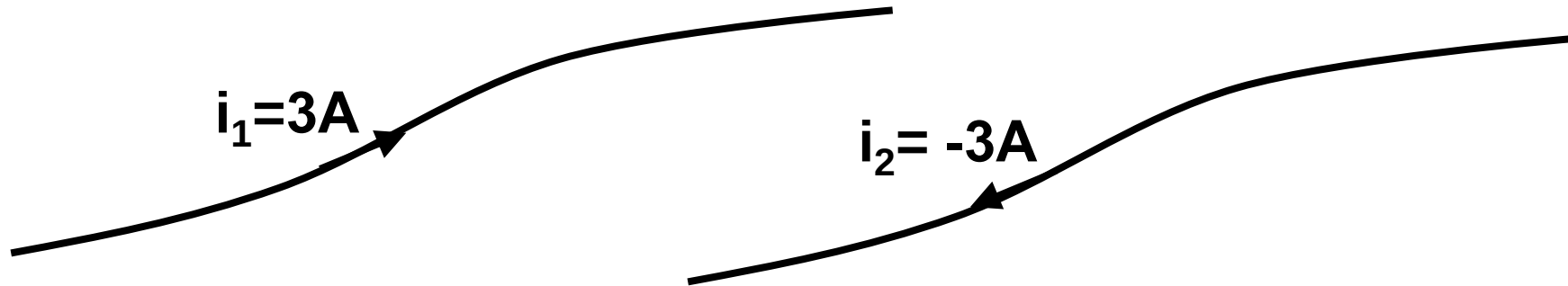
Το μήκος του καλωδίου είναι $20\text{m} > 2,86\text{m}$, οι στιγμιαίες τιμές του ρεύματος στην κεραία του δέκτη δεν είναι κάθε χρονική στιγμή ίσες και συνεπώς το καλώδιο ακτινοβολεί. Για να ισχύει η ισότητα πρέπει το μήκος του καλωδίου να είναι $l \ll 2,86\text{m}$. Πρακτικά για να είναι αμελητέα η ακτινοβολία του καλωδίου, το μήκος του πρέπει να είναι τουλάχιστον 10 φορές μικρότερο από το μήκος της ακτινοβολίας (δηλαδή μικρότερο από $0,286\text{m}$).

Ηλεκτρικά στοιχεία

2-ακροδεκτών: αντίσταση (R), πυκνωτής (C) & πηνίο (L)

Περισσότερων ακροδεκτών: μετασχηματιστής, τρανζίστορ





Σχέση i_1 , i_2 ?

Βέλος: Βασικό τμήμα του
ορισμού ενός ρεύματος

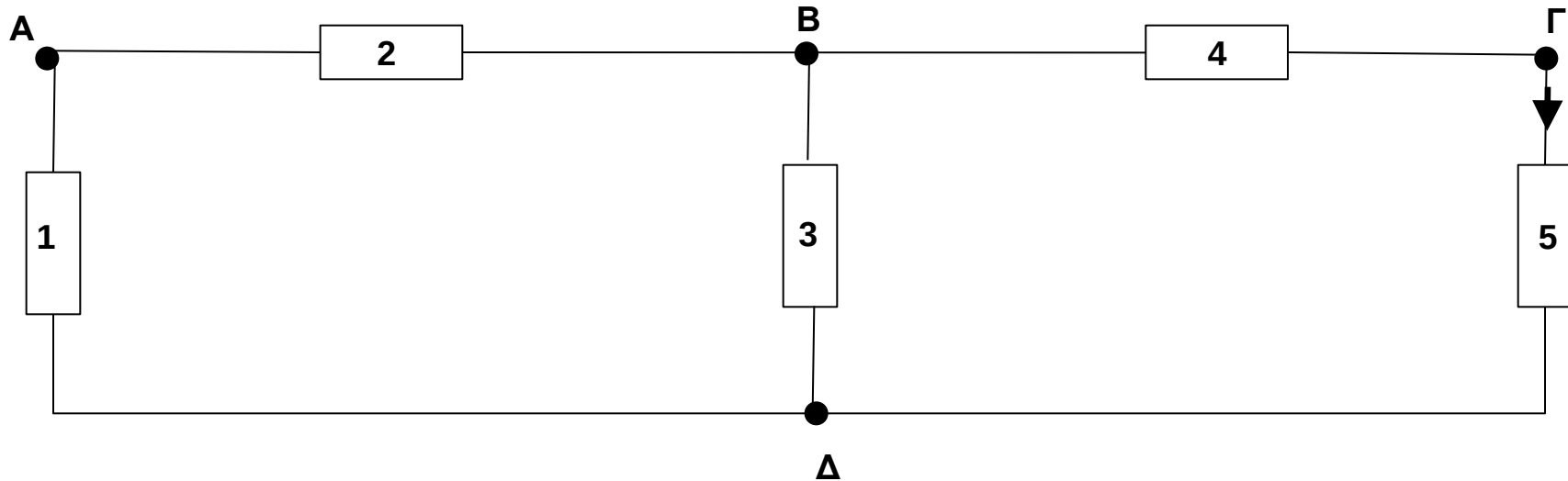
Κλάδος: στοιχείο δικτύου με δύο ακροδέκτες

Κόμβος: κοινός ακροδέκτης (ή κοινό σημείο) δύο ή περισσότερων κλάδων

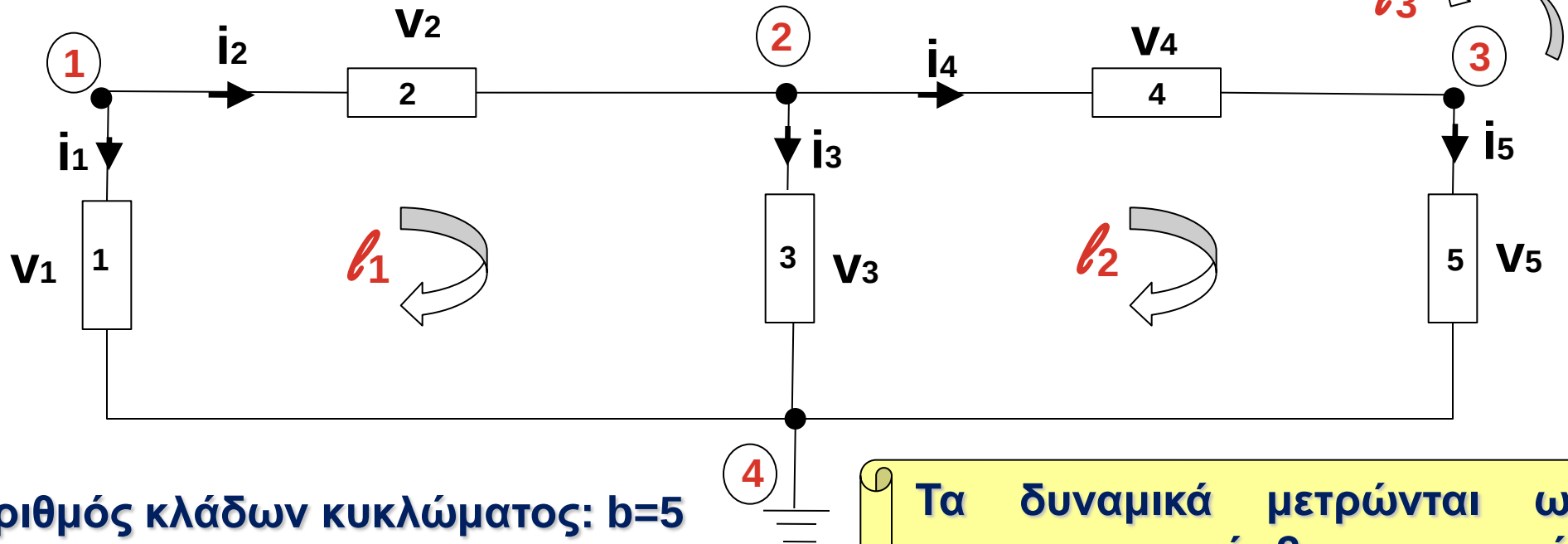
Βρόχος: κλειστή διαδρομή κλάδων όπου κάθε κλάδος περιέχεται μία μόνο φορά (απλοί: στο εσωτερικό τους δεν περιέχουν άλλους κλάδους και σύνθετοι)

Βρόχος (απλός / σύνθετος)

1.27



Ηλεκτρικό κύκλωμα



Αριθμός κλάδων κυκλώματος: $b=5$

Αριθμός κόμβων: $n_t=4$

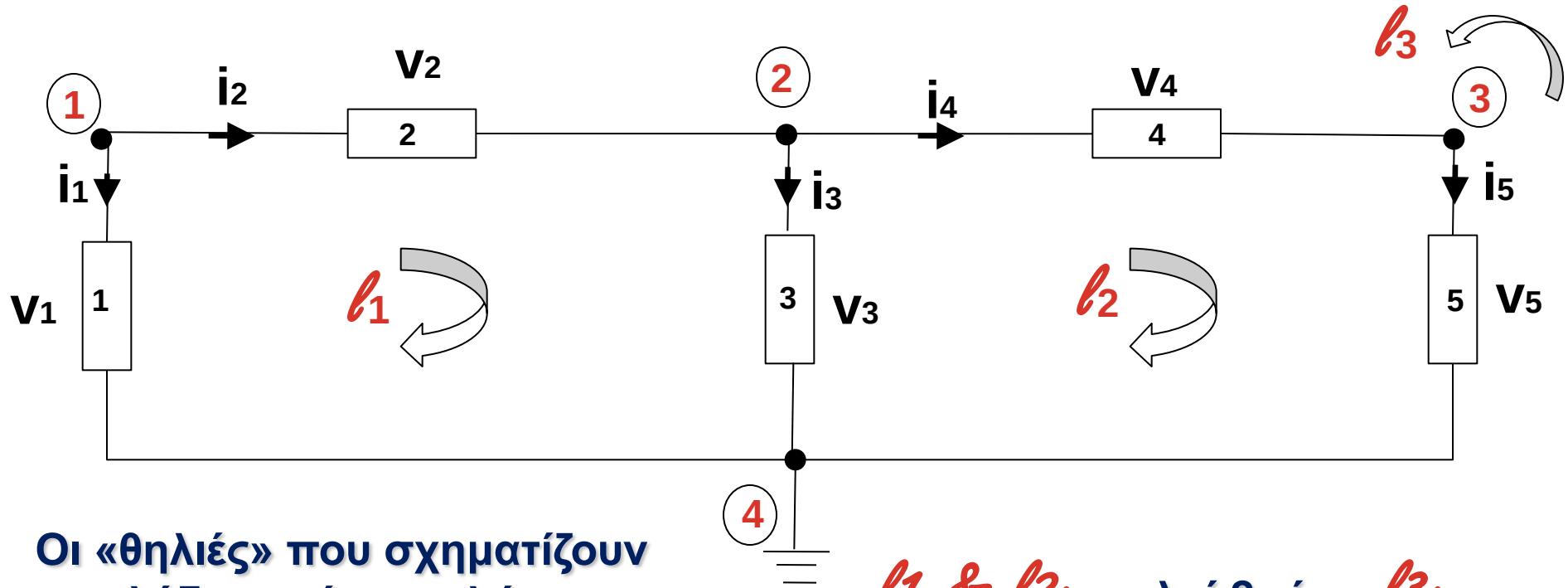
Ρεύμα κλάδου: $i_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, b$)

Δυναμικό κόμβου: $e_k(t)$ ($k=1, 2, \dots, n_t$)

Τάση κλάδου: $v_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, b$)

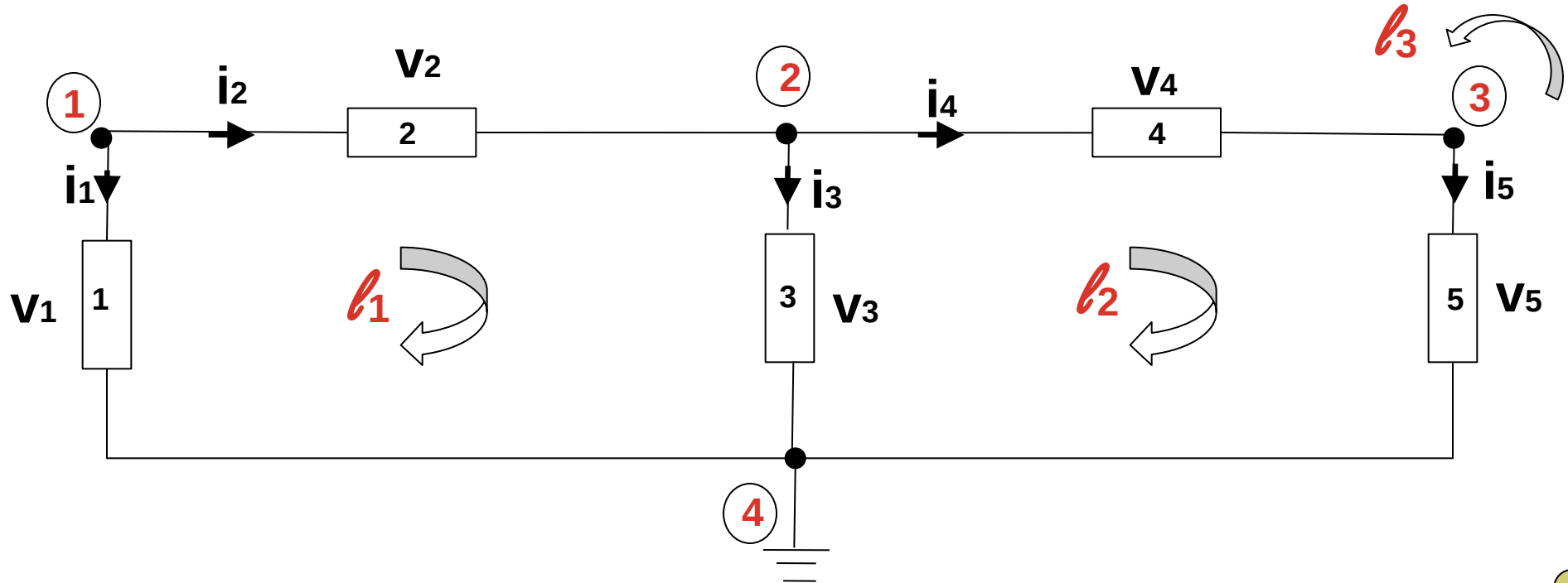
Τα δυναμικά μετρώνται ως προς τον κόμβο αναφοράς (σύμβολο γείωσης)

Διαφορά δυναμικού ανάμεσα σε δυο κόμβους του κλάδου

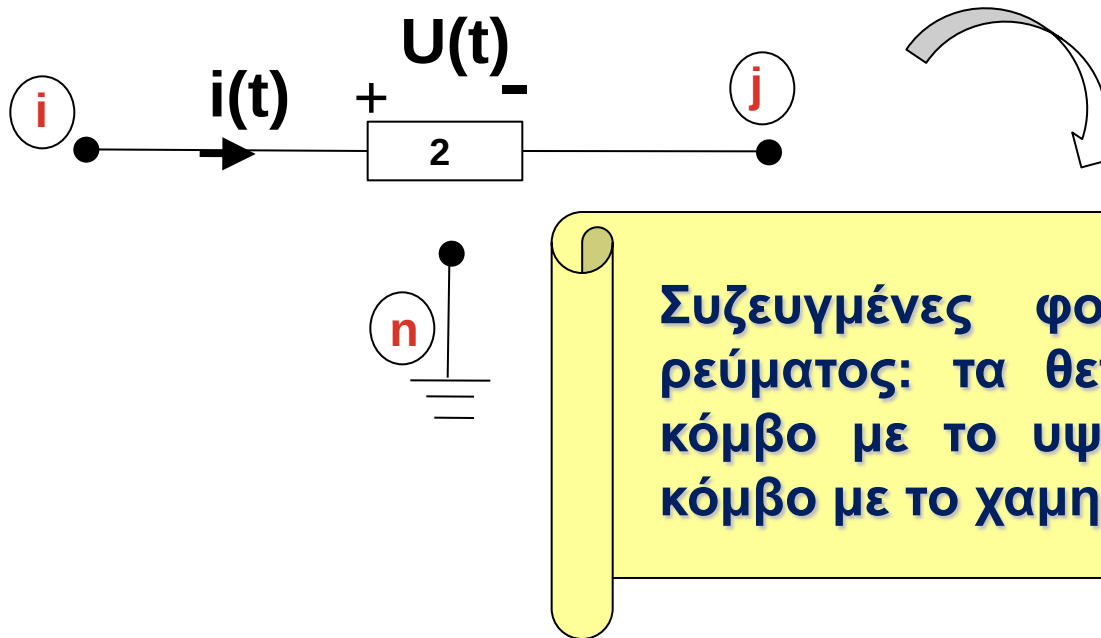


Οι «θηλιές» που σχηματίζουν οι κλάδοι ενός κυκλώματος ονομάζονται βρόχοι.

ℓ_1 & ℓ_2 : απλοί βρόχοι ℓ_3 : σύνθετος βρόχος (περιέχει και άλλους κλάδους στο εσωτερικό του) - φορά αναφοράς από – προς το + (αυθαίρετος ορισμός)



Αν το πραγματικό ρεύμα (τάση) έχει την ίδια φορά με την φορά αναφοράς του ρεύματος (τάσης) κλάδου, τότε το πραγματικό ρεύμα (τάση) θεωρείται θετικό (...στην αντίθετη περίπτωση θεωρείται αρνητικό)



Συζευγμένες φορές αναφοράς τάσης και ρεύματος: τα θετικά φορτία ρέουν από τον κόμβο με το υψηλότερο δυναμικό προς τον κόμβο με το χαμηλότερο.

Στην περίπτωση κυκλώματος με συζευγμένες φορές αναφοράς:

$P(t)=v(t)*i(t)>0$: ισχύς που ρέει προς τον κλάδο (απορροφά ισχύ)

$P(t)=v(t)*i(t)<0$: ισχύς που ρέει εκτός του κλάδου (παρέχει ισχύ)

Ο νόμος των ρευμάτων του Kirchhoff:

“Σε ένα συγκεντρωμένο ηλεκτρικό κύκλωμα το άθροισμα των ρευμάτων $i_j(t)$ όλων των κλάδων, που φτάνουν ή φεύγουν από κάθε κόμβο (j) του κυκλώματος, είναι κάθε χρονική στιγμή (t) ίσο με μηδέν”.

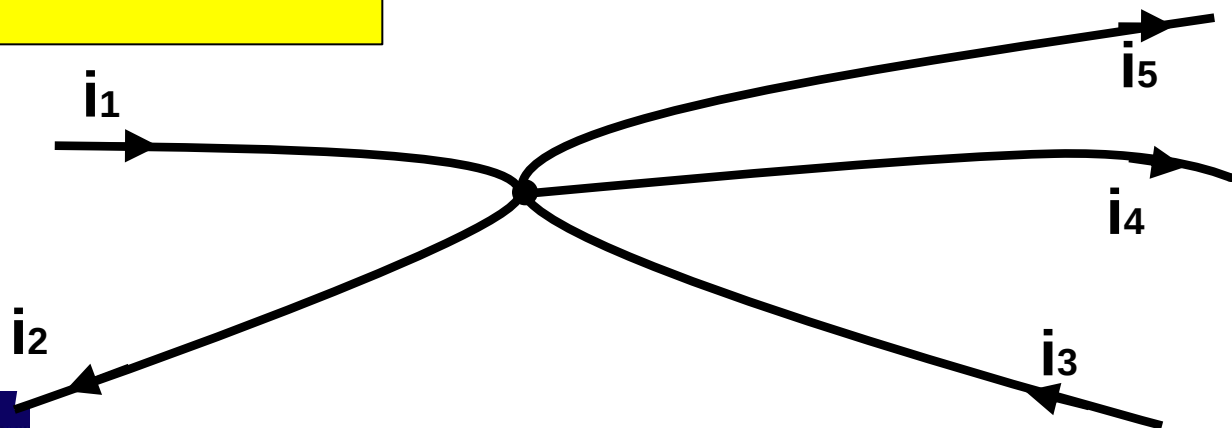
Νόμος ρευμάτων Kirchhoff

1.33

.....με άλλα λόγια $\rightarrow$ Το άθροισμα των ρευμάτων που εισέρχονται σε έναν κόμβο είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων που εξέρχονται από τον κόμβο.

$$\sum \text{εισερχομένων ρευμάτων} = \sum \text{εξερχομένων ρευμάτων}$$

$$i_1(t) + i_3(t) = i_2(t) + i_5(t) + i_4(t)$$

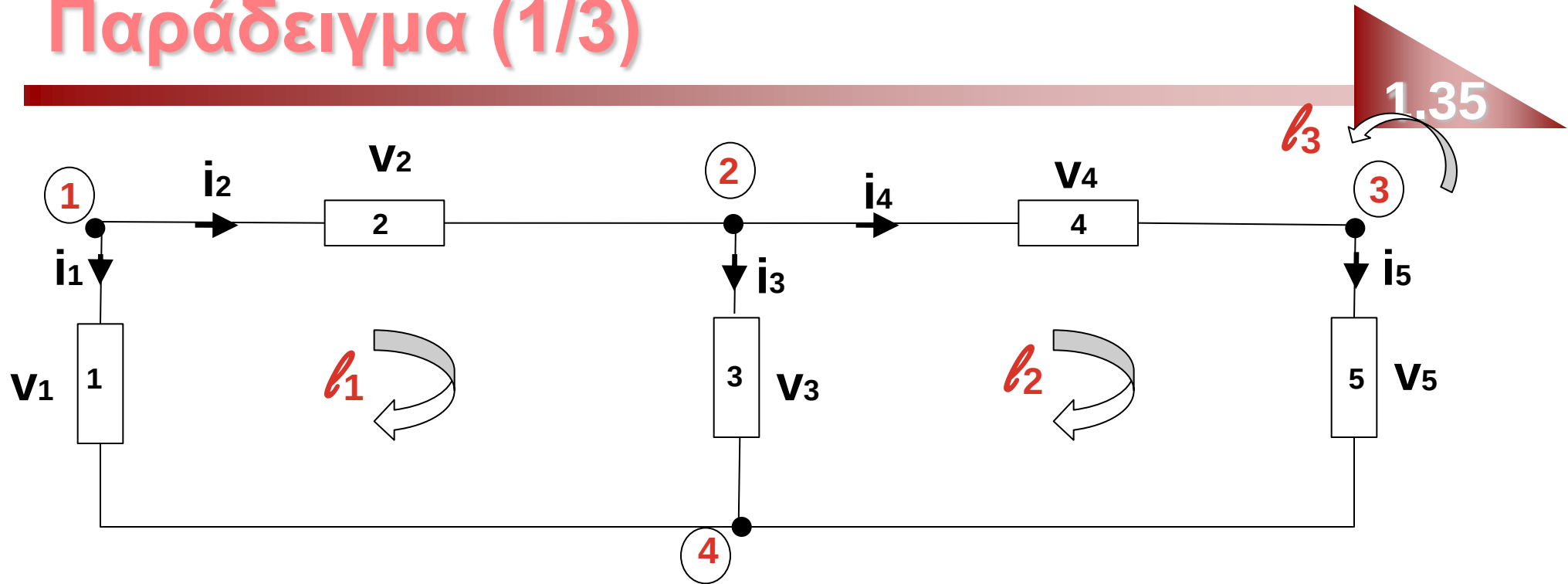


Η σχέση είναι στιγμιαία και ισχύει για οποιοδήποτε συγκεντρωμένο δίκτυο ανεξάρτητα από το είδος των στοιχείων του (γραμμικά, μη γραμμικά, χρονικά μεταβαλλόμενα, χρονικά αναλλοίωτα, ενεργητικά, παθητικά)



...εκφράζει τη διατήρηση του φορτίου για ένα κόμβο (αξιοωματική αρχή του ηλεκτρομαγνητισμού)

Παράδειγμα (1/3)



κόμβος 1: $i_1(t) + i_2(t) = 0$

κόμβος 2: $-i_2(t) + i_4(t) + i_3(t) = 0$

κόμβος 3: $-i_4(t) + i_5(t) = 0$

κόμβος 4: $-i_3(t) - i_5(t) - i_1(t) = 0$

Θεωρούμε αρνητικά τα
ρεύματα που φθάνουν σε
έναν κόμβο και θετικά αυτά
που φεύγουν

Παράδειγμα (2/3)

1.36

κόμβος 1: $i_1(t) + i_2(t) = 0$

κόμβος 2: $-i_2(t) + i_4(t) + i_3(t) = 0$

κόμβος 3: $-i_4(t) + i_5(t) = 0$

κόμβος 4: $-i_3(t) - i_5(t) - i_1(t) = 0$

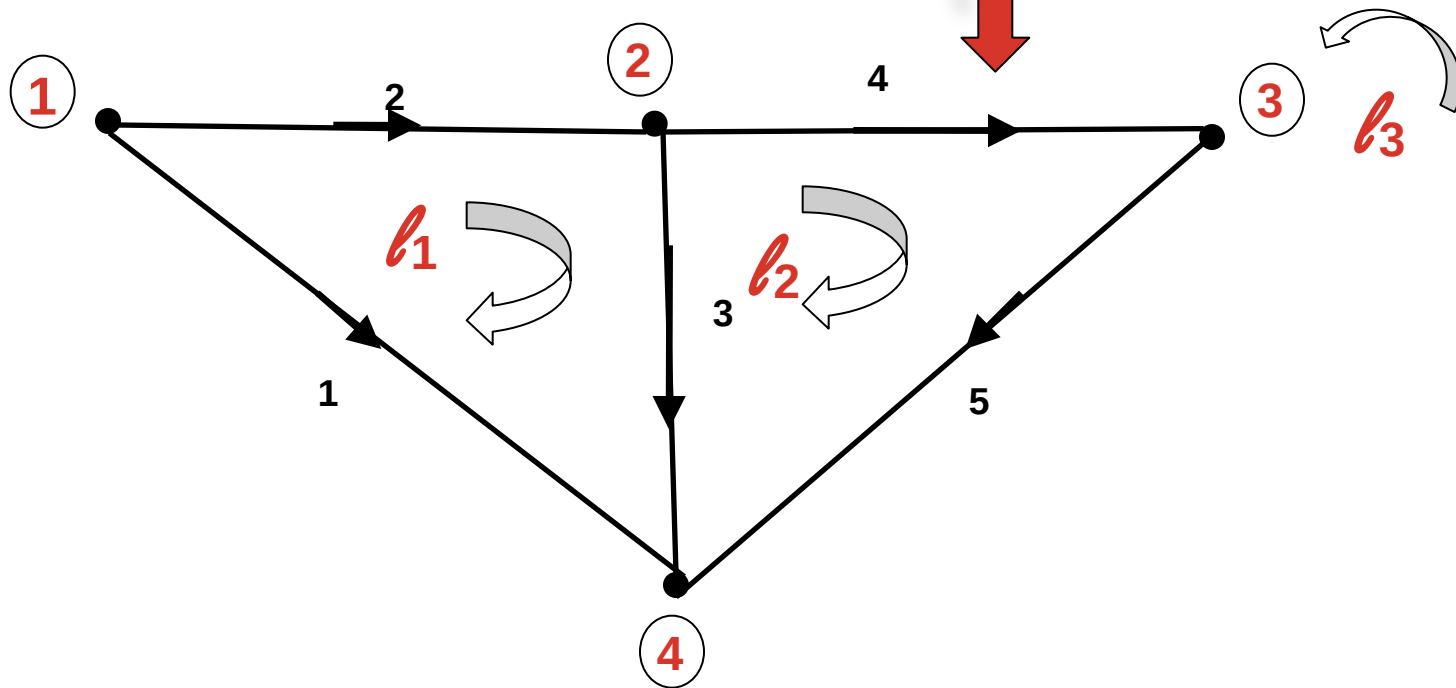
Εξισώσεις κόμβων (n) →
Γραμμικά εξαρτημένες ...
π.χ. (1)+(2)+(3) = -(4)

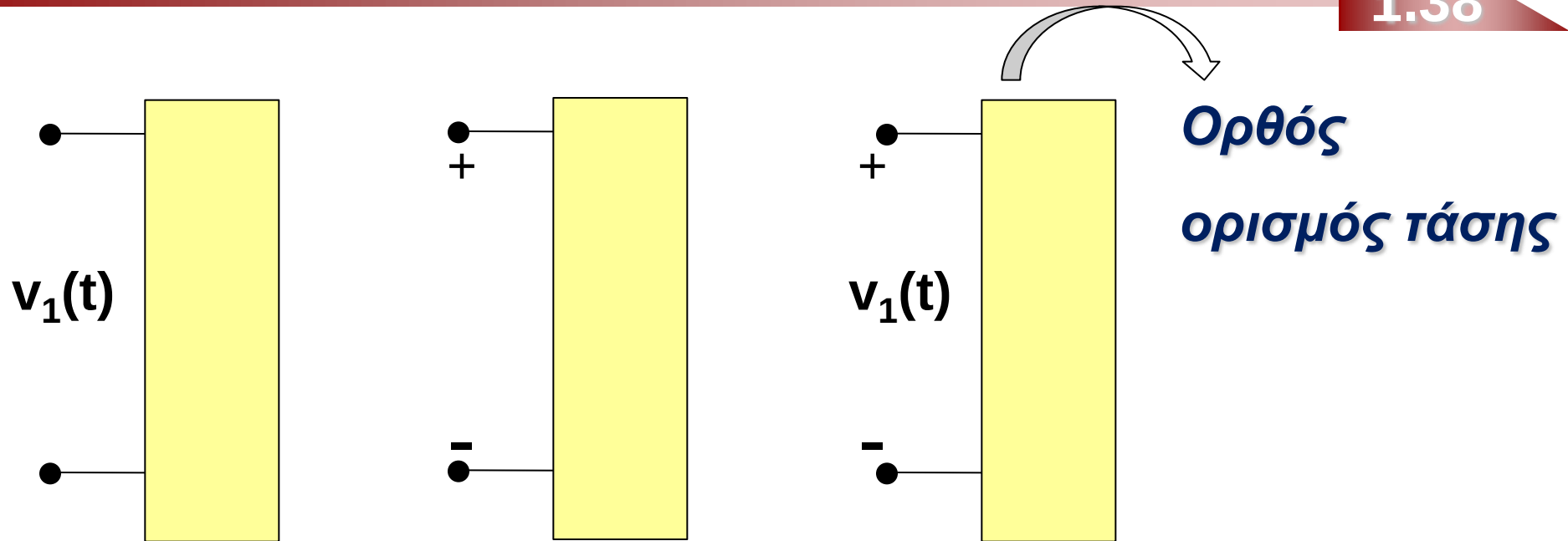
Για να βρούμε τα ρεύματα των κλάδων χρειαζόμαστε n-1 εξισώσεις (συνήθως δεν λαμβάνεται υπόψη η εξίσωση του κόμβου αναφοράς)

Παράδειγμα (3/3)

1.37

Παρατηρούμε ότι οι εξισώσεις είναι ανεξάρτητες από την φύση των στοιχείων του κυκλώματος (εξάρτηση μόνο από την τοπολογία του κυκλώματος).





Όταν έχουμε περισσότερες από μία πηγές σε ένα κλειστό κύκλωμα και οι φορές τους δεν συμφωνούν, τότε η τάση κάθε πηγής θεωρείται θετική, αν έχει τη φορά του ρεύματος που υποθέτουμε ότι διαρρέει το κύκλωμα αυτό.

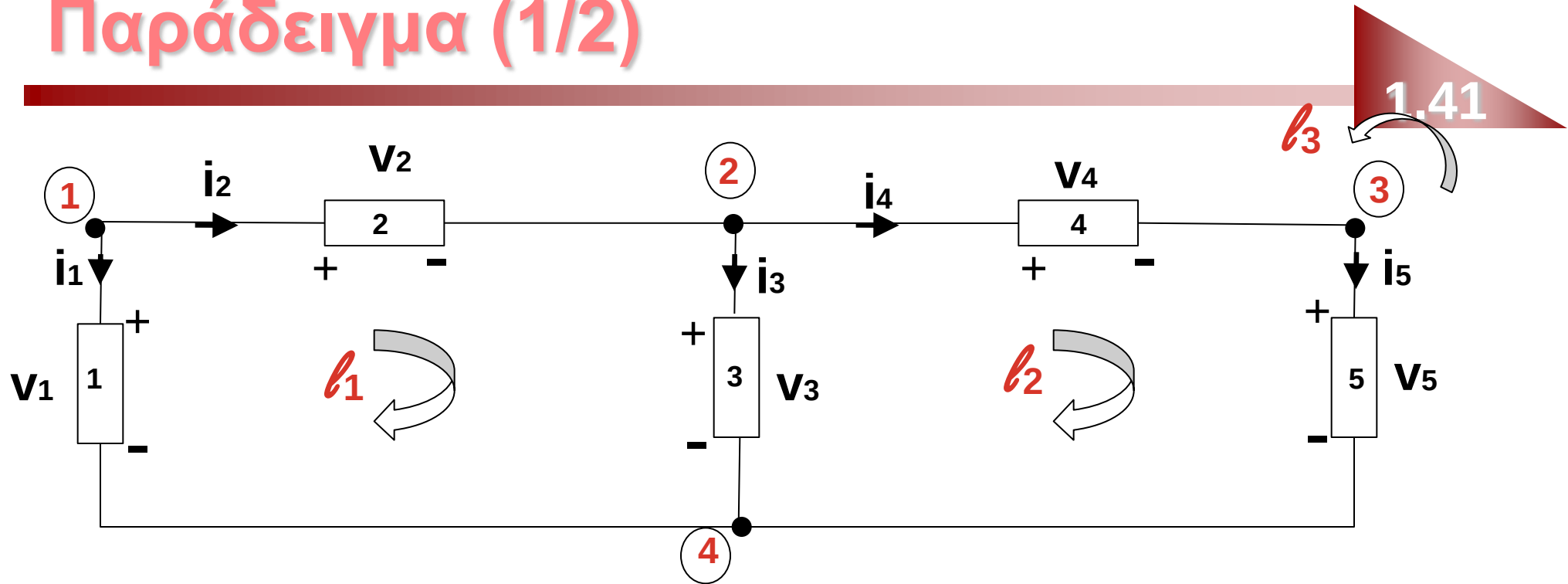
Ο νόμος των τάσεων του Kirchhoff:

“Σε ένα συγκεντρωμένο ηλεκτρικό κύκλωμα το άθροισμα των τάσεων $V_i(t)$ των κλάδων, που αποτελούν βρόχους, είναι κάθε χρονική στιγμή (t) ίσο με μηδέν”.

..... με άλλα λόγια... :

Το άθροισμα των ανυψώσεων δυναμικού (ανυψώσεων τάσεως) κατά μήκους οποιουδήποτε κλειστού κυκλώματος είναι ίσο με το άθροισμα των πτώσεων δυναμικού (πτώσεων τάσεως) στο ίδιο κύκλωμα.

Παράδειγμα (1/2)



βρόχος ℓ_1 : $v_1(t) - v_2(t) - v_3(t) = 0$

βρόχος ℓ_2 : $v_3(t) - v_4(t) - v_5(t) = 0$

βρόχος ℓ_3 : $v_5(t) + v_4(t) + v_2(t) - v_1(t) = 0$

Θεωρούμε θετικές τις τάσεις των κλάδων των οποίων οι φορές αναφοράς της τάσης συμπίπτουν με αυτή του βρόχου

Παράδειγμα (2/2)

1.42

βρόχος 1: $v_1(t) - v_2(t) - v_3(t) = 0$

βρόχος 2: $v_3(t) - v_4(t) - v_5(t) = 0$

βρόχος 3: $v_5(t) + v_4(t) + v_2(t) - v_1(t) = 0$

Εξισώσεις βρόχων (b) →
Γραμμικά εξαρτημένες ...

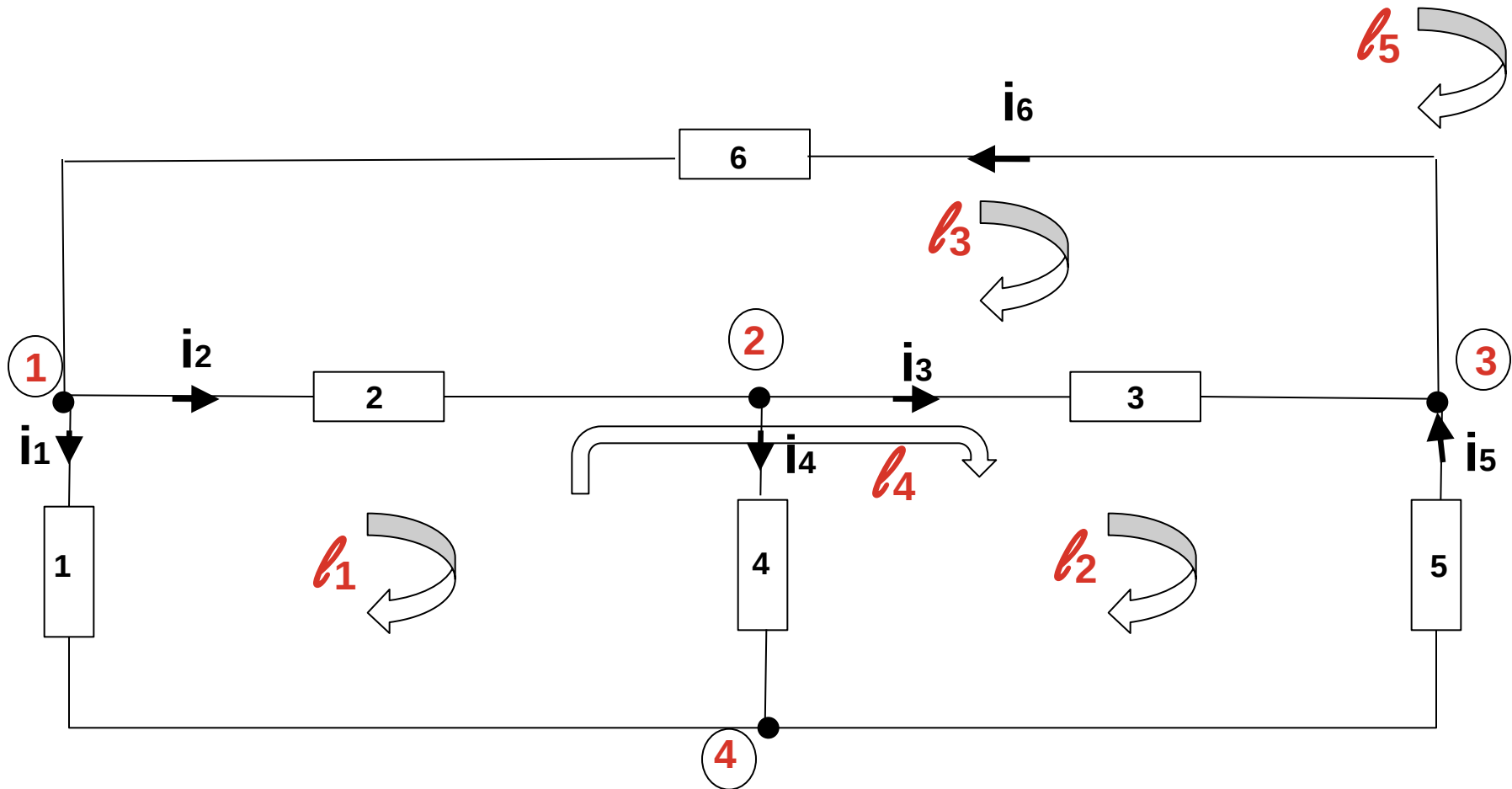
Για να βρούμε τις τάσεις των κλάδων (b) χρειαζόμαστε $b-(n-1)$ εξισώσεις (όπου: (n) ο αριθμός των κόμβων)

Άσκηση 1.7 -2

Να γραφούν οι εξισώσεις κόμβων και όλων των δυνατών βρόχων του κυκλώματος. Ναδειχθεί ότι οι εξισώσεις αυτές είναι γραμμικά εξαρτημένες. Ναδειχθεί ότι οι εξισώσεις των απλών βρόχων του κυκλώματος είναι γραμμικά ανεξάρτητες.

Άσκηση (2/5)

1.44



Άσκηση (3/5)

1.45

Θεωρούμε αρνητικά τα ρεύματα που φθάνουν σε έναν κόμβο και θετικά αυτά που φεύγουν

κόμβος 1: $i_1(t) + i_2(t) - i_6(t) = 0$

κόμβος 2: $-i_2(t) + i_4(t) + i_3(t) = 0$

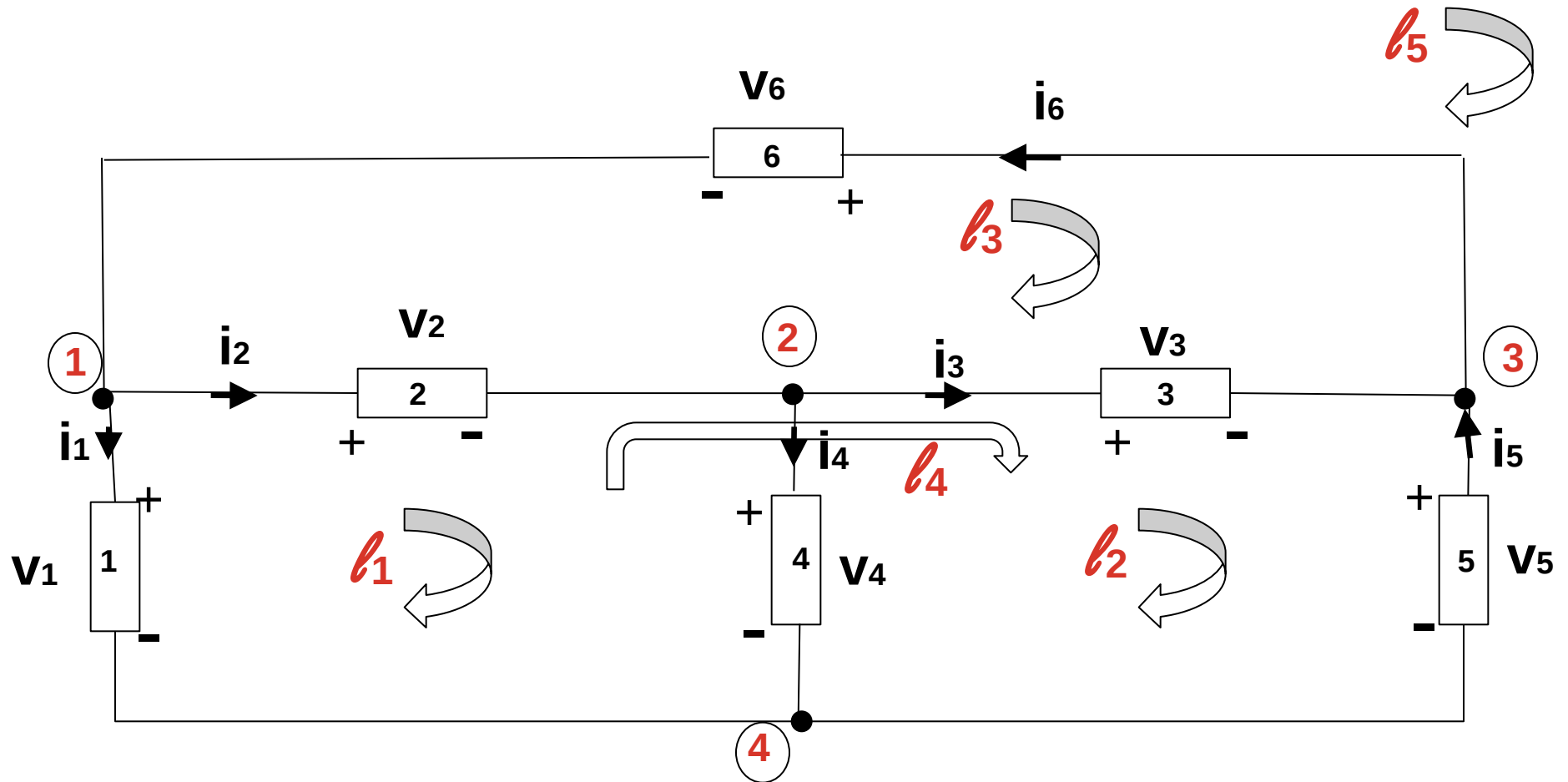
κόμβος 3: $-i_3(t) - i_5(t) + i_6(t) = 0$

κόμβος 4: $-i_4(t) + i_5(t) - i_1(t) = 0$

Γραμμικά εξαρτημένες.
Το άθροισμα των 3
εξισώσεων δίνει την 4^η

Άσκηση (4/5)

1.46



Θεωρούμε θετικές τις τάσεις των κλάδων των οποίων οι φορές αναφοράς της τάσης συμπίπτουν με αυτή του βρόχου

βρόχος ℓ_1 : $v_1(t) - v_2(t) - v_4(t) = 0$

βρόχος ℓ_2 : $-v_3(t) + v_4(t) - v_5(t) = 0$

βρόχος ℓ_3 : $v_3(t) + v_6(t) + v_2(t) = 0$

βρόχος ℓ_4 : $-v_2(t) - v_3(t) - v_5(t) + v_1(t) = 0$

βρόχος ℓ_5 : $-v_5(t) + v_1(t) + v_6(t) = 0$

Απλοί

Γραμμικά εξαρτημένες.
Το άθροισμα των $\ell_1 + \ell_2$
δίνει την ℓ_4 . $\ell_1 + \ell_3 = \ell_5$.

Για να βρούμε τις τάσεις των κλάδων ($b=6$) χρειαζόμαστε $b-(n-1)$ εξισώσεις (όπου: (n) ο αριθμός των κόμβων): $6-(4-1)=3$

Άσκηση 1.7 -3

Τα κυκλώματα K1, K2 συνδέονται με δύο (2) αγωγούς. Οι φορές αναφοράς της τάσης και του ρεύματος δίνονται στο σχήμα. Η τάση ανάμεσα στους αγωγούς σύνδεσης και το ρεύμα των αγωγών έχουν τις τιμές: (α) $i = 2\text{A}$, $v = 20\text{V}$, (β) $i = -3\text{A}$, $v = 220\text{V}$

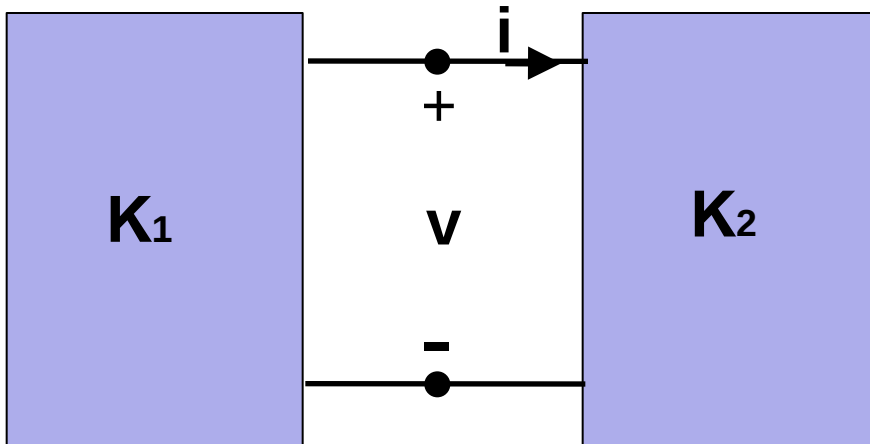
(γ) $i = 10\text{A}$, $v = -120\text{V}$, (δ) $i = -5\text{A}$, $v = -35\text{V}$

Σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις προσδιορίστε το κύκλωμα που παρέχει και το κύκλωμα που απορροφά ισχύ.

Άσκηση (2/3)

1.49

***Συζευγμένες φορές αναφοράς τάσης και ρεύματος: τα θετικά φορτία ρέουν από τον κόμβο με το υψηλότερο δυναμικό προς τον κόμβο με το χαμηλότερο. (εδώ συζευγμένες ως προς K2)**



$P(t)=v(t)*i(t)>0$: ισχύς που
ρέει προς τον κλάδο
(απορρόφηση ισχύος)

$P(t)=v(t)*i(t)<0$: ισχύς που
ρέει εκτός του κλάδου
(παροχή ισχύος)

Οι φορές αναφοράς του κυκλώματος είναι συζευγμένες ως προς το κύκλωμα K2. Συνεπώς, η ροή της ισχύος αναφέρεται σ' αυτό το κύκλωμα.

(α) $i = 2A$, $v = 20V \rightarrow$ ρεύμα και τάση ομόσημα συνεπώς το γινόμενό τους είναι θετικό $p=v*i= 20*2=40W \rightarrow$ Το K2 απορροφά την ισχύ που παρέχει το K1.

(β) $i = -3\text{A}$, $v = 220\text{V} \rightarrow$ ρεύμα και τάση ετερόσημα συνεπώς το γινόμενο τους είναι αρνητικό $p = v \cdot i = 220 \cdot (-3) = -660\text{ W} \rightarrow$ Το K1 απορροφά την ισχύ που παρέχει το K2.

(γ) $i = 10\text{A}$, $v = -120\text{V} \rightarrow$ ρεύμα και τάση ετερόσημα συνεπώς το γινόμενο τους είναι αρνητικό $p = v \cdot i = 120 \cdot (-10) = -1200\text{ W} \rightarrow$ Το K1 απορροφά την ισχύ που παρέχει το K2.

(δ) $i = -5\text{A}$, $v = -35\text{V} \rightarrow \rightarrow$ ρεύμα και τάση ομόσημα συνεπώς το γινόμενο τους είναι θετικό $p = v \cdot i = -35 \cdot (-5) = 175\text{W} \rightarrow$ Το K2 απορροφά την ισχύ που παρέχει το K1.

*Σε κάθε συγκεντρωμένο ηλεκτρικό κύκλωμα ισχύει
κάθε χρονική στιγμή η σχέση:*

$$\sum_{i=1}^{..b} v_i(t) * i_i(t) = 0$$

b: το πλήθος των κλάδων του κυκλώματος

Φυσική σημασία: σε ένα συγκεντρωμένο ηλεκτρικό κύκλωμα η ενέργεια διατηρείται (δεν ακτινοβολείται) – το συγκεντρωμένο ηλεκτρικό κύκλωμα είναι ένα κλειστό φυσικό σύστημα.

Παράδειγμα 1.5 -2

Θεωρούμε το κύκλωμα του σχήματος που ακολουθεί.

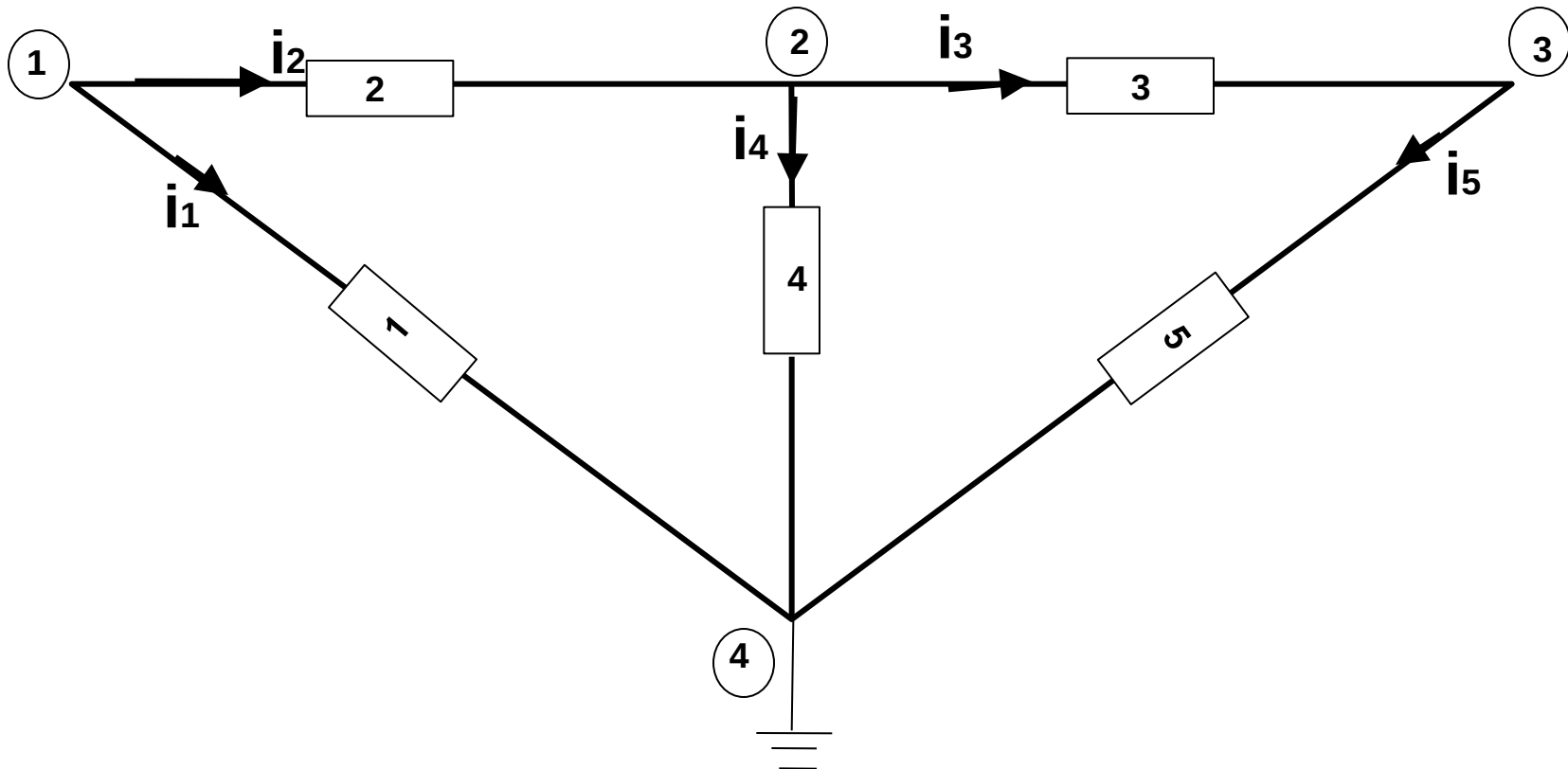
Στο σχήμα αυτό:

$i_1(t)$, $i_2(t)$ $i_5(t)$ είναι τα ρεύματα κλάδων

$v_1(t)$, $v_2(t)$ $v_5(t)$ είναι οι τάσεις των κλάδων

και $e_1(t)$, $e_2(t)$, $e_3(t)$, $e_4(t)$ είναι οι τάσεις των κόμβων.

Ο κόμβος 4 θεωρείται ως κόμβος αναφοράς.



Προκύπτουν οι σχέσεις:

$$v_1(t) = e_1(t)$$

$$v_2(t) = e_1(t) - e_2(t)$$

$$v_3(t) = e_2(t) - e_3(t)$$

$$v_4(t) = e_2(t)$$

$$v_5(t) = e_3(t)$$

$$\sum_{i=1 \dots 6} (v_i i_i) = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 + v_4 i_4 + v_5 i_5 = e_1 i_1 + e_1 i_2 - e_2 i_2 + e_2 i_3 - e_3 i_3 + e_2 i_4 + e_3 i_5 = e_1 (i_1 + i_2) + e_2 (-i_2 + i_3 + i_4) + e_3 (-i_3 + i_5) = \dots \text{ από νόμο}$$

ρευμάτων kirchhoff ... = 0

* *Νόμοι Kirchhoff – άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας στα συγκεντρωμένα ηλεκτρικά κυκλώματα.*

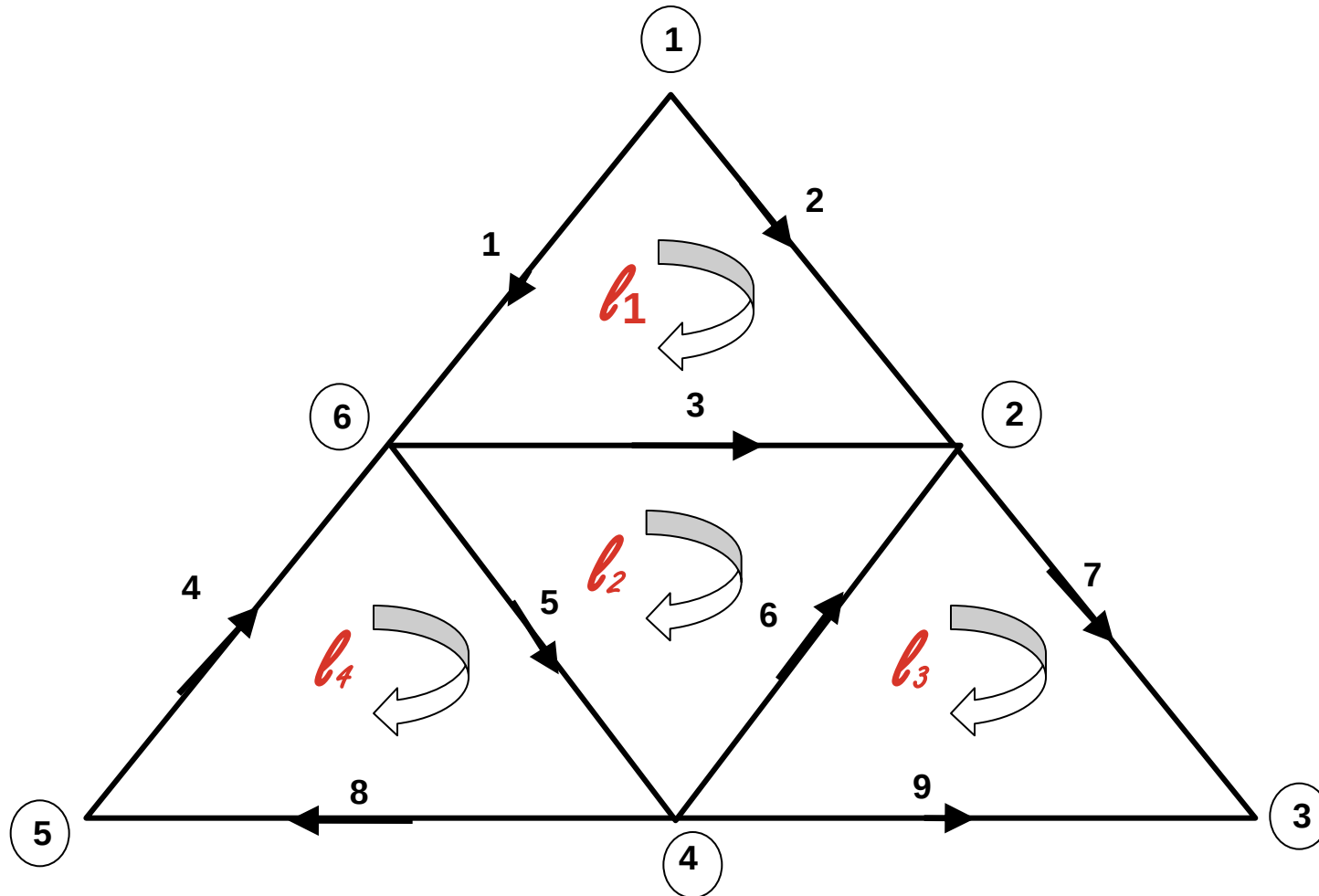
Άσκηση 1.7 -4 (με μια μικρή αλλαγή)

Στο κύκλωμα του σχήματος που ακολουθεί δίνονται τα ρεύματα κλάδων $i_1=2A$, $i_3=1A$, $i_7=2A$ και $i_8=3A$ και οι τάσεις των κλάδων $v_1=v_3=v_4=v_6=v_9=1V$. Αφού υπολογισθούν τα ρεύματα και οι τάσεις των υπόλοιπων κλάδων, δείξτε ότι ισχύει το θεώρημα του Tellegen. Θεωρούνται συζευγμένες φορές αναφοράς*.

**Συζευγμένες φορές αναφοράς τάσης και ρεύματος: τα θετικά φορτία ρέουν από τον κόμβο με το υψηλότερο δυναμικό προς τον κόμβο με το χαμηλότερο.*

Άσκηση (2/5)

1.56



Εξισώσεις κόμβων του κυκλώματος:

κόμβος 1: $i_1 + i_2 = 0 \Leftrightarrow 2 + i_2 = 0 \Leftrightarrow i_2 = -2A$

κόμβος 2: $-i_2 - i_6 - i_3 + i_7 = 0 \Leftrightarrow i_6 = -i_2 - i_3 + i_7 = +2 - 1 + 2 = 3A$

κόμβος 3: $-i_7 - i_9 = 0 \Leftrightarrow i_9 = -i_7 = -2A$

κόμβος 4: $-i_5 + i_8 + i_6 + i_9 = 0 \Leftrightarrow i_5 = i_8 + i_6 + i_9 = 3 + 3 - 2 = +4A$

κόμβος 5: $-i_8 + i_4 = 0 \Leftrightarrow i_4 = i_8 = +3A$

Εξισώσεις βρόχων του κυκλώματος:

βρόχος ℓ_1 : $-v_2 + v_3 + v_1 = 0 \Leftrightarrow v_2 = v_3 + v_1 = 2V$

βρόχος ℓ_2 : $-v_3 + v_6 + v_5 = 0 \Leftrightarrow v_5 = v_3 - v_6 = 0V$

βρόχος ℓ_3 : $-v_7 - v_6 + v_9 = 0 \Leftrightarrow v_7 = -v_6 + v_9 = 0V$

βρόχος ℓ_4 : $-v_4 - v_5 - v_8 = 0 \Leftrightarrow v_8 = -v_5 - v_4 = -1V$

Ισχύσει το θεώρημα Tellegen? (η συνολική ισχύς των κλάδων του κυκλώματος είναι 0?)

$$P = \sum_{i=1}^{..b} v_i(t) * i_i(t) =$$

$$\sum_{i=1..5} (v_i i_i) = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 + v_4 i_4 + v_5 i_5 + v_6 i_6 + v_7 i_7 + v_8 i_8 + v_9 i_9 = 2*1 + (-2)*2 + 1*1 + 3*1 + 4*0 + 3*1 + 2*0 + 3*(-1) + (-2)*1 = 2 - 4 + 1 + 3 + 3 - 3 - 2 = 0$$

Προφανώς ισχύει το θεώρημα Tellegen.

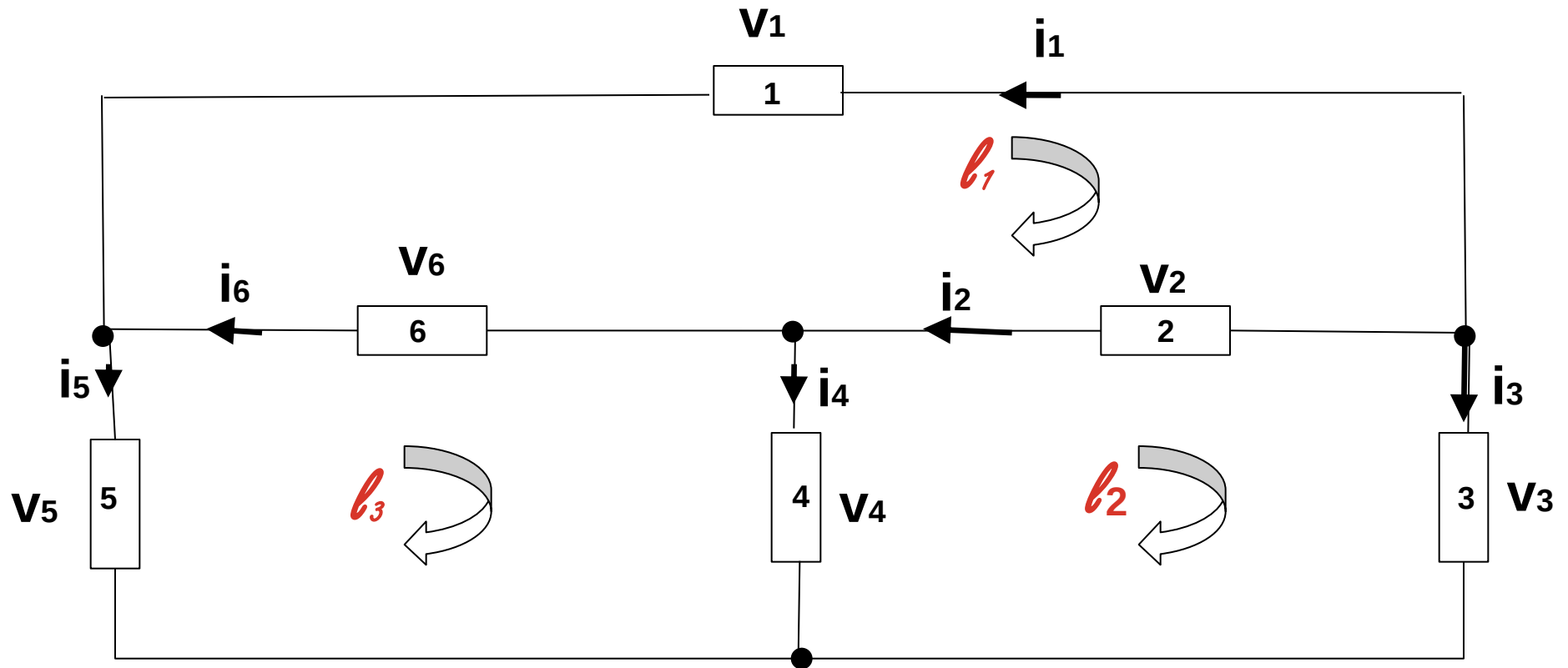
Άσκηση 1.7 -5

Στο κύκλωμα του σχήματος που ακολουθεί οι τάσεις και τα ρεύματα κλάδων είναι:

$$v_1=33V, v_2=13,2V, v_3=19,8V, v_4= 6,6V, v_5=13,2V, v_6=19,8V$$

$$i_1=16,5A, i_2=33A, i_3=-49,5A, i_4=13,2A, i_5=36,3A, i_6=19,8A$$

Ναδειχθεί ότι το κύκλωμα δεν είναι συγκεντρωμένο. Ποιος κλάδος του κυκλώματος ακτινοβολεί ενέργεια?



Θεωρούνται συζευγμένες φορές αναφοράς: τα θετικά φορτία ρέουν από τον κόμβο με το υψηλότερο δυναμικό προς τον κόμβο με το χαμηλότερο.

Για να εξετάσουμε εάν ισχύει το θεώρημα Tellegen θα υπολογίσουμε την συνολική ισχύ των κλάδων του κυκλώματος:

$$P = \sum_{i=1}^{..b} v_i(t) * i_i(t) =$$

$$\sum_{i=1}^{..6} (v_i i_i) = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 + v_4 i_4 + v_5 i_5 + v_6 i_6 =$$

$$544,5 + 435,6 - 980,1 + 87,12 + 479,16 + 392,04 = 958,32 \neq 0$$

Συνεπώς, δεν ισχύει το θεώρημα Tellegen → το κύκλωμα δεν είναι συγκεντρωμένο → ακτινοβολεί ενέργεια.

Για να εντοπίσουμε τον κλάδο που ακτινοβολεί ενέργεια → εξετάζουμε

Εξισώσεις βρόχων του κυκλώματος:

βρόχος ℓ_1 : $v_1 - v_2 - v_6 = 0 \Leftrightarrow 33 - 13,2 - 19,8 = 0$ (ισχύει)

βρόχος ℓ_2 : $v_2 - v_3 + v_4 = 0 \Leftrightarrow 13,2 - 19,8 + 6,6 = 0$ (ισχύει)

βρόχος ℓ_3 : $-v_4 + v_5 + v_6 = 0 \Leftrightarrow -6,6 + 13,2 + 19,8 = 26,4V \rightarrow$ δεν

ισχύει ο Νόμος Kirchhoff.

Από εξισώσεις βρόχων ℓ_1 & ℓ_2 συνεπάγεται ότι οι κλάδοι 1, 2, 3, 4, & 6 ικανοποιούν τον περιορισμό του νόμου των τάσεων Kirchhoff. Οι κλάδοι 4 & 6 ικανοποιούν τον περιορισμό του νόμου των τάσεων. Συνεπώς, από εξίσωση βρόχου ℓ_3 συνάγεται ότι η τάση του κλάδου 5 δεν είναι αυτή που υπαγορεύεται από τον νόμο Kirchhoff $\rightarrow$ Ο κλάδος 5 ακτινοβολεί.



Ευχαριστώ

