

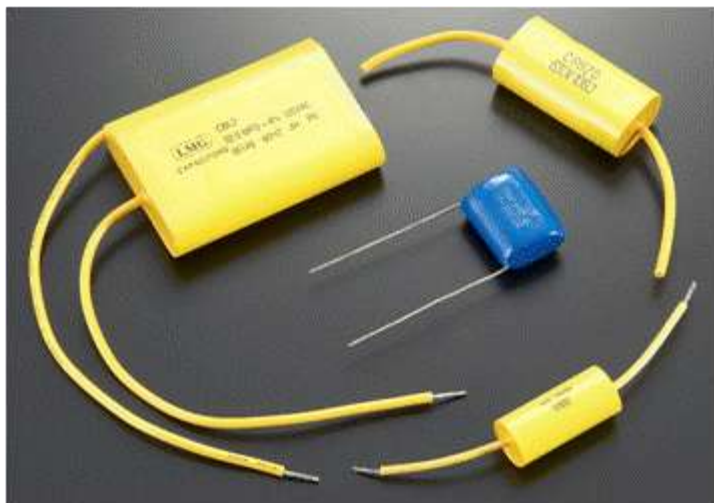
Κεφάλαιο 2

Ενότητα 2.2

Αλέξανδρος Φλάμος, Επ. Καθηγητής

e-mail: aflamos@unipi.gr

3^{ος} όροφος, Γραφείο 304, κτίριο Γρηγορίου Λαμπράκη 126



***Σημειώσεις - ασκήσεις από ανάλυση
ηλεκτρικών κυκλωμάτων, Νίκος
Μάργαρης, εκδόσεις Τζιόλα,
σημειώσεις Μπαλουκτσής**



- ❖ Πυκνωτής
- ❖ Πηνίο
- ❖ Ισχύς & Ενέργεια
- ❖ Ασκήσεις

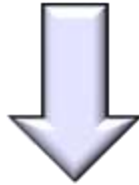
Ο πυκνωτής είναι αποθήκη ηλεκτρικού φορτίου και ενέργειας.

Χρήση:

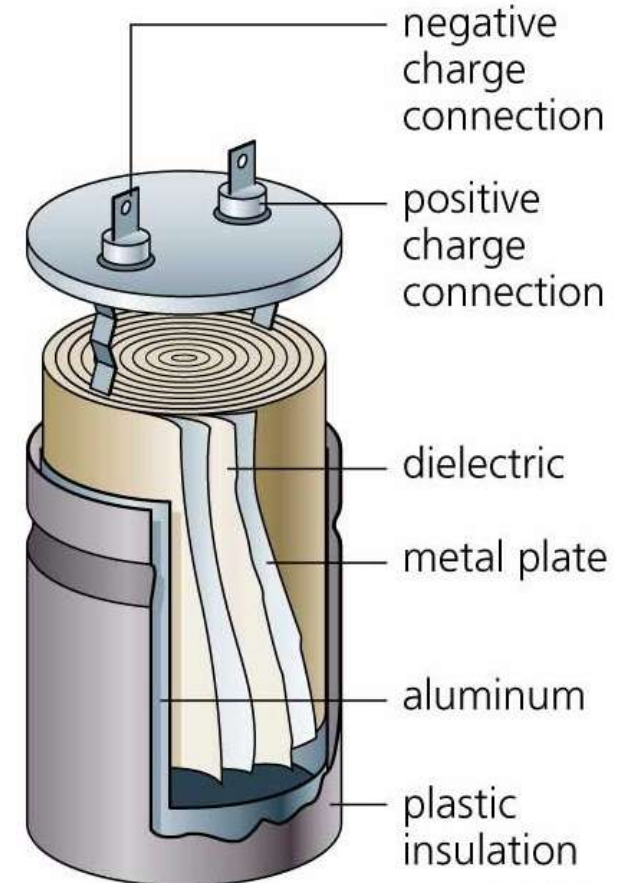
- ❖ φλας φωτογραφικών μηχανών
- ❖ τροφοδοτικά
- ❖ αντιστάθμιση
- ❖ κ.α



Ηλεκτροτεχνική συσκευή η οποία αποτελείται από δύο αγωγίμα σώματα που χωρίζονται από ένα μονωτικό μέσω πολύ μεγάλης αντίστασης.



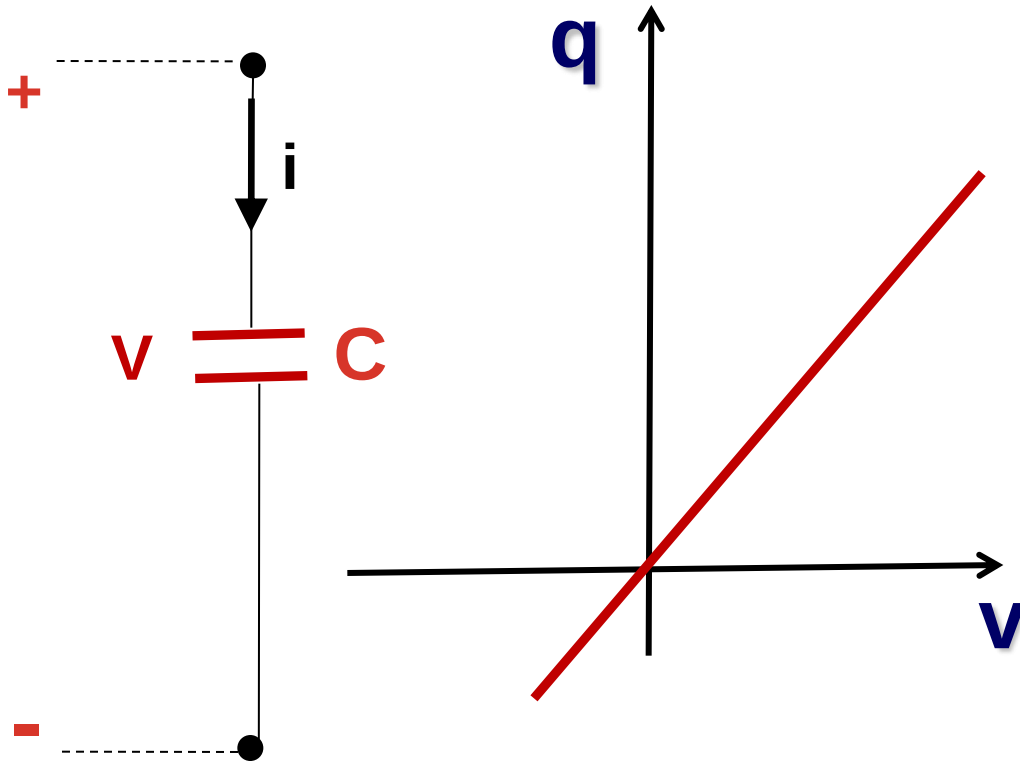
Στοιχείο του κυκλώματος το οποίο αποθηκεύει ηλεκτρική ενέργεια εξ' αιτίας του ηλεκτρικού φορτίου το οποίο υπάρχει στις αγωγίμες επιφάνειες του που ονομάζονται οπλισμοί του πυκνωτή.



Η θετική ένταση η οποία εισέρχεται σε μια μόνο πλάκα του πυκνωτή αντιπροσωπεύει το θετικό φορτίο που κινείται προς την πλάκα δια μέσου των ακροδεκτών.

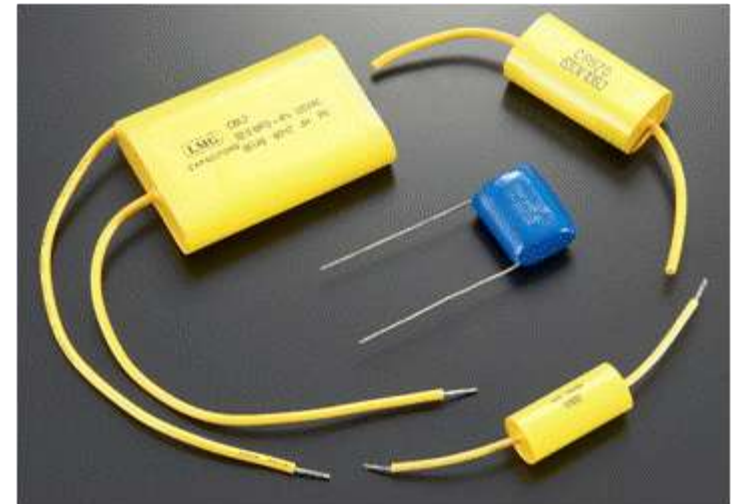
Το φορτίο αυτό συγκεντρώνεται στην πλάκα του πυκνωτή (δεν μπορεί να περάσει μέσω του μονωτικού υλικού που χωρίζει τους οπλισμούς (θεωρούμε $R \rightarrow \infty$)).

Κάθε στοιχείο δύο ακροδεκτών στο οποίο αποθηκεύονται ηλεκτρικά φορτία $\rightarrow$ δηλαδή αποθηκεύεται Η.Ε με την μορφή ηλεκτρικού πεδίου.

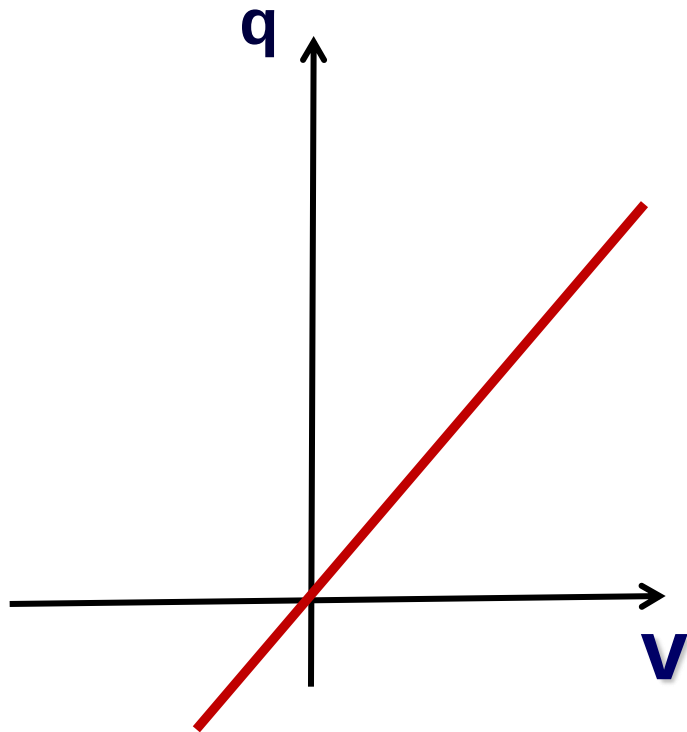


Σύμβολο

Χαρακτηριστική v - q



Μάθημα: Στοιχεία Ηλεκτροτεχνίας



Χαρακτηριστική v-q

Η σχέση ανάμεσα στην τάση κλάδου και στο αποθηκευμένο φορτίο λέγεται χαρακτηριστική v-q του πυκνωτή.

$$q(t) = f(v(t))$$

....ορισμός ρεύματος:

$$i(t) = dq/dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i(t) = df(v) / dt$$



Χαρακτηριστική v-i → διαφορική
σχέση

Μάθημα: Στοιχεία Ηλεκτροτεχνίας

Γραμμικός χρονικά αμετάβλητος

Το μέγεθος **C** (capacity) ονομάζεται χωρητικότητα του πυκνωτή
→ είναι ανεξάρτητη από τα μεγέθη $q(t)$: φορτίο, $v(t)$: τάση και τον χρόνο (t). Μονάδα μέτρησης της χωρητικότητας είναι το Farad $[(A \cdot \text{sec})/\text{Volt}]$.

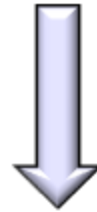
Η χαρακτηριστική v - q του γραμμικού πυκνωτή είναι:

$$q(t) = C \cdot v(t)$$

Γραμμικός χρονικά αμετάβλητος

$$\left. \begin{aligned} q(t) &= C \cdot v(t) \\ i(t) &= dq / dt \end{aligned} \right\} i(t) = C \cdot (dv/dt)$$

Χαρακτηριστική v-i



- ❖ Τι συμπεραίνουμε για το ρεύμα κλάδου?
- ❖ Τι συμβαίνει όταν η τάση κλάδου είναι χρονικά αμετάβλητη? $(dv/dt)=0$
- ❖ Πως συμπεριφέρεται ο πυκνωτής στο συνεχές? →
ανοιχτό κύκλωμα

Γραμμικός χρονικά αμετάβλητος

Ολοκληρώνοντας την εξίσωση της χαρακτηριστικής v-i

$$\rightarrow dv = (1/C) i dt \rightarrow \dots\dots\dots$$

$$\rightarrow v(t) = k + (1/C) \int_{t_0 \rightarrow t} i(t) dt$$

k: σταθερά ολοκλήρωσης $\rightarrow$ ποιος είναι ο ρόλος της?

Τι συμβαίνει όταν το άνω όριο του διαστήματος ολοκλήρωσης (t) είναι ίσο με το κάτω όριο t_0 ?

$$v(t_0) = ?$$

Γραμμικός χρονικά αμετάβλητος

$$v(t_o) = k + (1/C) \int_{t_o \rightarrow t_o} i(t) dt \Rightarrow$$

$\Rightarrow v(t_o) = k \rightarrow$ αρχική τιμή τάσης κλάδου $\rightarrow$

$$\Rightarrow v(t) = v(t_o) + (1/C) \int_{t_o \rightarrow t} i(t) dt$$

.....Υπολογίστε την $q(t)$

Γραμμικός χρονικά αμετάβλητος

$$\left. \begin{aligned} q(t) &= C \cdot v(t) \\ v(t) &= v(t_0) + (1/C) \int_{t_0 \rightarrow t} i(t) dt \end{aligned} \right\} q(t) = q(t_0) + \int_{t_0 \rightarrow t} i(t) dt$$

Πόσο είναι το φορτίο του πυκνωτή
την χρονική στιγμή t ?

Γραμμικός χρονικά αμετάβλητος

$q(t)$ = αρχικό φορτίο + φορτίο που αποθηκεύεται
στο χρονικό διάστημα $[t_0, t] \rightarrow$

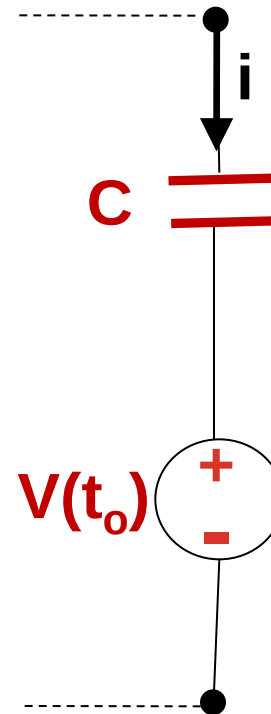
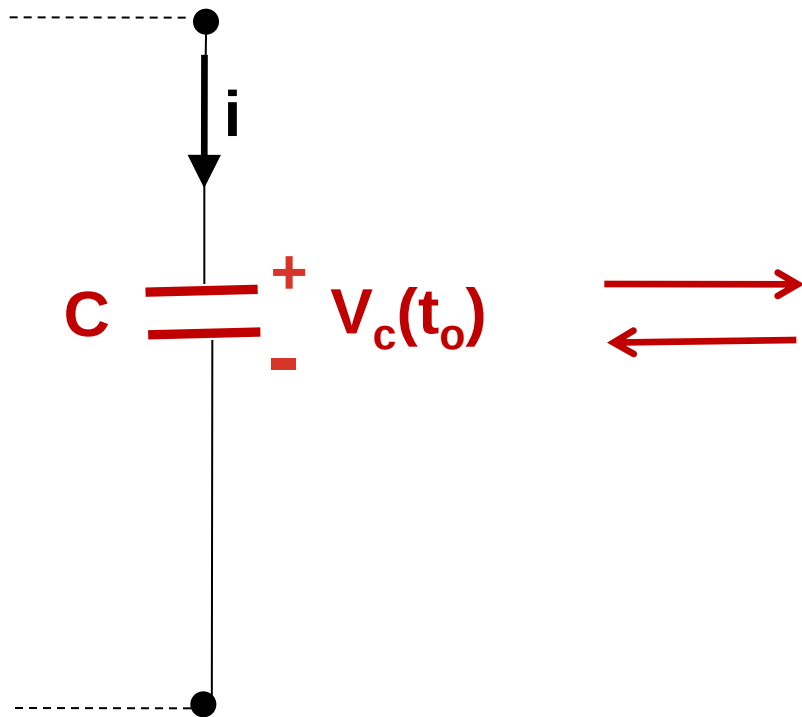
$$\rightarrow q(t) = q(t_0) + \int_{t_0 \rightarrow t} i(t) dt$$

Ολοκλήρωμα της έντασης $\rightarrow$
το φορτίο που
συγκεντρώθηκε στον
οπλισμό του πυκνωτή

Ποιος είναι ο ισοδύναμος συνδυασμός στοιχείων του
φορτισμένου γραμμικά χρονικά αμετάβλητου πυκνωτή?

Γραμμικός χρονικά αμετάβλητος

$$v(t) = v(t_o) + (1/C) \int_{t_o \rightarrow t} i(t) dt$$



→ φορτισμένος
πυκνωτής → πηγή
συνεχούς τάσης
 $v(t_o)$ συνδεδεμένη
εν σειρά με έναν
αρχικά αφόρτιστο
πυκνωτή.

Συνέχεια της τάσης του γραμμικού χρονικά αμετάβλητου πυκνωτή

Θεωρώντας μια πεπερασμένη μεταβολή ρεύματος χρονικής διάρκειας dt η αντίστοιχη μεταβολή τάσης του πυκνωτή είναι:

$$v(t_o+dt) = v(t_o) + (1/C) \int_{t_o \rightarrow t_o+dt} i(t) dt$$

$$dt \rightarrow 0 \Rightarrow \int_{t_o \rightarrow t_o+dt} i(t) dt \rightarrow 0 \Rightarrow v(t_o+dt) \rightarrow v(t_o) \text{ δηλαδή: η}$$

τάση του πυκνωτή είναι συνεχής συνάρτηση του χρόνου $\rightarrow$ φυσική σημασία: η τάση του πυκνωτή δεν μπορεί να αλλάξει απότομα $\rightarrow$ ο πυκνωτής είναι ένα ηλεκτρικό στοιχείο με αδράνεια.

Ο πυκνωτής διαθέτει μνήμη →

Από εξίσωση.....

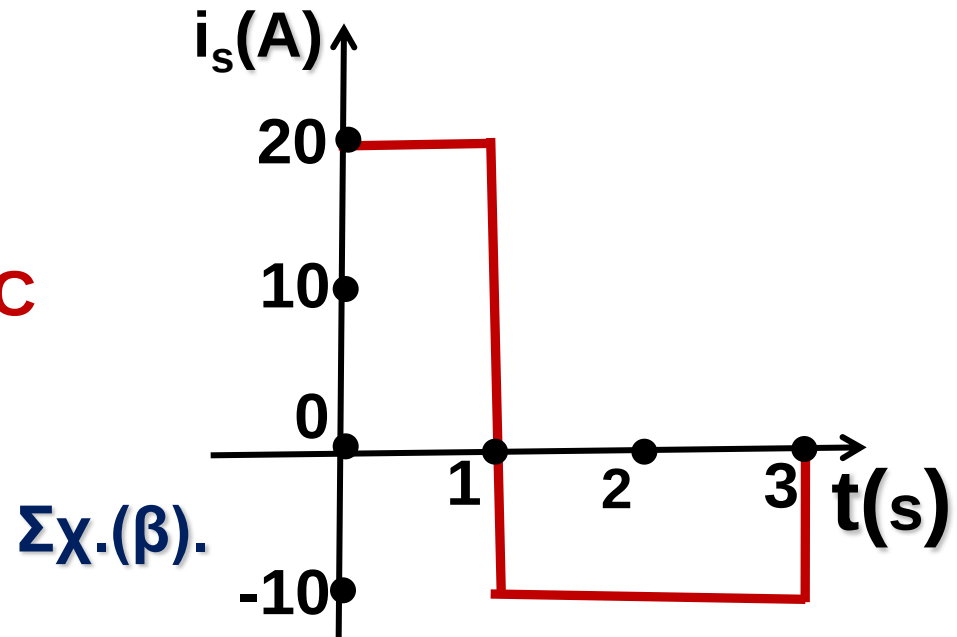
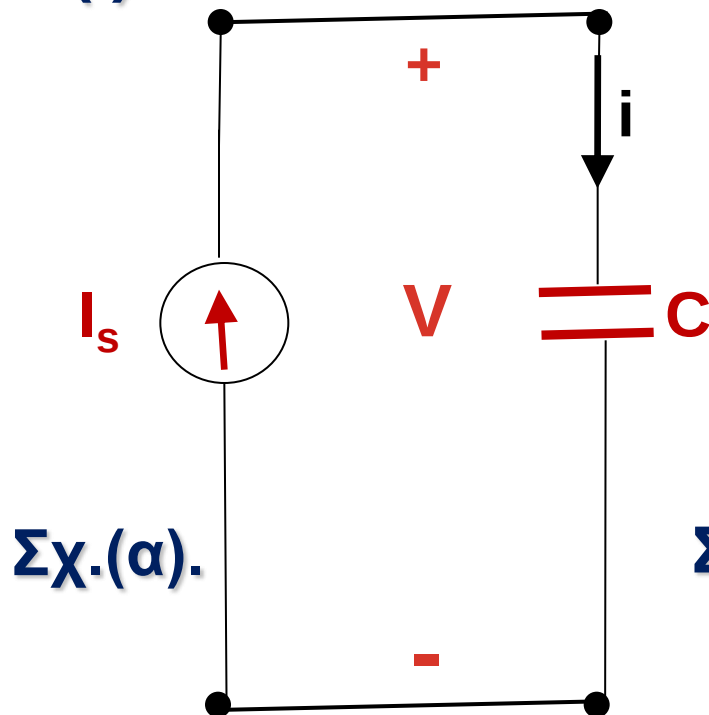
$$v(t_o+dt) = v(t_o) + (1/C) \int_{t_o \rightarrow t_o+dt} i(t)dt \rightarrow$$

Είναι εμφανές ότι η τάση του πυκνωτή τη χρονική στιγμή t είναι συνάρτηση της αρχικής τάσης $v(t_o)$.

Παράδειγμα 2.4 -1 (1/4)

2.17

Ένας πυκνωτής με χωρητικότητα $C=5F$ συνδέεται με μια ιδανική πηγή ρεύματος, όπως φαίνεται στο Σχ.(α). Ο πυκνωτής θεωρείται αρχικά αφόρτιστος. Το ρεύμα που παρέχει η πηγή ρεύματος έχει τη μορφή του Σχ.(β). Να υπολογισθεί και να παρασταθεί γραφικά η τάση του $v(t)$.



Η αναλυτική έκφραση του ρεύματος της πηγής είναι:

$$I_s(t) = \begin{cases} 20\text{A}, & 0 < t < 1\text{s} \\ -10\text{A}, & 1 < t < 3\text{s} \\ 0\text{A}, & t > 3\text{s} \end{cases}$$

Ο πυκνωτής θεωρείται αρχικά αφόρτιστος $\rightarrow V(0) = 0$

Για να υπολογίσουμε την τάση του πυκνωτή χρησιμοποιούμε:

$$\rightarrow v(t_o + dt) = v(t_o) + (1/C) \int_{t_o \rightarrow t_o + dt} i(t) dt$$

Ολοκληρώνουμε στο διάστημα: $0 < t < 1s$

$$v(t) = v(0) + (1/C) \int_{0 \rightarrow t} i(t) dt = 1/5 \int_{0 \rightarrow t} 20 dr = 4t$$

Η τάση του πυκνωτή μεταβάλλεται γραμμικά με τον χρόνο.

Ολοκληρώνουμε στο διάστημα: $1 < t < 3s$

$$v(t) = v(1) + (1/C) \int_{1 \rightarrow t} i(t) dt = 4 + 1/5 \int_{1 \rightarrow t} (-10) dt = 4 - 2t + 2 = 6 - 2t$$

Την χρονική στιγμή $t=3$ η τάση του πυκνωτή γίνεται $v(3)=0$ και παραμένει για το υπόλοιπο χρονικό διάστημα $(3, \infty)$

Παράδειγμα 2.4 -1 (4/4)

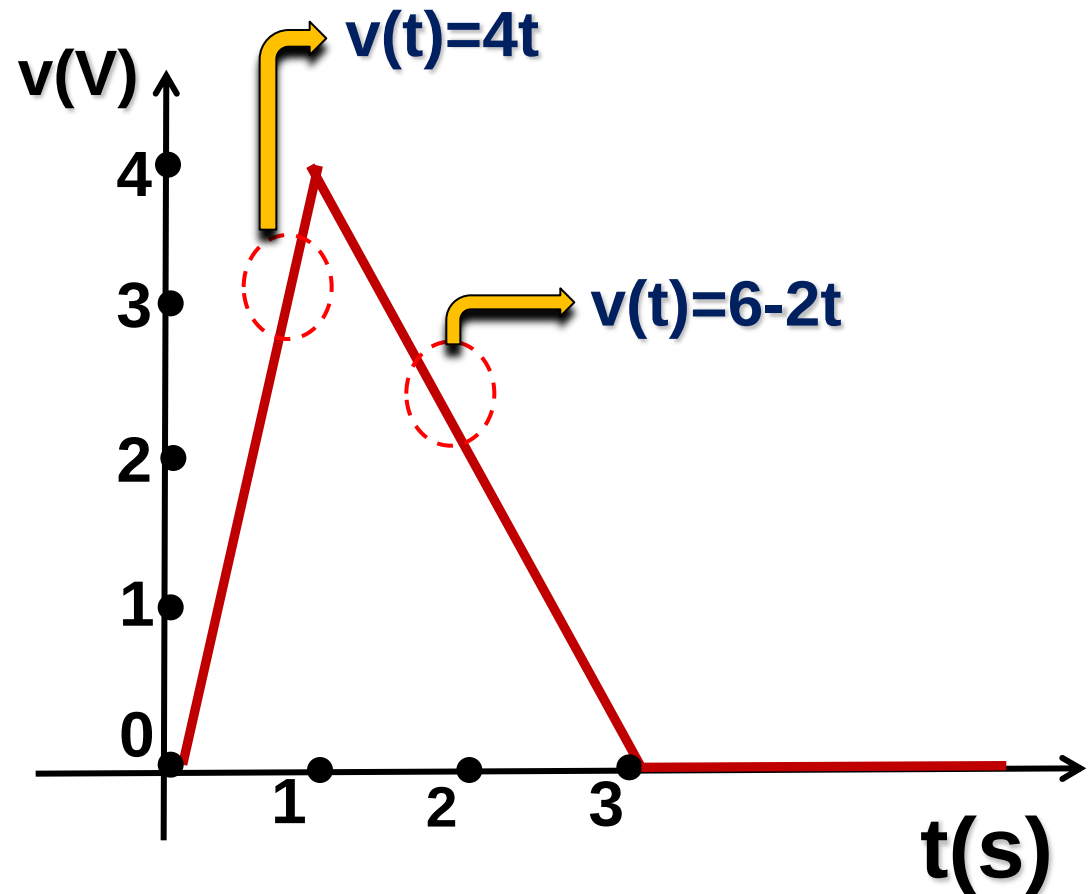
2.20

Η μορφή της τάσης του πυκνωτή δίνεται στο ακόλουθο σχήμα:

Τι παρατηρείτε?

Ενώ το ρεύμα παρουσιάζει ασυνέχειες, γιατί η τάση του πυκνωτή είναι συνεχής συνάρτηση του χρόνου?

Το γεγονός αυτό σχετίζεται με τις ιδιότητες του πυκνωτή?

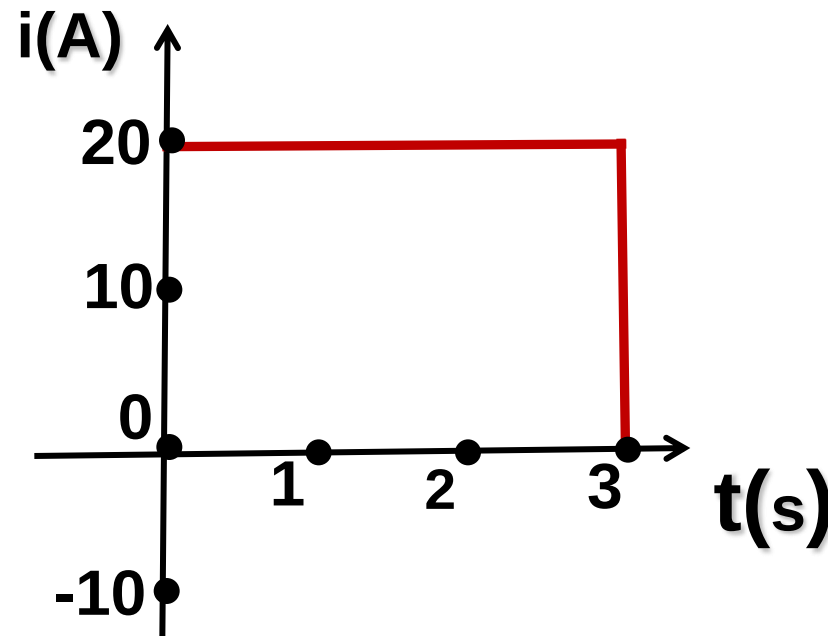


Πρόβλημα 2.9-5 (1/6)

2.21

Το ρεύμα ενός πυκνωτή με χωρητικότητα $C=1\mu\text{F}$ έχει την μορφή του σχήματος α. Να υπολογισθούν και να παρασταθούν γραφικά η τάση, το φορτίο και η ενέργεια που αποθηκεύεται στον πυκνωτή. Ο πυκνωτής θεωρείται αρχικά αφόρτιστος.

Σχ.(α).



Η ένταση δίνεται από την ακόλουθη συνάρτηση:

$$i(t) = \begin{cases} 20\text{A} & \text{το χρονικό διάστημα: } 0 < t < 3 \text{ s} \\ 0 \text{ A} & \text{το χρονικό διάστημα: } t > 3 \text{ s} \end{cases}$$

Η τάση του πυκνωτή υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$v(t) = v(t_o) + (1/C) \int_{t_o \rightarrow t} i(t) dt$$

Ο πυκνωτής θεωρείται αρχικά αφόρτιστος
συνεπώς: $v(0)=0$

για το χρονικό διάστημα: $0 < t < 3 \text{ s}$

$$\rightarrow v(t) = (1/C) \int_{t_0 \rightarrow t} i(t) dt = 20 \cdot 10^6 \int_{0 \rightarrow t} dr = 20 \cdot 10^6 t,$$

για το χρονικό διάστημα: $0 < t < 3 \text{ s}$

$$\rightarrow v(3) = 60 \cdot 10^6 \text{ V}$$

Πρόβλημα 2.9-5 (4/6)

2.24

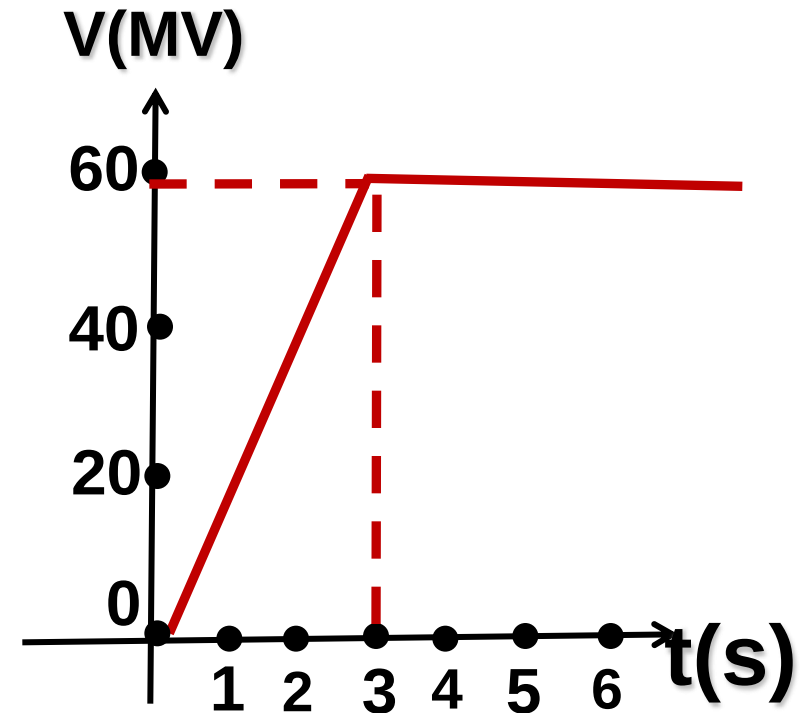
.....για το χρονικό διάστημα: $t > 3$ s

$$\rightarrow v(t) = v(3) + (1/C) \int_{3 \rightarrow \infty} i(t) dt = 60 \cdot 10^6 \text{ V}$$

$v(t)$

$20 \cdot 10^6 t \text{ V}$ το χρονικό
διάστημα: $0 < t < 3$ s

$60 \cdot 10^6 \text{ V}$ το χρονικό
διάστημα: $t > 3$ s



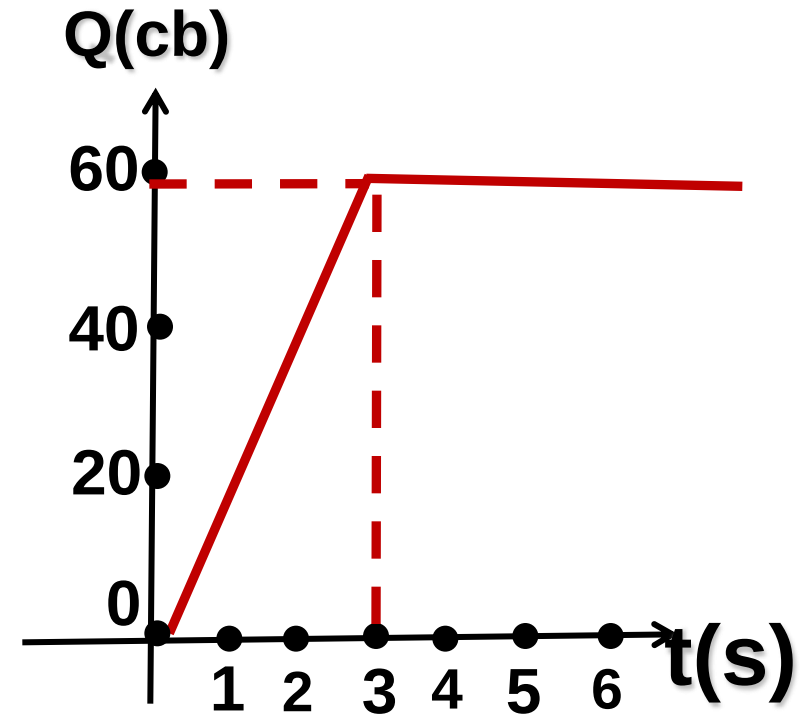
Πρόβλημα 2.9-5 (5/6)

2.25

Ισχύει: $q(t) = C \cdot v(t) \rightarrow$

$q(t)$ $\rightarrow$

- $20 \cdot t \text{ Cb}$ το χρονικό
διάστημα: $0 < t < 3 \text{ s}$
- $60 \cdot \text{Cb}$ το χρονικό
διάστημα: $t > 3 \text{ s}$

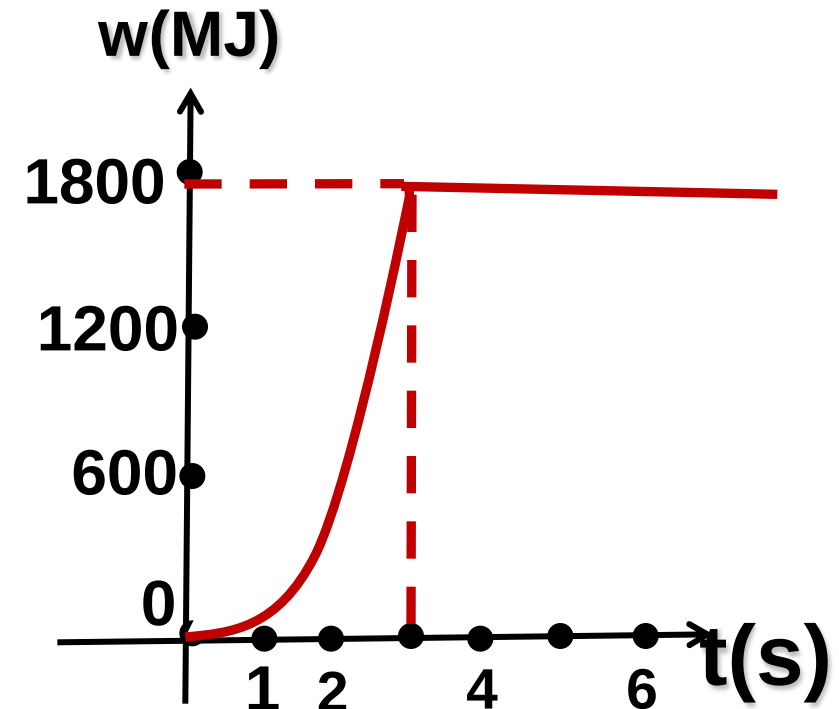


Πρόβλημα 2.9-5 (6/6)

2.26

Ισχύει: $w(t) = \frac{1}{2} * C * v^2(t) \rightarrow$

$w(t)$ $\left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 10^8 \cdot t^2 \text{ J το χρονικό διάστημα: } 0 < t < 3 \text{ s} \\ 18 \cdot 10^8 \text{ J το χρονικό διάστημα: } t > 3 \text{ s} \end{array} \right.$



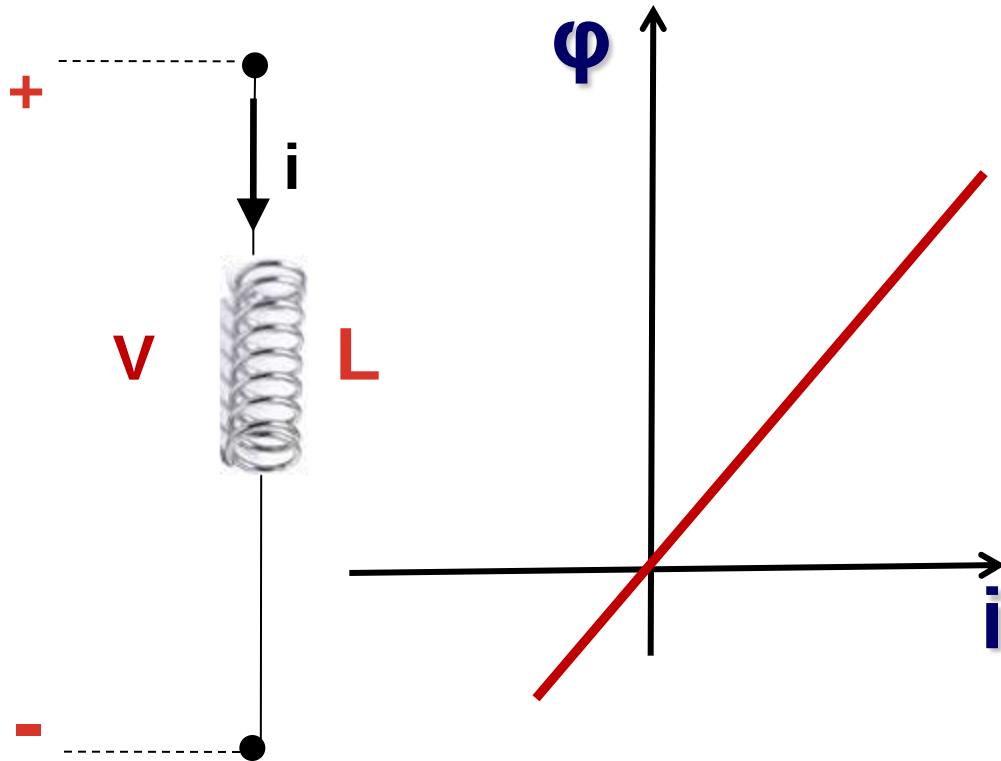
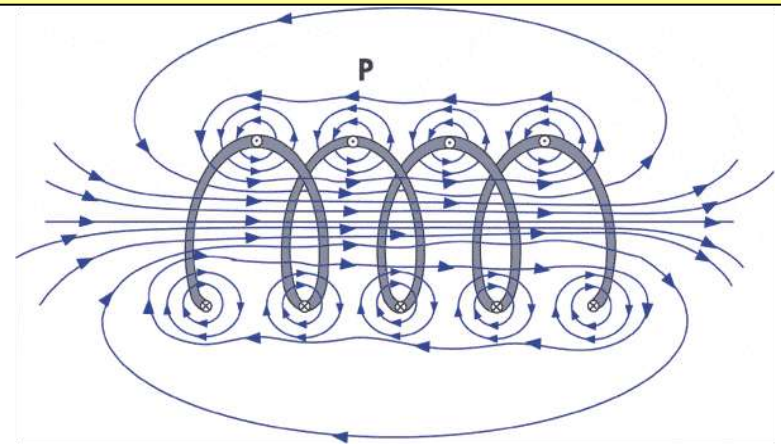
Χρήση στις περισσότερες εφαρμογές του ηλεκτρομαγνητισμού εκμεταλλευόμενο την ιδιότητα του να μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια σε μαγνητική και το αντίθετο.

Χρησιμοποιείται:

- ❖ ηλεκτρικές γεννήτριες
- ❖ ηλεκτροκινητήρες
- ❖ Μετασχηματιστές
- ❖ ηλεκτρομαγνήτες
- ❖ Φίλτρα κ.α.

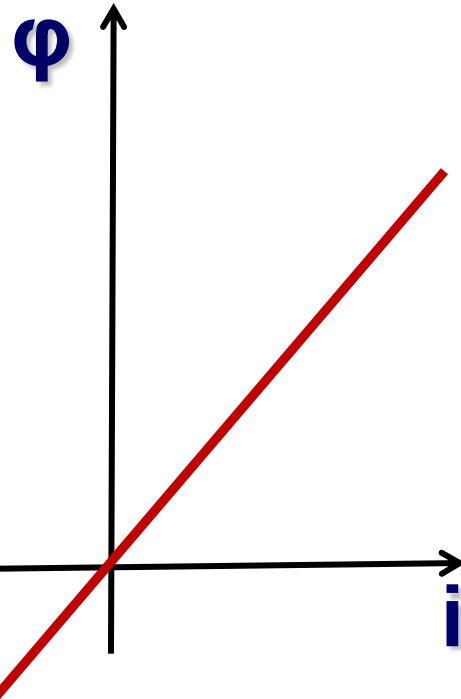
...εκμετάλλευση του φαινομένου της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής.

Κύριο χαρακτηριστικό:
Στοιχείο δύο ακροδεκτών
στο οποίο αποθηκεύεται
ενέργεια με τη μορφή
μαγνητικού πεδίου.



Σύμβολο

Χαρακτηριστική i - ϕ



Η σχέση ανάμεσα στο ρεύμα που διαρρέει ένα πηνίο και την μαγνητική ροή Φ , λέγεται χαρακτηριστική i - Φ του πηνίου.

$$\Phi(t) = f(i(t))$$

.....νόμος Faraday:

$$V(t) = d\Phi/dt \rightarrow$$

$$\rightarrow v(t) = df(i) / dt$$

Χαρακτηριστική i - Φ

Χαρακτηριστική V - $I \rightarrow$ διαφορική σχέση

Γραμμικά χρονικά αμετάβλητο

Το μέγεθος L ονομάζεται αυτεπαγωγή (inductance) του πηνίου → είναι ανεξάρτητη από τα μεγέθη: $i(t)$: ένταση, $v(t)$: τάση και τον χρόνο (t). Μονάδα μέτρησης της αυτεπαγωγής είναι το Henry (H).

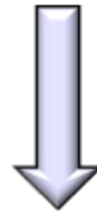
Η χαρακτηριστική φ - i του γραμμικού πηνίου είναι:

$$\varphi(t) = L \cdot i(t)$$

Γραμμικό χρονικά αμετάβλητο

$$\left. \begin{aligned} \varphi(t) &= L * i(t) \\ V(t) &= d\varphi/dt \end{aligned} \right\} v(t) = L * (di/dt)$$

Χαρακτηριστική v-i



- ❖ Τι συμπεραίνουμε για την τάση κλάδου?
- ❖ Τι συμβαίνει όταν το ρεύμα κλάδου είναι χρονικά αμετάβλητο? $(di/dt)=0$
- ❖ Πως συμπεριφέρεται το πηνίο στο συνεχές?

Γραμμικό χρονικά αμετάβλητο

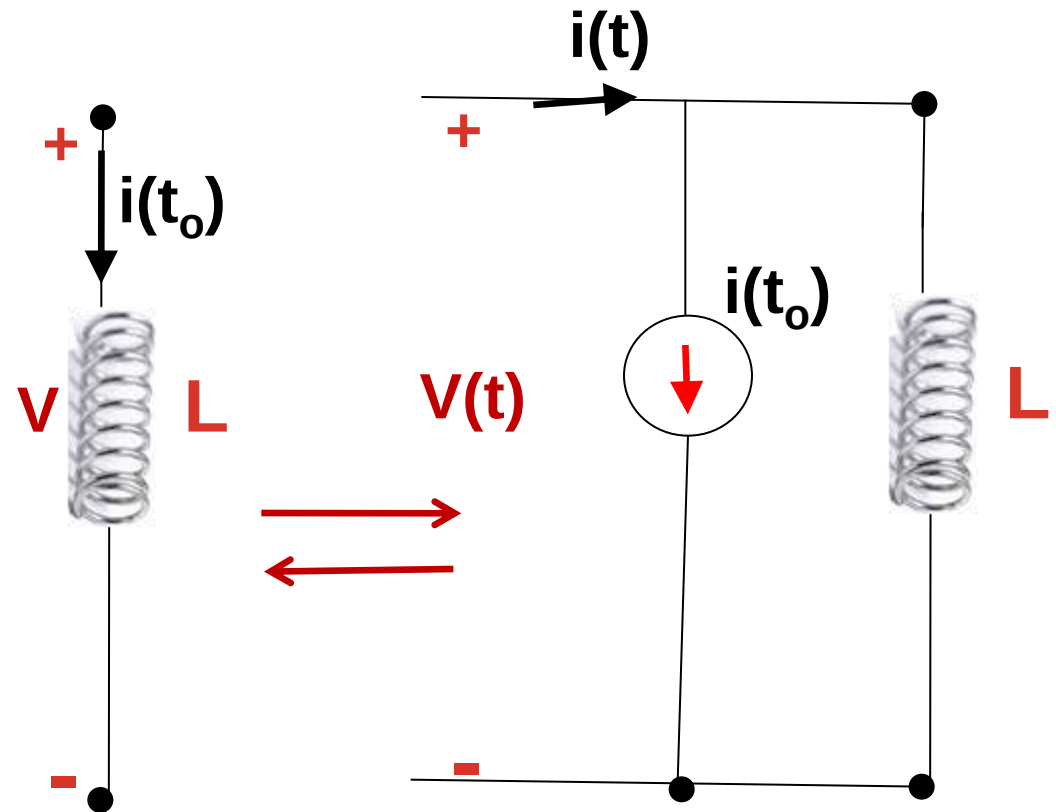
Ολοκληρώνοντας την εξίσωση της χαρακτηριστικής v-i

$$i(t) = i(t_0) + (1/L) \int_{t_0 \rightarrow t} v(t) dt$$

Τι μας δείχνει η παραπάνω εξίσωση?

Γραμμικό χρονικά αμετάβλητο

Το πηνίο μπορεί να θεωρηθεί ως ο παράλληλος συνδυασμός μιας πηγής συνεχούς ρεύματος $i(t_0)$ και ενός πηνίου το οποίο την χρονική στιγμή t_0 δεν διαρρέεται από ρεύμα.



Ισοδύναμος συνδυασμός

Συνέχεια του ρεύματος του γραμμικού χρονικά αμετάβλητου πηνίου

Θεωρώντας μια πεπερασμένη μεταβολή τάσης χρονικής διάρκειας dt
η αντίστοιχη μεταβολή τους ρεύματος του πηνίου είναι:

$$i(t_o+dt) = i(t_o) + (1/L) \int_{t_o \rightarrow t_o+dt} v(t) dt$$

$dt \rightarrow 0 \Rightarrow \int_{t_o \rightarrow t_o+dt} v(t) dt \rightarrow 0 \Rightarrow i(t_o+dt) \rightarrow i(t_o)$ δηλαδή: το
ρεύμα που διαρρέει το πηνίο είναι συνεχής συνάρτηση του χρόνου $\rightarrow$
φυσική σημασία: το ρεύμα του πηνίου δεν μπορεί να αλλάξει απότομα $\rightarrow$
το πηνίο είναι ένα ηλεκτρικό στοιχείο με αδράνεια.

Το πηνίο διαθέτει μνήμη →

Από εξίσωση.....

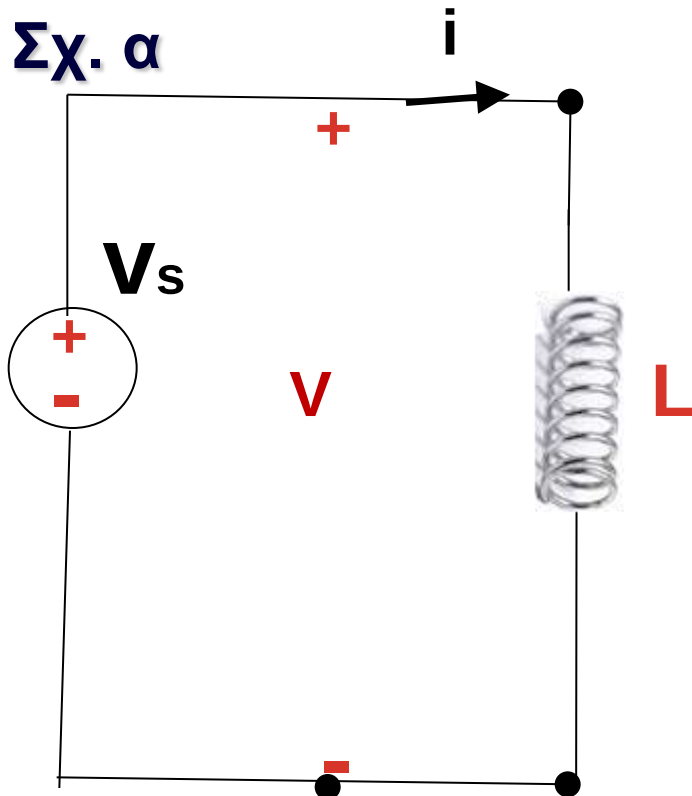
$$i(t_o+dt) = i(t_o) + (1/L) \int_{t_o \rightarrow t_o+dt} v(t)dt \rightarrow$$

Είναι εμφανές ότι το ρεύμα του πηνίου τη χρονική στιγμή t είναι συνάρτηση του αρχικού ρεύματος $i(t_o)$.

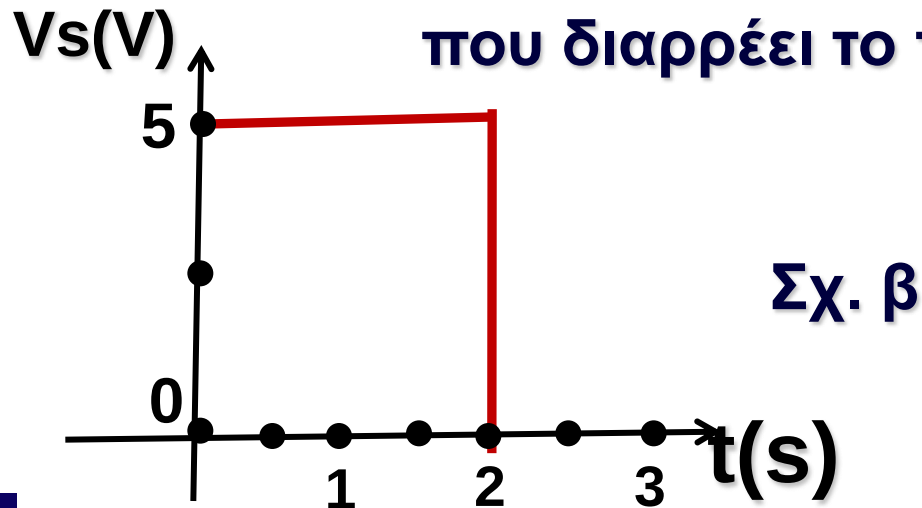
Παράδειγμα 2.5-1 (1/4)

2.36

Ένα πηνίο ($L=1\text{ H}$) το οποίο αρχικά δεν διαρρέεται από ρεύμα συνδέεται με μία ιδανική πηγή τάσης (σχήμα α).



Η τάση της πηγής έχει τη μορφή του σχήματος β. Να υπολογισθεί το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο.



Παράδειγμα 2.5-1 (2/4)

2.37

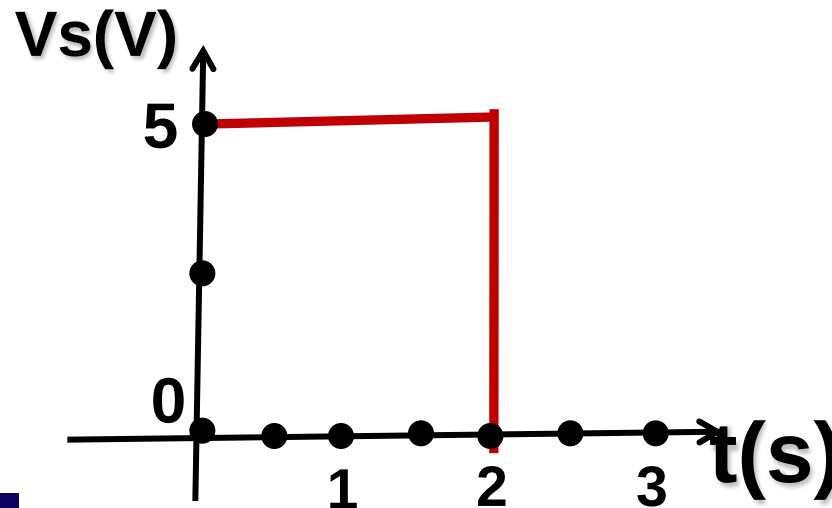
1^ο βήμα: Αναπτύσσουμε την αναλυτική έκφραση της τάσης

της πηγής.

$$V_s(t) =$$

5V το χρονικό διάστημα: $0 < t < 2$ s

0 το χρονικό διάστημα: $t > 2$ s



Παράδειγμα 2.5-1 (3/4)

2.38

2^ο βήμα: Υπολογίζουμε το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο το χρονικό διάστημα $[0, 2s]$:

$$i(t) = i(t_0) + (1/L) \int_{t_0 \rightarrow t} v(t) dt =$$

$$= i(0) + (1/L) \int_{0 \rightarrow t} v(t) dt = 5t$$

Τη χρονική στιγμή $t=2s$ το ρεύμα είναι:

$$i(2) = 5 \cdot 2 = 10A$$

Παράδειγμα 2.5-1 (4/4)

2.39

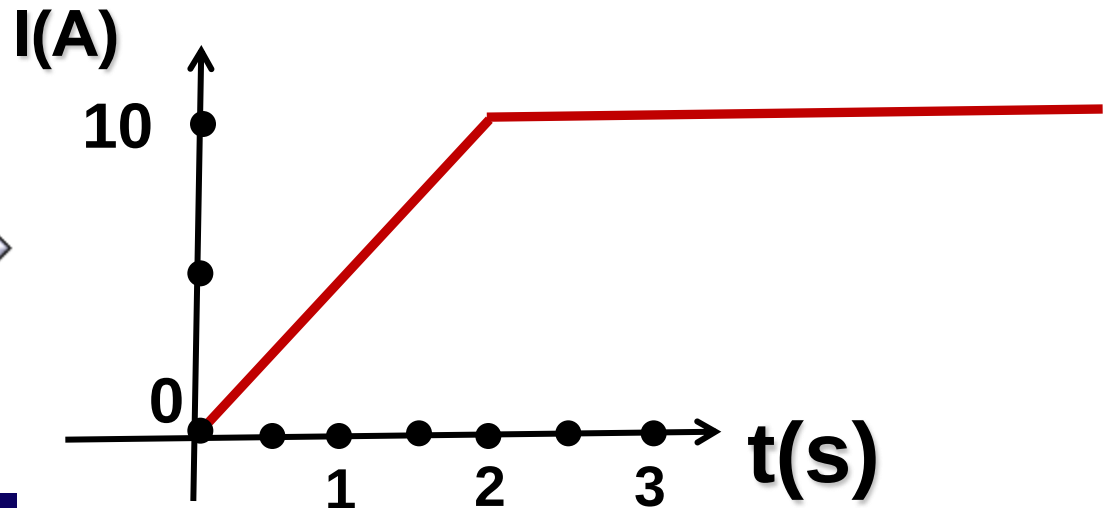
3^ο βήμα: Υπολογίζουμε το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο για

$$t > 2 \text{ sec: } i(t) = i(2) + (1/L) \int_{2 \rightarrow t} v(t) dt =$$

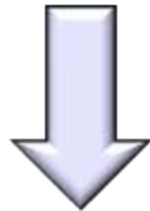
$$= 10 \text{ A} + (1/L) \int_{2 \rightarrow t} 0 dt = 10 \text{ A}$$

4^ο βήμα:

Αποτυπώνουμε
την μορφή του
ρεύματος:



Γενική ιδιότητα των ηλεκτρικών κυκλωμάτων η οποία απορρέει από την δυαδικότητα των νόμων του Kirchhoff.



Αντικατάσταση όρων ρεύμα και κόμβος $\rightarrow$ με τους όρους τάση και βρόχος $\rightarrow$ μετάπτωση από νόμο ρευμάτων σε νόμο τάσεων (και αντίστροφα).

Πυκνωτής

$$i(t) = C * (dv/dt)$$

Αντικατάσταση του ρεύματος ($i(t)$) με την τάση ($v(t)$) και της χωρητικότητας C με την αυτεπαγωγή L .

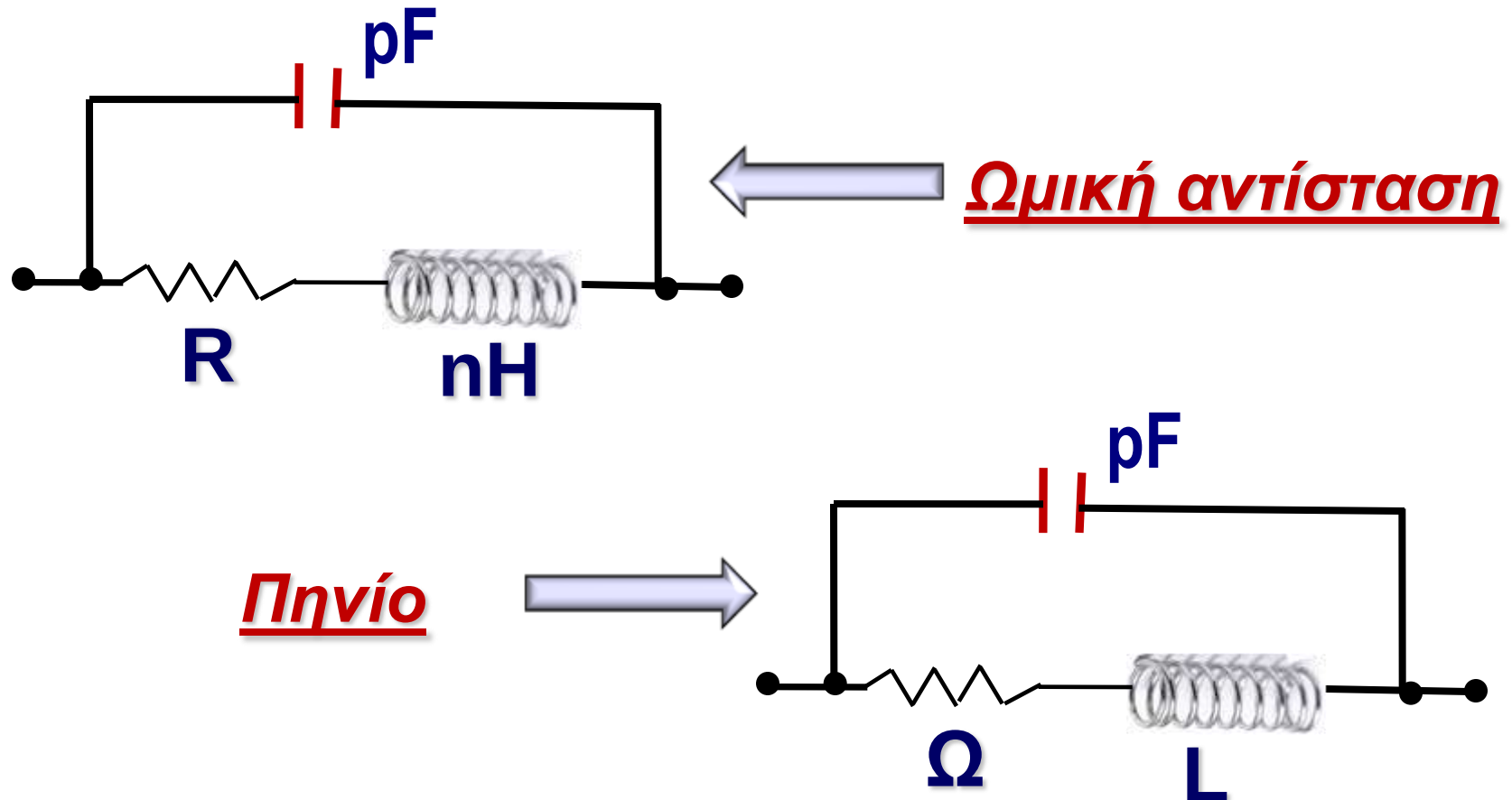
Πηνίο

$$v(t) = L * (di/dt)$$

Πραγματικά στοιχεία δύο ακροδεκτών

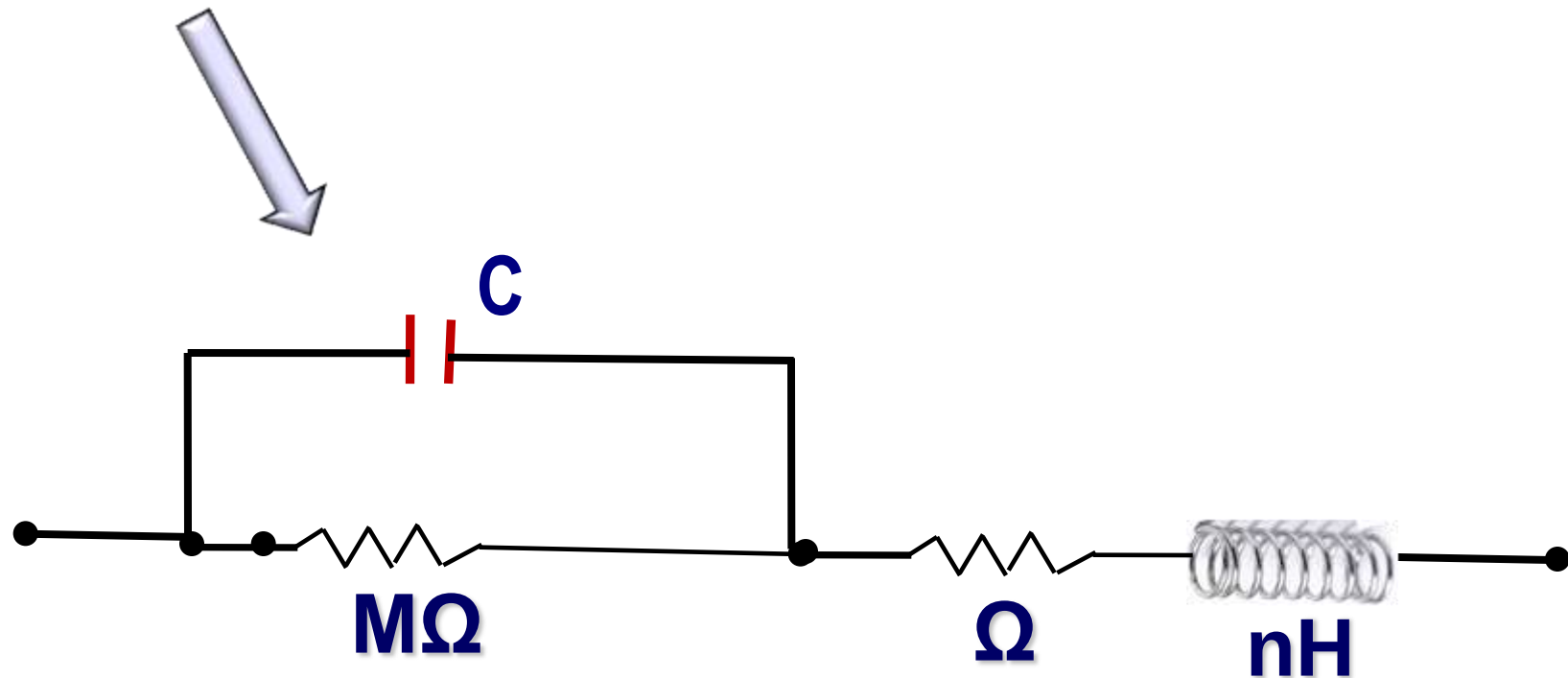
2.42

Μοντέλα τα οποία προσεγγίζουν τα φυσικά στοιχεία:



Μοντέλα τα οποία προσεγγίζουν τα φυσικά στοιχεία:

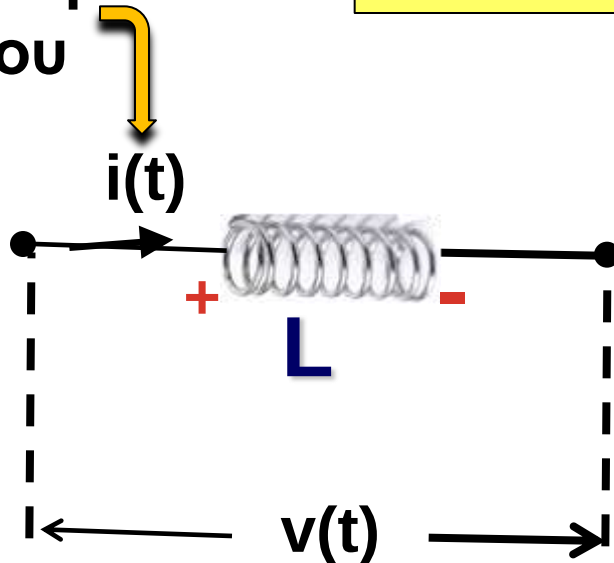
Πυκνωτής



Η στιγμιαία ισχύς στοιχείου δύο ακροδεκτών υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

Ένταση
κλάδου

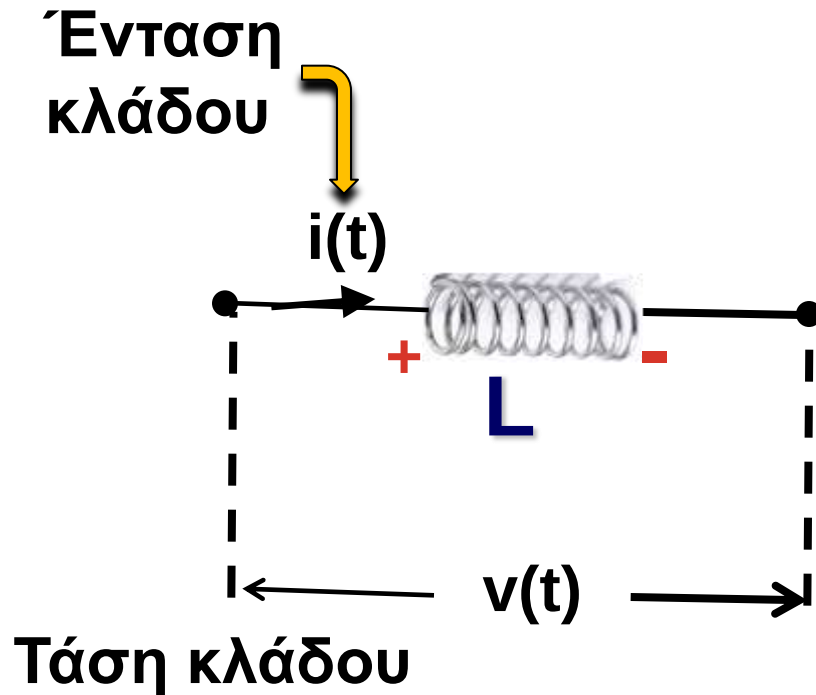


Τάση κλάδου

Όταν οι φορές αναφοράς, είναι οι συζευγμένες & $p(t) = v(t) \cdot i(t) > 0$



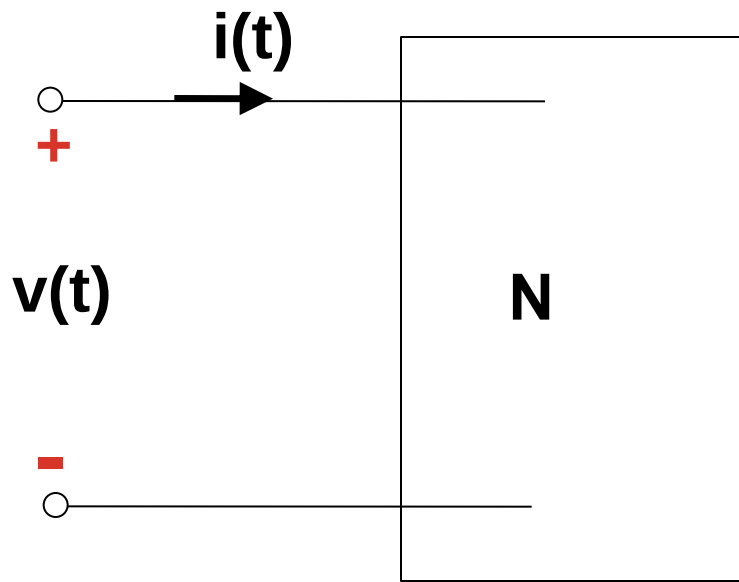
Το στοιχείο δύο ακροδεκτών απορροφά ισχύ.



Όταν οι φορές αναφοράς, είναι οι συζευγμένες & $p(t) = v(t) \cdot i(t) < 0$



Το στοιχείο δύο ακροδεκτών παρέχει ισχύ.



Η στιγμιαία ισχύς στοιχείου δύο ακροδεκτών : $p(t) = v(t) \cdot i(t)$

Συζευγμένες φορές αναφοράς:

Το πρόσημο της ισχύος δηλώνει την ροή της ισχύος:

Προς τα μέσα: απορροφώμενη από το N $\rightarrow (p(t) > 0)$

Προς τα έξω: προσδιδόμενη από το N $\rightarrow (p(t) < 0)$

Σύνδεση ενέργειας - ισχύος:

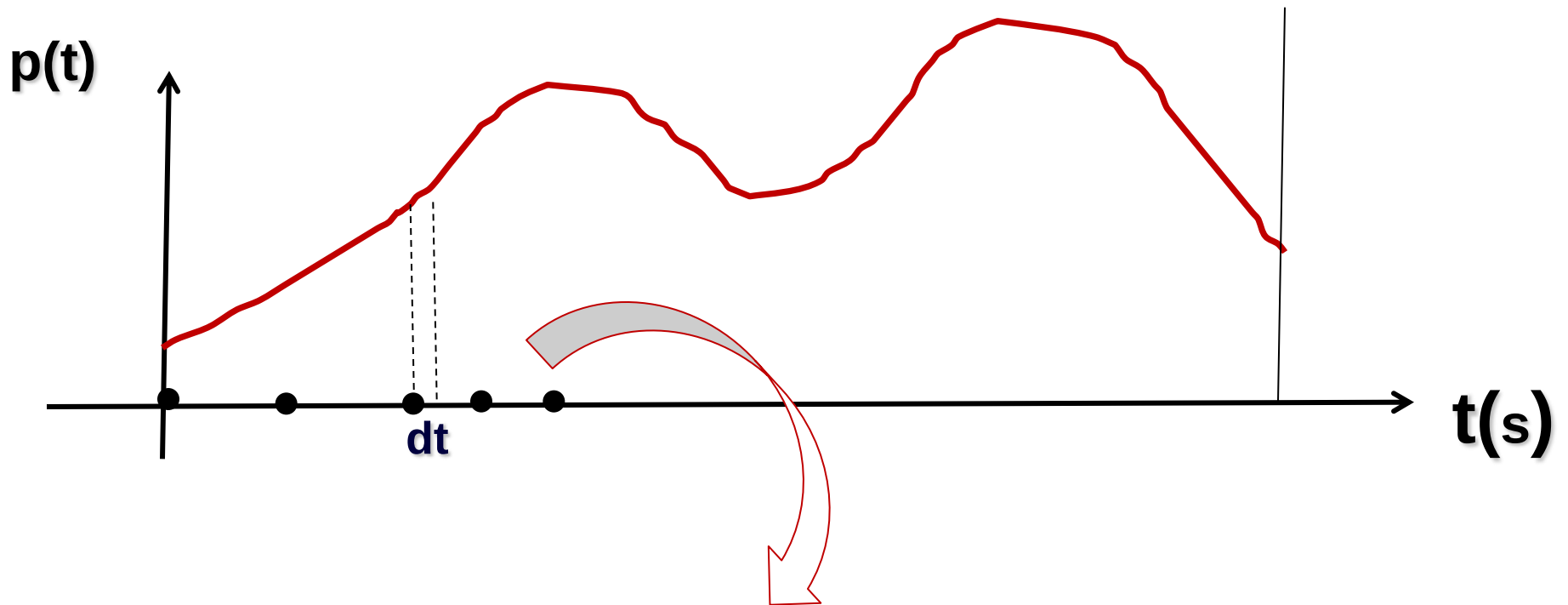
$$p(t) = dw/dt$$

Ολοκληρώνοντας στο διάστημα $[t_0, t]$:


$$w(t_0, t) = \int_{t_0 \rightarrow t} p(t) dt$$

Όταν η ενέργεια $(w) > 0 \Rightarrow$ κατανάλωση ενέργειας
(απορρόφηση ενέργειας)

$w < 0 \Rightarrow$ παραγωγή ενέργειας



$$w(t_0, t) = \int_{t_0 \rightarrow t} p(t) dt$$

Διάκριση των ηλεκτρικών στοιχείων

2.49

$$0 \neq p(t) = 0$$

Ενεργητικά
στοιχεία

Μη Ενεργητικά
στοιχεία (π.χ.
βραχυκύκλωμα)

π.χ. ομική αντ.,
πυκνωτής, πηνίο

$$0 \leq w(t) > < 0$$

Παθητικά
στοιχεία

Ενεργά
στοιχεία

π.χ. πηγές τάσης
και ρεύματος

$$0 \leq p(t) > < 0$$

Στοιχεία που καταναλώνουν
ενέργεια (π.χ. ομική αντίσταση)

Στοιχεία που αποθηκεύουν
ενέργεια (π.χ. πυκνωτής, πηνίο)

Ενεργητικά στοιχεία: η στιγμιαία ισχύς τους $\neq 0$

Μη Ενεργητικά στοιχεία: η στιγμιαία ισχύς τους $= 0$; τα στοιχεία αυτά δεν καταναλώνουν, δεν παράγουν και δεν αποθηκεύουν ενέργεια. Παραδείγματα μη ενεργητικών στοιχείων: βραχυκύκλωμα, ανοικτό κύκλωμα, διακόπτης, μετασχηματιστής.

Παθητικά στοιχεία: τα στοιχεία των οποίων η ενέργεια είναι μόνιμα θετική ποσότητα. Διακρίνονται σε αυτά που **καταναλώνουν ενέργεια** (την μετατρέπουν κατά τρόπο μη αντιστρεπτό) π.χ. ομικές αντιστάσεις; και αυτά που την **αποθηκεύουν** π.χ. πυκνωτές και πηνία.

Ενεργά στοιχεία: στοιχεία των οποίων η ενέργεια έχει είτε θετικές είτε αρνητικές τιμές.

Ενεργά στοιχεία:

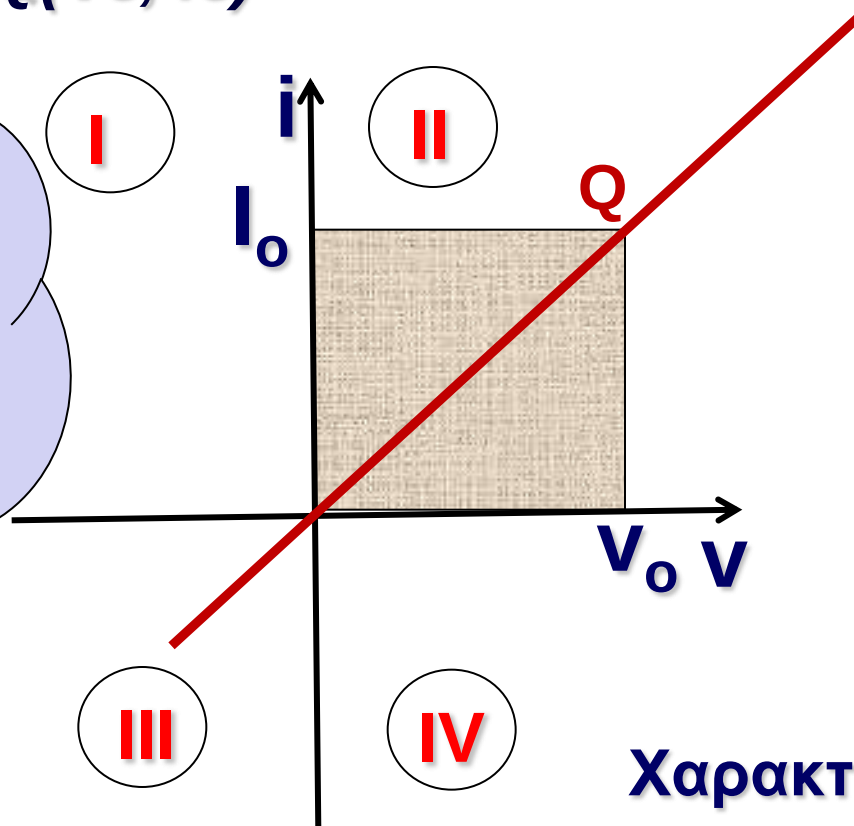
└→ Πηγές Τάσης

└→ Πηγές Ρεύματος

Στον γραμμικό χρονικά αμετάβλητο αντιστάτη

Η κατάσταση λειτουργίας του αντιστάτη προσδιορίζεται από το σημείο λειτουργίας του: $Q(V_o, I_o)$

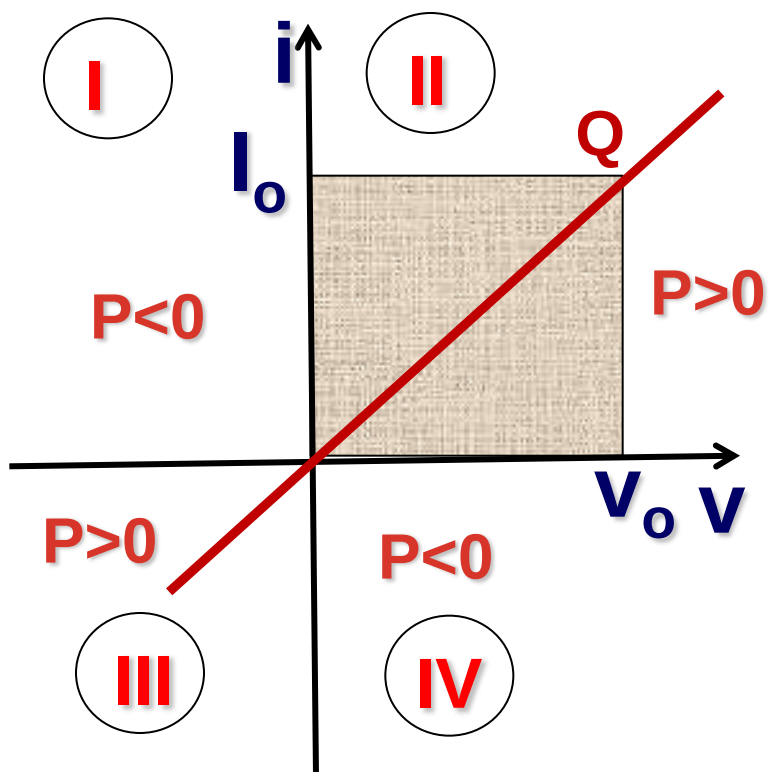
Η στιγμιαία ισχύς είναι ίση με το εμβαδόν του ορθογωνίου που σχηματίζεται από τους άξονες v , i και το σημείο λειτουργίας Q



Χαρακτηριστική $v-i$

Στον γραμμικό χρονικά αμετάβλητο αντιστάτη

Η στιγμιαία ισχύς υπολογίζεται ως ακολούθως:



$$p_R(t) = v_R(t) \cdot i_R(t) = R \cdot i_R^2(t)$$

Εάν $R > 0$: ο αντιστάτης απορροφά ισχύ

Εάν $R < 0$: ο αντιστάτης παρέχει ισχύ

Στον γραμμικό χρονικά αμετάβλητο αντιστάτη

Ενέργεια:

$$\rightarrow W_R(t_0, t) = R \int_{t_0 \rightarrow t} i_R^2(t) dt$$

....κοινό πρόσημο με την αντίσταση

Εάν $R > 0 \rightarrow W > 0 \rightarrow$ το στοιχείο καταναλώνει ενέργεια (παθητικό στοιχείο)

Εάν $R < 0 \rightarrow W < 0 \rightarrow$ το στοιχείο παρέχει ενέργεια (ενεργό στοιχείο)

Ωμικός αντιστάτης

Παθητικό στοιχείο από τον ορισμό του: κάθε χρονική στιγμή καταναλίσκει ηλεκτρομαγνητική ενέργεια υπό μορφή θερμότητας.

Δηλαδή πάντα: $p(t) > 0$

Θεωρώντας συζευγμένες φορές τάσεως και ρεύματος πρέπει η χαρακτηριστική του να βρίσκεται στο 1^ο ή στο 3^ο τεταρτημόριο.

Στον γραμμικό χρονικά σταθερό ωμικό αντιστάτη

$$\rightarrow p(t) = v_R(t) \cdot i_R(t) = R \cdot i_R^2(t) = (1/R) \cdot v_R^2(t) > 0$$

Ολική Ενέργεια που απορροφάται (από $-\infty \rightarrow t$):

$$\rightarrow W_R(t) = R \int_{-\infty \rightarrow t} i_R^2(t) dt = (1/R) \int_{-\infty \rightarrow t} v_R^2(t) dt > 0$$

Στον γραμμικό & σταθερό πυκνωτή

Στιγμιαία ισχύς:

$$\rightarrow p(t) = v(t) \cdot i(t) = C \cdot v(t) \frac{dv}{dt}$$

Προς τα μέσα: απορροφώμενη από το πυκνωτή $\rightarrow (p(t) > 0)$

$\rightarrow$ αποθήκευση ενέργειας

Προς τα έξω: προσδιδόμενη από τον πυκνωτή $\rightarrow (p(t) < 0)$

Στον γραμμικό & σταθερό πυκνωτή

Ολική ηλεκτρική ενέργεια που εισέρχεται ή εξέρχεται από τον πυκνωτή κατά το πεπερασμένο χρονικό διάστημα (t_1, t_2):

$$\begin{aligned} \rightarrow W_{12}(t) &= \int_{t_1 \rightarrow t_2} p(r) dr = \int_{t_1 \rightarrow t_2} C \cdot v(r) (dv(r)/dr) dr = \\ &= C \int_{t_1 \rightarrow t_2} v(r) dv(r) = \end{aligned}$$

$$\rightarrow W_{12}(t) = \frac{1}{2} * C [v^2(t_2) - v^2(t_1)]$$

Όπου $v(t_1), v(t_2)$ οι τάσεις μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή κατά τις χρονικές στιγμές t_1 & t_2 .

Στον γραμμικό & σταθερό πυκνωτή

$$W_{12}(t) = \frac{1}{2} * C [v^2(t_2) - v^2(t_1)]$$

Τι συμβαίνει όταν $|v(t_2)| > |v(t_1)|$?

$W > 0 \rightarrow$ ενέργεια εισέρχεται και αποθηκεύεται στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή.

$|v(t_2)| < |v(t_1)| \rightarrow W < 0 \rightarrow$ ενέργεια αποδίδεται από τον πυκνωτή στο υπόλοιπο δίκτυο.

Στον γραμμικό & σταθερό επαγωγέα

Στιγμιαία ισχύς:

$$\rightarrow p(t) = v(t) \cdot i(t) = L \cdot i(t) di/dt$$

Προς τα μέσα: απορροφώμενη από το πηνίο $\rightarrow (p(t) > 0) \rightarrow$
αποθήκευση ενέργειας

Προς τα έξω: προσδιδόμενη από το πηνίο $\rightarrow (p(t) < 0)$

Στον γραμμικό & σταθερό επαγωγέα

$$W_{12}(t) = \frac{1}{2} * L [i^2(t_2) - i^2(t_1)]$$

Τι συμβαίνει όταν $|i(t_2)| > |i(t_1)|$?

$W > 0 \rightarrow$ ενέργεια εισέρχεται και αποθηκεύεται στο μαγνητικό πεδίο του επαγωγέα.

$|i(t_2)| < |i(t_1)| \rightarrow W < 0 \rightarrow$ ενέργεια αποδίδεται από τον επαγωγέα στο υπόλοιπο δίκτυο.

Παράδειγμα 2.8-1 (1/3)

2.62

Το ρεύμα που διαρρέει έναν γραμμικό παθητικό αντιστάτη με αντίσταση R είναι:

$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t < 0 \\ I_m \eta \mu \omega t & \text{το χρονικό διάστημα: } t > 0 \end{cases}$$

Να υπολογισθούν: α. η ισχύς
 β. η ενέργεια

Υπολογισμός ισχύος:

$$P_R(t) = v_R(t) * i_R(t) = R * i_R^2(t) = R * I_m^2 \eta \mu^2 \omega t \rightarrow$$

ισχύει.... $\eta \mu^2 \alpha = (1 - \sigma \upsilon \nu 2\alpha) / 2$

$$\rightarrow P_R(t) = \frac{1}{2} R I_m^2 * (1 - \sigma \upsilon \nu 2\omega t)$$

Υπολογισμός ενέργειας:

$$w(0,t) = R \int_{0 \rightarrow t} i_R^2(t) dt = R \int_{0 \rightarrow t} I_m^2 \eta \mu^2 \omega t dt \rightarrow$$

$$\rightarrow w(0,t) = \frac{1}{2} R * t * I_m^2 - \frac{1}{2} R I_m^2 (1/2\omega) * \eta \mu^2 \omega t =$$

$$= \frac{1}{2} R * I_m^2 * (t - (1/2\omega) * \eta \mu^2 \omega t)$$

$$w(t_0, t) = \int_{t_0 \rightarrow t} p(t) dt = \int_{t_0 \rightarrow t} v(t) \cdot i(t) dt$$

... ισχύει $\rightarrow q(t) = f(v(t))$ & $i(t) = dq/dt$

$$w(t_0, t) = \int_{q(t_0) \rightarrow q(t)} f^{-1}(q) dq \quad (\text{γενική εξίσωση για} \\ \text{ΠΥΚΝΩΤΕΣ})$$

$q(t_0)$: αρχικό φορτίο του πυκνωτή

$q(t)$: τρέχον φορτίο του πυκνωτή

Ισχύς και ενέργεια στον πυκνωτή

2.66

Περίπτωση γραμμικού πυκνωτή:

Στιγμιαία ισχύς: $p(t) = v(t) \cdot i(t) \rightarrow (i = C \cdot dv/dt)$

$$\rightarrow p(t) = C \cdot v(t) dv/dt$$

$$W_c(t_1, t_2) = \int_{t_1 \rightarrow t_2} p(t) dt = \int_{t_1 \rightarrow t_2} C \cdot v(t) (dv(t)/dt) dt =$$

$$= C \int_{t_1 \rightarrow t_2} v(t) dv(t) = \frac{1}{2} C [v^2(t_2) - v^2(t_1)]$$

$v(t_1)$, $v(t_2)$: τάσεις μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή κατά την χρονική στιγμή t_1 & t_2 αντίστοιχα.

Ισχύς και ενέργεια στον πυκνωτή

2.67

Περίπτωση γραμμικού πυκνωτή:

Θεωρώντας αρχικά αφόρτιστο πυκνωτή $\rightarrow v(t_1)=0$

$$W_c(t) = \frac{1}{2} C [v^2(t_2) - v^2(t_1)] = \frac{1}{2} C v^2(t)$$

Από τον ακόλουθο τύπο: $p(t) = C \cdot v(t) dv/dt$

Διαπιστώνουμε ότι $p(t) > 0$ ή $p(t) < 0 \dots \rightarrow$ ο πυκνωτής είναι ένα παθητικό στοιχείο που δεν καταναλώνει ενέργεια (την αποθηκεύει).

Παράδειγμα 2.8-2 (1/2)

2.68

Η τάση στα άκρα ενός πυκνωτή με χωρητικότητα C είναι:

$$V(t) = \begin{cases} 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t < 0 \text{ s} \\ V_m \eta \mu \omega t & \text{το χρονικό διάστημα: } t > 0 \text{ s} \end{cases}$$

Να υπολογισθούν (για την χρονική στιγμή t):

α. η ενέργεια

β. η ισχύς

Παράδειγμα 2.8-2 (2/2)

2.69

$$w_c(t) = \frac{1}{2} C v^2(t) = \frac{1}{2} C V_m^2 \eta \mu^2 \omega t \rightarrow$$

$$\rightarrow \dots \text{ισχύει} \dots \eta \mu^2 \omega t = \frac{1}{2} * (1 - \cos 2\omega t) \dots \rightarrow$$

$$\rightarrow W_c(t) = \frac{1}{4} * C V_m^2 (1 - \cos 2\omega t)$$

$$p(t) = \left(\frac{1}{2}\right) * C * dv^2(t)/dt = \frac{1}{2} C * dV_m^2 \eta \mu^2 \omega t / dt =$$

$$= \frac{1}{2} C * V_m^2 * d\left(\frac{1}{2} * (1 - \cos 2\omega t)\right) dt =$$

$$= \frac{1}{2} C * V_m^2 * \eta \mu^2 \omega t * d\omega t / dt = \frac{1}{2} * \omega * C * V_m^2 * \eta \mu^2 \omega t$$

$$w(t_0, t) = \int_{t_0 \rightarrow t} p(t) dt = \int_{t_0 \rightarrow t} v(t) \cdot i(t) dt$$

$$w(t_0, t) = \int_{\varphi(t_0) \rightarrow \varphi(t)} f^{-1}(\varphi) d\varphi \quad (\text{γενική εξίσωση για πηνία})$$

$\varphi(t_0)$: αρχική μαγνητική ροή του πηνίου

$\varphi(t)$: τρέχουσα μαγνητική ροή του πηνίου

Περίπτωση γραμμικού πηνίου:

Θεωρώντας πηνίο με μηδενική αρχική ροή $\Rightarrow \varphi(t_1)=0$

$$w_L(t) = \frac{1}{2} L [i^2(t_2) - i^2(t_1)] = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

Από τον ακόλουθο τύπο: $p(t) = L \cdot i(t) di/dt$

Διαπιστώνουμε ότι $p(t) > 0$ ή $p(t) < 0 \dots \Rightarrow$ το πηνίο είναι ένα παθητικό στοιχείο που δεν καταναλώνει ενέργεια (την αποθηκεύει).

Παράδειγμα 2.8-3 (1/2)

2.72

Πηνίο με αυτεπαγωγή L διαρρέεται από ρεύμα:

$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t < 0 \text{ s} \\ I_m \eta \mu \omega t & \text{το χρονικό διάστημα: } t > 0 \text{ s} \end{cases}$$

Να υπολογισθούν (για την χρονική στιγμή t):

α. η ενέργεια

β. η ισχύς

Παράδειγμα 2.8-3 (1/2)

2.73

$$w_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t) = \frac{1}{2} L I_m^2 \eta \mu^2 \omega t \rightarrow$$

$$\rightarrow \dots \text{ισχύει } \dots \eta \mu^2 \omega t = \frac{1}{2} * (1 - \cos 2\omega t) \dots \rightarrow$$

$$\rightarrow W_L(t) = \frac{1}{4} * L * I_m^2 (1 - \cos 2\omega t) \quad (\dots \text{εμφανής η δυαδικότητα } \dots)$$

$$p(t) = \left(\frac{1}{2}\right) * L * di^2(t)/dt = \frac{1}{2} L * dI_m^2 \eta \mu^2 \omega t / dt =$$

$$= \frac{1}{2} L * I_m^2 * d\left(\frac{1}{2} * (1 - \cos 2\omega t)\right) dt =$$

$$= \frac{1}{2} L * I_m^2 * \eta \mu^2 \omega t * d\omega t / dt = \frac{1}{2} * \omega * L * I_m^2 * \eta \mu^2 \omega t$$

Πρόβλημα 2.9-4

Η χαρακτηριστική της διόδου επαφής δίνεται από την σχέση:

$$i(t) = I_s (e^{q \cdot v(t)/KT} - 1)$$

Να παρασταθεί γραφικά η χαρακτηριστική $i-v$ και να βρεθούν γραφικά και αναλυτικά η στατική και η δυναμική αντίσταση της διόδου στο σημείο λειτουργίας $Q(V_o, I_o)$.

Η δίοδος επαφής είναι ενεργό ή παθητικό στοιχείο?

Η χαρακτηριστική της διόδου επαφής:

$$i(t) = I_s (e^{q \cdot v(t)/KT} - 1)$$

Γράφεται με την μορφή:

$$i(t) = I_s * e^{q \cdot v(t)/KT} - I_s \rightarrow e^{q \cdot v(t)/KT} = [i(t) / I_s] + 1 \rightarrow$$

Συνεπώς η αντίστροφη χαρακτηριστική είναι:

$$v(t) * (q/KT) = \ln \{ [i(t) / I_s] + 1 \} \rightarrow$$

$$\rightarrow v(t) = (KT / q) * \ln \{ [i(t) / I_s] + 1 \}$$

Η στατική αντίσταση της διόδου στο σημείο λειτουργίας $Q(V_o, I_o)$, υπολογίζεται $\rightarrow$

$$\rightarrow R_{stat} = V_o / I_o = (KT / I_o * q) * \ln \{ [I_o / I_s] + 1 \}$$

Η δυναμική αντίσταση της διόδου στο σημείο λειτουργίας $Q(V_o, I_o)$, υπολογίζεται:

$$\rightarrow R_{dyn} = (dV/dI)|_{Q(V_o, I_o)}$$

*Κλίση της εφαπτομένης της χαρακτηριστικής στο σημείο λειτουργίας Q

$$\rightarrow R_{dyn} = (KT / I_s q) * \ln \{ [i(t) / I_s] + 1 \} \quad \bigg| \quad \rightarrow$$

$$d/dx (\ln k) = (1/k) * d/dx(k) \quad \& \quad e^{q \cdot v(t) / KT} = [i(t) / I_s] + 1$$

$$\rightarrow (KT / I_s q) * 1 / \{ [i(t) / I_s] + 1 \} = (KT / I_s q) * e^{-q \cdot V_o / KT}$$

Ενεργό ή παθητικό στοιχείο?

Ενεργά: στοιχεία των οποίων η ενέργεια έχει είτε θετικές είτε αρνητικές τιμές (π.χ. πηγές τάσης & πηγές ρεύματος)

Παθητικά: στοιχεία των οποίων η ενέργεια είναι μόνιμα θετική ποσότητα.



Η δίοδος επαφής παθητικό στοιχείο.

Πρόβλημα 2.9-6 (1/5)

2.79

Η τάση ενός πυκνωτή με χωρητικότητα C έχει την μορφή $v(t)=V_m \eta \mu \omega t$. Υπολογίστε το ρεύμα, το φορτίο και την ενέργεια του πυκνωτή ως προς το χρόνο. Πως θα άλλαζε η μορφή του ρεύματος, αν ο πυκνωτής ήταν αρχικά φορτισμένος με φορτίο q_0 ? Εκφράστε την τάση και το ρεύμα με τον ίδιο τριγωνομετρικό αριθμό, για να διαπιστώσετε την επίδραση της αδράνειας του πυκνωτή. Δίνονται $C=100\mu F$, $V_m=312V$ και $\omega=314 \text{ rad/sec}$.

Το ρεύμα του πυκνωτή υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τη

$$\text{σχέση: } i(t) = C \cdot (dV/dt) = C \cdot (dV_m \eta \mu \omega t / dt) =$$

$$= C \cdot V_m \sigma \upsilon \nu \omega t \, d\omega t / dt =$$

$$= C \cdot \omega \cdot V_m \sigma \upsilon \nu(\omega t) = C \cdot \omega \cdot V_m \cdot \eta \mu(\omega t + 90^\circ) =$$

$$= 10^{-4} \text{F} \cdot 314 \text{ rad/sec} \cdot 312 \text{ V} \cdot \eta \mu(314 \cdot t + 90^\circ) \rightarrow$$

$$\rightarrow i(t) = 9,797 \cdot \eta \mu(314 \cdot t + 90^\circ) \quad [\text{Ampere}]$$

Πρόβλημα 2.9-6 (3/5)

2.81

Το φορτίο του πυκνωτή υπολογίζεται

χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$q(t) = C \cdot v(t) = C \cdot V_m \eta \mu(\omega t) =$$

$$= 10^{-4} \text{ F} \cdot 312 \text{ V} \cdot \eta \mu(314 \cdot t) \rightarrow$$

$$\rightarrow q(t) = 3,12 \cdot 10^{-2} \cdot \eta \mu(314 \cdot t) \text{ [coulomb]}$$

Πρόβλημα 2.9-6 (4/5)

2.82

Η ενέργεια που αποθηκεύεται στον πυκνωτή υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την σχέση:

$$w(t) = \frac{1}{2} C v^2(t) = \frac{1}{2} C V_m^2 \eta^2(\omega t) =$$

Ισχύει $\eta^2(\omega t) = [1 - \sin(2\omega t)] / 2$

$$\rightarrow w(t) = \frac{1}{4} * C * V_m^2 (1 - \sin(2\omega t)) =$$

$$\rightarrow = \frac{1}{4} * 10^{-4} \text{F} * 312^2 * (1 - \sin 628 * t) =$$

$$\rightarrow w(t) = 2,43 * (1 - \sin 628 * t) \text{ [Joule]}$$

Το ρεύμα του πυκνωτή δίνεται από την σχέση:

$$i(t) = C * (dv/dt) = C * \omega * V_m * \eta\mu(\omega t + 90^\circ) = 9,797 * \eta\mu(314 * t + 90^\circ)$$

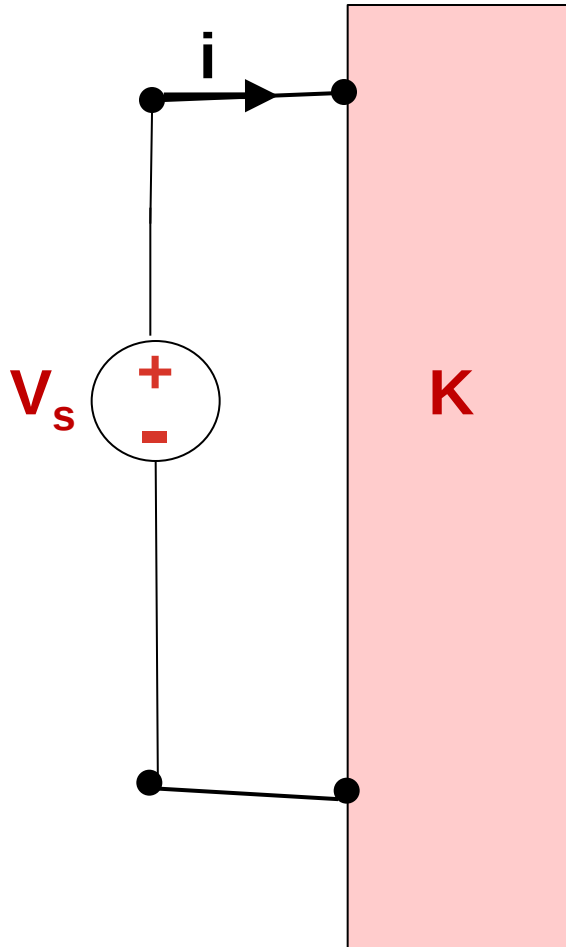
δηλαδή είναι ανάλογο των μεταβολών της τάσης του.

Το αρχικό φορτίο q_0 προκαλεί μια χρονικά αμετάβλητη αρχική τάση. Συνεπώς δεν έχει καμία επίδραση στην μορφή του ρεύματος.

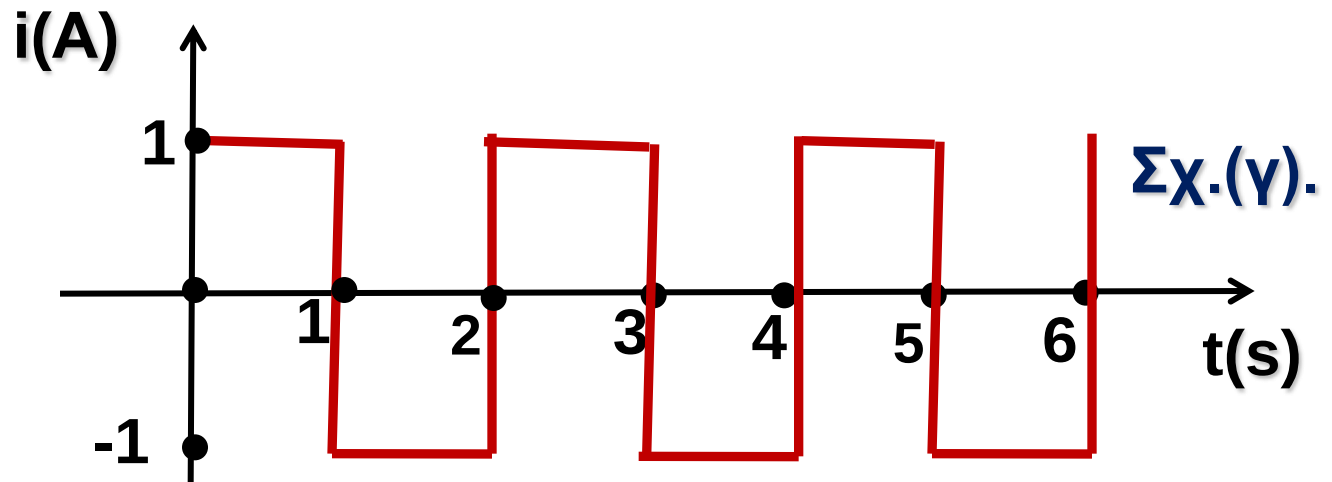
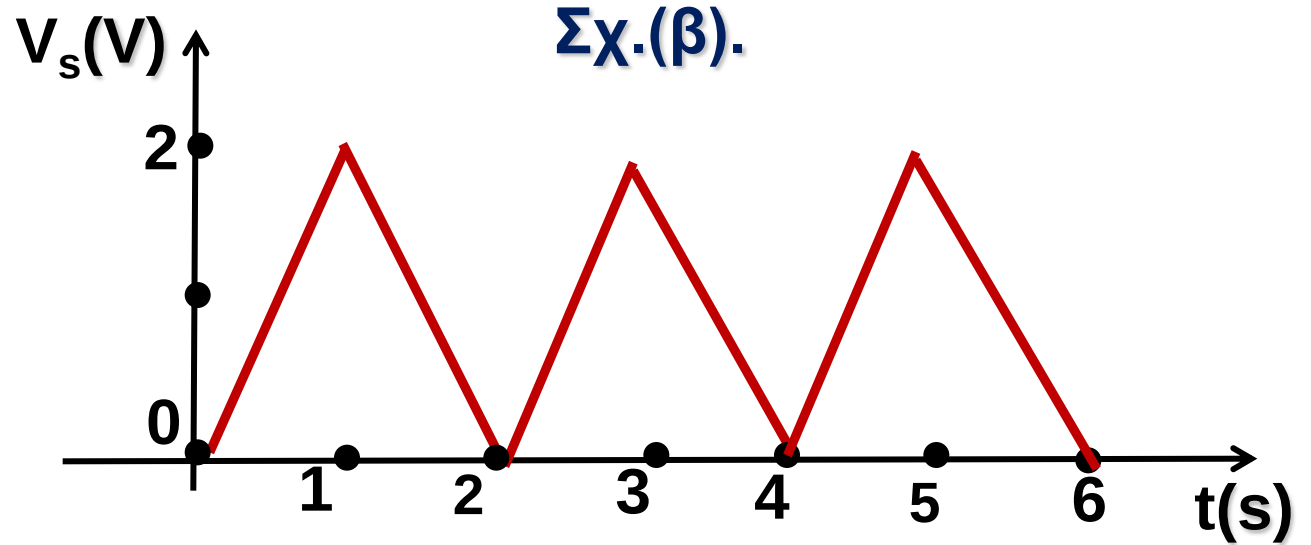
Η είσοδος σ' ένα κύκλωμα (σχήμα α) είναι μια τριγωνική τάση, όπως φαίνεται στο σχήμα β. Έξοδος του κυκλώματος θεωρείται το ρεύμα της πηγής. Το ρεύμα της πηγής θέλουμε να έχει τετραγωνική μορφή. Ποιο στοιχείο δύο ακροδεκτών πρέπει να συνδεθεί με την ανεξάρτητη πηγή τάσης? Να υπολογιστεί η ισχύς και η ενέργεια που παρέχει η πηγή και να δοθεί η γραφική τους παράσταση ως προς τον χρόνο.

Πρόβλημα 2.9-7 (2/7)

2.85



Σχ.(α).



Συγκρίνουμε τις κυματομορφές τάσης (σχ. β) και έντασης (σχ. γ). Διαπιστώνουμε ότι η κυματομορφή της έντασης είναι χρονική παράγωγος της κυματομορφής της τάσης.

Σύμφωνα με τον ορισμό του ρεύματος (κεφ. 2 σελ 44) $\rightarrow$
 $i(t) = dq/dt \rightarrow i(t) = df(v)/dt \rightarrow$ το στοιχείο που θα πρέπει να συνδεθεί στην πηγή είναι πυκνωτής.

Πρόβλημα 2.9-7 (4/7)

2.87

Η τάση της πηγής είναι περιοδική με περίοδο 2s. Στο διάστημα μιας περιόδου η τάση περιγράφεται από την σχέση:

$$V_s(t) = \begin{cases} 2t & \text{το χρονικό διάστημα: } 0 < t < 1 \text{ s} \\ 2(2-t) & \text{το χρονικό διάστημα: } 1 < t < 2 \text{ s} \end{cases}$$

....και η ένταση:

$$i(t) = \begin{cases} 1 & \text{το χρονικό διάστημα: } 0 < t < 1 \text{ s} \\ -1 & \text{το χρονικό διάστημα: } 1 < t < 2 \text{ s} \end{cases}$$

$$i(t) = df(v)/dt \rightarrow 1 = d C 2t/dt \rightarrow$$

$$C = 1/2 \text{ Farad} = 0,5 \text{ Farad (η χωρητικότητα του πυκνωτή)}$$

Η στιγμιαία ισχύς δίνεται από τη σχέση:

$$p(t) = V_s(t) * i(t) = \begin{cases} 2*t \text{ το χρονικό διάστημα: } 0 < t < 1 \text{ s} \\ 2(t-2) \text{ το χρονικό διάστημα: } 1 < t < 2 \text{ s} \end{cases}$$

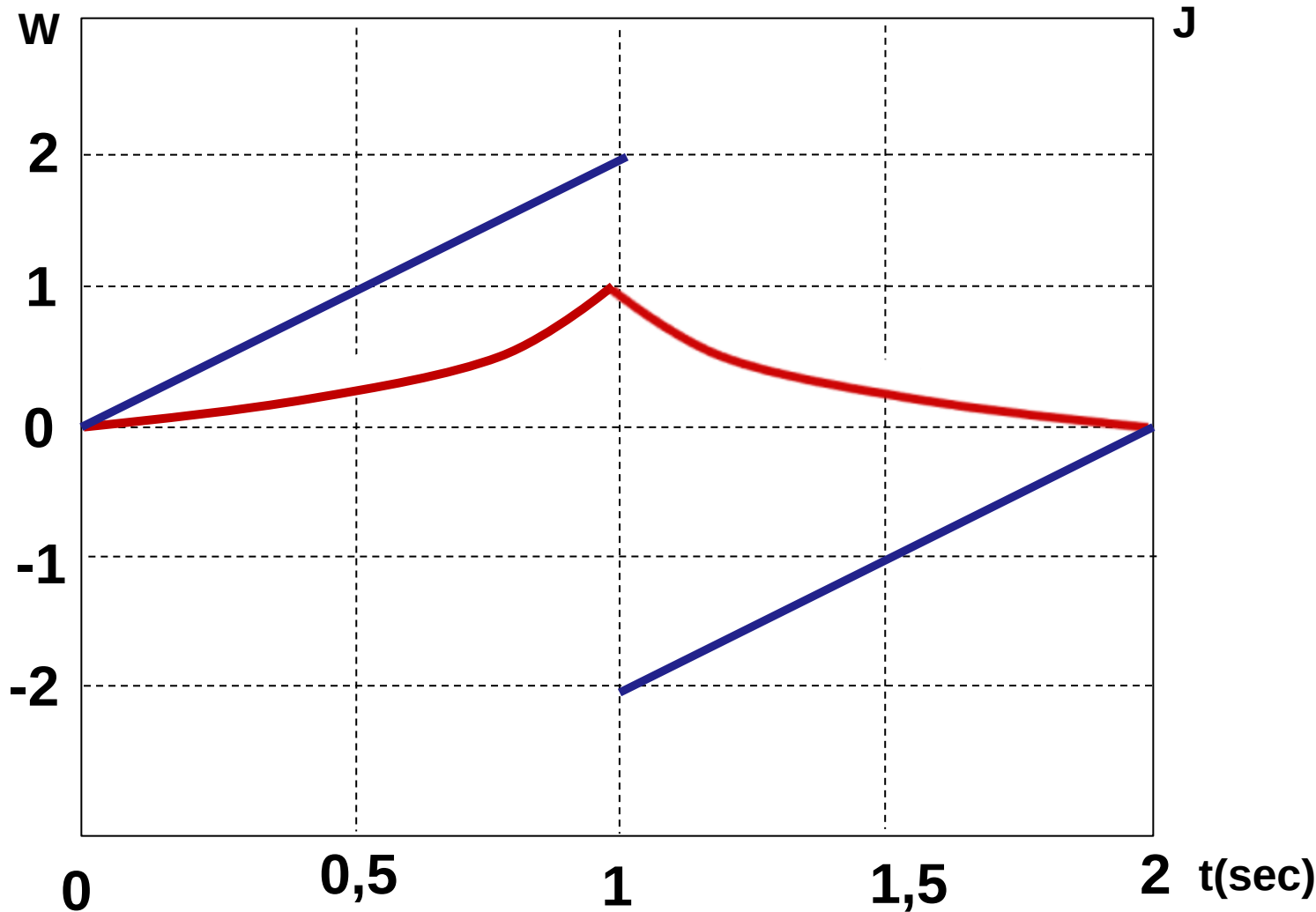
Η ενέργεια υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$w(t) = \frac{1}{2} * C V_s^2(t) = \begin{cases} t^2 \text{ το χρονικό διάστημα: } 0 < t < 1 \text{ s} \\ (2-t)^2 \text{ το χρονικό διάστημα: } 1 < t < 2 \text{ s} \end{cases}$$

Ακολουθούν οι γραφικές παραστάσεις της στιγμιαίας ισχύος (μπλε χρώμα) και της ενέργειας (κόκκινο χρώμα) στο διάστημα μιας περιόδου.

Πρόβλημα 2.9-7 (7/7)

2.90

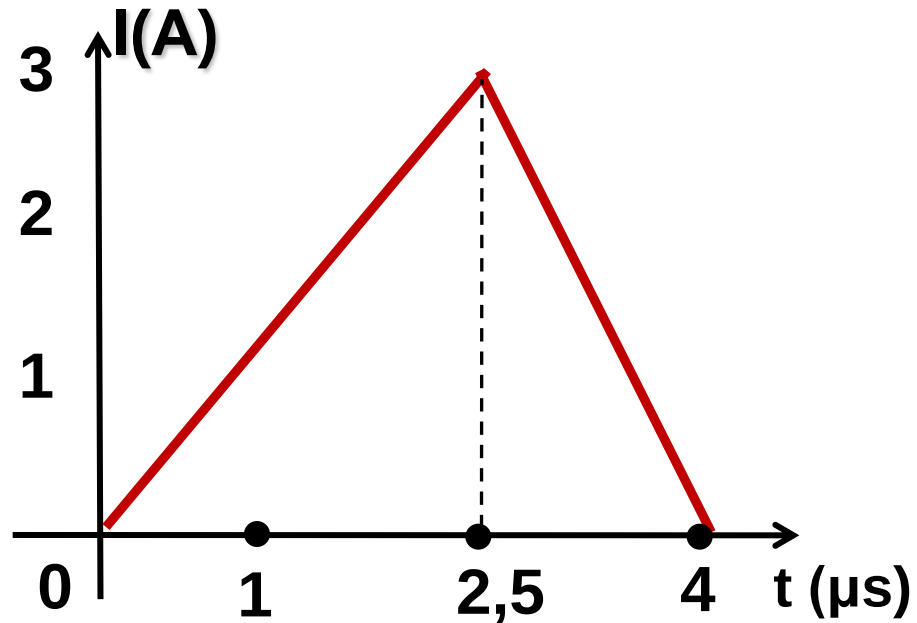


Διαπιστώνουμε
ότι η ενέργεια
είναι μόνιμα
θετική
ποσότητα, ενώ
η στιγμιαία
ισχύς αλλάζει
πρόσημο.

Πρόβλημα 2.9-9 (1/7)

2.91

Το ρεύμα που διαρρέει μian αυτεπαγωγή $L=10\text{mH}$ έχει την ακόλουθη μορφή. Να δοθεί η γραφική παράσταση της τάσης



$v(t)$ και της στιγμιαίας
ισχύος $p(t)$. Πόση ενέργεια
 $w(t)$ αποθηκεύεται στο
πηνίο?

Πρόβλημα 2.9-9 (2/7)

2.92

Το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο δίνεται από την ακόλουθη συνάρτηση:

$$i(t) = \begin{cases} 1,2 \cdot 10^6 \text{ t (A) το χρονικό διάστημα: } 0 < t < 2,5 \text{ } \mu\text{s} \\ 8 - 2 \cdot 10^6 \text{ t (A) το χρονικό διάστημα: } 2,5 < t < 4 \text{ } \mu\text{s} \end{cases}$$

Η τάση στα άκρα του πηνίου υπολογίζεται:

$$v(t) = L \frac{di}{dt} = \begin{cases} 12 \cdot 10^3 \text{ (V) το χρονικό διάστημα: } 0 < t < 2,5 \text{ } \mu\text{s} \\ - 20 \cdot 10^3 \text{ (V) το χρονικό διάστημα: } 2,5 < t < 4 \text{ } \mu\text{s} \end{cases}$$

Η ισχύς του πηνίου υπολογίζεται: $p(t) = v(t) \cdot i(t) \rightarrow$

$$p(t) = \begin{cases} 14,4 \cdot 10^9 \cdot t \text{ (W) το χρονικό διάστημα: } 0 < t < 2,5 \text{ } \mu\text{s} \\ 40 \cdot 10^9 \cdot t - 160 \cdot 10^3 \text{ (W) το χρονικό διάστημα: } 2,5 < t < 4 \text{ } \mu\text{s} \end{cases}$$

Η αποθηκευμένη ενέργεια του πηνίου υπολογίζεται:

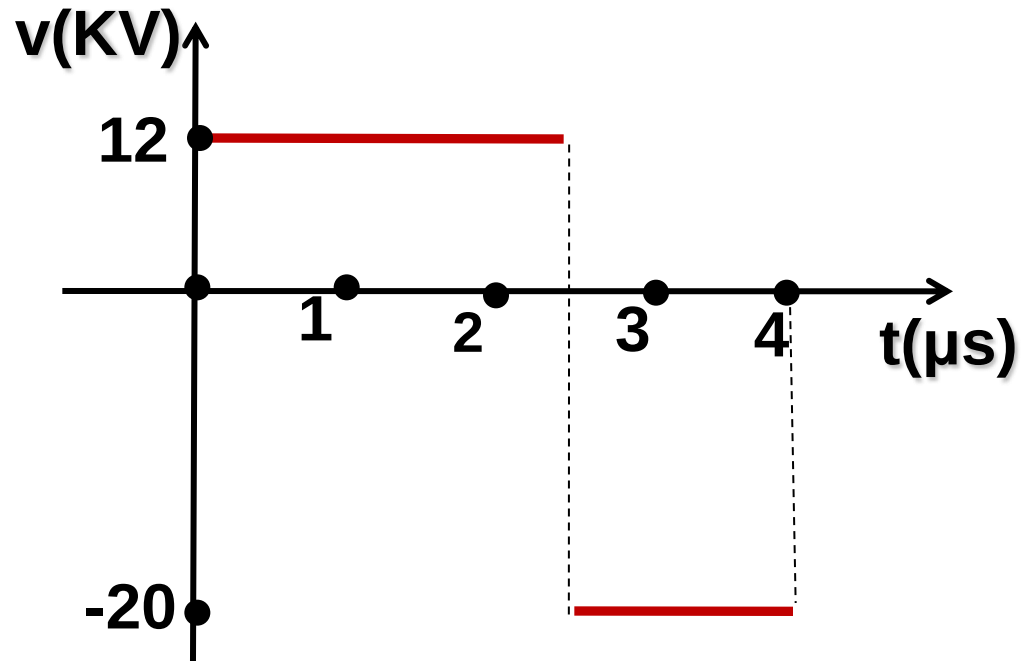
$$w_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

$$w_L(t) = \frac{1}{2} L i^2(t) \rightarrow$$

$$w_L(t) = \begin{cases} 0,72 \cdot 10^{10} t^2 \text{ (J)} & \text{το χρονικό διάστημα: } 0 < t < 2,5 \mu\text{s} \\ \frac{1}{2} \cdot 10^{-2} \cdot (8 - 2 \cdot 10^6 t)^2 \text{ (J)} & \text{το χρονικό διάστημα: } 2,5 < t < 4 \mu\text{s} \end{cases}$$

Γραφικές παραστάσεις:

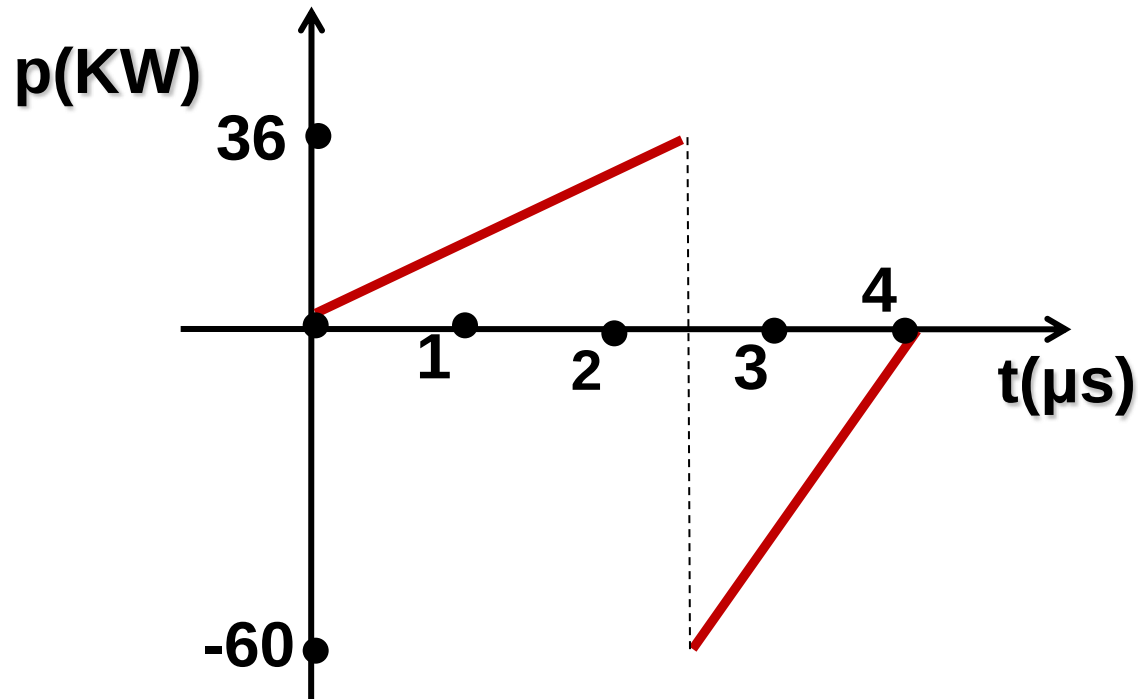
Σχ. α. Τάση



Πρόβλημα 2.9-9 (6/7)

2.96

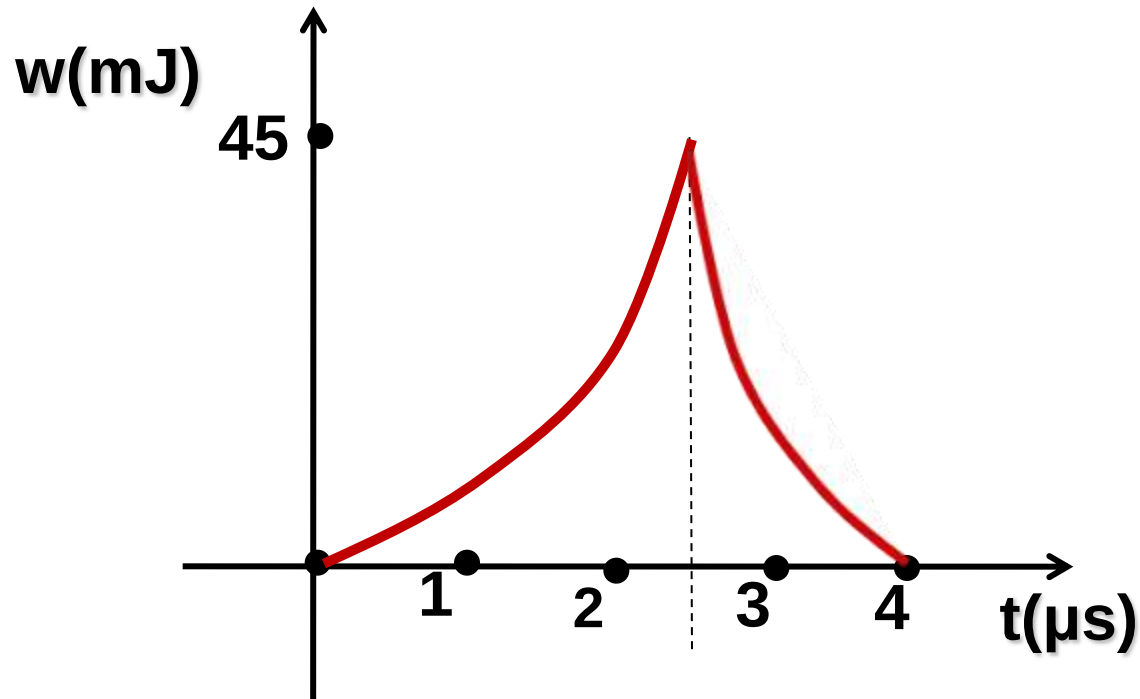
Σχ. β. Ισχύς



Πρόβλημα 2.9-9 (7/7)

2.97

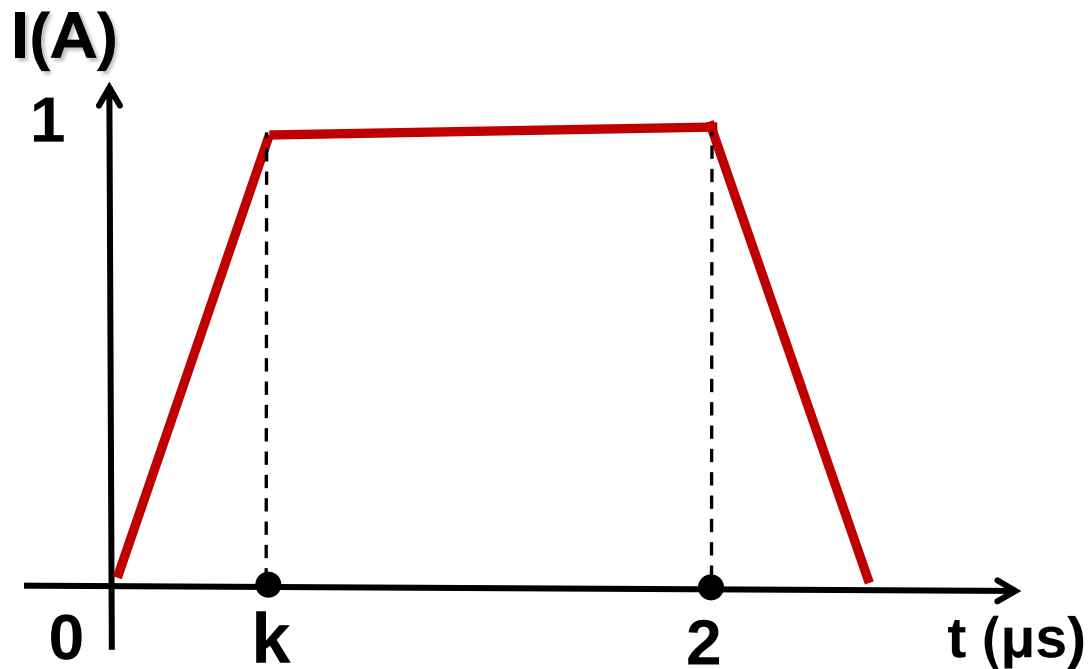
Σχ. γ. Ενέργεια



Πρόβλημα 2.9-10 (1/4)

2.98

Σ' ένα πηνίο με αυτεπαγωγή $L=5H$ το ρεύμα έχει τη μορφή του ακόλουθου σχεδίου:



Πρόβλημα 2.9-10 (2/4)

2.99

Σχεδιάστε την τάση στα άκρα του πηνίου, καθώς η αύξηση του ρεύματος γίνεται ολοένα και ταχύτερη ($k=1, 0.1, 0.001\text{s}$).

Η αναλυτική έκφραση του ρεύματος είναι:

$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t < 0 \\ (1/k) \cdot t & \text{το χρονικό διάστημα: } 0 < t < k \\ 1 & \text{το χρονικό διάστημα: } k \leq t < 2 \\ 1 + (1/k) \cdot (2 - t) & \text{το χρονικό διάστημα: } 2 \leq t \leq 2 + k \\ 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t > 2 + k \end{cases}$$

$$v(t) = L \, di/dt \rightarrow$$

$$v(t) = \begin{cases} 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t < 0 \\ 5/k & \text{το χρονικό διάστημα: } 0 < t < k \\ 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } k \leq t < 2 \\ -5/k & \text{το χρονικό διάστημα: } 2 \leq t \leq 2+k \\ 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t > 2+k \end{cases}$$

Πρόβλημα 2.9-10 (4/4)

2.101

Γραφική παράσταση της τάσης στα άκρα του πηνίου:

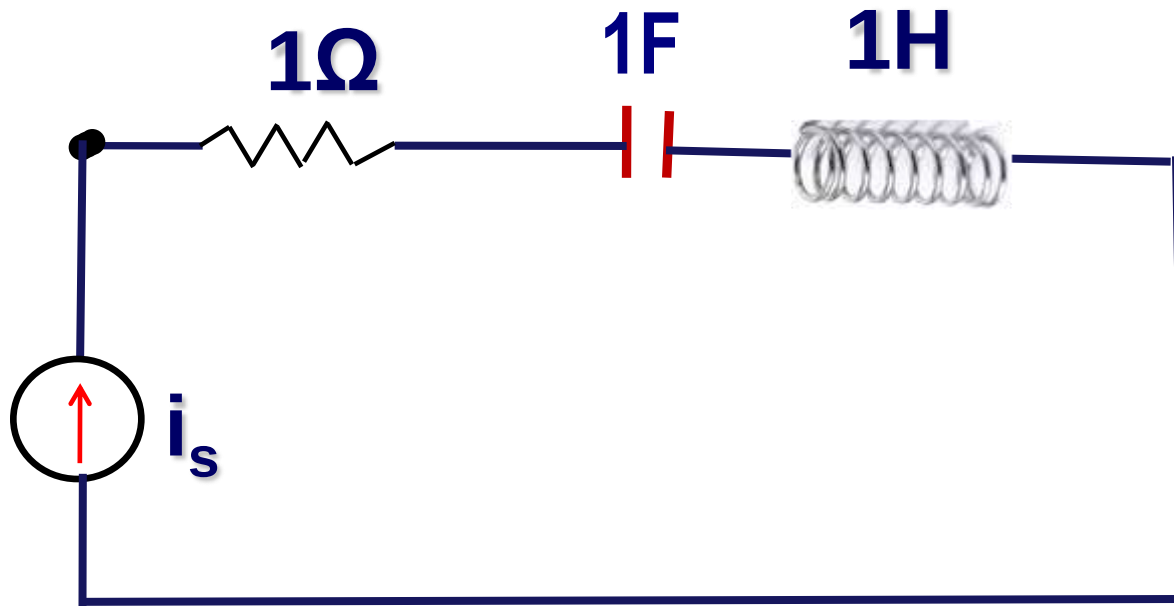


Η τάση έχει την μορφή παλμού (σταθερού εμβαδού=5) ο οποίος εμφανίζεται κατά την μεταβολή του ρεύματος. Το ύψος του παλμού είναι αντιστρόφως ανάλογο της τιμής του k . Όταν $k \rightarrow 0 \rightarrow$ το ύψος του παλμού τείνει στο άπειρο.

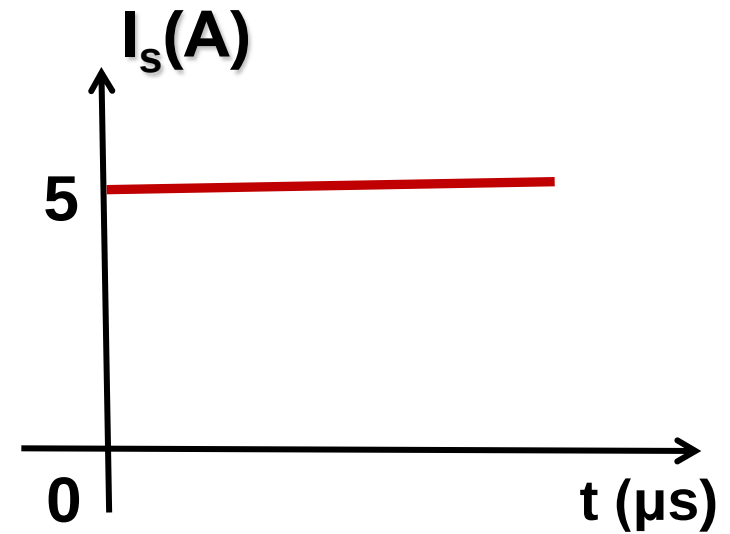
Πρόβλημα 2.9-13 (1/3)

2.102

Μια χρονικά αμετάβλητη πηγή ρεύματος (σχ.α) οδηγεί τα τρία στοιχεία R , L , C του ακόλουθου κυκλώματος:



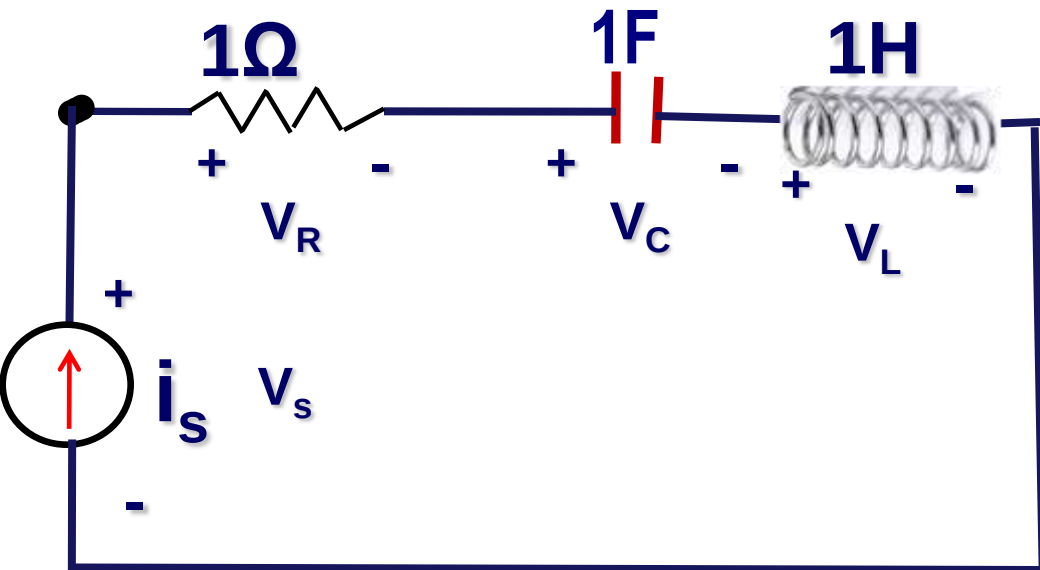
(Σχ.α)



Πρόβλημα 2.9-13 (2/3)

2.103

Υπολογίστε και σχεδιάστε την τάση που αναπτύσσεται στα άκρα του κάθε στοιχείου. Τι παρατηρείτε εξετάζοντας τα στοιχεία από καθαρά μαθηματική σκοπιά? Σε ποια θεώρηση οδηγούμεθα σχετικά με το ηλεκτρικό κύκλωμα?



Στα άκρα της πηγής
ρεύματος αναπτύσσεται
τάση: $V_S = V_R + V_C + V_L$

$$V_R = R \cdot i_s = 5V$$

$$V_C = (1/C) \int_{0 \rightarrow t} i_s dt = 5t \text{ V}$$

$$V_L = L \cdot di_s/dt = 0$$

Αντικαθιστούμε στην εξίσωση: $V_S = V_R + V_C + V_L \rightarrow$

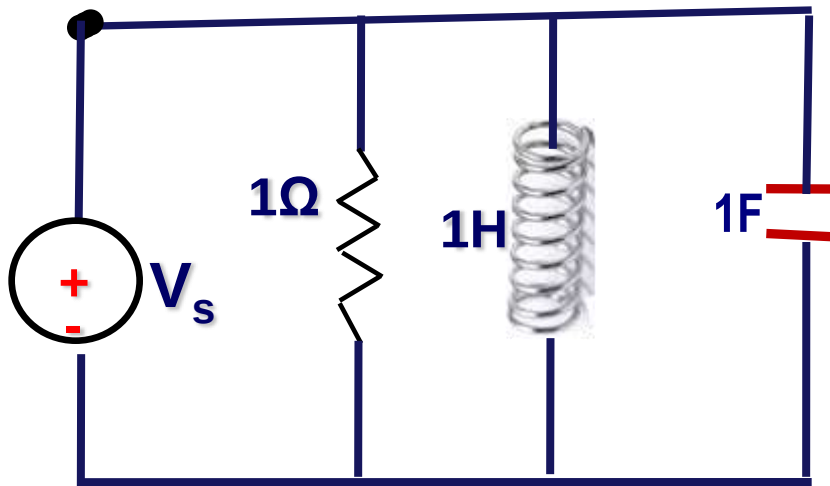
$$\rightarrow V_S = 5 + 5t \text{ Volt}$$

Διαπιστώνουμε ότι τα ηλεκτρικά στοιχεία είναι σε θέση να εκτελούν μαθηματικές πράξεις. Οδηγούμαστε στην θεώρηση ότι το ηλεκτρικό κύκλωμα είναι ένα σύνολο: πολλαπλασιαστών, ολοκληρωτών & διαφοριστών που μπορούν να επεξεργαστούν μαθηματικά την διέγερσή τους.

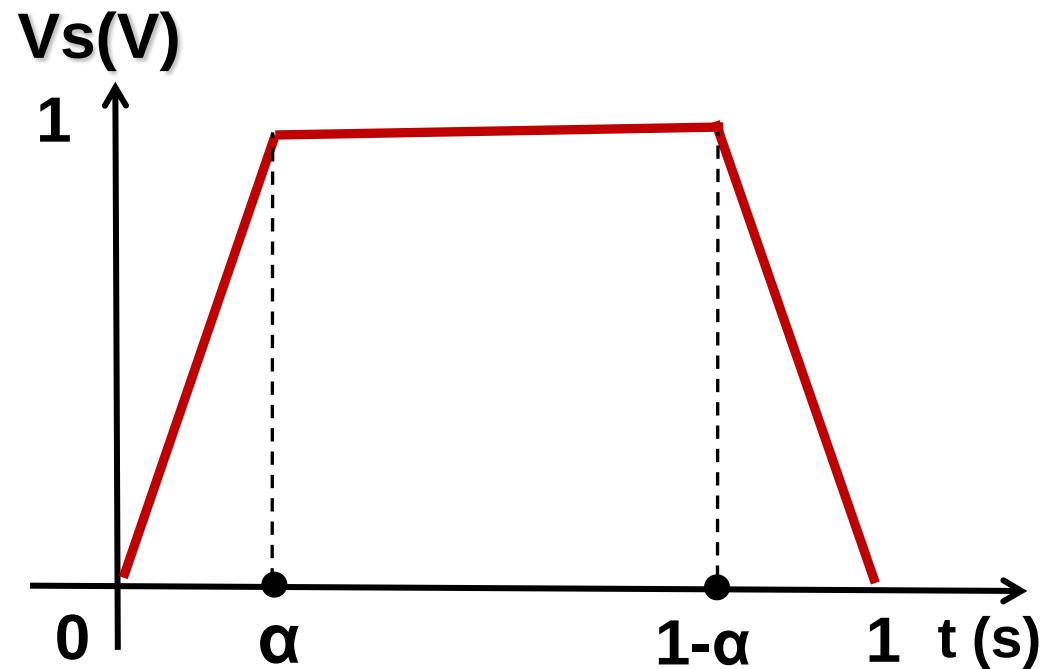
Πρόβλημα 2.9-14 (1/8)

2.105

Στο ακόλουθο κύκλωμα (Σχ.α) εφαρμόζεται ο τραπεζοειδής παλμός τάσης του Σχ.β. Να υπολογισθούν τα ρεύματα των κλάδων του κυκλώματος.



Σχ.α



Σχ.β.

Τάση της πηγής:

$$v_s(t) = \begin{cases} 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t < 0 \\ t/\alpha & \text{το χρονικό διάστημα: } 0 < t < \alpha \\ 1 & \text{το χρονικό διάστημα: } \alpha \leq t < 1-\alpha \\ (1-t)/\alpha & \text{το χρονικό διάστημα: } 1-\alpha \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t > 1 \end{cases}$$

Ρεύμα του κλάδου της ωμικής αντίστασης:

$$i_R(t) = V_s(t) / R$$

Πρόβλημα 2.9-14 (3/8)

2.107

$$R=1 \rightarrow i_R(t) = V_s(t) / 1 \rightarrow i_R(t) = V_s(t) \rightarrow$$

$$i_R(t) = \begin{cases} 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t < 0 \\ t/\alpha & \text{το χρονικό διάστημα: } 0 < t < \alpha \\ 1 & \text{το χρονικό διάστημα: } \alpha \leq t < 1-\alpha \\ (1-t)/\alpha & \text{το χρονικό διάστημα: } 1-\alpha \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t > 1 \end{cases}$$

Πρόβλημα 2.9-14 (4/8)

2.108

Το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο είναι το ολοκλήρωμα της τάσης η οποία εφαρμόζεται στα άκρα του:

$i_L(t) = i_L(0) + (1/L) \int_{0 \rightarrow t} V_s(r) dr \rightarrow \dots$ θεωρούμε $i_L(0)=0$ / και από τα δεδομένα $L=1H \dots \rightarrow$

$\rightarrow i_L(t) = \int_{0 \rightarrow t} V_s(r) dr \rightarrow$ το χρονικό διάστημα: $0 < t < \alpha$

$\rightarrow i_L(t) = \int_{0 \rightarrow t} (t/\alpha) dt = (1/\alpha) * (t^2/2) = t^2/2\alpha \rightarrow i_L(\alpha) = \alpha/2$

$i_L(t) = i_L(\alpha) + \int_{\alpha \rightarrow t} V_s(r) dr \rightarrow$ το χρονικό διάστημα: $\alpha < t < 1 - \alpha$

$\rightarrow i_L(t) = i_L(\alpha) + \int_{\alpha \rightarrow t} 1 dt = t - (\alpha/2)$

$i_L(1 - \alpha) = 1 - \alpha - \alpha/2 = 1 - (3\alpha/2)$

$i_L(t) = i_L(1 - \alpha) + \int_{0 \rightarrow t} V_s(r) dr \rightarrow$ το χρονικό διάστημα: $1 - \alpha < t < 1$

$\rightarrow i_L(t) = 1 - (3\alpha/2) + \int_{0 \rightarrow t} (1/\alpha - t/\alpha) dt = 1 - (3\alpha/2) + (1/\alpha)*t - (1/2\alpha)*t^2$

$i_L(1) = 1 - \alpha$

Πρόβλημα 2.9-14 (6/8)

2.110

$$i_L(t) = i_L(1) + \int_{0 \rightarrow t} V_s(r) dr \rightarrow \text{το χρονικό διάστημα: } t > 1$$

$$\rightarrow i_L(t) = 1 - \alpha + \int_{0 \rightarrow t} 0 dt = 1 - \alpha$$

Συγκεντρωτικά για το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο:

$$i_L(t) = \begin{cases} 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t < 0 \\ t^2/2\alpha & \text{το χρονικό διάστημα: } 0 < t < \alpha \\ t - (\alpha/2) & \text{το χρονικό διάστημα: } \alpha \leq t < 1 - \alpha \\ 1 - (3\alpha/2) + (1/\alpha)*t - (1/2\alpha)*t^2 & \text{το χρονικό διάστημα: } 1 - \alpha \leq t \leq 1 \\ 1 - \alpha & \text{το χρονικό διάστημα: } t > 1 \end{cases}$$

Πρόβλημα 2.9-14 (7/8)

2.111

Το ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή είναι η παράγωγος ως προς τον χρόνο της τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα του: $i_C(t) = dv_C/dt$

$$i_C(t) = \begin{cases} 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t < 0 \\ 1/\alpha & \text{το χρονικό διάστημα: } 0 < t < \alpha \\ 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } \alpha \leq t < 1-\alpha \\ -1/\alpha & \text{το χρονικό διάστημα: } 1-\alpha \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{το χρονικό διάστημα: } t > 1 \end{cases}$$

Πρόβλημα 2.9-14 (8/8)

2.112

