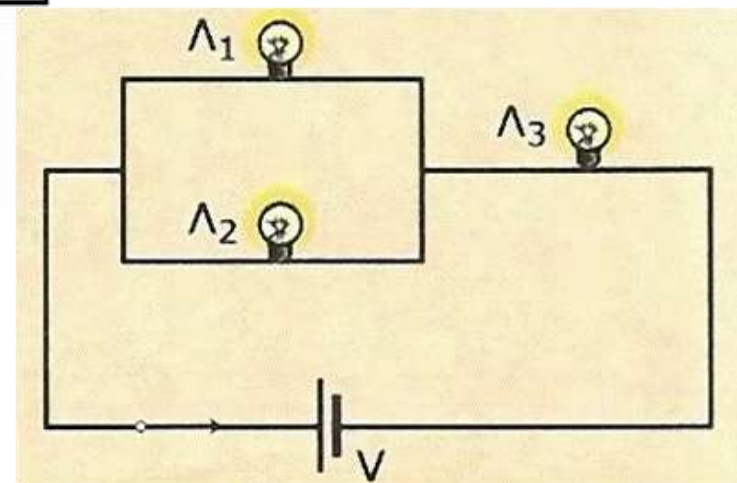
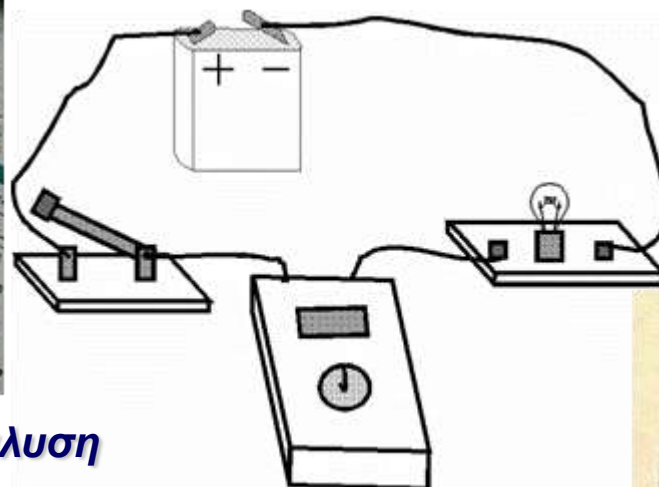
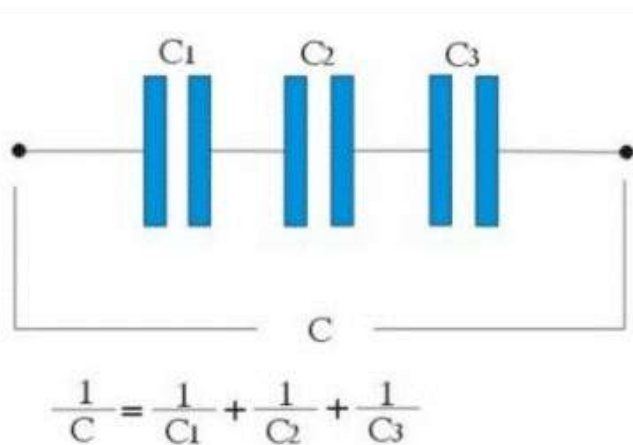


Κεφάλαιο 3

Αλέξανδρος Φλάμος, Επ. Καθηγητής

e-mail: aflamos@unipi.gr

3ος όροφος, Γραφείο 304, κτίριο Γρηγορίου Λαμπράκη 126

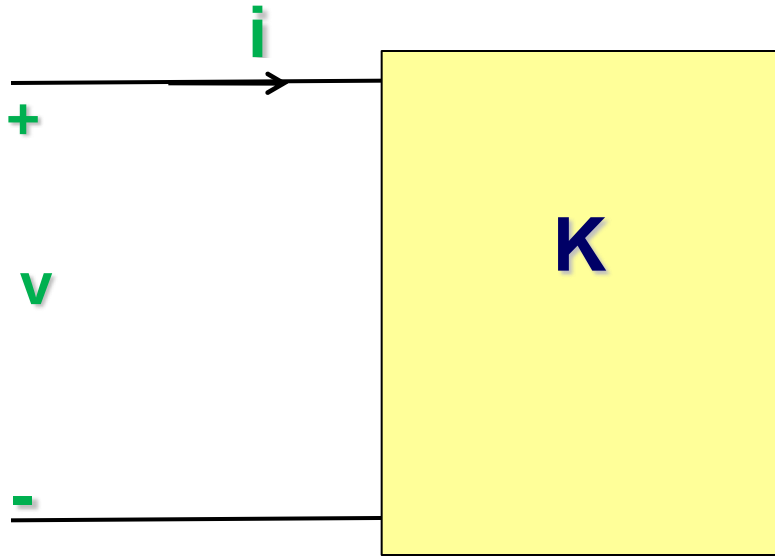


***Σημειώσεις - ασκήσεις από ανάλυση
ηλεκτρικών κυκλωμάτων, Νίκος
Μάργαρης, εκδόσεις Τζιόλα**

Κύκλωμα δύο ακροδεκτών

3.2

Μεταβλητές κυκλωμάτων: ➤ Ρεύματα ακροδεκτών
➤ Τάσεις ακροδεκτών



Τα κυκλώματα 2 ακροδεκτών χαρακτηρίζονται από την σχέση:
Τάσης (V) – Ρεύματος (I) ακροδεκτών

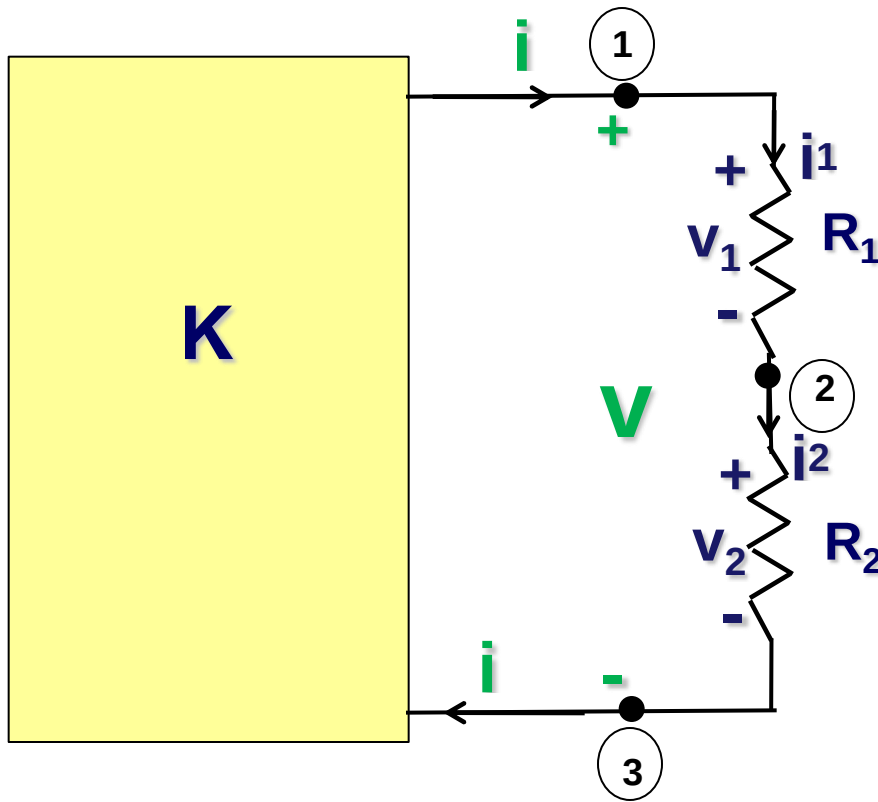
Ισοδύναμα κυκλώματα: οι τάσεις και τα ρεύματα των ακροδεκτών τους είναι κάθε χρονική στιγμή ίσα μεταξύ τους

Ακροδέκτες του κυκλώματος (K)

Σύνδεση αντιστατών εν σειρά

3.3

1^ο βήμα: Εφαρμόζουμε τον νόμο των ρευμάτων στους κόμβους 1, 2, 3: $\rightarrow i(t) = i_1(t) = i_2(t)$



2^ο βήμα: Εφαρμόζουμε τον νόμο των τάσεων στον βρόχο: $\rightarrow$

$$v(t) = v_1(t) + v_2(t)$$

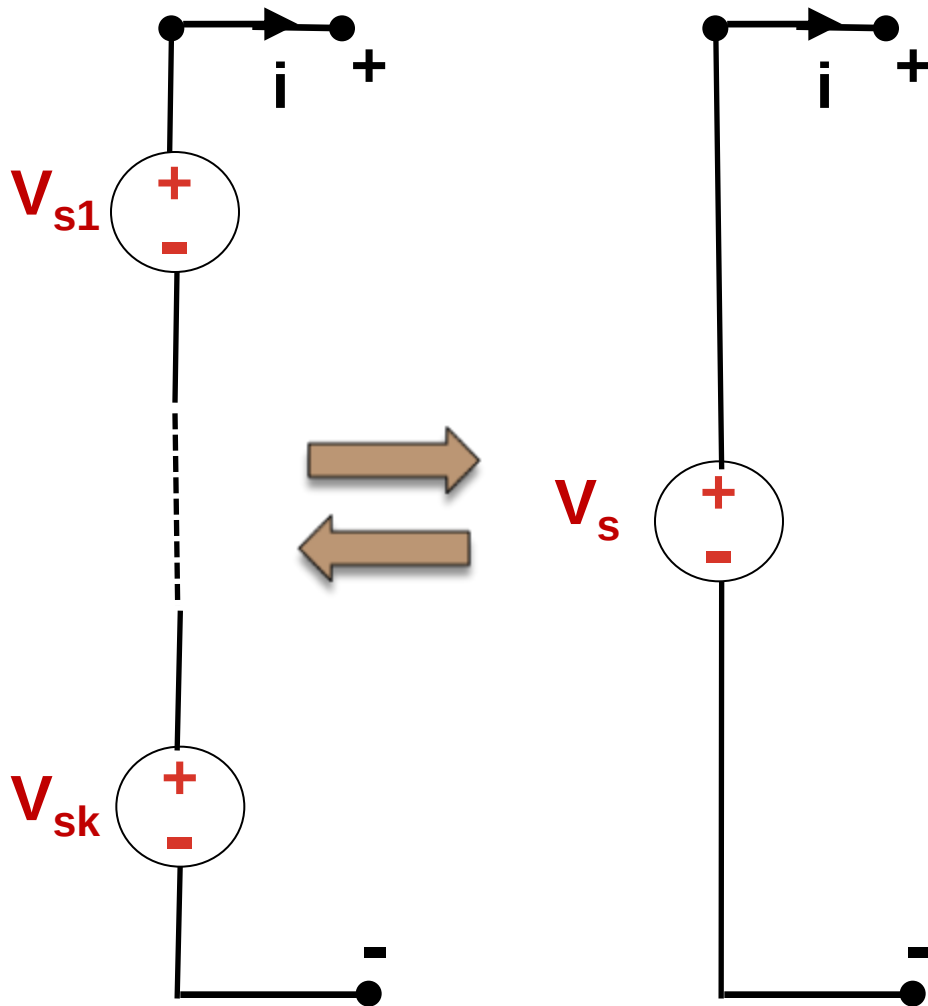
$$i(t) \cdot R_{eq} = i_1(t) \cdot R_1 + i_2(t) \cdot R_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} R_i$$

Σύνδεση ιδανικών πηγών τάσης εν σειρά

3.4

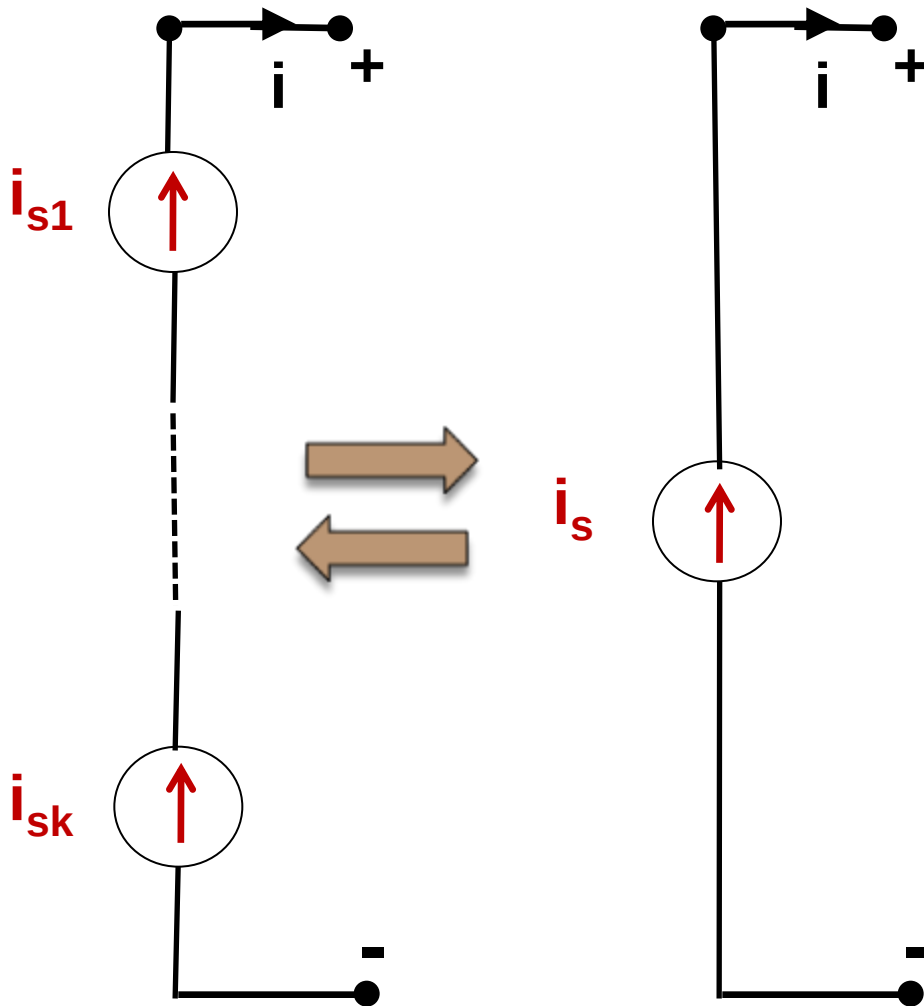


Εφαρμόζουμε τον νόμο των τάσεων και προκύπτει ότι η τάση της ισοδύναμης πηγής τάσης είναι ίση με το άθροισμα των τάσεων των πηγών που αποτελούν τον συνδυασμό:

$$V_s(t) = \sum_{i=1 \rightarrow k} V_{si}$$

Σύνδεση ιδανικών πηγών ρεύματος εν σειρά

3.5



Εφαρμόζουμε τον νόμο των ρευμάτων και προκύπτει ότι η εν σειρά σύνδεση διαφορετικών ιδανικών πηγών ρεύματος είναι αδύνατη.


$$i_s = i_{s1}(t) = i_{s2}(t) = \dots = i_{sk}(t)$$

Σύνδεση αντιστατών εν παραλλήλω

3.6

Εφαρμόζουμε τον νόμο των ρευμάτων στους $\rightarrow i(t) = i_1(t) + i_2(t)$ (a)

$$G_{eq} = 1/R_{eq}$$

$$v(t) = v_1(t) = v_2(t)$$

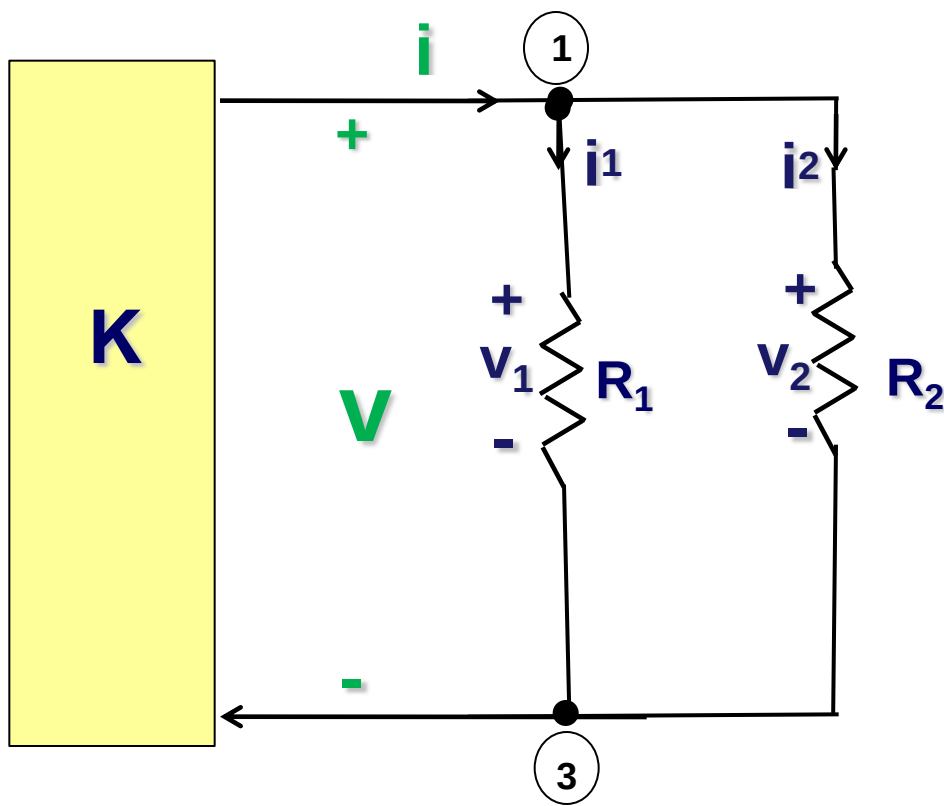
$$i(t) \cdot R_{eq} = i_1(t) \cdot R_1 = i_2(t) \cdot R_2$$

$$V(t) = i(t) \cdot R_{eq} \rightarrow i(t) = V(t) / R_{eq}$$

$$V(t) / R_{eq} = v_1(t) / R_1 + v_2(t) / R_2 \rightarrow$$

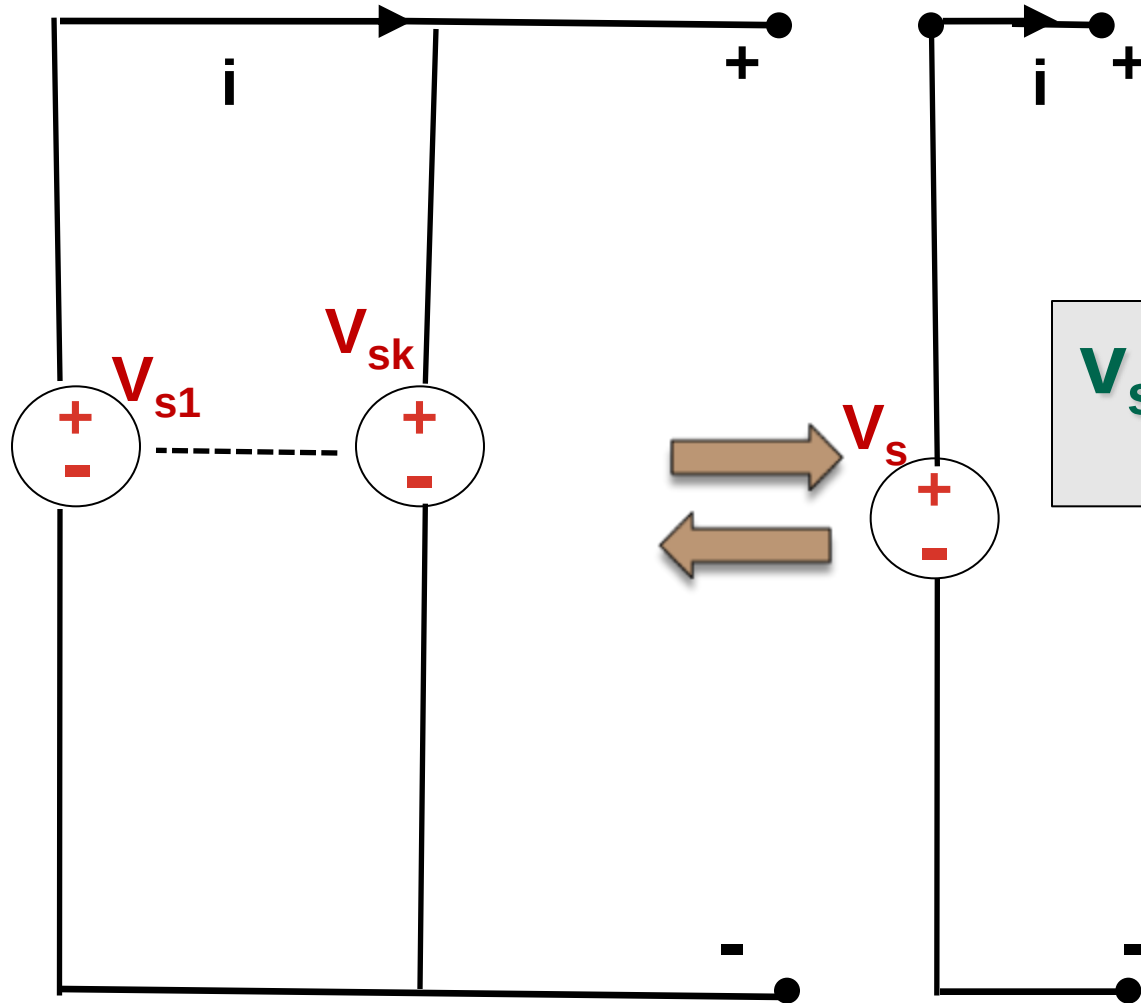
$$\rightarrow 1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2$$

$$1/R_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} 1/R_i$$



Σύνδεση ιδανικών πηγών τάσης παράλληλα

3.7



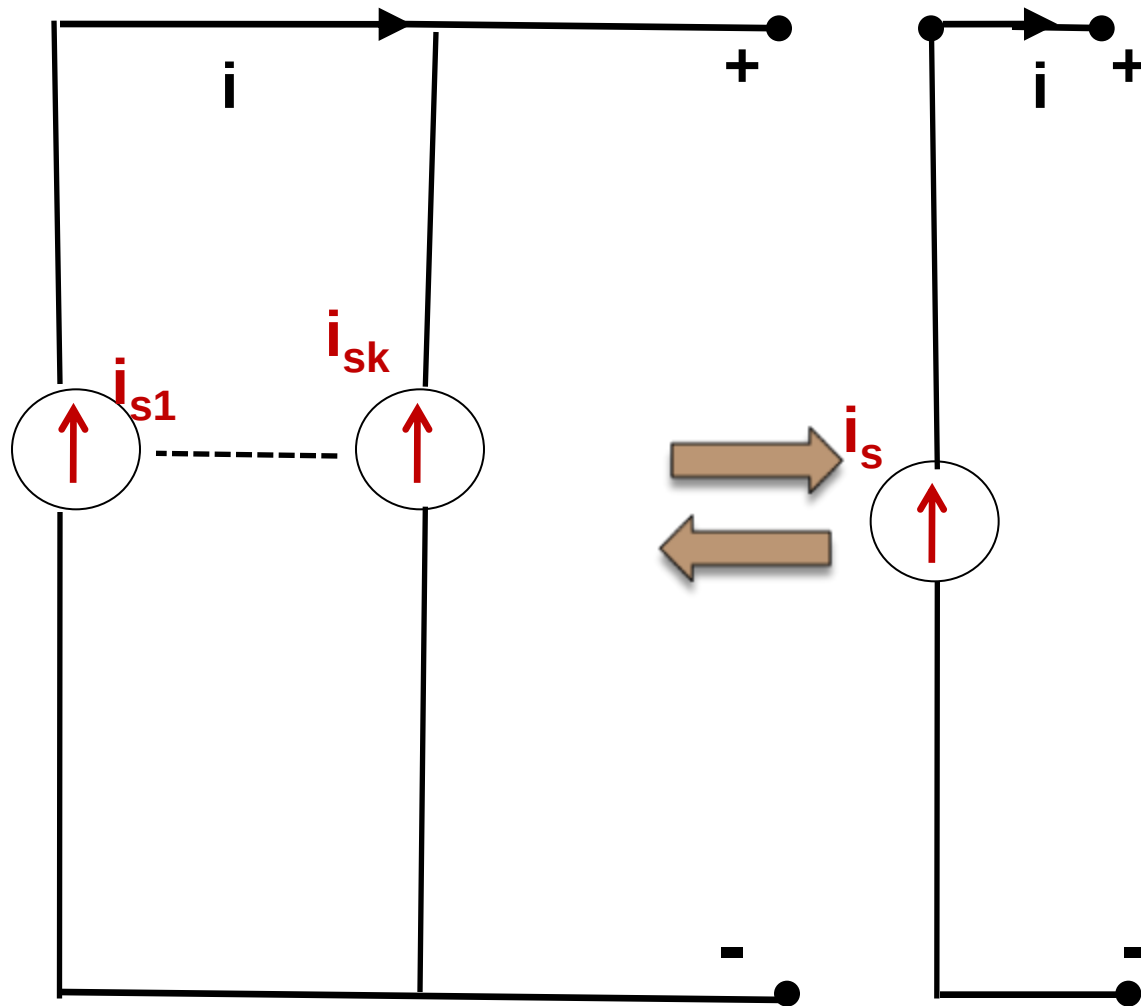
Ο νόμος των τάσεων απαιτεί:

$$v_s(t) = v_{s1}(t) = \dots = v_{sk}(t)$$

→ Η παράλληλη σύνδεση διαφορετικών ιδανικών πηγών τάσης είναι αδύνατη.

Σύνδεση ιδανικών πηγών ρεύματος παράλληλα

3.8



Εφαρμόζοντας νόμο
ρευμάτων προκύπτει:

$$i_s(t) = \sum_{i=1 \rightarrow k} i_{si}$$

Στην παράλληλη σύνδεση
διαφορετικών ιδανικών
πηγών ρεύματος το ρεύμα
της ισοδύναμης πηγής
είναι ίσο με το άθροισμα
των ρευμάτων.

Πυκνωτές:

Σε σειρά: $1/C_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} 1/C_i$

Παράλληλα: $C_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} C_i$

Πηνία:

Σε σειρά: $L_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} L_i$

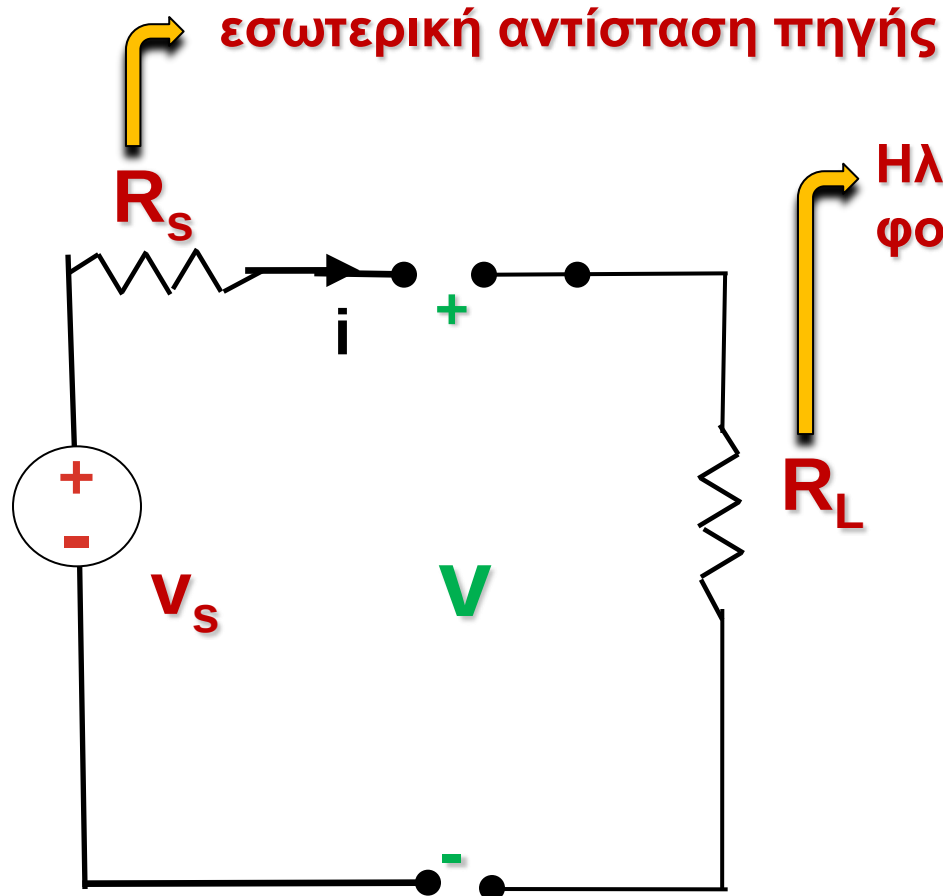
Παράλληλα: $1/L_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} 1/L_i$

Διαδικότητα

- ❖ Συσσωρευτές διαφόρων τύπων
- ❖ Γεννήτριες συνεχούς (DC) και εναλλασσομένου ρεύματος (AC), κ.α.

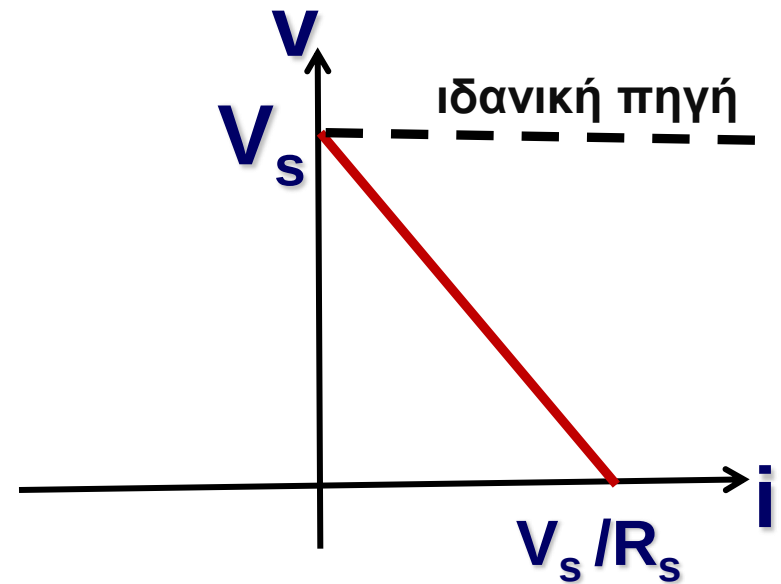


- ☐ Έχουν ισοδύναμο κύκλωμα που διαφέρει από το ιδανικό κύκλωμα μιας ανεξάρτητης πηγής τάσεως ή ρεύματος.
- ☐ Υπεισέρχεται πάντοτε μια εσωτερική αντίσταση (στην απλούστερη περίπτωση ωμικού τύπου R_s)



Ηλεκτρική κατανάλωση ή φορτίο της πηγής

R_L



Χαρακτηριστική πραγματικής πηγής τάσης

Η τάση μιας πηγής τάσης είναι συνάρτηση του ρεύματος που παρέχει μια πηγή.

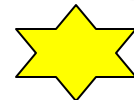
Εξίσωση της χαρακτηριστικής της πραγματικής πηγής τάσης:

$$v(t) = v_s(t) - R_s i(t)$$

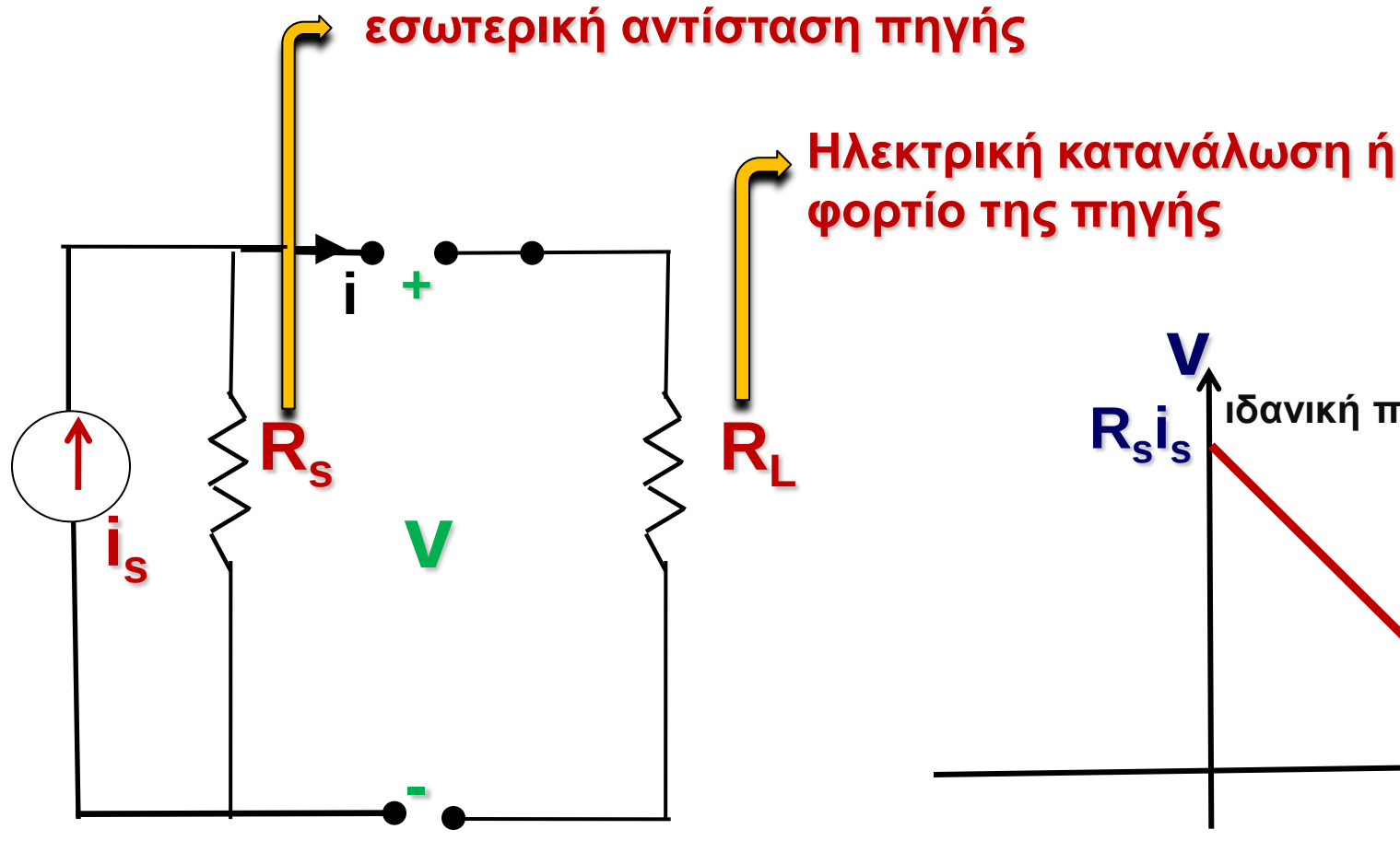
Το ρεύμα που παρέχει η πηγή είναι ίσο με:

$$i(t) = v_s(t) / (R_s + R_L) \rightarrow \text{συνεπώς } v(t) = v_s(t) - v_s(t) * R_s / (R_s + R_L)$$

$$\rightarrow v(t) = v_s(t) * \{1 - [R_s / (R_s + R_L)]\} \rightarrow v(t) = v_s(t) * [R_L / (R_s + R_L)]$$



Πότε $v(t) \rightarrow v_s(t)$?



Χαρακτηριστική πραγματικής
πηγής ρεύματος

Το ρεύμα μιας πηγής ρεύματος είναι συνάρτηση της τάσης που αναπτύσσεται στα άκρα της πηγής.

Εξίσωση της χαρακτηριστικής της πραγματικής πηγής ρεύματος:

$$i(t) = i_s(t) - (1/R_s) * v(t)$$

Η τάση στα άκρα της πηγής είναι ίση με:

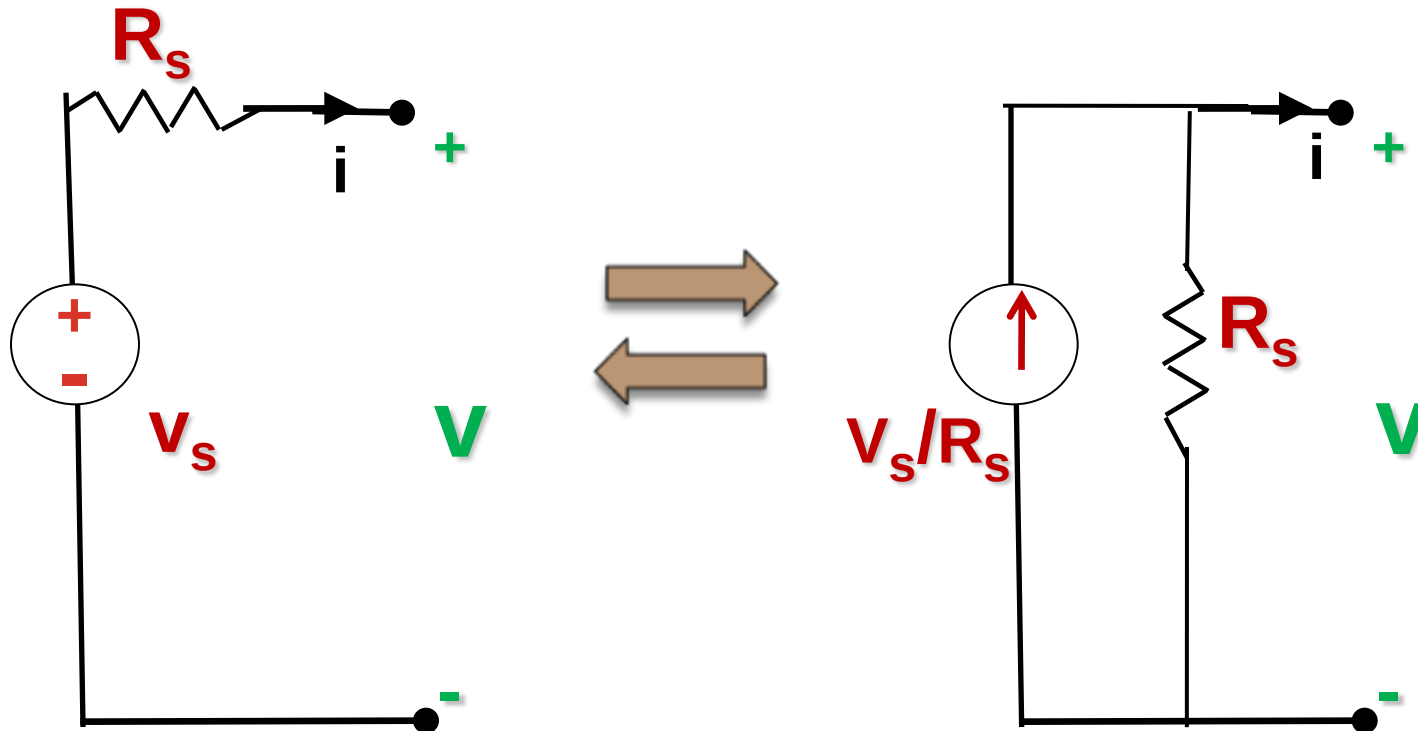
$$v(t) = i_s(t) * [R_s R_L / (R_s + R_L)]$$

→ συνεπώς $i(t) = i_s(t) * R_s / (R_s + R_L)$  **Πότε $i(t) \rightarrow i_s(t)$?**

Ισοδυναμία πραγματικών πηγών v & i

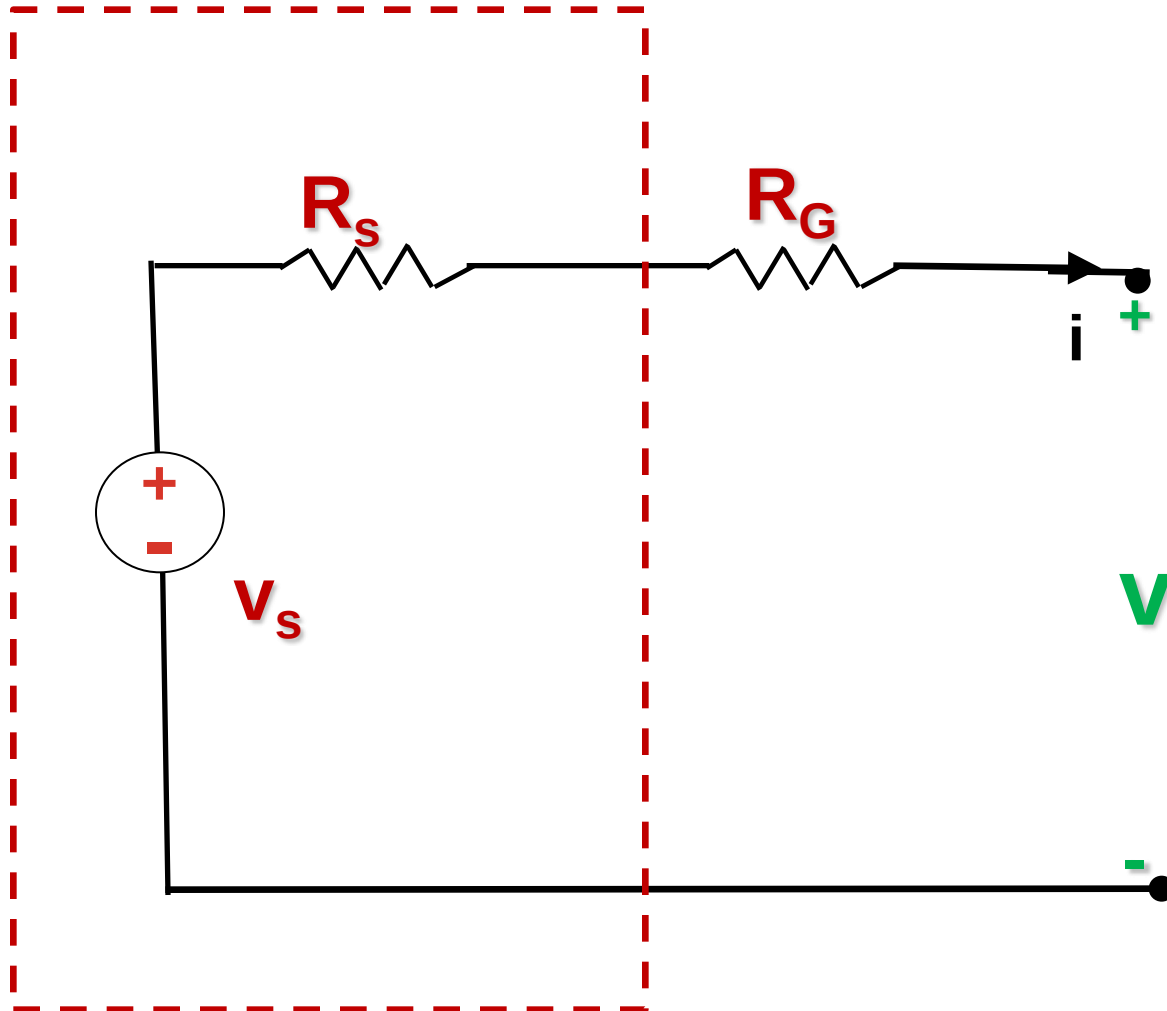
3.15

Μετατροπή μιας πραγματικής πηγής τάσης σε ρεύματος και αντίστροφα:



Πρακτική μετατροπή πηγής τάσης σε ρεύματος

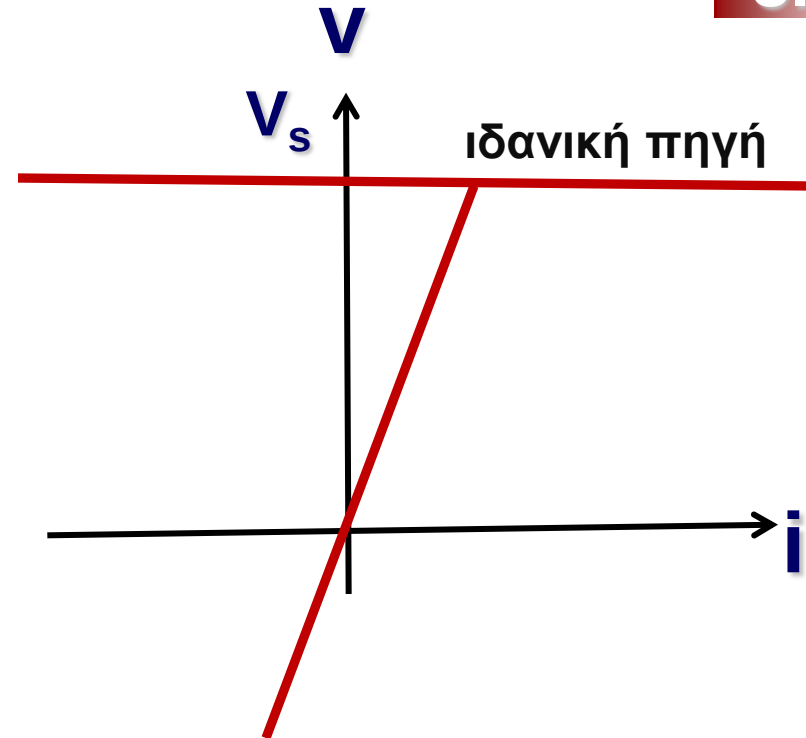
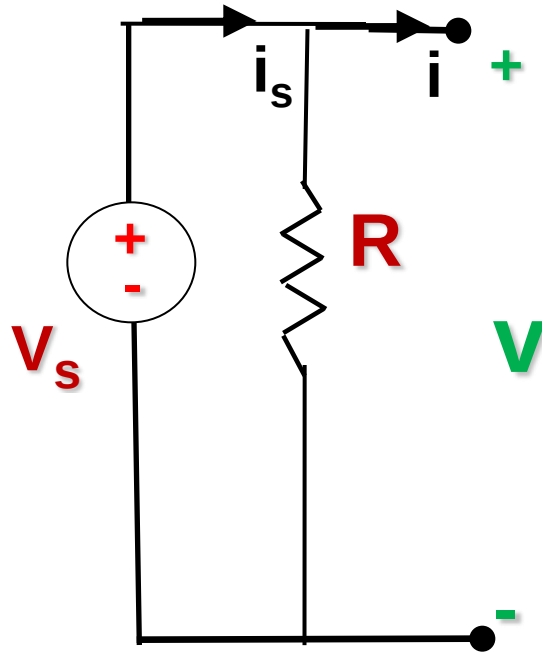
3.16



Αρκεί να συνδεθεί
εν σειρά με την
πηγή τάσης μια
πολύ μεγάλη
αντίσταση $R_G \gg R_S$

Σύνδεση ιδανικής πηγής τάσης με στοιχείο δύο ακροδεκτών εν παραλλήλω

3.17



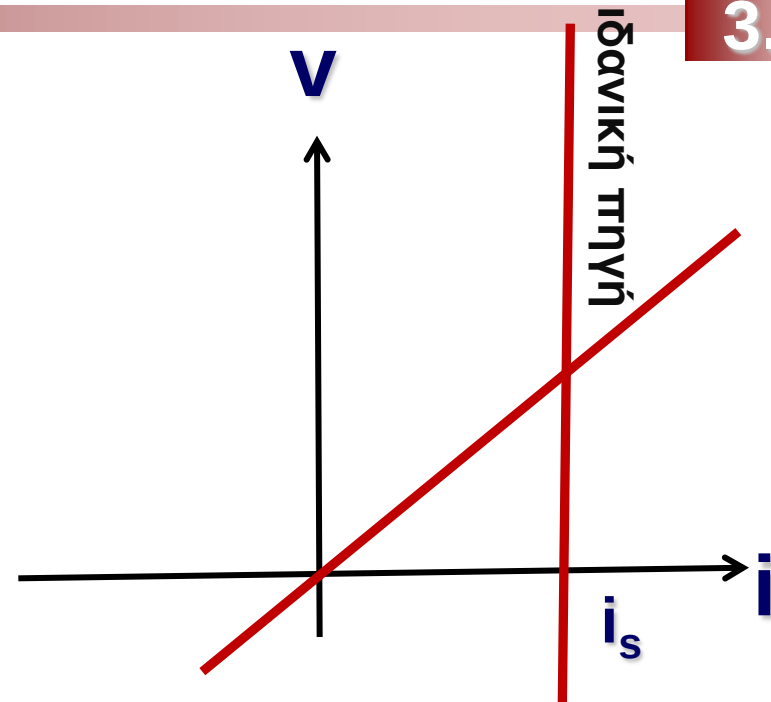
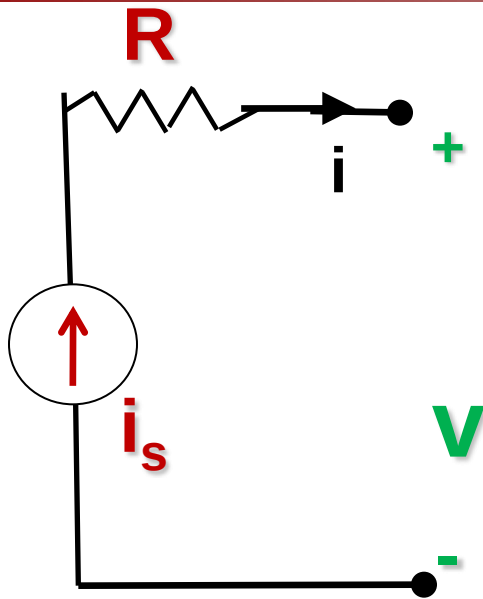
νόμος τάσεων $\rightarrow v(t) = v_s(t)$ (τάση ακροδεκτών ίση με την τάση ιδανικής πηγής) $\rightarrow$ ο εν παραλλήλω συνδυασμός ιδανικής πηγής τάσης και αντίστασης ισοδυναμεί με την ιδανική πηγή τάσης.



Ισχύει η γενίκευση για κάθε στοιχείο δύο ακροδεκτών

Σύνδεση ιδανικής πηγής ρεύματος με στοιχείο δύο ακροδεκτών εν σειρά

3.18



νόμος ρευμάτων $\rightarrow i(t) = i_s(t)$ (ρεύμα ακροδεκτών ίσο με το ρεύμα της πηγής ρεύματος) $\rightarrow$ ο εν σειρά συνδυασμός ιδανικής πηγής ρεύματος και αντίστασης ισοδυναμεί με την ιδανική πηγή ρεύματος.



Ισχύει η γενίκευση για κάθε στοιχείο δύο ακροδεκτών

Σύνδεση πραγματικών πηγών τάσης εν παραλλήλω:

→ Υλοποιείται συχνά για την αύξηση της παρεχόμενης ισχύος σε ένα κύκλωμα

Σε αυτή την περίπτωση:

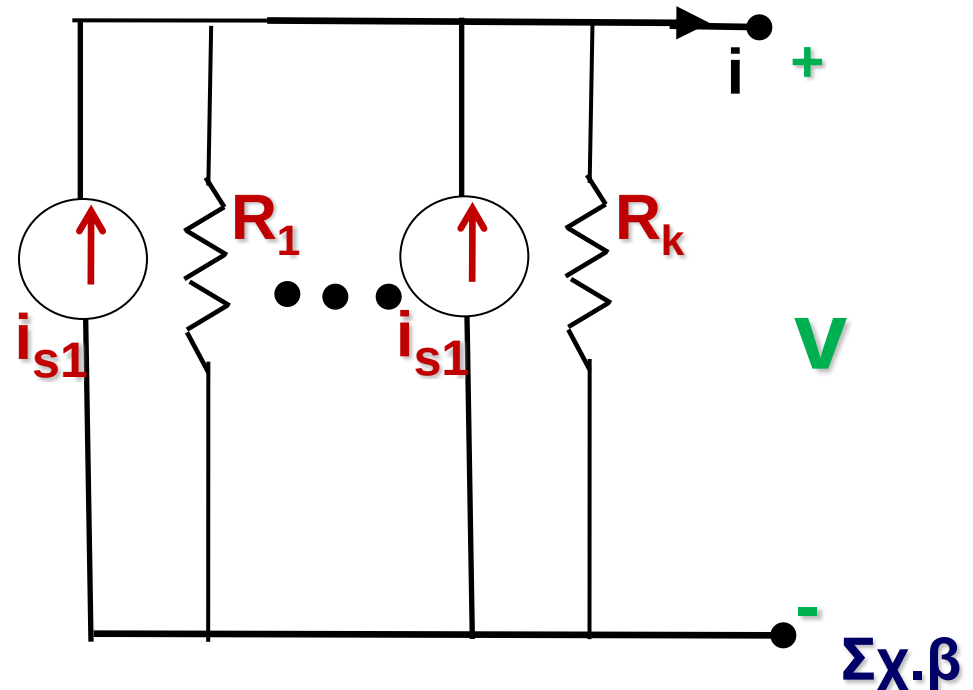
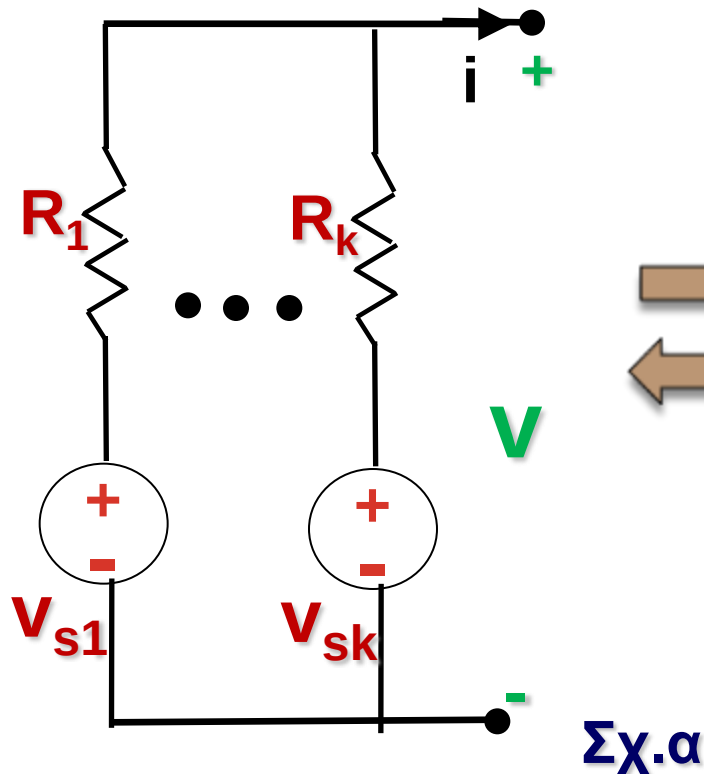
→ Θεωρώντας k πραγματικές πηγές τάσης $v_{si}(t)$ εσωτερικής αντίστασης R_i

Υπολογίζουμε την ισοδύναμη πραγματική πηγή τάσης.

Θεώρημα του Millman (2/4)

3.20

1^ο βήμα: Αντικαθιστούμε τις πραγματικές πηγές τάσεις (σχ.α) με ισοδύναμες πηγές ρεύματος (σχ.β).



Θεώρημα του Millman (3/4)

3.21

2^ο βήμα: από σχ. β ισχύει $\rightarrow i(t) = i_{s1}(t) + i_{s2}(t) + \dots + i_{sk}(t) \rightarrow$

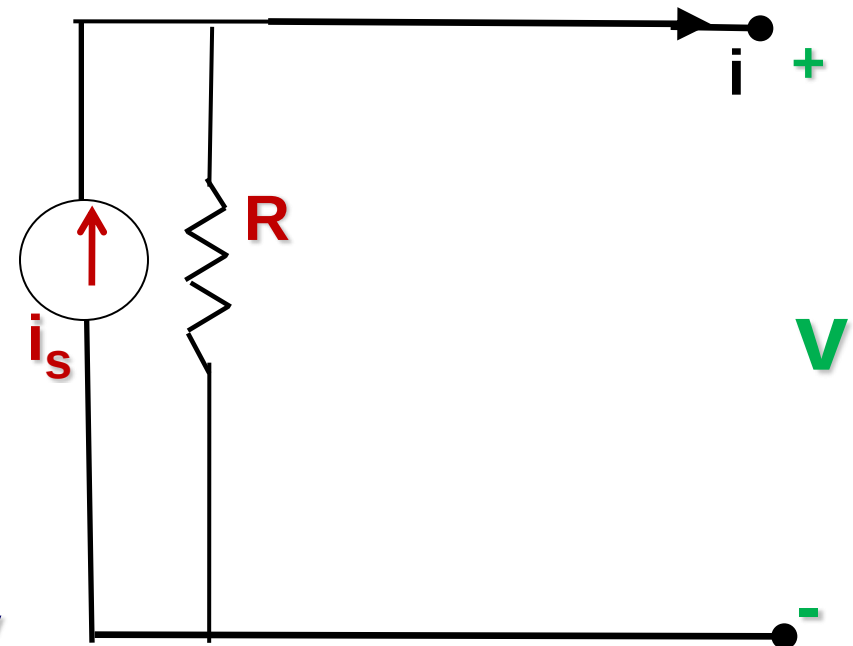
$$\rightarrow i(t) = \sum_{i=1 \rightarrow k} i_{si}(t)$$

Ισχύει ... $i_{si}(t) = v_{si} / R_i$

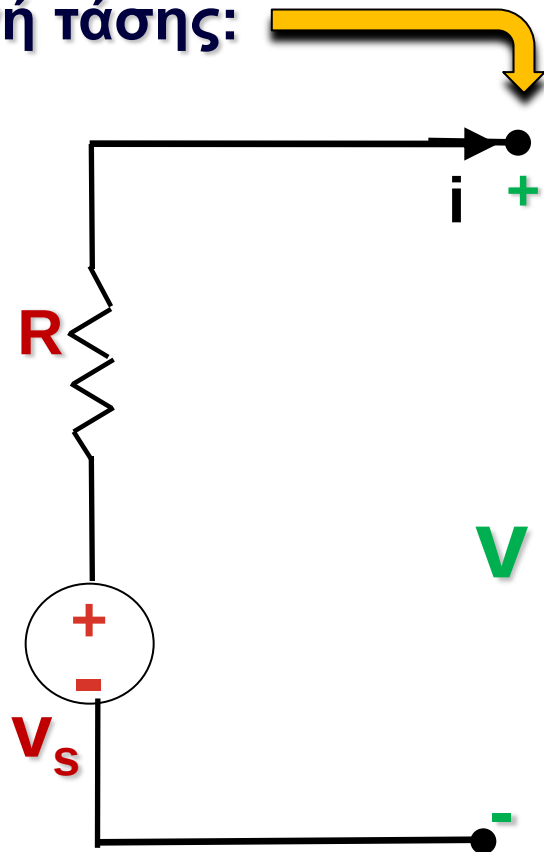
$$\rightarrow i_s(t) = \sum_{i=1 \rightarrow k} v_{si} / R_i$$

Και $1/R_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} 1/R_i$

Σχ.γ



3^ο βήμα: μετασχηματίζουμε την πηγή ρεύματος του σχήματος γ σε πηγή τάσης:



Όπου:

$$v_s(t) = R_{eq} * i_s(t) = R_{eq} \sum_{i=1 \rightarrow k} v_{si} / R_i$$

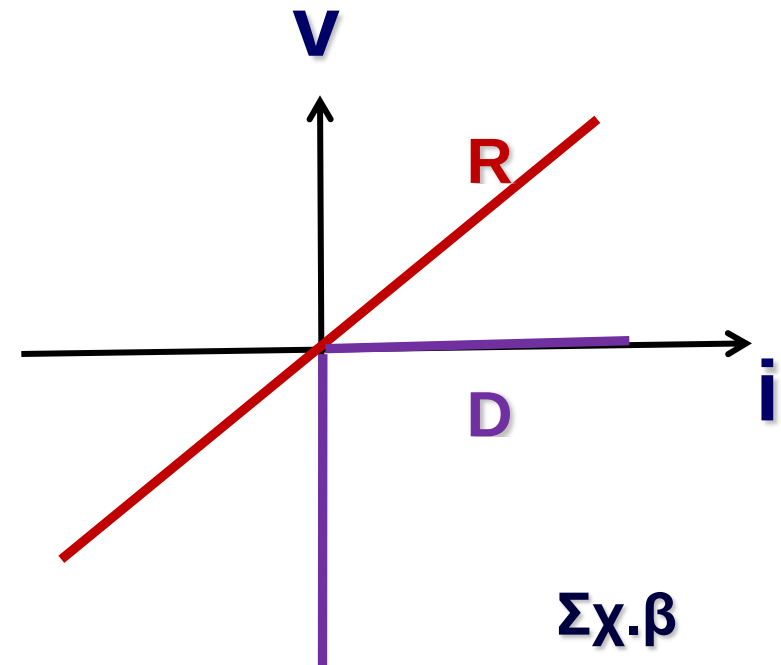
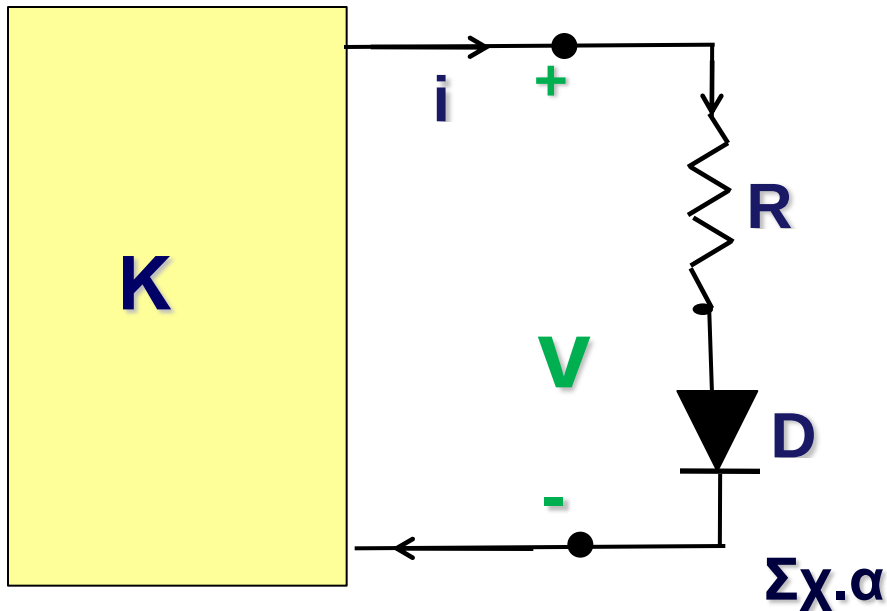
Η ισοδυναμία (α) & (δ) ισχύει μόνο για τις τάσεις και τα ρεύματα ακροδεκτών. Τα ισοδύναμα κυκλώματα δεν είναι ενεργειακά ισοδύναμα.

Σχ.δ

Πρόβλημα 3.5-1 (1/3)

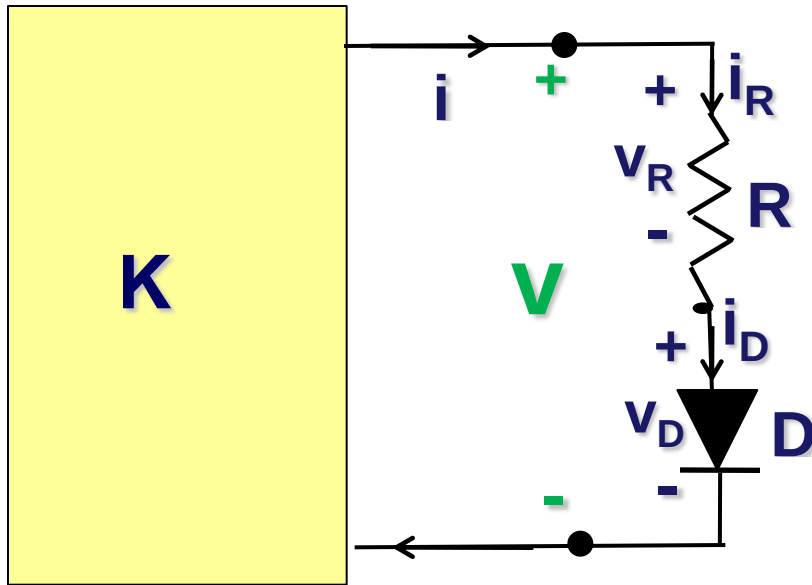
3.23

Στο κύκλωμα του Σχ.α μια ιδανική δίοδος D συνδέεται εν σειρά με μια ομική αντίσταση R . Οι χαρακτηριστικές των δύο στοιχείων δίνονται στο Σχ.β. Να βρεθεί η χαρακτηριστική του ισοδύναμου κυκλώματος δύο ακροδεκτών.



Πρόβλημα 3.5-1 (2/3)

3.24

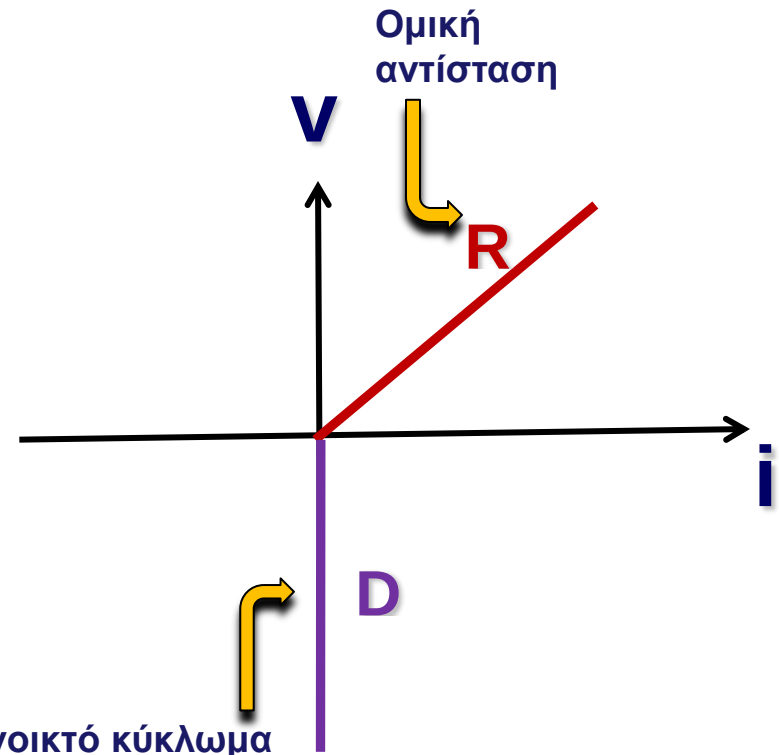


Εν σειρά σύνδεση στοιχείων R , D :

$$\rightarrow i = i_R = i_D \text{ και } V = V_R + V_D$$

Όταν η δίοδος άγει ($V_D = 0$) $\rightarrow$

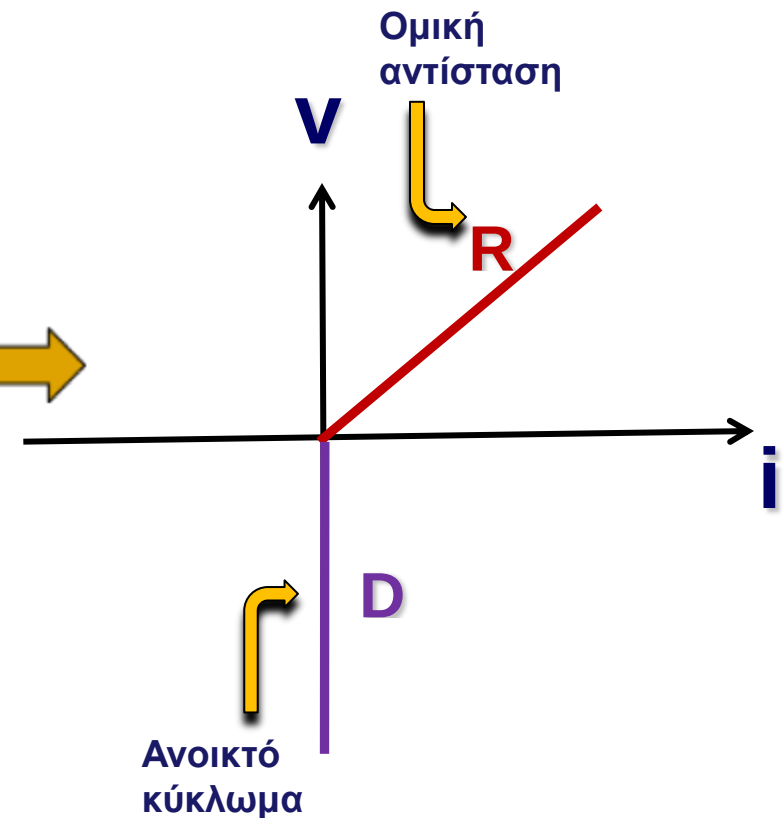
$\rightarrow i = i_R$ και $V = V_R \rightarrow$ τα δύο εν σειρά στοιχεία έχουν συμπεριφορά ομικής αντίστασης.



Όταν η δίοδος δεν άγει ($i_D=0$)→

→ $i = i_R = i_D = 0$ → τα δύο εν σειρά στοιχεία έχουν συμπεριφορά ανοικτού κυκλώματος.

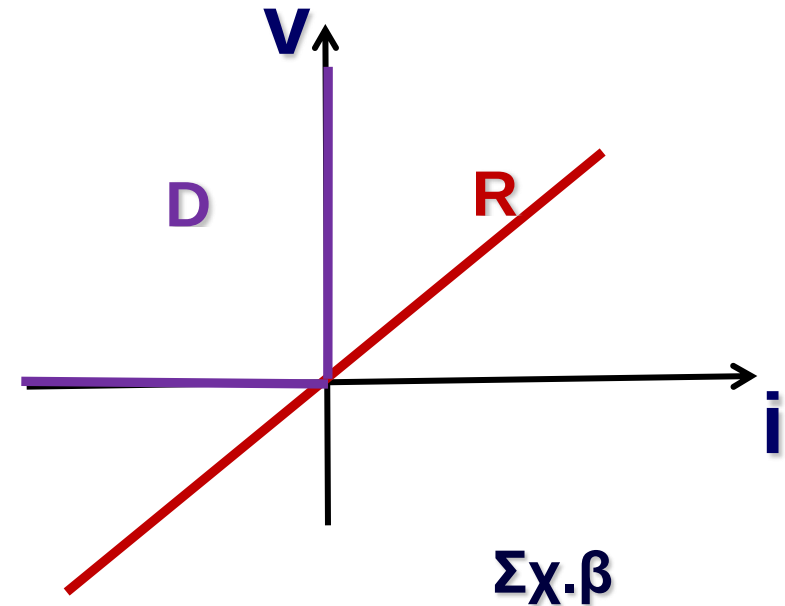
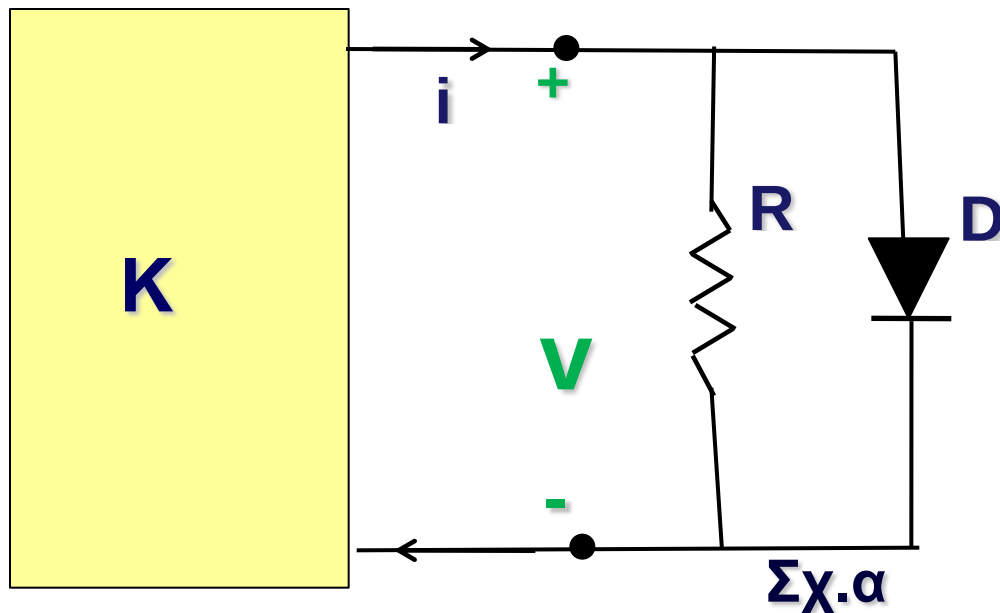
Χαρακτηριστική (V-I) του συνδυασμού των δύο στοιχείων: R, D

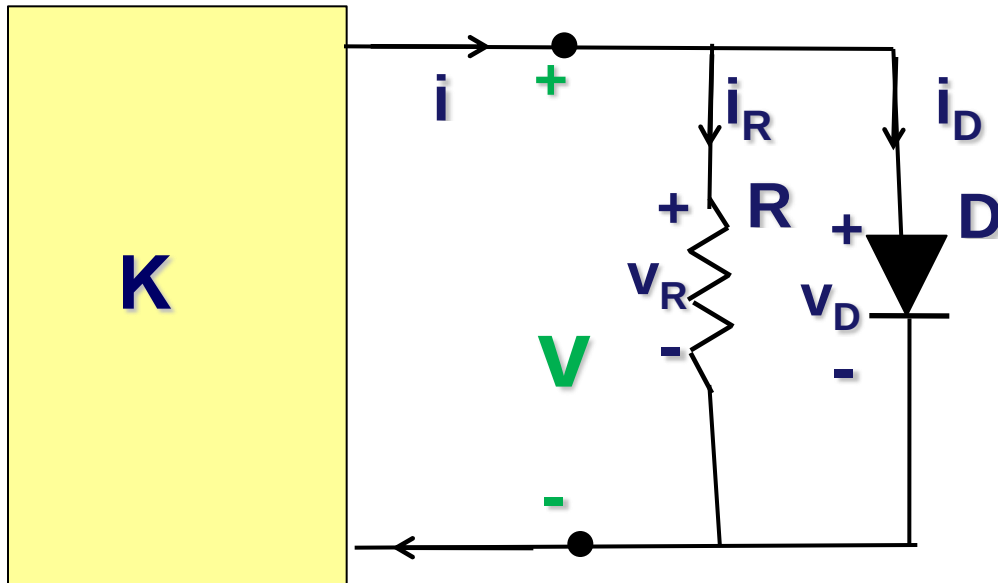


Πρόβλημα 3.5-2 (1/3)

3.26

Στο κύκλωμα του Σχ.α μια ιδανική δίοδος D συνδέεται παράλληλα με μια ομική αντίσταση R . Οι χαρακτηριστικές των δύο στοιχείων δίνονται στο Σχ.β. Να βρεθεί η χαρακτηριστική του ισοδύναμου κυκλώματος δύο ακροδεκτών.

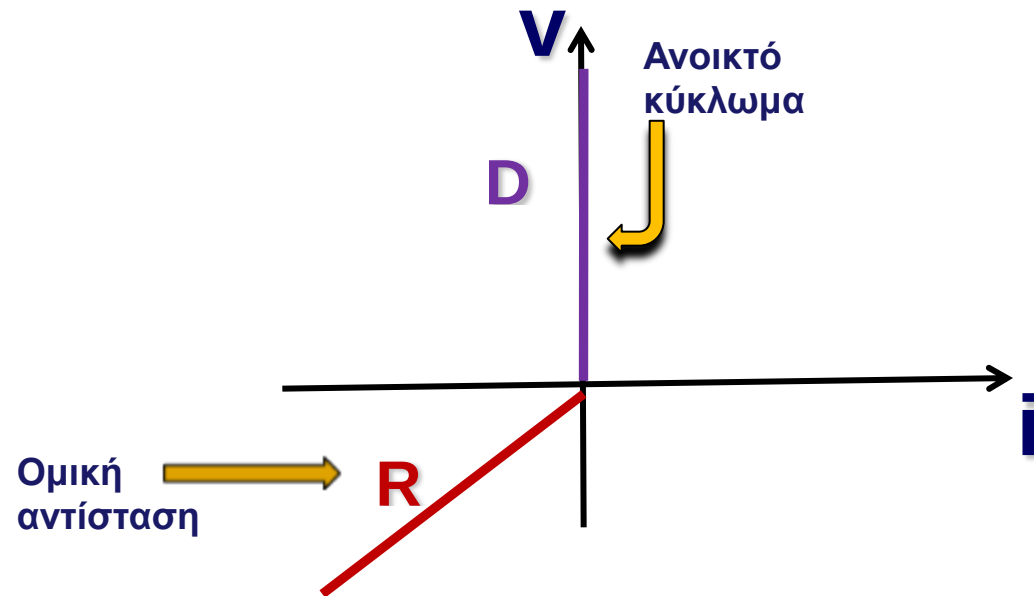




Εν παραλλήλω σύνδεση
στοιχείων R, D : $\rightarrow i = i_R + i_D$
και $v = v_R = v_D$

Όταν η δίοδος άγει ($v_D=0$) $\rightarrow v = v_D = v_R = 0 \rightarrow$ τα δύο εν παραλλήλω
στοιχεία έχουν συμπεριφορά διόδου.

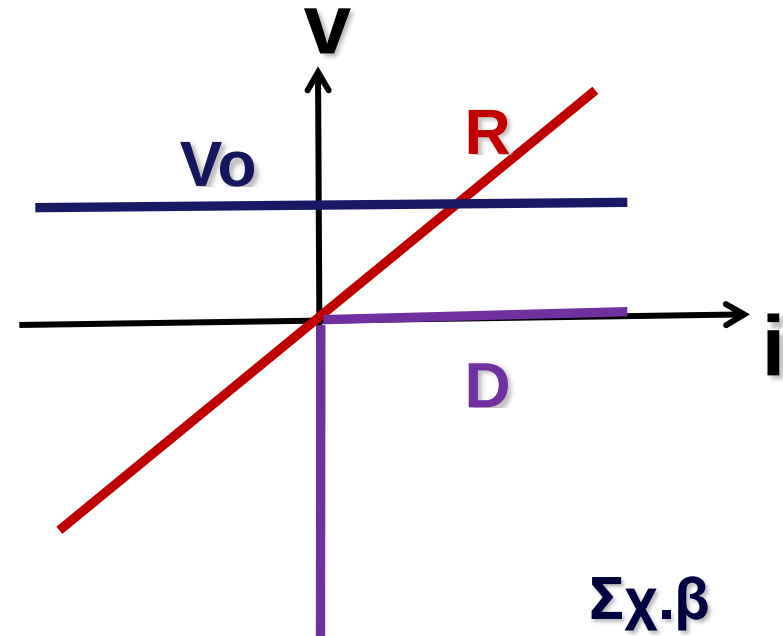
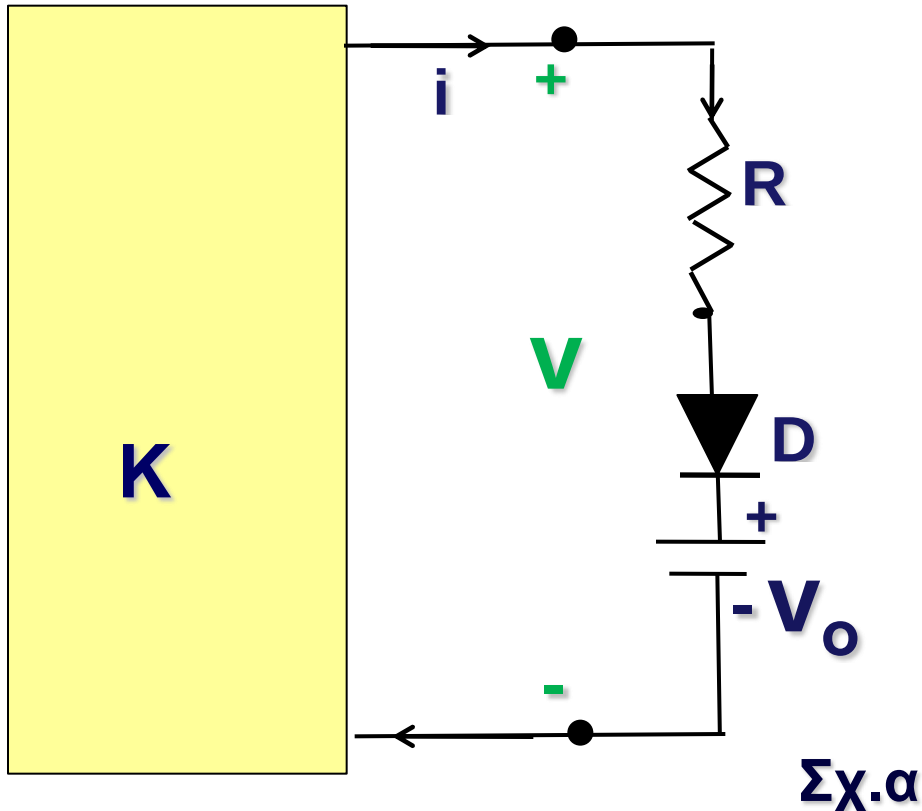
Όταν η δίοδος δεν άγει ($i_D = 0$) $\Rightarrow i = i_R \Rightarrow v = v_D = v_R = i_R * R \Rightarrow$ τα δύο εν παραλλήλω στοιχεία έχουν συμπεριφορά ομικής αντίστασης.



Πρόβλημα 3.5-3 (1/3)

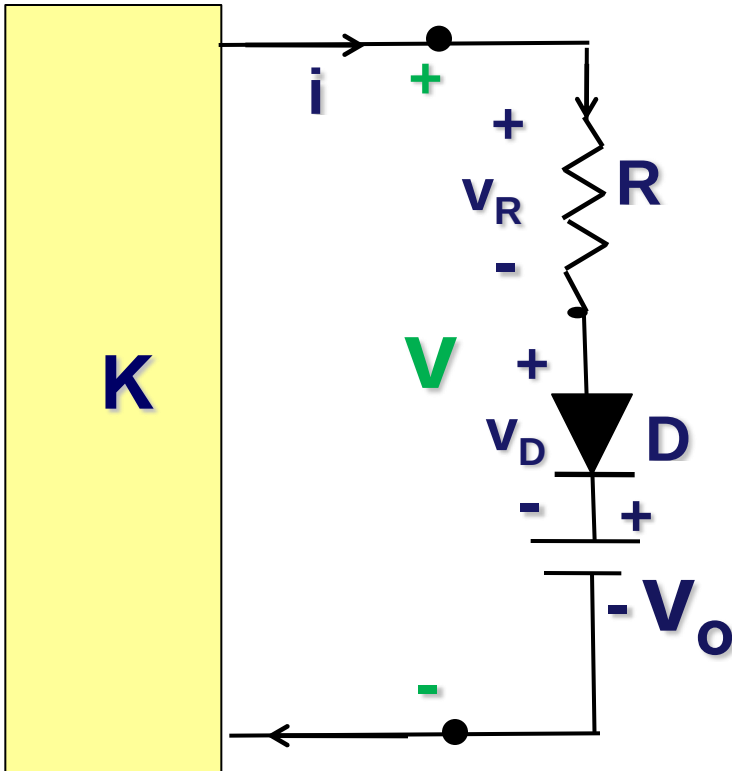
3.29

Να βρεθεί η χαρακτηριστική του ισοδύναμου κυκλώματος δύο ακροδεκτών του σχ. α



Πρόβλημα 3.5-3 (2/3)

3.30



Ισχύουν οι σχέσεις:

$$v = v_D + v_R + v_o$$

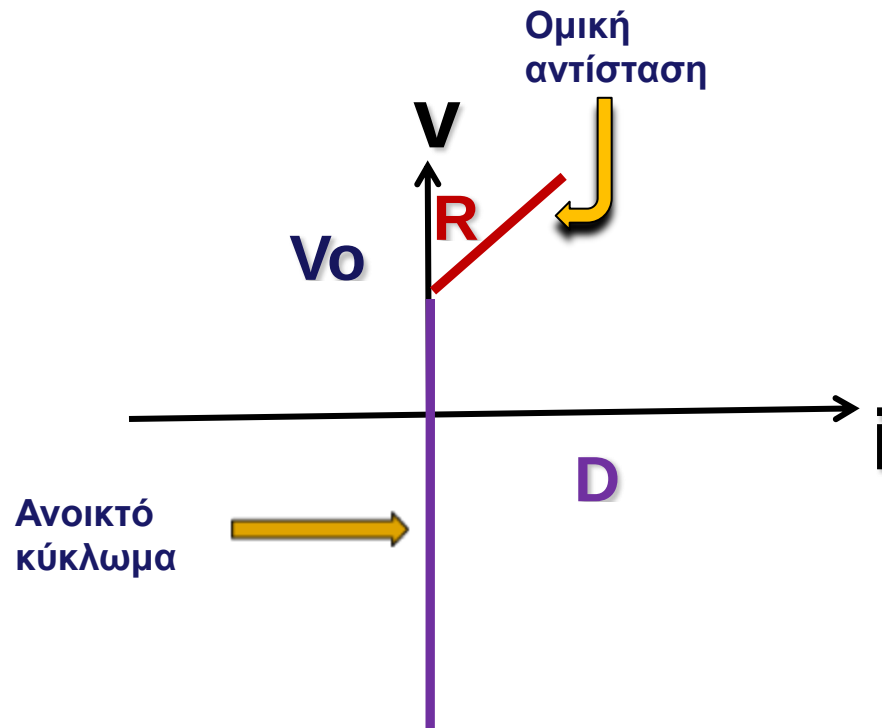
$$i = i_D = i_R$$

Όταν άγει η δίοδος: $v = v_R + v_o$
(συμπεριφορά αντίσταση + πηγή)

Όταν δεν άγει η δίοδος ($v < v_o$): $i = i_D = i_R = 0$
(συμπεριφορά ανοικτού κυκλώματος)

Πρόβλημα 3.5-3 (3/3)

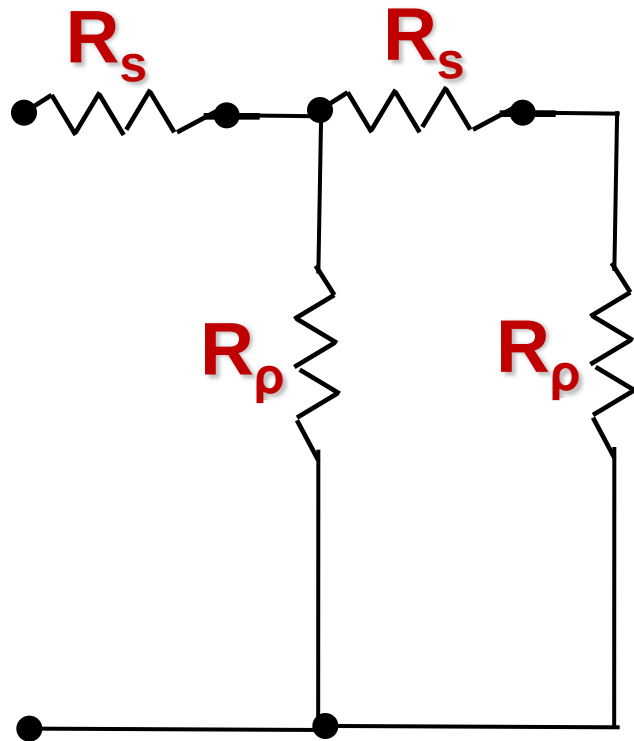
3.31



Πρόβλημα 3.5-4 (1/2)

3.32

Να υπολογισθεί η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος δύο ακροδεκτών του σχ. α.



Σχ. α

R_s εν σειρά με R_{eq}' όπου
 $R_{eq}' = R_\rho // (R_s + R_\rho)$ Ισχύει:

$$1/R_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} 1/R_i$$

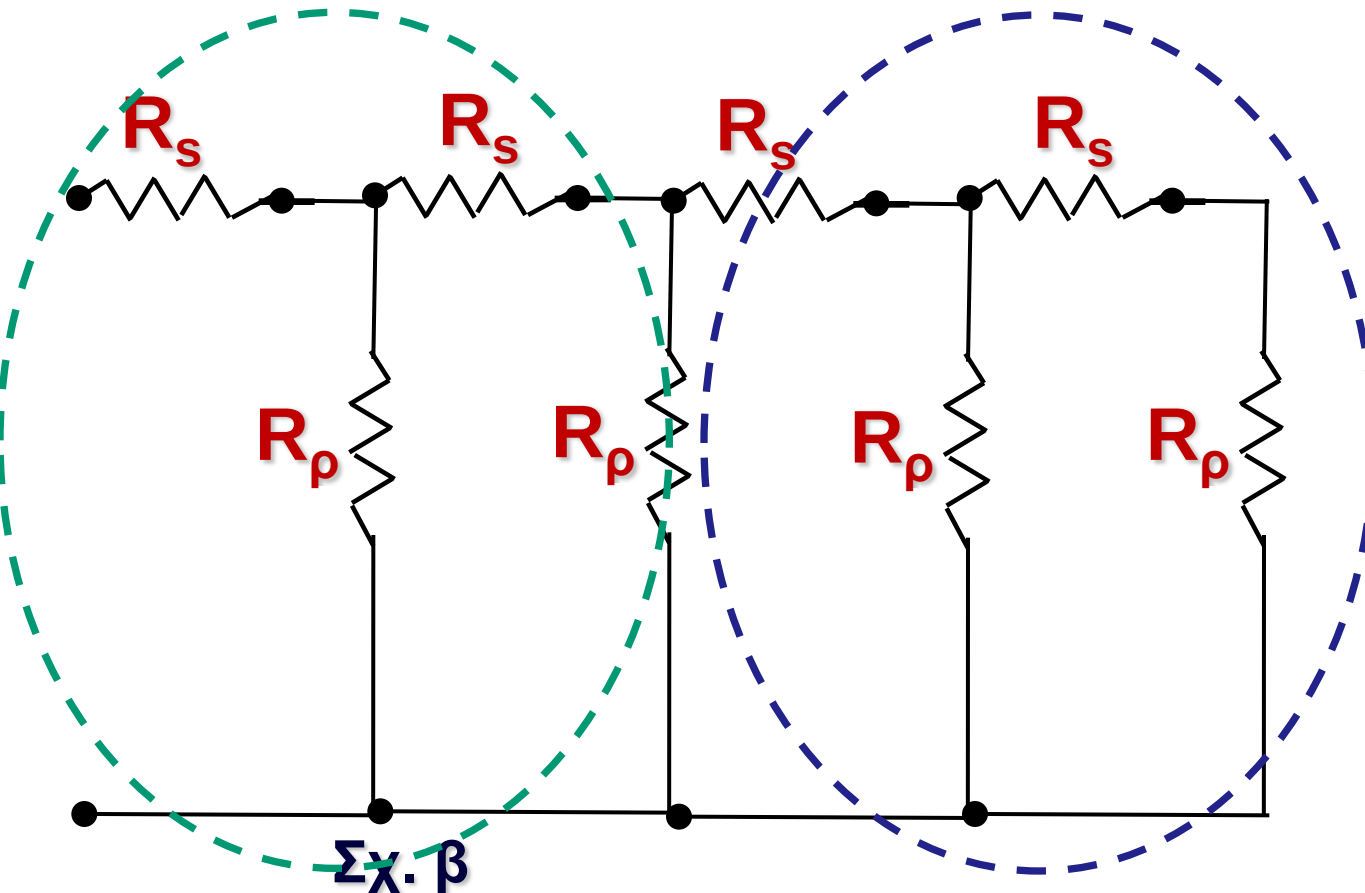
$$R_{eq}' = [R_\rho * (R_s + R_\rho)] / (R_s + 2R_\rho)$$

$$\text{Και ... } R_{eq} = R_s + R_{eq}'$$

Πρόβλημα 3.5-4 (2/2)

3.33

Ποια είναι η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος δύο ακροδεκτών του σχ. β. ?



$$R_{eq}' = [R_{\rho} * (R_s + R_{\rho})] / (R_s + 2R_{\rho})$$

$$R_{eq}'' = R_s + R_{eq}'$$

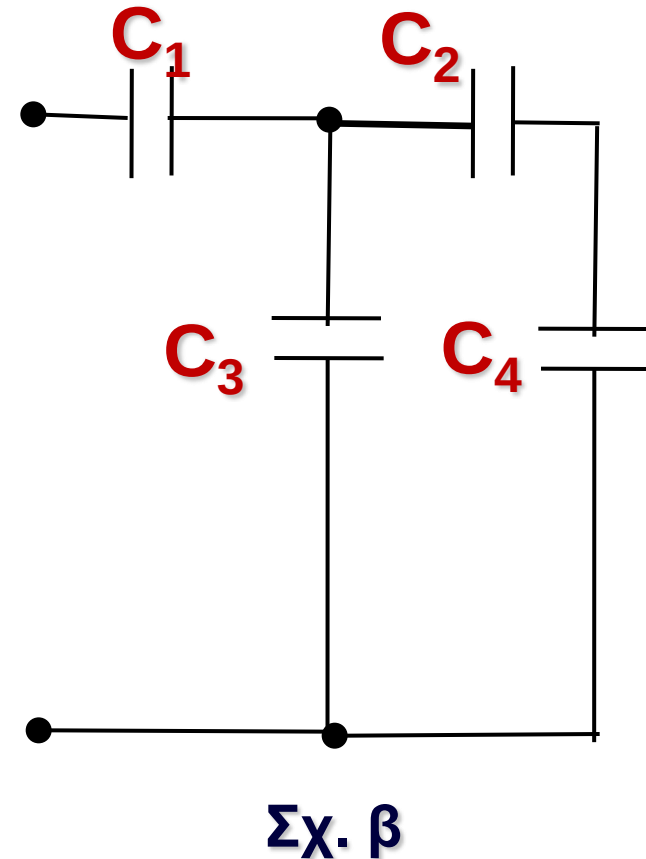
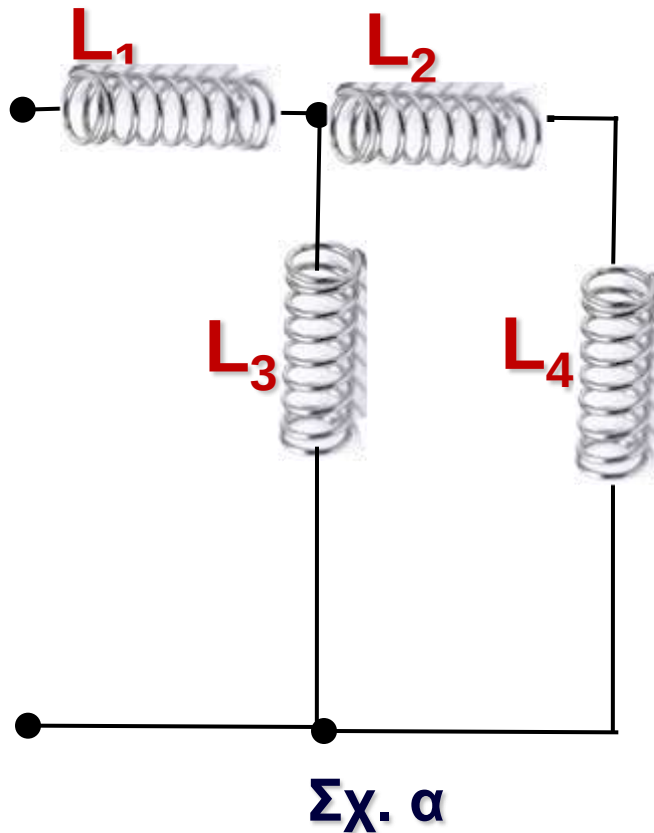
$$R_{eq}'' = R_s + R_{eq}'$$

$$R_{eq} = R_{eq}'' + R_{eq}''$$

Πρόβλημα 3.5-5 (1/3)

3.34

Να βρεθούν τα ισοδύναμα των κυκλωμάτων δύο ακροδεκτών των σχ. α και σχ.β.



Πυκνωτές:

Σε σειρά: $1/C_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} 1/C_i$

Παράλληλα: $C_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} C_i$

Πηνία:

Σε σειρά: $L_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} L_i$

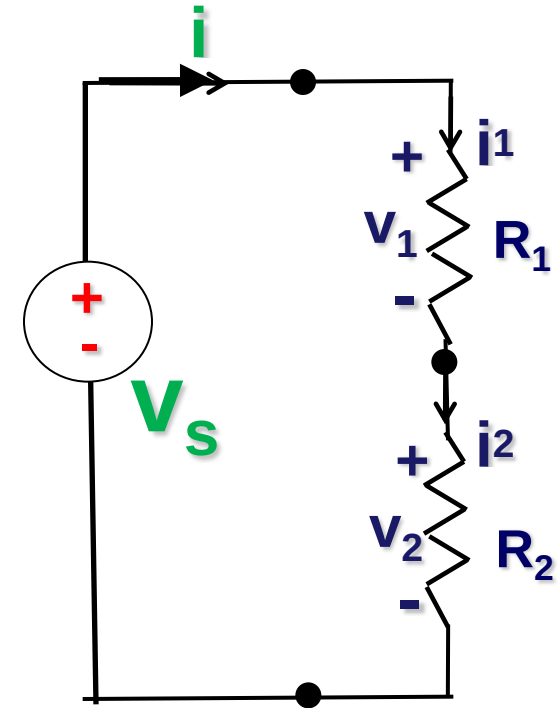
Παράλληλα: $1/L_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow k} 1/L_i$

L_1 εν σειρά με L_{eq}' όπου
 $L_{eq}' = L_3 // (L_2 \text{ σε σειρά με } L_4)$

Όμοια για την περίπτωση του κυκλώματος των πυκνωτών:

C_1 εν σειρά με C_{eq}' όπου
 $C_{eq}' = C_3 // (C_2 \text{ σε σειρά με } C_4)$

Διαιρέτης ή καταμεριστής τάσης.
Στο κύκλωμα του Σχ.α μια πηγή τάσης τροφοδοτεί έναν συνδυασμό αντιστάσεων εν σειρά. Να βρεθεί η πτώση τάσης σε κάθε αντίσταση. Να γενικευτεί η απάντηση για n αντιστάσεις.



Σχ.α

Πρόβλημα 3.5-7 (2/3)

3.38

Οι αντιστάσεις είναι εν σειρά συνεπώς ισχύουν οι σχέσεις:

$$V_s = V_{R1} + V_{R2}$$

$$i = i_{R1} = i_{R2}$$

Συνεπάγεται

$$\rightarrow V_s = R_1 * i + R_2 * i = i * (R_1 + R_2)$$

$$\rightarrow i = V_s / (R_1 + R_2)$$

Υπολογίζουμε τις πτώσεις τάσεις: $V_{R1} = R_1 * i$ & $V_{R2} = R_2 * i \rightarrow$

$$\rightarrow V_{R1} = V_s * [R_1 / (R_1 + R_2)] \text{ & } V_{R2} = V_s * [R_2 / (R_1 + R_2)]$$

Διαιρέτης ή
καταμεριστής τάσης

Γενίκευση (περίπτωση **n** εν σειρά αντιστάσεων):

$$V_s = V_{R1} + V_{R2} + \dots + V_{Rn}$$

$$i = i_{R1} = i_{R2} = \dots = i_{Rn}$$

Συνεπάγεται

$$\rightarrow V_s = R_1 * i + R_2 * i + R_n * i = i * (R_1 + R_2 + \dots + R_n) = i * R_{eq}$$

$$\rightarrow i = V_s / R_{eq}$$

Υπολογίζουμε τις πτώσεις τάσεις: $V_{R1} = R_1 * i$ & $V_{R2} = R_2 * i$ $\rightarrow$

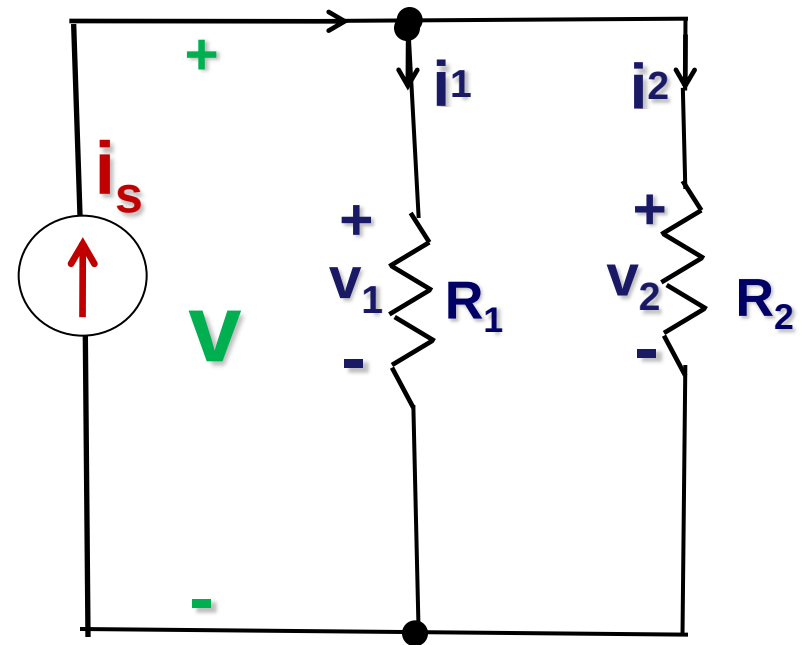
$$\rightarrow V_{Rn} = V_s * [R_n / R_{eq}] \text{ όπου } R_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow n} R_i$$

Πρόβλημα 3.5-8 (1/4)

3.40

Διαιρέτης ή καταμεριστής ρεύματος.

Στο κύκλωμα του Σχ.α μια πηγή ρεύματος τροφοδοτεί έναν συνδυασμό αντιστάσεων εν παραλλήλω. Να βρεθεί το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντίσταση. Να γενικευτεί η απάντηση για n αντιστάσεις.



Σχ.α

Οι αντιστάσεις είναι εν παραλλήλω συνεπώς ισχύουν οι σχέσεις:

$$V = V_{R1} = V_{R2}$$

$$i_s = i_{R1} + i_{R2}$$

Συνεπάγεται

$$\rightarrow v = R_1 * i_{R1} = R_2 * i_{R2}$$

$$\rightarrow i_{R1} = v / R_1 \text{ \& } i_{R2} = v / R_2$$

$$\rightarrow i_s = v / R_{eq} \text{ \acute{o}που: } R_{eq} = (R_1 * R_2) / (R_1 + R_2)$$

$$\rightarrow v = i_s * (R_1 * R_2) / (R_1 + R_2)$$

Υπολογίζουμε τα ρεύματα που διαρρέουν τις αντιστάσεις:

$$\rightarrow i_{R1} = v / R_1 = i_s * R_2 / (R_1 + R_2)$$

$$\rightarrow i_{R2} = v / R_2 = i_s * R_1 / (R_1 + R_2)$$

Διαιρέτης ή
καταμεριστής ρεύματος

Γενίκευση (περίπτωση n εν παραλλήλω αντιστάσεων):

$$V_s = V_{R1} = V_{R2} = \dots = V_{Rn}$$

$$i_s = i_{R1} + i_{R2} + \dots + i_{Rn}$$

ισχύει.....

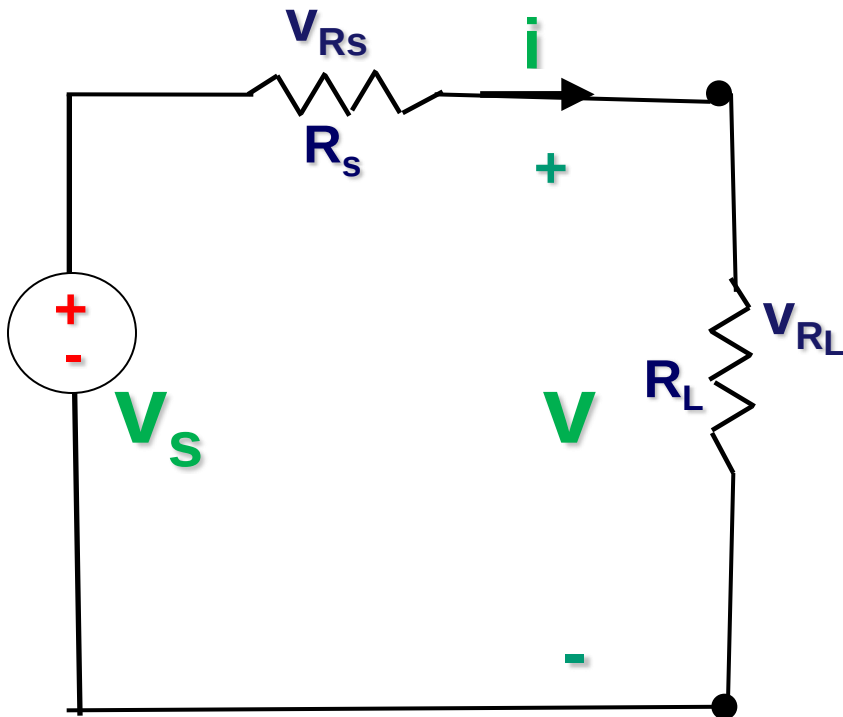
$$\rightarrow v = R_{eq} * i_s \text{ με } 1/R_{eq} = G_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow n} 1/R_i$$

Συνεπώς για το ρεύμα i_n που διαρρέει την R_n

$$\text{ισχύει } i_n = v / R_n = i_s [R_{eq} / R_n] \text{ όπου } R_{eq} = \sum_{i=1 \rightarrow n} 1/R_i$$

$$\dots\dots\dots\text{και } i_n = i_s [G_n / G_{eq}]$$

Θεώρημα μέγιστης μεταφοράς ισχύος. Στο σχέδιο α μια πραγματική πηγή τάσης με εσωτερική αντίσταση R_s τροφοδοτεί μια αντίσταση φορτίου R_L . Ζητείται να βρεθεί η ισχύς που μεταφέρεται στην αντίσταση φορτίου και η ισχύς που καταναλώνεται στην εσωτερική αντίσταση της πηγής. Για ποια τιμή της αντίστασης φορτίου η μεταφερόμενη ισχύς γίνεται μέγιστη? Πόση είναι η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς? Όταν η μεταφερόμενη ισχύς είναι μέγιστη, πόση είναι η καταναλισκόμενη στην εσωτερική αντίσταση ισχύς?



Σχ.α

Οι αντιστάσεις είναι εν σειρά
συνεπώς ισχύουν οι σχέσεις:

$$V_s = V_{R_s} + V_{R_L}$$

$$i = i_{R_s} = i_{R_L}$$

Συνεπάγεται

$$\rightarrow V_s = R_s \cdot i + R_L \cdot i = i \cdot (R_s + R_L)$$

$$\rightarrow i = V_s / (R_s + R_L)$$

Πρόβλημα 3.5-9 (3/18)

3.46

Η ισχύς που παρέχεται στην αντίσταση φορτίου υπολογίζεται ως:

$$P_L = R_L * i^2 = R_L * [v_s^2 / (R_s + R_L)^2] \quad (i)$$

Η ισχύς που παρέχεται στην εσωτερική αντίσταση της πηγής υπολογίζεται ως:

$$P_s = R_s * i^2 = R_s * [v_s^2 / (R_s + R_L)^2] \quad (ii)$$

Η παραγωγή χρησιμοποιείται προκειμένου να εντοπισθούν και να υπολογισθούν τα ακρότατα μιας συνάρτησης.

Μέγιστο: $df/dx = 0$ (1^η παράγωγος 0) & $d^2f/dx^2 < 0$ (δεύτερη παράγωγος αρνητική)

Πρόβλημα 3.5-9 (4/18)

3.47

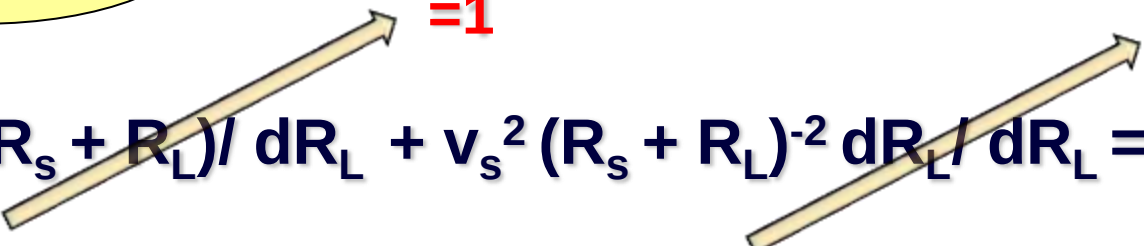
Παραγωγίζουμε την $P_L = v_s^2 \cdot [R_L / (R_s + R_L)^2]$ ως προς R_L για να υπολογίσουμε την άκρα τιμή (ως προς R_L). →

$$\rightarrow dP_L / dR_L = d \{ R_L \cdot [v_s^2 / (R_s + R_L)^2] \} / dR_L = * \& **$$

$$* d(k \cdot u) / dx = k \cdot du/dx + u \cdot dk/dx$$

$$** d x^m / dx = m \cdot x^{m-1}$$

$$= v_s^2 \cdot R_L (-2) (R_s + R_L)^{-3} d(R_s + R_L) / dR_L + v_s^2 (R_s + R_L)^{-2} dR_L / dR_L =$$

 =1 =1

$$= v_s^2 * R_L (-2) (R_s + R_L)^{-3} + v_s^2 (R_s + R_L)^{-2} =$$

$$= v_s^2 * (R_s + R_L)^{-2} [-2 R_L (R_s + R_L)^{-1} + 1] =$$

$$= v_s^2 * (R_s + R_L)^{-2} [-2 R_L (R_s + R_L)^{-1} + 1] =$$

..... πολλαπλασιάζουμε με $(R_s + R_L)^2 / (R_s + R_L)^2$

$$\dots\dots\dots = v_s^2 * (R_s + R_L)^{-4} [-2 R_L(R_s + R_L) + (R_s + R_L)^2] =$$

$$= v_s^2 * (R_s + R_L)^{-4} [\cancel{-2 R_L R_s} - 2R_L^2 + R_s^2 + R_L^2 + \cancel{2R_L R_s}] =$$

$$= v_s^2 * (R_s^2 - R_L^2) / (R_s + R_L)^{-4} =$$

$$= v_s^2 * (R_s - R_L) * (R_s + R_L) / (R_s + R_L)^{-4} =$$

$$dP_L / dR_L = v_s^2 * (R_s - R_L) / (R_s + R_L)^{-3}$$

για να έχουμε μέγιστο $\rightarrow dP_L / dR_L = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow v_s^2 * (R_s - R_L) / (R_s + R_L)^{-3} = 0 \rightarrow \boxed{R_s = R_L}$$

για να έχουμε μέγιστο $\rightarrow d^2P_L / d^2R_L < 0 \rightarrow$

$$\rightarrow v_s^2 * (R_s - R_L) d(R_s + R_L)^{-3} dR_L + v_s^2 * (R_s + R_L)^{-3} d(R_s - R_L) dR_L =$$

$$= -3 v_s^2 * (R_s - R_L) / (R_s + R_L)^4 - v_s^2 * (R_s + R_L)^{-3} = \dots * R_s = R_L \dots$$

$\rightarrow d^2P_L / d^2R_L = -v_s^2 / 2R_s^3 < 0 \rightarrow \dots$ η δεύτερη παράγωγος είναι αρνητική $\rightarrow \dots$

→ $d^2P_L / d^2R_L = -v_s^2 / 2R_s^3 < 0$ → συνεπώς ... η δεύτερη παράγωγος είναι αρνητική → η ισχύς που μεταφέρεται στην αντίσταση φορτίου γίνεται μέγιστη για $R_s = R_L$

→ Αυτή είναι η συνθήκη προσαρμογής του φορτίου στην πηγή.

$$\rightarrow P_{Lmax} = v_s^2 * [R_L / (R_s + R_L)^2] \rightarrow \dots R_s = R_L \dots \rightarrow$$

$$\rightarrow P_{Lmax} = v_s^2 * [R_s / 4R_s^2] = v_s^2 / 4R_s$$

$$\rightarrow P_{L\max} = v_s^2 / 4R_s$$

$P_{L\max}$: Η μέγιστη ισχύς που είναι δυνατόν να παρασχεθεί από μία πραγματική πηγή τάσης (λέγεται: Διαθέσιμη ισχύς της πηγής).

Όταν η μεταφερόμενη ισχύς είναι μέγιστη, πόση είναι η καταναλισκόμενη στην εσωτερική αντίσταση ισχύς?

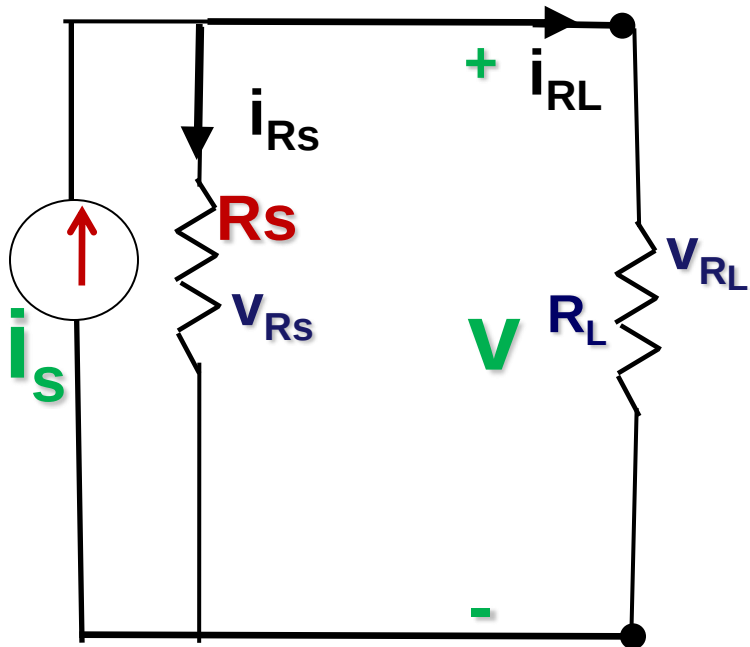
Η ισχύς που παρέχεται στην εσωτερική αντίσταση της πηγής υπολογίζεται ως:

Τύπος (ii) $\rightarrow P_s = R_s * i^2 = R_s * [v_s^2 / (R_s + R_L)^2] \rightarrow$

$$\rightarrow P_s = v_s^2 / 4R_s$$

Όταν στο φορτίο μεταφέρεται η μέγιστη ισχύς $\rightarrow$ Η καταναλισκόμενη στην εσωτερική αντίσταση ισχύς είναι ίση με αυτή που μεταφέρεται στο φορτίο.

Θεώρημα μέγιστης μεταφοράς ισχύος. Στο σχέδιο β μια πραγματική πηγή ρεύματος με εσωτερική αντίσταση R_s τροφοδοτεί μian αντίσταση φορτίου R_L . Ζητείται να βρεθεί η ισχύς που μεταφέρεται στην αντίσταση φορτίου και η ισχύς που καταναλώνεται στην εσωτερική αντίσταση της πηγής. Για ποια τιμή της αντίστασης φορτίου η μεταφερόμενη ισχύς γίνεται μέγιστη? Πόση είναι η μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς? Όταν η μεταφερόμενη ισχύς είναι μέγιστη, πόση είναι η καταναλισκόμενη στην εσωτερική αντίσταση ισχύς?



Οι αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες
παράλληλα:

$$V = V_{Rs} = V_{RL}$$

$$i_s = i_{Rs} + i_{RL}$$

Συνεπάγεται

$$\rightarrow i_s = G_s * v + G_L * v = v * (G_s + G_L)$$

$$\rightarrow v = i_s / (G_s + G_L)$$

Πρόβλημα 3.5-9 (13/18)

3.56

Η ισχύς που παρέχεται στην αντίσταση φορτίου υπολογίζεται ως:

$$P_L = G_L * v^2 = G_L * [i_s^2 / (G_s + G_L)^2] \quad (i)$$

Η ισχύς που παρέχεται στην εσωτερική αντίσταση της πηγής υπολογίζεται ως:

$$P_s = G_s * v^2 = G_s * [i_s^2 / (G_s + G_L)^2] \quad (ii)$$

Η παραγωγή χρησιμοποιείται προκειμένου να εντοπισθούν και να υπολογισθούν τα ακρότατα μιας συνάρτησης.

Μέγιστο: $df/dx = 0$ (1^η παράγωγος 0) & $d^2f/dx^2 < 0$ (δεύτερη παράγωγος αρνητική)

Παραγωγίζουμε την $P_L = i_s^2 * [G_L / (G_s + G_L)^2]$ ως προς G_L για να υπολογίσουμε την άκρα τιμή (ως προς G_L). →

$$\rightarrow dP_L / dG_L = d \{ G_L * [i_s^2 / (G_s + G_L)^2] \} / dG_L = * \& **$$

$$* d(k*u) / dx = k * du/dx + u * dk/dx$$

$$** d x^m / dx = m * x^{m-1}$$

$$dP_L / dG_L = i_s^2 * (G_s - G_L) / (G_s + G_L)^3$$

για να έχουμε μέγιστο $\rightarrow dP_L / dR_L = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow i_s^2 * (G_s - G_L) / (G_s + G_L)^{-3} = 0 \rightarrow \boxed{G_s = G_L}$$

για να έχουμε μέγιστο $\rightarrow d^2P_L / d^2G_L < 0 \rightarrow$

$$\rightarrow i_s^2 * (G_s - G_L) d(G_s + G_L)^{-3} dG_L + i_s^2 * (G_s + G_L)^{-3} d(G_s - G_L) dG_L =$$

$$= -3 i_s^2 * (G_s - G_L) / (G_s + G_L)^4 - i_s^2 * (G_s + G_L)^{-3} = \dots * G_s = G_L \dots$$

$$\rightarrow d^2P_L / d^2G_L = - i_s^2 / 2G_s^3 < 0 \rightarrow \dots \text{η δεύτερη παράγωγος} \\ \text{είναι αρνητική} \rightarrow \dots$$

→ $d^2P_L / d^2G_L = -i_s^2 / 2G_s^3 < 0$ → συνεπώς ... η δεύτερη παράγωγος είναι αρνητική → η ισχύς που μεταφέρεται στην αντίσταση φορτίου γίνεται μέγιστη για $G_s = G_L$
→ Αυτή είναι η συνθήκη προσαρμογής του φορτίου στην πηγή.

$$\rightarrow P_{Lmax} = i_s^2 * [G_L / (G_s + G_L)^2] \rightarrow \dots G_s = G_L \dots \rightarrow$$

$$\rightarrow P_{Lmax} = i_s^2 * [G_s / 4G_s^2] = i_s^2 / 4G_s$$

$$\rightarrow P_{L\max} = i_s^2 / 4G_s$$

$P_{L\max}$: Η μέγιστη ισχύς που είναι δυνατόν να παρασχεθεί από μία πραγματική πηγή ρεύματος (λέγεται: Διαθέσιμη ισχύς της πηγής).

Όταν η μεταφερόμενη ισχύς είναι μέγιστη, πόση είναι η καταναλισκόμενη στην εσωτερική αντίσταση ισχύς?

Η ισχύς που παρέχεται στην εσωτερική αντίσταση της πηγής υπολογίζεται ως:

Τύπος (ii) $\rightarrow P_s = i_s^2 / 4G_s$

Όταν στο φορτίο μεταφέρεται η μέγιστη ισχύς $\rightarrow$ Η καταναλισκόμενη στην εσωτερική αντίσταση ισχύς είναι ίση με αυτή που μεταφέρεται στο φορτίο.

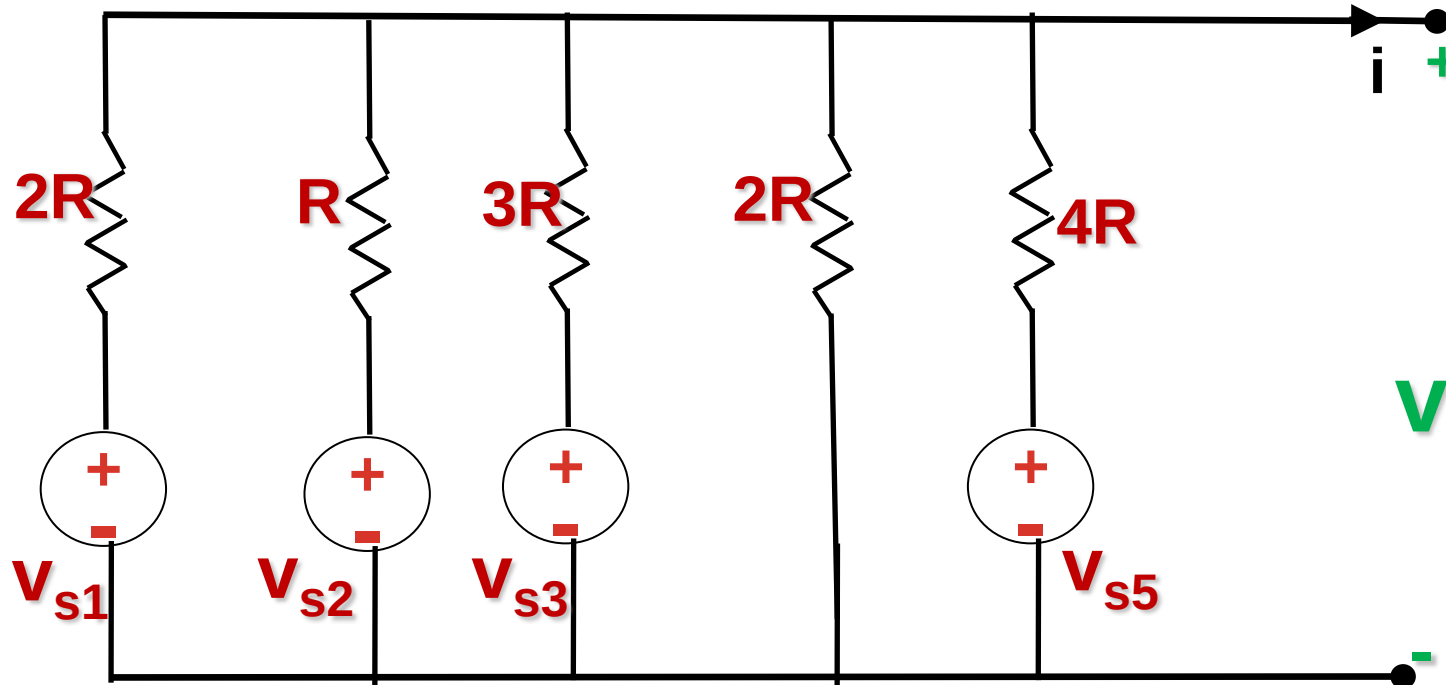
Πρόβλημα 3.5-11 (1/3)

3.62

Με την βοήθεια του θεωρήματος του Millman, να υπολογιστεί το ισοδύναμο κύκλωμα δύο ακροδεκτών του κυκλώματος.

Δίνονται: $R=100\Omega$, $v_1(t)=10V$, $v_2(t)=20\eta\mu\omega t V$, $v_3(t)=5\sigma\upsilon\nu\omega t V$ &

$$v_5(t)=2e^{-t} V$$



Σύμφωνα με το θεώρημα του Millman η εσωτερική αντίσταση της ισοδύναμης πηγής τάσης δίνεται από την σχέση:

$$\begin{aligned} 1/R_{eq} &= 1/200 + 1/100 + 1/300 + 1/200 + 1/400 = \\ &= 5 \cdot 10^{-3} + 10 \cdot 10^{-3} + 3,33 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3} + 2,5 \cdot 10^{-3} = \\ &= 25,83 \cdot 10^{-3} \rightarrow R_{eq} = 38,7 \Omega \end{aligned}$$

Η τάση της ισοδύναμης πηγής τάσης δίνεται από την σχέση:

$$v_s(t) = R_{eq} \sum_{i=1 \rightarrow k} v_{si} / R_i =$$

$$= 38,7 [10/200 + (20\eta\mu\omega t)/100 + (5\sigma\upsilon\nu\omega t)/300 + 0 + 2e^{-t}/400] \rightarrow$$

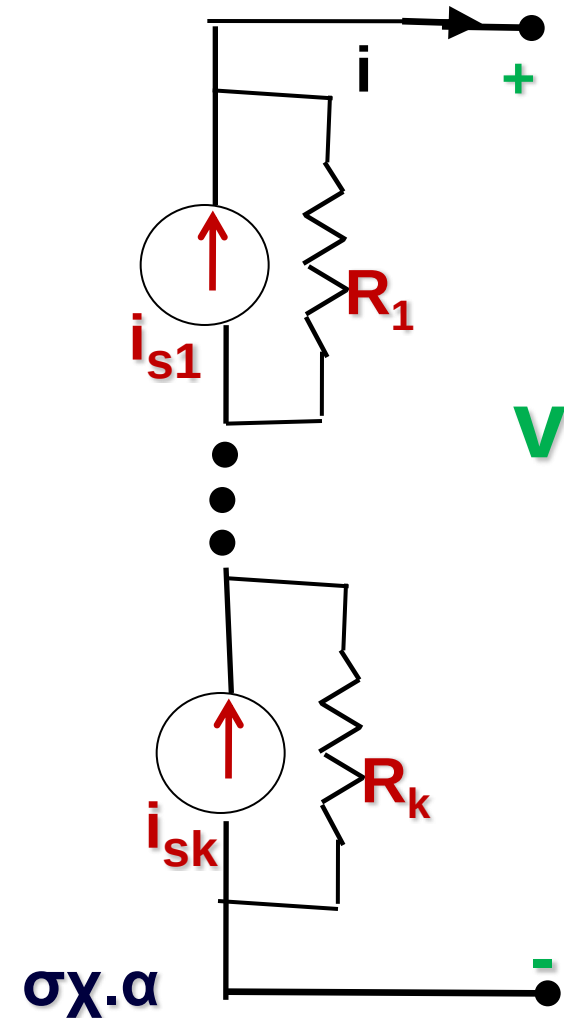
$$\rightarrow v_s(t) = 1,935 + 7,74\eta\mu\omega t + 0,645\sigma\upsilon\nu\omega t + 0,193 e^{-t}$$

Πρόβλημα 3.5-12 (1/3)

3.65

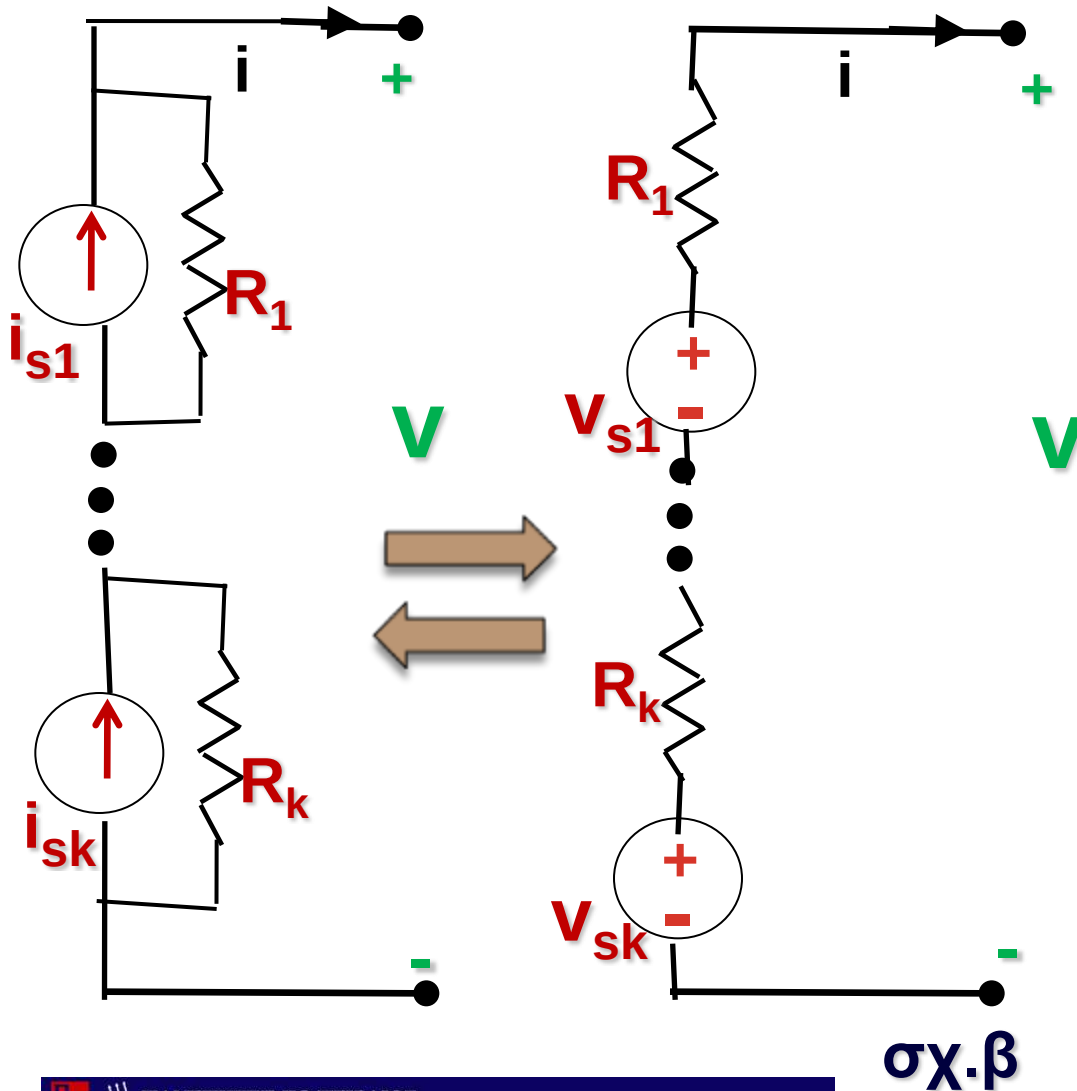
Να βρεθεί το ισοδύναμο κύκλωμα k πραγματικών πηγών ρεύματος (i_{sj} , R_{sj} ($j=1,2,\dots,k$)) του σχ.α συνδεδεμένων εν σειρά.

Ο εν σειρά συνδυασμός k πραγματικών πηγών ρεύματος του σχ.α μετασχηματίζεται στον εν σειρά συνδυασμό k πηγών τάσης (σχήμα β).



Πρόβλημα 3.5-12 (2/3)

3.66



Ο εν σειρά συνδυασμός k πραγματικών πηγών ρεύματος του σχ.α μετασχηματίζεται στον εν σειρά συνδυασμό k πηγών τάσης (σχήμα β).

Για την ισοδυναμία ισχύει:

$$V_{sj} = R_j i_{sj}$$

όπου: $j=1, 2, \dots, k$

Η ισοδύναμη αντίσταση του συνδυασμού είναι:

$$R_{eq} = \sum_{j=1 \rightarrow k} R_j$$

Η ισοδύναμη τάση του συνδυασμού:

$$v_s = \sum_{j=1 \rightarrow k} v_{sj} = \sum_{j=1 \rightarrow k} R_j i_{sj}$$

και για το ρεύμα της ισοδύναμης πηγής ρεύματος:

$$\rightarrow i_s = v_s / R_{eq} = (1/R_{eq}) * \sum_{j=1 \rightarrow k} R_j i_{sj}$$