

Inventory Management (III)

12

**PowerPoint presentation to accompany
Heizer, Render, Munson
Operations Management, Twelfth Edition, Global Edition
Principles of Operations Management, Tenth Edition, Global Edition
PowerPoint slides by Jeff Heyl**

Modified by Dr. N.P. Rachaniotis
Assistant Professor in Supply Chain Management
Department of Industrial Management & Technology, University of Piraeus

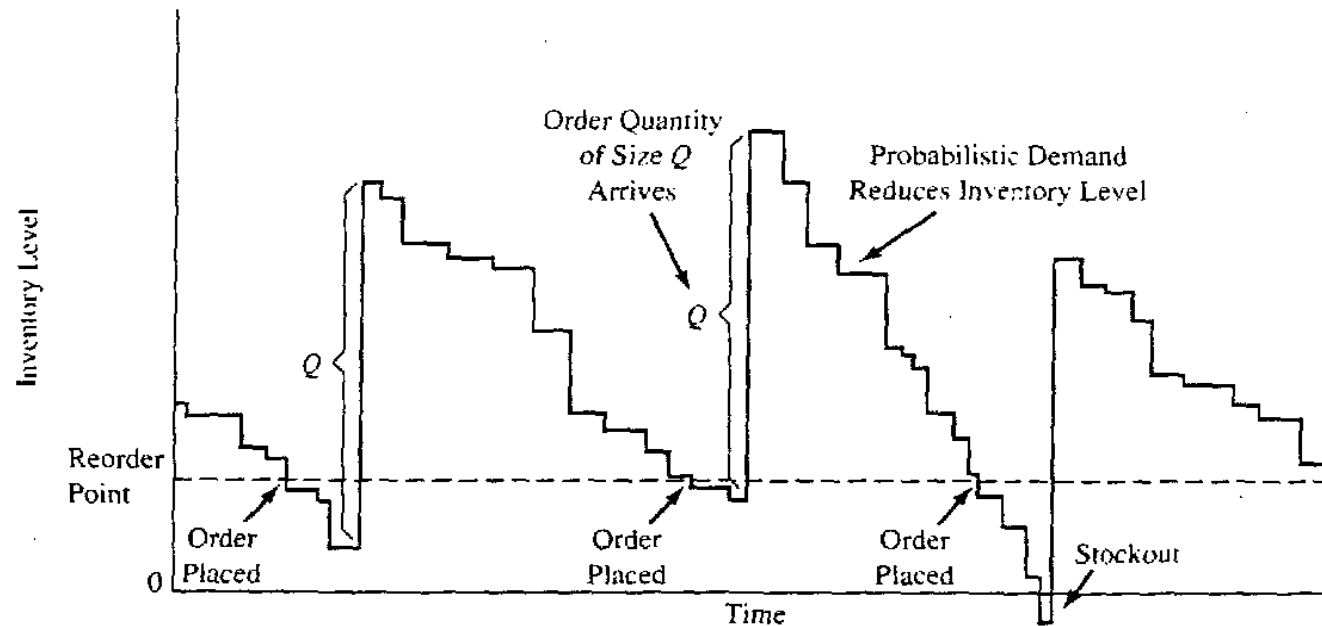
Probabilistic Models and Safety Stock

- ▶ Used when demand is not constant or certain
- ▶ Use safety stock to achieve a desired **service level** and avoid stockouts

$$ROP = d \times L + ss$$

Annual stockout costs = **The sum of the units short for each demand level** x **The probability of that demand level** x **The stockout cost/unit**
x **The number of orders per year**

Probabilistic Models and Safety Stock



Safety Stock Example

ROP = 50 units

Stockout cost = \$40 per frame

Orders per year = 6

Carrying cost = \$5 per frame per year

NUMBER OF UNITS	PROBABILITY
30	.2
40	.2
ROP → 50	.3
60	.2
70	.1
	1.0

Safety Stock Example

ROP = 50 units

Stockout cost = \$40 per frame

Orders per year = 6

Carrying cost = \$5 per frame per year

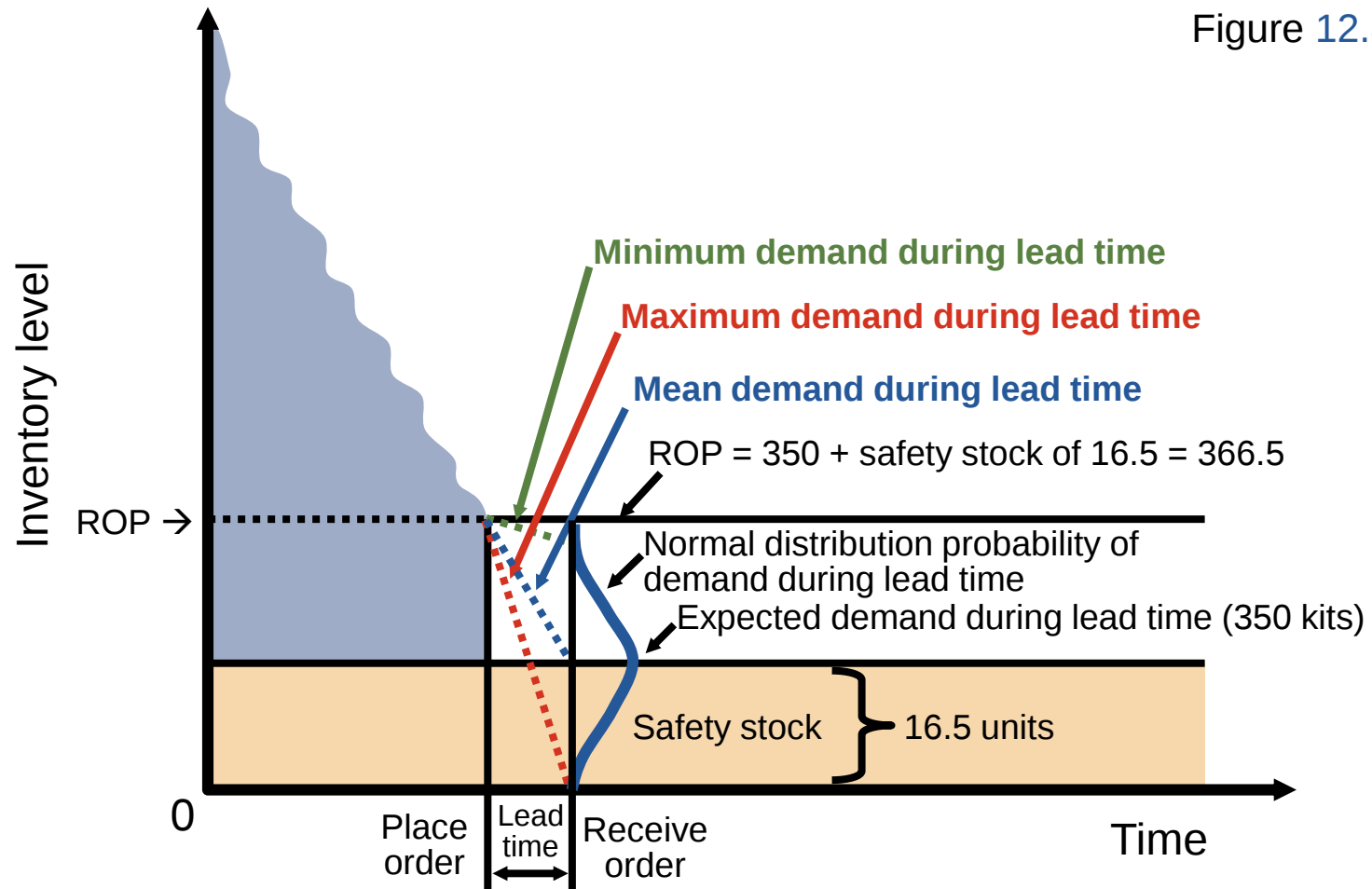
SAFETY STOCK	ADDITIONAL HOLDING COST	STOCKOUT COST	TOTAL COST
20	$(20)(\$5) = \100	\$0	\$100
10	$(10)(\$5) = \$ 50$	$(10)(.1)(\$40)(6) = \240	\$290
0	\$ 0	$(10)(.2)(\$40)(6) + (20)(.1)(\$40)(6) = \$960$	\$960

A safety stock of 20 frames gives the lowest total cost

$$\text{ROP} = 50 + 20 = 70 \text{ frames}$$

Probabilistic Demand

Figure 12.8



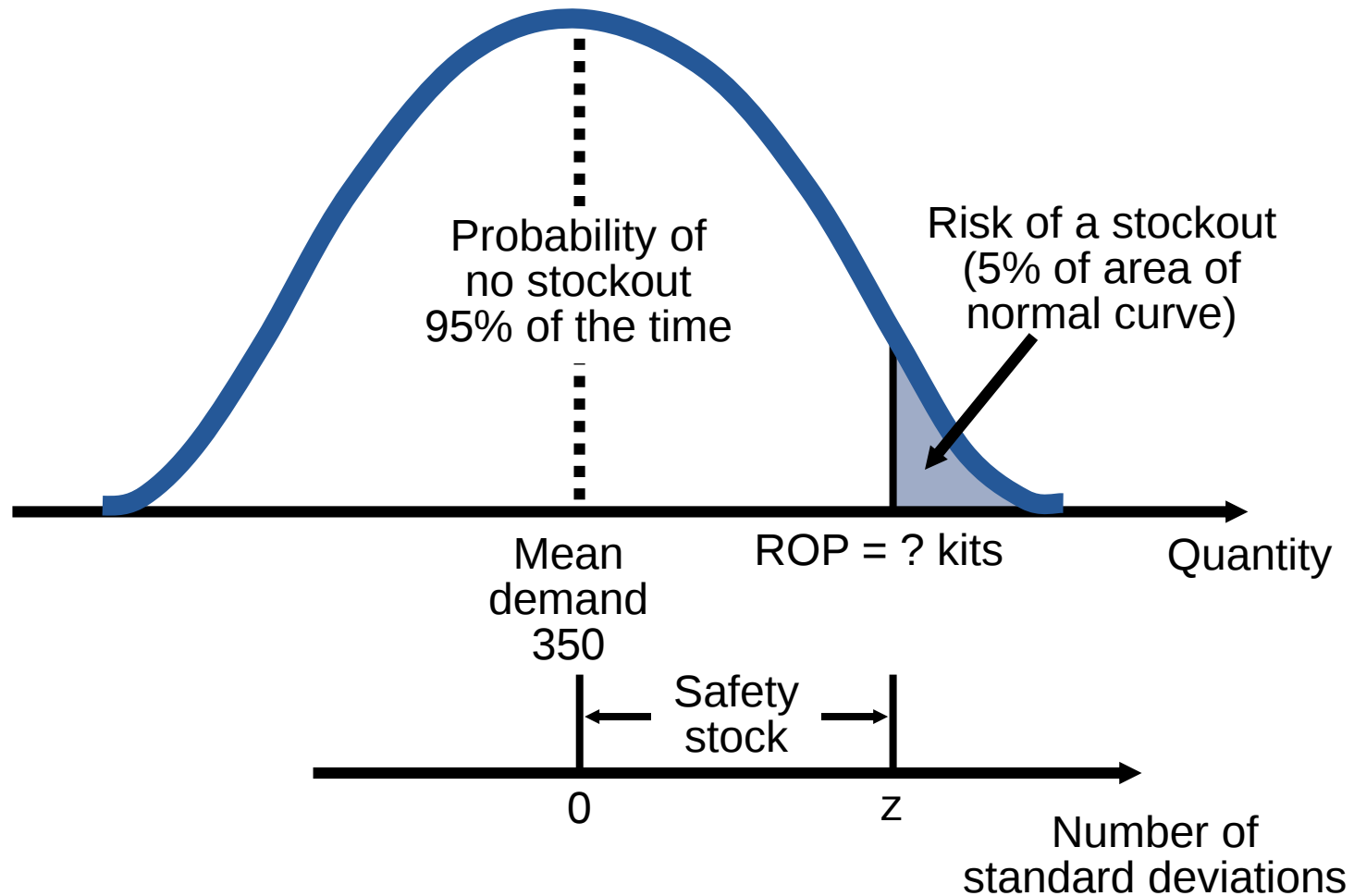
Probabilistic Demand

Use prescribed service levels to set safety stock when the cost of stockouts cannot be determined

$$\text{ROP} = \text{demand during lead time} + Z\sigma_{dLT}$$

where Z = Number of standard deviations
 σ_{dLT} = Standard deviation of demand during lead time

Probabilistic Demand



Probabilistic Example

μ = Average demand = 350 kits

σ_{dLT} = Standard deviation of
demand during lead time = 10 kits

Stockout policy = 5% (service level = 95%)

Using Appendix I, for an area under the curve of
95%, the $Z = 1.645$

Safety stock = $Z\sigma_{dLT} = 1.645(10) = 16.5$ kits

Reorder point = Expected demand during lead time +
Safety stock
= 350 kits + 16.5 kits of safety stock
= 366.5 or 367 kits

Other Probabilistic Models

- ▶ When data on demand during lead time is not available, there are other models available
 1. When demand is variable and lead time is constant
 2. When lead time is variable and demand is constant
 3. When both demand and lead time are variable

Other Probabilistic Models

Demand is variable and lead time is constant

$$\text{ROP} = (\text{Average daily demand} \times \text{Lead time in days}) + Z\sigma_{dLT}$$

$$\text{where } \sigma_{dLT} = \sigma_d \sqrt{\text{Lead time}}$$

σ_d = Standard deviation of demand per day

Example

Average daily demand (normally distributed) = 15

Lead time in days (constant) = 2

Standard deviation of daily demand = 5

Service level = 90%

Z for 90% = 1.28

From Appendix I

$$\begin{aligned}\text{ROP} &= (15 \text{ units} \times 2 \text{ days}) + Z\sigma_{dLT} \\ &= 30 + 1.28(5)(\sqrt{2}) \\ &= 30 + 9.02 = 39.02 \approx 39\end{aligned}$$

Safety stock is about 9 computers

Εφαρμογή (Βιδάλης, 2017)

Μια επιχείρηση ηλεκτρικών ειδών αγοράζει λαμπτήρες προς 6 € τον ένα. Κάθε παραγγελία έχει σταθερό κόστος ίσο με 12€ ανά παραγγελία και το κόστος διακράτησης μιας μονάδας για ένα έτος είναι ίσο με το 20% της τιμής αγοράς ανά μονάδα ανά έτος. Η εβδομαδιαία ζήτηση των λαμπτήρων ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 154 λαμπτήρες και τυπική απόκλιση ίση με 25 λαμπτήρες και ο χρόνος υστέρησης είναι σταθερός και ίσος με 1 εβδομάδα.

- ▶ Πόσο να παραγγέλνει και
- ▶ ποιο το επίπεδο αναπαραγγελίας για την επιχείρηση όταν επιθυμεί να έχει επίπεδο εξυπηρέτησης ίσο με 95%;

Απάντηση

Η ετήσια μέση ζήτηση είναι ίση με:

52 εβδομάδες x μέση εβδομαδιαία ζήτηση = $52 \times 154 = 8008$ λαμπτήρες

Η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας είναι:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2 \times 8008 \times 12}{1.2}} = 400 \text{ λαμπτήρες}$$

Το απόθεμα ασφαλείας είναι ίσο με:

▶ $ss = z^* \sigma^* \sqrt{L} = 1.65 \times 25 \times 1 = 41$ λαμπτήρες

▶ Το επίπεδο αναπαραγγελίας είναι ίσο με:

$$ROP = L \times D + ss = 154 + 41 = 195 \text{ λαμπτήρες}$$

Απάντηση

Συνοψίζοντας θα παραγγέλνεται ποσότητα ίση με 400 λαμπτήρες μόλις το απόθεμα φθάσει στο επίπεδο των 195 μονάδων. Με αυτή την πολιτική έχουμε service level ίσο με 95% δηλαδή στο 5% των 20 περιόδων (σε μία (1) περίοδο) θα βρεθεί με έλλειμμα.

Το ετήσιο συνολικό κόστος με την πολιτική αυτή ανέρχεται σε :

$$\text{Κόστος παραγγελιών} = \frac{D}{Q} \cdot S = \frac{8008}{400} \cdot 12 = 240 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\text{Κόστος διακράτησης κανονικού αποθέματος} = \frac{Q}{2} \cdot H = \frac{400}{2} \cdot 1.20 = 240 \text{ χ.μ.}$$

$$\begin{aligned} \text{Κόστος διακράτησης αποθέματος ασφαλείας} &= ss \cdot H = 41 \cdot 1.20 \\ &= 49.20 \text{ χρηματικές μονάδες} \end{aligned}$$

$$\text{Ετήσιο συνολικό κόστος} : 240 + 240 + 49.20 = 529.20 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Κάθε περίοδος (cycle time) έχει διάρκεια ίση με $400/154 = 2,6$ εβδομάδες (κατά μέσο όρο).

Other Probabilistic Models

Lead time is variable and demand is constant

$$\text{ROP} = (\text{Daily demand} \times \text{Average lead time in days}) + Z \times (\text{Daily demand}) \times \sigma_{LT}$$

where σ_{LT} = Standard deviation of lead time in days

Example

Daily demand (constant) = 10

Average lead time = 6 days

Standard deviation of lead time = $\sigma_{LT} = 1$

Service level = 98%, so Z (from Appendix I) = 2.055

$$\begin{aligned}\text{ROP} &= (10 \text{ units} \times 6 \text{ days}) + 2.055(10 \text{ units})(1) \\ &= 60 + 20.55 = 80.55\end{aligned}$$

Reorder point is about 81 cameras

Other Probabilistic Models

Both demand and lead time are variable

$$\text{ROP} = (\text{Average daily demand} \times \text{Average lead time}) + Z\sigma_{dLT}$$

where σ_d = Standard deviation of demand per day

σ_{LT} = Standard deviation of lead time in days

$$\sigma_{dLT} = \sqrt{(\text{Average lead time} \times \sigma_d^2) + (\text{Average daily demand})^2 \sigma_{LT}^2}$$

Example

Average daily demand (normally distributed) = 150

Standard deviation = $\sigma_d = 16$

Average lead time 5 days (normally distributed)

Standard deviation = $\sigma_{LT} = 1$ day

Service level = 95%, so $Z = 1.645$ (from Appendix I)

$$ROP = (150 \text{ packs} \times 5 \text{ days}) + 1.645 s_{dLT}$$

$$\begin{aligned} s_{dLT} &= \sqrt{(5 \text{ days} \times 16^2) + (150^2 \times 1^2)} = \sqrt{(5 \times 256) + (22,500 \times 1)} \\ &= \sqrt{(1,280) + (22,500)} = \sqrt{23,780} @ 154 \end{aligned}$$

$$ROP = (150 \times 5) + 1.645(154) @ 750 + 253 = 1,003 \text{ packs}$$

Single-Period Model

- ▶ Only *one* order is placed for a product
- ▶ Units have little or no value at the end of the sales period

C_s = Cost of shortage = Sales price/unit – Cost/unit

C_o = Cost of overage = Cost/unit – Salvage value

$$\text{Service level} = \frac{C_s}{C_s + C_o}$$

Single-Period Example (the newsboy problem)

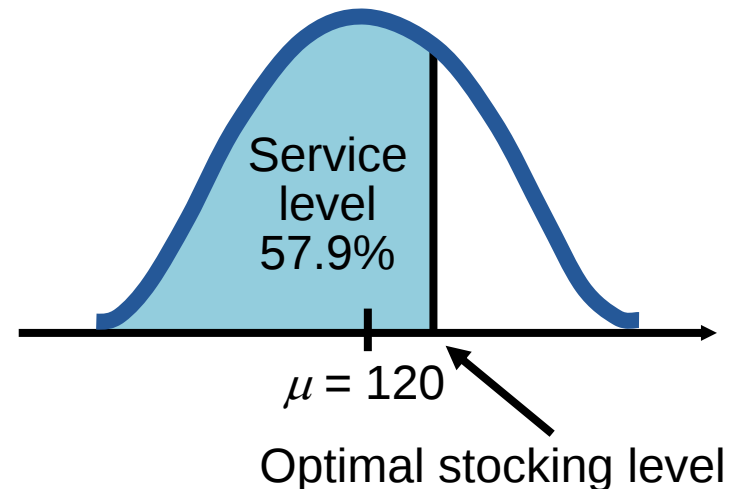
Average demand = $\mu = 120$ papers/day

Standard deviation = $\sigma = 15$ papers

C_s = cost of shortage = $\$1.25 - \$0.70 = \$0.55$

C_o = cost of overage = $\$0.70 - \$0.30 = \$0.40$

$$\begin{aligned}\text{Service level} &= \frac{C_s}{C_s + C_o} \\ &= \frac{.55}{.55 + .40} \\ &= \frac{.55}{.95} = .579\end{aligned}$$



Single-Period Example

From Appendix I, for the area .579, $Z \cong .20$

The optimal stocking level

$$= 120 \text{ copies} + (.20)(\sigma)$$

$$= 120 + (.20)(15) = 120 + 3 = 123 \text{ papers}$$

The stockout risk = $1 - \text{Service level}$

$$= 1 - .579 = .422 = 42.2\%$$

Παράδειγμα (Βιδάλης, 2017)

Ένα αναλώσιμο είδος (π.χ. ψωμί) προσφέρεται από ένα supermarket. Το προϊόν κοστίζει 1.19\$ ανά μονάδα προϊόντος και πωλείται 1.65\$. Αν κάποια προϊόντα μείνουν απούλητα στο τέλος της ημέρας, ο προμηθευτής τα παίρνει πίσω με τιμή απόσυρσης 1\$ ανά μονάδα προϊόντος. Θεωρώντας ότι η καθημερινή ζήτηση είναι κανονικά κατανομημένη με $\mu=150$ και $\sigma=30$ απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

- ▶ Ποια ποσότητα παραγγελίας θα συνιστούσατε στο supermarket;
- ▶ Ποια η πιθανότητα το supermarket να πωλήσει όλα τα παραγγελθέντα προϊόντα;
- ▶ Ποιο το επίπεδο εξυπηρέτησης για το συγκεκριμένο προϊόν;
- ▶ Γιατί -κατά τη γνώμη σας - ο προμηθευτής προσφέρει τόσο μεγάλη τιμή απόσυρσης; Για παράδειγμα γιατί να μην προσφέρει 0.25 \$ ανά μονάδα επιστραφέντος προϊόντος; Πώς επιδρά η μείωση στη τιμή απόσυρσης στην ποσότητα παραγγελίας Q ;

Επίλυση

Κόστος υποεκτίμησης $c_s = 1,65 - 1,19 = 0,46\$$

▶ Κόστος υπερεκτίμησης $c_o = 1,19 - 1,0 = 0,19\$$

▶ Η παραγγελόμενη ποσότητα προκύπτει από την σχέση :

▶ $P[D \leq Q^*] = \frac{c_s}{c_s + c_o} = \frac{0,46}{0,46 + 0,19} = 0,70769$

▶ Μέσω Πίνακα της Τυποποιημένης Κανονικής Κατανομής ή της στατιστικής συνάρτησης του Excel NORMINV(0,70769:150:30) βρίσκουμε ότι πρέπει να παραγγέλλονται $Q^* = 166$ μονάδες

▶ Η πιθανότητα το supermarket να πωλήσει όλα τα παραγγελθέντα προϊόντα είναι ισοδύναμη με το γεγονός η ζήτηση να είναι μεγαλύτερη ή ίση της παραγγελθείσας ποσότητας $Q^* = 166$:

▶ $P[D \geq Q^*] = 1 - P[D \leq Q^*] = 1 - 0,70769 = 0,29$ (29%)

Επίλυση

- ▶ Το επίπεδο εξυπηρέτησης είναι η πιθανότητα η ζήτηση να καλύπτεται (είναι ίση ή μικρότερη) από την παραγγελθείσα ποσότητα $Q^* = 166$:

$$P[D \leq Q^*] = 0,70769 (\approx 71\%)$$

- ▶ Όταν ο προμηθευτής προσφέρει μικρή τιμή απόσυρσης τότε το κόστος υπέρ-εκτίμησής γίνεται: $c_o = 1,19 - 0,25 = 0,94\$$ οπότε

$$P[D \leq Q^*] = \frac{c_s}{c_s + c_o} = \frac{0,46}{0,46 + 0,94} = 0,32857$$

και η παραγγελόμενη ποσότητα Q^* γίνεται ίση με $Q^* = 137$ μονάδες και το επίπεδο εξυπηρέτησης γίνεται ίσο με 33%. Λόγω της μεγαλύτερης απώλειας για κάθε απούλητο ψωμί η πολιτική του supermarket γίνεται πιο συντηρητική με αποτέλεσμα να μειώνει τις παραγγελίες από 166 σε 137 μονάδες.

Fixed-Period (P) Systems

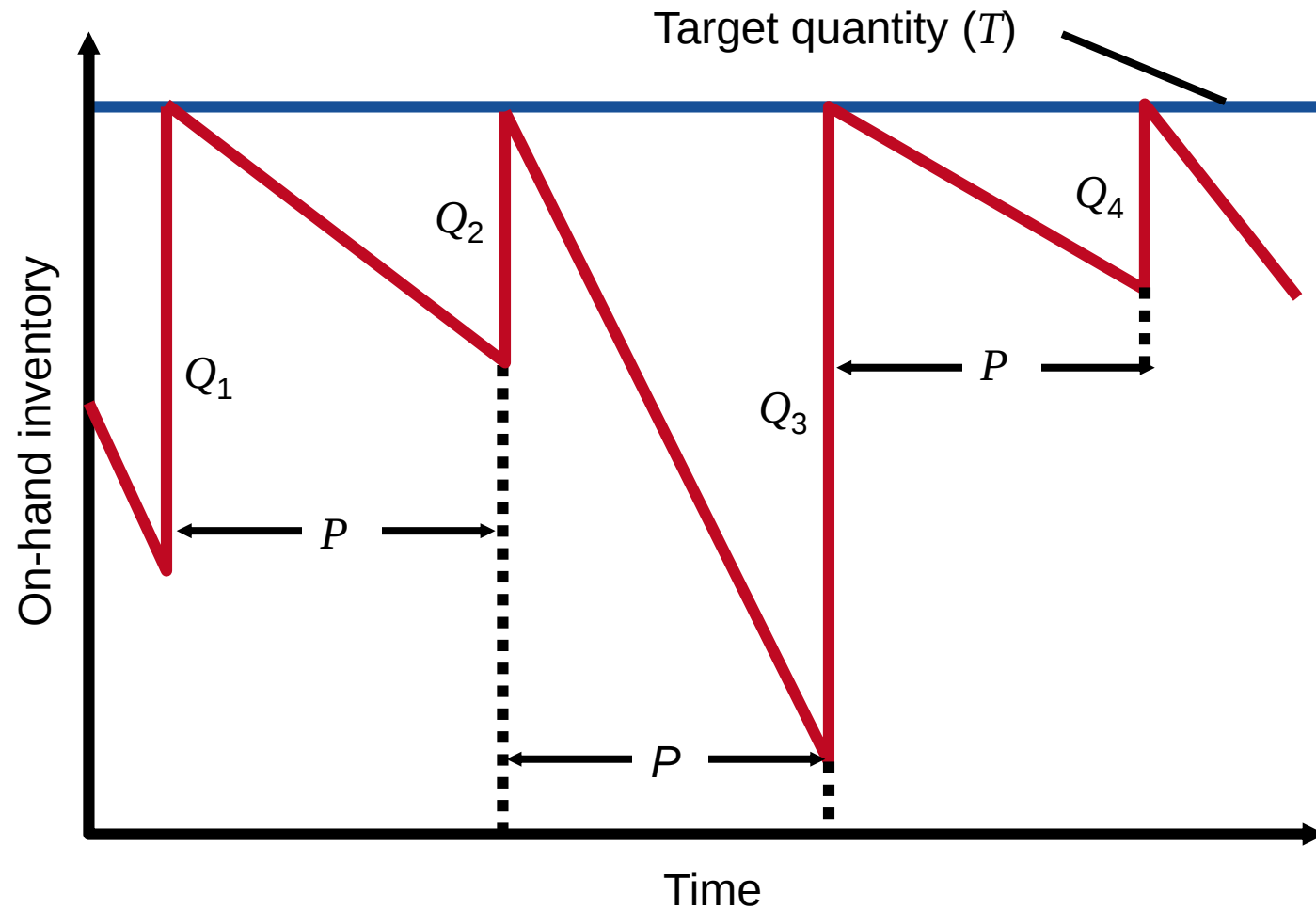
- ▶ **Fixed-quantity** models require continuous monitoring using **perpetual inventory systems**
- ▶ In **fixed-period systems** orders placed at the end of a fixed period
- ▶ Periodic review, **P system**

Fixed-Period (*P*) Systems

- ▶ Inventory counted only at end of period
- ▶ Order brings inventory up to target level
 - ▶ Only relevant costs are ordering and holding
 - ▶ Lead times are known and constant
 - ▶ Items are independent of one another

Fixed-Period (P) Systems

Figure 12.9



Fixed-Period Systems

- ▶ Inventory is only counted at each review period
- ▶ May be scheduled at convenient times
- ▶ Appropriate in routine situations
- ▶ May result in stockouts between periods
- ▶ May require increased safety stock