



Η Διαδικασία της Αναλυτικής Ιεράρχησης

Η Διαδικασία της Αναλυτικής Ιεράρχησης

Η Διαδικασία της Αναλυτικής Ιεράρχησης (Analytic Hierarchy Process - AHP), είναι μια μέθοδος που αποσκοπεί στην ποσοτικοποίηση των διαχειριστικών αποφάσεων με βάση την σχετική σημαντικότητα πολλαπλών αντικρουόμενων κριτηρίων, τα οποία λαμβάνονται υπόψη στην λήψη αποφάσεων.

Αναπτύχθηκε από τον Thomas Saaty την δεκαετία του 1970.

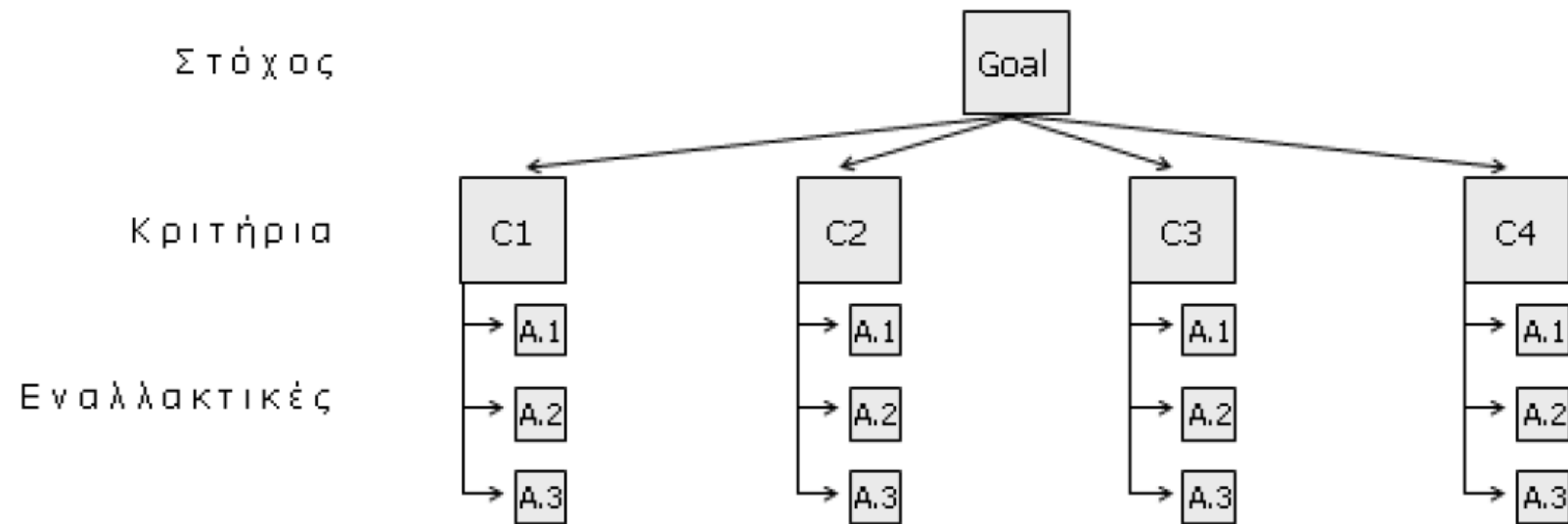
Βασίζεται στα μαθηματικά αλλά και την ανθρώπινη ψυχολογία.

ΑΗΡ-Τα Τέσσερα Στάδια

1. Ιεραρχική ανάλυση του προβλήματος απόφασης σε στοιχεία απόφασης (γενικός στόχος, κριτήρια, χαρακτηριστικά, ..., εναλλακτικές λύσεις)
2. Συλλογή προτιμήσεων σχετικά με τα στοιχεία απόφασης
3. Υπολογισμός επιμέρους προτεραιοτήτων (βαρών) για τα στοιχεία απόφασης
4. Σύνθεση των επιμέρους προτεραιοτήτων σε γενικές προτεραιότητες των εναλλακτικών λύσεων

Τα στάδια 1 και 2 πραγματοποιούνται με τη συμμετοχή του αποφασίζοντα (αδόμητες φάσεις) ενώ τα 3 και 4 είναι καθαρά υπολογιστικά (δομημένες φάσεις).

Ιεραρχική ανάλυση του προβλήματος απόφασης



Η Διαδικασία της Αναλυτικής Ιεράρχησης

Βήμα 1: Προσδιορισμός προβλήματος όπου καθορίζονται:

- Ο στόχος που θα επιτευχθεί μέσω της διαδικασίας
- Τα κριτήρια που σχετίζονται με την επίτευξη του στόχου
- Οι δυνατές επιλογές για το καθένα κριτήριο

Για το κάθε κριτήριο ακολουθούμε τα βήματα 2 έως 5.

Βήμα 2: Ανάπτυξη Πίνακα Συγκρίσεων για κάθε κριτήριο που να περιέχει όλες τις ανά δύο συγκρίσεις (σχετική σημαντικότητα) μεταξύ των επιλογών. Ο πίνακας πρέπει να περιλαμβάνει τις επιλογές οριζόντια και κάθετα και να καθορίζει τις αριθμητικές κατατάξεις τους συγκρίνοντας την οριζόντια (πρώτη επιλογή) με την κάθετη (δεύτερη) επιλογή. Οι κατατάξεις πρέπει να γίνουν ως ακολούθως:

Η Διαδικασία της Αναλυτικής Ιεράρχησης

Βήμα 2: Πίνακας Συγκρίσεων

Συγκρινόμενη με την πρώτη επιλογή η δεύτερη επιλογή έχει:	Κλίμακα με τα απόλυτα μεγέθη
Εξαιρετική σημαντικότητα	9
Πολύ μεγάλη σημαντικότητα	7
Μεγάλη σημαντικότητα	5
Μικρή σημαντικότητα	3
Ίδια σημαντικότητα	1
Ενδιάμεσες τιμές (για μεγαλύτερη ακρίβεια στην αριθμητική εκτίμηση)	2, 4, 6, 8
Αντίστροφες εκτιμήσεις ($1/9$, $1/7$ κ.λπ.) προκύπτουν όταν η δεύτερη επιλογή προτιμάται της πρώτης.	

Η Διαδικασία της Αναλυτικής Ιεράρχησης

Βήμα 3: Ανάπτυξη Κανονικοποιημένου Πίνακα: Διαιρούμε την κάθε τιμή του πίνακα συγκρίσεων με το άθροισμα των στοιχείων της αντίστοιχης στήλης.

Βήμα 4: Διάνυσμα Προτεραιοτήτων: Υπολογίζουμε το μέσο όρο σε κάθε γραμμή του κανονικοποιημένου πίνακα (Το άθροισμα των στοιχείων του διανύσματος πρέπει να είναι ίσο με 1).

Η Διαδικασία της Αναλυτικής Ιεράρχησης

Βήμα 5: Υπολογισμός του Βαθμού Συνέπειας (Consistency Rate, CR): Η συνέπεια των υποκειμενικών συγκρίσεων μπορεί να μετρηθεί υπολογίζοντας τον βαθμό συνέπειας CR. Ο βαθμός συνέπειας είναι αποδεκτός αν είναι μικρότερος από 0.1, αλλιώς οι υποκειμενικές προτιμήσεις θα πρέπει να επανεκτιμηθούν.

Βήμα 6: Συνολικός Πίνακας Προτεραιοτήτων: Όταν τα βήματα 2 έως 5 πραγματοποιηθούν για όλα τα κριτήρια, τα αποτελέσματα του Βήματος 4 συγκεντρώνονται σε ένα πίνακα προτεραιοτήτων όπου οριζόντια περιλαμβάνονται οι επιλογές και κάθετα τα κριτήρια. Η κάθε στήλη θα πρέπει να περιλαμβάνει το διάλυσμα προτεραιοτήτων για το κάθε κριτήριο.

Η Διαδικασία της Αναλυτικής Ιεράρχησης

Βήμα 7: Ανάπτυξη πίνακα συγκρίσεων (ανά δύο) για τα κριτήρια

Κατασκευάζουμε τον κανονικοποιημένο πίνακα για τα κριτήρια (όπως στο Βήμα 3) και κατασκευάζουμε το διάνυσμα προτεραιοτήτων (όπως στο Βήμα 4).

Βήμα 8: Συνολικό διάνυσμα προτεραιοτήτων

Πολλαπλασιάζουμε το διάνυσμα προτεραιοτήτων (από το Βήμα 7) με τον πίνακα προτεραιοτήτων (από το Βήμα 6).

Υπολογισμός του Βαθμού Συνέπειας

Βήμα 1: Για κάθε γραμμή του πίνακα συγκρίσεων, υπολόγισε το σταθμισμένο άθροισμα. Αυτό θα γίνει αν η κάθε τιμή του πίνακα πολλαπλασιαστεί με την αντίστοιχη (στήλη) προτεραιότητα της κάθε επιλογής.

Βήμα 2: Για κάθε γραμμή διαίρεσε το σταθμισμένο άθροισμα με την προτεραιότητα της αντίστοιχης (γραμμής) επιλογής.

Βήμα 3: Βρες το μέσο όρο από τα αποτελέσματα του Βήματος 2. Ο μέσος αυτός θα ονομάζεται λ_{\max} .

Υπολογισμός του Βαθμού Συνέπειας

Βήμα 4: Υπολογίζουμε τον δείκτη συνέπειας CI για n επιλογές: $CI = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$.

Βήμα 5: Καθορίζουμε το RI (random index) από τον ακόλουθο πίνακα:

Αριθμός επιλογών, n	RI
3	0.58
4	0.90
5	1.12
6	1.24
7	1.32
8	1.41

Βήμα 6: Υπολόγισε το βαθμό συνέπειας CR: $CR = CI/RI$.

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

Μια εταιρεία πρέπει να επιλέξει μεταξύ τριών προμηθευτών υλικών απαραίτητων για την λειτουργία της. Τρία κριτήρια θωρήθηκαν σημαντικά στην επιλογή προμηθευτή: (1) το κόστος, (2) αξιοπιστία των υλικών, και (3) χρόνος παράδοσης των παραγγελιών.

Οι τρεις προμηθευτές είναι οι Cornell Industries, Brush Pik και Ricobuy. Οι Cornell Industries πωλούν τα προϊόντα τους προς €100 το τεμάχιο, η Brush Pik προς €80 το τεμάχιο, και η Ricobuy προς €144 το τεμάχιο. Η εταιρεία αποφάσισε ότι σε σχέση με το κόστος, η Brush Pik προτιμάται λίγο σε σχέση με την Cornell και πάρα πολύ σε σχέση με την Ricobuy. Επίσης η Cornell προτιμάται από πολύ έως πάρα πολύ σε σχέση με την Ricobuy.

Example: Gill Glass

Ιεραρχία για το πρόβλημα επιλογής προμηθευτή

Στόχος

Επέλεξε τον καλύτερο προμηθευτή

Κριτήρια

Κόστος

Αξιοπιστία

Χρόνος Παράδοσης

Εναλλακτικές
Επιλογές

Cornell
Brush Pik
Picobuy

Cornell
Brush Pik
Picobuy

Cornell
Brush Pik
Picobuy

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

- Κατασκευή του πίνακα των ανά δύο συγκρίσεων για το κόστος
 - Αφού η Brush Pik προτιμάται λίγο της Cornell, στη γραμμή της Brush Pik όπου τέμνεται με την στήλη της Cornell η τιμή είναι 3 και όπου τέμνεται η γραμμή της Cornell με τη στήλη της Brush Pik η τιμή είναι $1/3$. Ομοίως συνεχίζουμε με τα υπόλοιπα.

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

- Πίνακας των ανά δύο συγκρίσεων για το Κόστος

	Cornell	Brush Pik	Picobuy
Cornell	1	1/3	6
Brush Pik	3	1	7
Picobuy	1/6	1/7	1

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

- Κανονικοποιημένος Πίνακας συγκρίσεων για το Κόστος
Διαίρεσε κάθε τιμή του πίνακα συγκρίσεων με το αντίστοιχο άθροισμα της στήλης. Για παράδειγμα, το άθροισμα της στήλης Cornell είναι $= 1 + 3 + 1/6 = 25/6$. Αυτό δίνει:

	Cornell	Brush Pik	Picobuy
Cornell	6/25	7/31	6/14
Brush Pik	18/25	21/31	7/14
Picobuy	1/25	3/31	1/14

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

■ Διάνυσμα προτεραιοτήτων για το Κόστος

Το διάνυσμα προτεραιοτήτων υπολογίζεται με τον μέσο όρο κάθε γραμμής του κανονικοποιημένου πίνακα:

$$\text{Cornell: } (6/25 + 7/31 + 6/14)/3 = .298$$

$$\text{Brush Pik: } (18/25 + 21/31 + 7/14)/3 = .632$$

$$\text{Picobuy: } (1/25 + 3/31 + 1/14)/3 = .069$$

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

- Έλεγχος βαθμού συνέπειας για το κόστος
 - Πολλαπλασίασε κάθε στήλη του πίνακα συγκρίσεων με την αντίστοιχη προτεραιότητα:

$$.298 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1/6 \end{bmatrix} + .632 \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1 \\ 1/7 \end{bmatrix} + .069 \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .923 \\ 2.009 \\ .209 \end{bmatrix}$$

- Διαίρεσε τα αποτελέσματα με τις αντίστοιχες προτεραιότητες:

$$\begin{aligned} .923/.298 &= 3.097 \\ 2.009/.632 &= 3.179 \\ .209/.069 &= 3.029 \end{aligned}$$

...συνέχεια

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

■ Έλεγχος βαθμού συνέπειας (συνέχεια)

- Βρες το μέσο όρο των αποτελεσμάτων (λ_{\max}).

$$\lambda_{\max} = (3.097 + 3.179 + 3.029)/3 = 3.102$$

- Υπολόγισε το δείκτη συνέπειας (consistency index, CI).

$$CI = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1) = (3.102 - 3)/2 = .051$$

- Υπολόγισε τον βαθμό συνέπειας (consistency ratio, CR), όπου RI = .58 καθώς έχουμε 3 επιλογές:

$$CR = CI/RI = .051/.58 = .088$$

Επειδή ο βαθμός συνέπειας CR είναι μικρότερος από .10, είναι μέσα στα αποδεκτά όρια συνέπειας.

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

Η εταιρεία αποφάσισε ότι σε σχέση με την Αξιοπιστία, η Cornell προτιμάται πολύ σε σχέση με την Brush Pik και έχει ίση έως μικρή προτίμηση σε σχέση την Picobuy. Επίσης, η Picobuy προτιμάται πολύ σε σχέση με την Brush Pik.

- Πίνακας των ανά δύο συγκρίσεων για την Αξιοπιστία

	Cornell	Brush Pik	Picobuy
Cornell	1	7	2
Brush Pik	1/7	1	5
Picobuy	1/2	1/5	1

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

- Κανονικοποιημένος Πίνακας συγκρίσεων για την Αξιοπιστία (ομοίως με το κόστος)

	Cornell	Brush Pik	Picobuy
Cornell	14/23	35/41	2/8
Brush Pik	2/23	5/41	5/8
Picobuy	7/23	1/41	1/8

- Διάνυσμα προτεραιοτήτων για την Αξιοπιστία

$$\text{Cornell: } (14/23 + 35/41 + 2/8)/3 = .571$$

$$\text{Brush Pik: } (2/23 + 5/41 + 5/8)/3 = .278$$

$$\text{Picobuy: } (7/23 + 1/41 + 1/8)/3 = .151$$

- Έλεγχος βαθμού συνέπειας για την Αξιοπιστία

Και ο βαθμός συνέπειας μπορεί να ελεγχθεί όπως κάναμε και για το κόστος.

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

Η εταιρεία αποφάσισε ότι σε σχέση με τον χρόνο παράδοσης, η Cornell προτιμάται το ίδιο σε σχέση με την Ricobuy. Επίσης, η Ricobuy όπως και η Cornell προτιμώνται πολύ έως εξαιρετικά σε σχέση με την Brush Pik.

- Πίνακας των ανά δύο συγκρίσεων για τον χρόνο παράδοσης

	Cornell	Brush Pik	Ricobuy
Cornell	1	8	1
Brush Pik	1/8	1	1/8
Ricobuy	1	8	1

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

- Κανονικοποιημένος Πίνακας συγκρίσεων για τον χρόνο παράδοσης (ομοίως με το κόστος)

	Cornell	Brush Pik	Picobuy
Cornell	8/17	8/17	8/17
Brush Pik	1/17	1/17	1/17
Picobuy	8/17	8/17	8/17

- Διάνυσμα προτεραιοτήτων για τον χρόνο παράδοσης

$$\text{Cornell: } (8/17 + 8/17 + 8/17)/3 = .471$$

$$\text{Brush Pik: } (1/17 + 1/17 + 1/17)/3 = .059$$

$$\text{Picobuy: } (8/17 + 8/17 + 8/17)/3 = .471$$

- Έλεγχος βαθμού συνέπειας για τον χρόνο παράδοσης
Και ο βαθμός συνέπειας μπορεί να ελεγχθεί όπως κάναμε και για το κόστος.

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

Η εταιρεία αποφάσισε και την σχέση των κριτηρίων, όπου το κόστος προτιμάται εξαιρετικά σε σχέση με τον χρόνο παράδοσης και πολύ σε σχέση με την αξιοπιστία. Επίσης, η αξιοπιστία προτιμάται πολύ σε σχέση με τον χρόνο παράδοσης.

- Πίνακας των ανά δύο συγκρίσεων για τον χρόνο παράδοσης

	Cost	Reliability	Delivery
Cost	1	7	9
Reliability	1/7	1	7
Delivery	1/9	1/7	1

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

- Κανονικοποιημένος Πίνακας συγκρίσεων για τα Κριτήρια (ομοίως με το κόστος)

	Κόστος	Αξιοπιστία	Χρόνος Παράδοσης
Κόστος	63/79	49/57	9/17
Αξιοπιστία	9/79	7/57	7/17
Χρόνος Παράδοσης	7/79	1/57	1/17

- Διάνυσμα Προτεραιοτήτων για τα Κριτήρια

$$\text{Κόστος : } (63/79 + 49/57 + 9/17)/3 = .729$$

$$\text{Αξιοπιστία : } (9/79 + 7/57 + 7/17)/3 = .216$$

$$\text{Χρόνος Παράδοσης : } (7/79 + 1/57 + 1/17)/3 = .055$$

- Έλεγχος Βαθμού Συνέπειας για τα Κριτήρια

Και ο βαθμός συνέπειας μπορεί να ελεγχθεί όπως κάναμε και για το κόστος.

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

■ Συνολικό Διάνυσμα Προτεραιοτήτων

Το συνολικό διάνυσμα προτεραιοτήτων υπολογίζεται αν πολλαπλασιάσουμε το διάνυσμα προτεραιοτήτων για τα κριτήρια με τις προτεραιότητες που αφορούν τις επιλογές για το κάθε κριτήριο.

Διάνυσμα Προτεραιοτήτων για τα κριτήρια

.729

.216

.055

Πίνακας Προτεραιοτήτων

	Κόστος	Αξιοπιστία	Χρόνος Παράδοσης
Cornell	.298	.571	.471
Brush Pik	.632	.278	.059
Picobuy	.069	.151	.471

...συνέχεια

Παράδειγμα: Επιλογή προμηθευτή

- Συνολικό Διάνυσμα Προτεραιοτήτων (συνέχεια)

Άρα, το συνολικό διάνυσμα προτεραιοτήτων είναι:

$$\text{Cornell: } (.729)(.298) + (.216)(.571) + (.055)(.471) = .366$$

$$\text{Brush Pik: } (.729)(.632) + (.216)(.278) + (.055)(.059) = .524$$

$$\text{Picobuy: } (.729)(.069) + (.216)(.151) + (.055)(.471) = .109$$

Η Brush Pik είναι η τελική επιλογή προμηθευτή