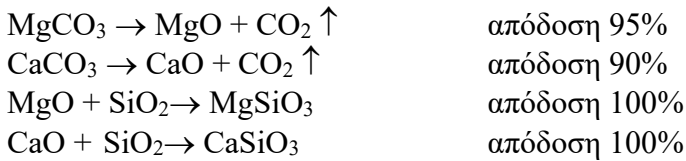


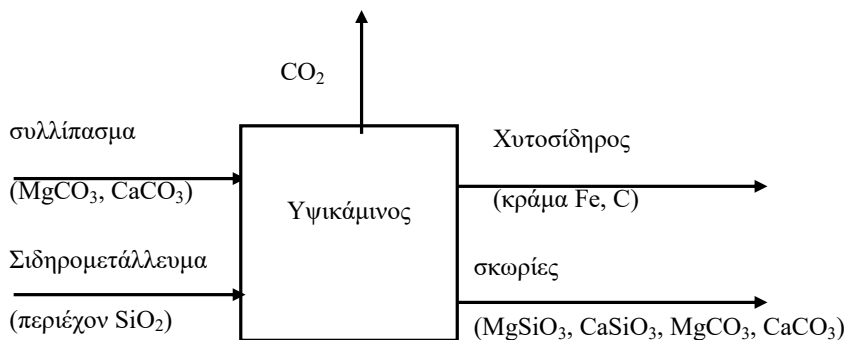
**Θέμα 1. Προμήθεια δολομιτικού ασβεστόλιθου με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του κόστους**

Δολομιτικός ασβεστόλιθος (βοηθητική ύλη στην παραγωγή χυτοσιδήρου) που περιέχει  $MgCO_3$  και  $CaCO_3$  χρησιμοποιείται ως συλλίπασμα για την απομάκρυνση του  $SiO_2$  από το εισαγόμενο στην υψικάμινο σιδηρομετάλλευμα, όπου λαμβάνουν χώρα οι αντιδράσεις:



Η συγκεκριμένη βιομηχανία μπορεί να προμηθευθεί δολομιτικό ασβεστόλιθο από δυο προμηθευτές, που διαθέτουν προϊόν με τα παρακάτω χαρακτηριστικά

	% κ.β. $MgCO_3$	% κ.β. $CaCO_3$	Τιμή (ευρώ/tn)
Προμηθευτής Α	55	40	90
Προμηθευτής Β	30	65	88



Ποιος προμηθευτής θα προτιμηθεί, με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του κόστους προμήθειας δολομιτικού ασβεστόλιθου ανά tn απομακρυνόμενου  $SiO_2$ ;

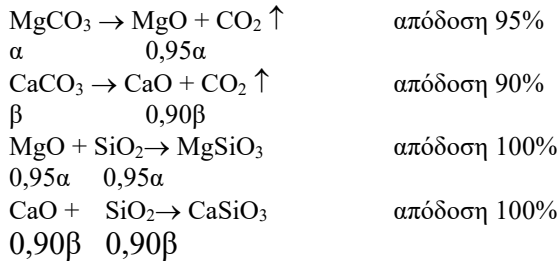
ΜΒ:  $CaCO_3$ : 100,  $MgCO_3$ : 84,  $CaO$ :56,  $MgO$ :40,  $CO_2$ : 44,  $SiO_2$ :60

(5 μονάδες)

*Η παραβίαση του αδιάβλητου των εξετάσεων με τη χρήση μη επιτρεπόμενων βοηθημάτων ή οποιαδήποτε μορφής αντιγραφής, που γίνεται αντιληπτή είτε κατά τη διάρκεια της εξέτασης ή κατά τη διάρκεια της διόρθωσης, συνιστά πειθαρχικό παράπτωμα σύμφωνα με τον Ν. 4957/2022 (άρθρο 197) και τον Κώδικα Δεοντολογίας τόσο του Πανεπιστημίου Πειραιώς όσο και του Τμήματος Βιομηχανικής Διοίκησης και Τεχνολογίας. Οι φοιτήτριες/φοιτητές που εμπλέκονται μηδενίζονται. Στην περίπτωση επίμονης επανάληψης του παραπτώματος, το Τμήμα διατηρεί τη δυνατότητα για την επιβολή των κατά νόμο προβλεπόμενων πειθαρχικών ποινών.*

**Λύση Θέματος 1. Προμήθεια δολομιτικού ασβεστόλιθου με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του κόστους**

Έστω 1tn SiO<sub>2</sub>, α Mmoles MgCO<sub>3</sub> και β Mmoles CaCO<sub>3</sub>. Από την στοιχειομετρία των αντιδράσεων θα ισχύει:



$$\text{Και } (0,95\alpha + 0,90\beta) \cdot 60 = 1 \Rightarrow 57 \cdot \alpha + 54 \cdot \beta = 1 \quad (1)$$

Έστω ο προμηθευτής Α θα δώσει x tn α'ύλης, οι οποίοι λόγω περιεκτικότητας θα περιέχουν 0,55x tn MgCO<sub>3</sub> και 0,40x tn CaCO<sub>3</sub>.

Αν μετατραπούν σε Mmoles θα ισχύει  
 $0,55x/84 = 0,0065x = \alpha$  Mmoles MgCO<sub>3</sub> και  
 $0,4x/100 = 0,004x = \beta$  Mmoles CaCO<sub>3</sub>

Επομένως η σχέση (1) γίνεται:  $57 \cdot 0,0065x + 54 \cdot 0,004x = 1 \Rightarrow x = 1,7\text{tn}$

Άρα το κόστος θα είναι : Κόστος Α =  $1,7 \cdot 90 = 153$  ευρώ/tn SiO<sub>2</sub>

Έστω ο προμηθευτής Β θα δώσει y tn α'ύλης, οι οποίοι λόγω περιεκτικότητας θα περιέχουν 0,30y tn MgCO<sub>3</sub> και 0,65y tn CaCO<sub>3</sub>.

Αν μετατραπούν σε Mmoles θα ισχύει  
 $0,30y/84 = 0,0036y = \alpha$  Mmoles MgCO<sub>3</sub> και  
 $0,65y/100 = 0,0065y = \beta$  Mmoles CaCO<sub>3</sub>

Επομένως η σχέση (1) γίνεται:  $57 \cdot 0,0036y + 54 \cdot 0,0065y = 1 \Rightarrow y = 1,8\text{tn}$

Άρα το κόστος θα είναι : Κόστος Β =  $1,8 \cdot 88 = 158,4$  ευρώ/tn SiO<sub>2</sub>

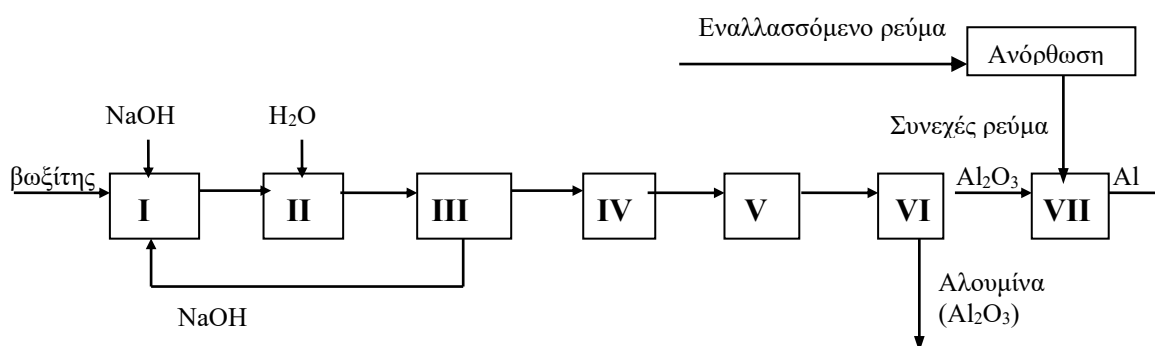
Επομένως συμφέρει ο προμηθευτής Α

***Επίσης, μπορείτε να δείτε την λυμένη άσκηση 2, σελίδες 104 έως 105, των Σημειώσεων του Μαθήματος.***

**Θέμα 2. Εξοικονόμηση ενέργειας στη βιομηχανία Αλουμινίου.**

Βωξίτης Παρνασσού με περιεκτικότητα 60% κ.β. σε αλουμίνα ( $Al_2O_3$ ) επεξεργάζεται με καυστική σόδα, οπότε παράγεται διαλυτό αργιλικό νάτριο ( $NaAlO_2$ ) το οποίο στη συνέχεια διασπάται υδρολυτικά προς αδιάλυτο υδροξείδιο του αργιλίου [ $Al(OH)_3$ ]. Αυτό το ενδιάμεσο προϊόν διηθείται, πλένεται, ξηραίνεται και πυρώνεται, οπότε προκύπτει καθαρή αλουμίνα, η οποία ηλεκτρολύεται προς καθαρό αργίλιο (αλουμίνιο) με κατανάλωση συνεχούς ρεύματος 12.800 kWh ανά tn τελικά παραγόμενου Al. Επειδή η μετατροπή της αλουμίνης σε αλουμίνιο είναι εξαιρετικά ηλεκτροβόρα διεργασία και το Αλουμίνιο της Ελλάδος αγοράζει ηλεκτρικό ρεύμα από τη ΔΕΗ σε προνομιακή τιμή, έχει συμφωνηθεί η τιμή αυτή να αυξάνεται σημαντικά αν η ετήσια κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας (εναλλασσόμενου ρεύματος) υπερβαίνει τις  $3,21 \cdot 10^9$  kWh ετησίως. Να προσδιορίσετε τα μέγιστα συνολικά μικτά έσοδα βιομηχανικού συγκροτήματος δυναμικότητας 3.456.000 tn βωξίτη ετησίως, αν παράγει αλουμίνα και αλουμίνιο χωρίς να αγοράζει ηλεκτρική ενέργεια στην αυξημένη τιμή.

Τιμή πώλησης αλουμινίου 1600 €/tn. Τιμή πώλησης αλουμίνης 190 €/tn. Ατομικά Βάρη: Al=27, O=16, H=1, Na=23. Η ηλεκτρική απόδοση της μετατροπής του ηλεκτρικού ρεύματος από εναλλασσόμενο σε συνεχές (ανόρθωση) είναι 92% (δηλ. ενεργειακές απώλειες 8%).

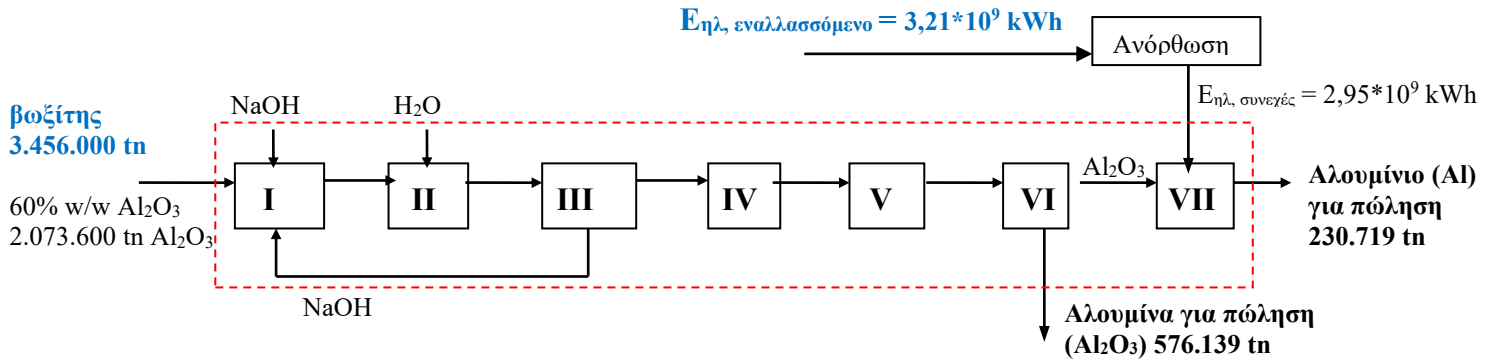


Στάδια	Αποδόσεις
I. Διαλυτοποίηση βωξίτη $Al_2O_3 + 2NaOH \longrightarrow 2NaAlO_2 + H_2O$	80%
II. Υδρολυτική διάσπαση $NaAlO_2 + 2H_2O \longrightarrow Al(OH)_3 + NaOH$	85%
III. Διήθηση (απώλειες σε $Al(OH)_3$ 7%)	93%
IV. Πλύση (απώλειες σε $Al(OH)_3$ 5%)	95%
V. Ξήρανση (αμελητέες απώλειες σε $Al(OH)_3$ )	100%
VI. Πύρωση $2Al(OH)_3 \longrightarrow Al_2O_3 + 3H_2O$	86%
VII. Ηλεκτρόλυση $Al_2O_3 \rightarrow 2Al$	88%

(5 μονάδες)

**Καλή επιτυχία!**

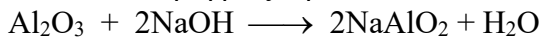
**Λύση Θέματος 2. Εξοικονόμηση ενέργειας στη βιομηχανία Αλουμινίου.**



**Στάδια**

**Αποδόσεις**

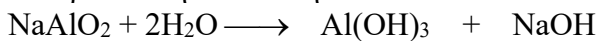
I. Διαλυτοποίηση βωξίτη



$$\beta \qquad \qquad \qquad 2\beta * 0,8$$

80%

II. Υδρολυτική διάσπαση



$$2\beta * 0,8 \qquad \qquad \qquad 2\beta * 0,8 * 0,85$$

85%

III. Διήθηση (απώλειες σε  $\text{Al}(\text{OH})_3$  7%)

$$2\beta * 0,8 * 0,85 * 0,93$$

93%

IV. Πλύση (απώλειες σε  $\text{Al}(\text{OH})_3$  5%)

$$2\beta * 0,8 * 0,85 * 0,93 * 0,95$$

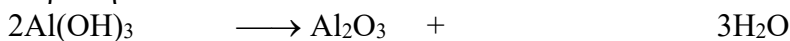
95%

V. Ξήρανση (αμελητέες απώλειες σε  $\text{Al}(\text{OH})_3$ )

$$2\beta * 0,8 * 0,85 * 0,93 * 0,95 * 1$$

100%

VI. Πύρωση



$$2\beta * 0,8 * 0,85 * 0,93 * 0,95 \qquad \beta * 0,8 * 0,85 * 0,93 * 0,95 * 0,86 = \gamma$$

86%

VII. Ηλεκτρόλυση



$$\beta * 0,8 * 0,85 * 0,93 * 0,95 * 0,86 \qquad \qquad \qquad 2\beta * 0,8 * 0,85 * 0,93 * 0,95 * 0,86 * 0,88 = \delta$$

88%

$$\text{MB Al}_2\text{O}_3 = 2 * 27 + 3 * 16 = 102$$

$$E_{\text{ηλ, συνεχές}} = 3,21 * 10^9 * 0,92 = 2,95 * 10^9 \text{ kWh}$$

$$\text{Al}_2\text{O}_3 \text{ στον βωξίτη} = 3.456.000 * 0,6 = 2.073.600 \text{ tn} \rightarrow \beta = 2.073.600 / 102 = 20.329 \text{ Mmol Al}_2\text{O}_3$$

$$\text{Al πώληση} = 2,95 * 10^9 \text{ kWh} / (12.800 \text{ kWh/tn}) = 230.719 \text{ tn Al} \rightarrow \alpha = 230.719 / 27 = 8.545 \text{ Mmol Al}$$

Al αν δεν είχε περιορισμό λόγω ηλεκτρικής ενέργειας =  $\delta = 2\beta * 0,8 * 0,85 * 0,93 * 0,95 * 0,86 * 0,88 = 18.486 \text{ Mmol Al}$   
 $\rightarrow 18.486 * 27 = 499.132 \text{ tn Al}$

Ποσοστό Al προς πώληση =  $\alpha / \delta = 8.545 / 18.486 = 46,22\%$

Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> καθαρή συνολικά =  $\gamma = \beta * 0,8 * 0,85 * 0,93 * 0,95 * 0,86 = 10.504 \text{ Mmol Al}_2\text{O}_3$

Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> πώληση =  $(1 - 0,4622) * 10.504 \text{ Mmol} = 5.648 \text{ Mmol} \rightarrow 5.648 * 102 = 576.139 \text{ tn Al}_2\text{O}_3$

Έσοδα =  $(1600 \text{ €/tn}) * (230.719 \text{ tn}) + (190 \text{ €/tn}) * (576.139 \text{ tn}) = 478.616.397 \text{ €}$

### Συνοπτική Λύση στο Excel

MB Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	$2 * 27 + 3 * 16 = 102$		α1	<b>80%</b>
MB Al	27		α2	<b>85%</b>
E <sub>ηλ. εναλλασσόμενο</sub>	<b><math>3,21 * 10^9 \text{ kWh}</math></b>		α3	<b>93%</b>
ηλ. απόδοση	<b>92%</b>		α4	<b>95%</b>
E <sub>ηλ. συνεχές</sub> /tn	<b>12.800</b>		α5	<b>100%</b>
τιμή Al	<b>1600</b>		α6	<b>86%</b>
τιμή Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	<b>190</b>		α7	<b>88%</b>
E <sub>ηλ. συνεχές</sub>	$3,21 * 10^9 * 0,92 = 2,95 * 10^9 \text{ kWh}$			
	tn	Mmoles		
Βωξίτης <b>60% w/w</b>	<b>3.456.000</b>			
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> στον βωξίτη	$3.456.000 * 0,6 = 2.073.600$	$\beta = 2.073.600 / 102 = 20.329$		
Al πώληση	$2,95 * 10^9 / 12.800 = 230.719$	$\alpha = 230.719 / 27 = 8.545$		
Al αν δεν είχε περιορισμό λόγω ηλεκτρικής ενέργειας	$18.486 * 27 = 499.132$	$\delta = 2\beta * 0,8 * 0,85 * 0,93 * 0,95 * 0,86 * 0,88 = 18.486$		
Ποσοστό Al προς πώληση		$\alpha / \delta = 8.545 / 18.486 = 46,22\%$		
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> καθαρή συνολικά		$\gamma = \beta * 0,8 * 0,85 * 0,93 * 0,95 * 0,86 = 10.504$		
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> πώληση	$5.648 * 102 = 576.139$	$(1 - 0,4622) * 10.504 = 5.648$		
Έσοδα	$(1600 \text{ €/tn}) * (230.719 \text{ tn}) + (190 \text{ €/tn}) * (576.139 \text{ tn}) = 478.616.397 \text{ €}$			

**Επίσης, μπορείτε να δείτε την λυμένη άσκηση 4, διαφάνειες 69 έως 78, σελίδες 90 έως 95, των Σημειώσεων του Μαθήματος.**