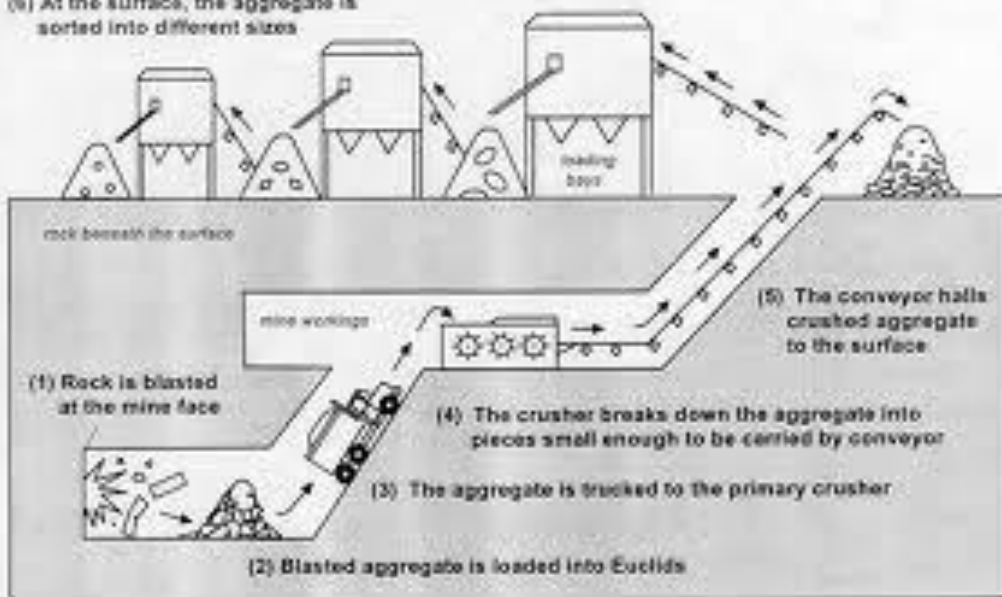


(6) At the surface, the aggregate is sorted into different sizes



*Δολομιτικοί ασβεστόλιθοι*



*Βιομηχανικοί Κλάδοι*

# Ο δολομίτης...

- ➡ Ο δολομίτης είναι ιζηματογενές κλαστικό πέτρωμα με χαλαρό κρυσταλλικό χαρακτήρα (σε σχέση με το μάρμαρο) το οποίο αποτελείται από ανθρακικά άλατα ασβεστίου και μαγνησίου
- ➡  $\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$
- ➡ Καθώς τα ιόντα ασβεστίου δεν έχουν το ίδιο μέγεθος με τα ιόντα μαγνησίου (ΑΒ Ca=40, Mg = 24) δεν συνδέονται στο ίδιο πλέγμα αλλά σχηματίζονται επίπεδα ασβεστίου πάνω σε επίπεδα μαγνησίου πάνω σε επίπεδα ασβεστίου (layers).
- ➡ Λόγω αυτής της συμπεριφοράς μπορούν να αναπαρασταθούν ως
- ➡  **$\text{CaCO}_3$  και  $\text{MgCO}_3$**

# Ο δολομίτης...



Στο ορυχείο



Στη  
βιομηχανία

Στο λατομείο



# Χρήσεις ανθρακικών πετρωμάτων

- Λίθοι δόμησης/τεχνικών έργων
- Παραγωγή αδρανών
- Παραγωγή ασβέστου
- Βελτιωτικά εδαφών
- Τσιμεντοβιομηχανία
- Βιομηχανία λιπασμάτων
- Μεταλλουργία
- Κατεργασία σακχαρότευτλων

- Περιβαλλοντικές χρήσεις και αποθείωση καπνοδόχων
- Συμπληρώματα ζωοτροφών
- Παραγωγή υαλοπινάκων
- Παραγωγή φιαλών
- Χαρτοβιομηχανία
- Βιομηχανία ελαστικών
- Παραγωγή ασβεστοκαρβιδίου
- Φαρμακευτική

# *Ο δολομίτης...*

- Η βασική χρήση του ασβεστολίθου είναι στην αρχιτεκτονική, όπου χρησιμοποιείται ως οικοδομικό υλικό είτε αυτούσιος, σε λιγότερο ή περισσότερο λαξευμένα τμήματα, είτε σε μίγμα για την κατασκευή του σκυροδέματος (τόσο η άμμος όσο και το χαλίκι στο κοινό σκυρόδεμα είναι ασβεστολιθικής σύστασης).
- Σύμφωνα με την ελληνική νομοθεσία και συγκεκριμένα με το άρθρο 1, § 3, του Μεταλλευτικού Κώδικα (Π.Δ. 28-10-1919) ο ασβεστόλιθος έχει χαρακτηριστεί λατομικό ορυκτό.



# *Ο δολομίτης...*

- Το όνομα προέρχεται από τον Γάλλο φυσιοδίφη **Deodat Guy Tancrede de Gratet de Dolomieu** (1750-1801) ο οποίος περιέγραψε για πρώτη φορά το 1791 τη σύσταση των βράχων στις Άλπεις της Βόρειας Ιταλίας (οι οποίες έκτοτε ονομάσθηκαν Δολομιτικές).



# *Ο δολομίτης...*

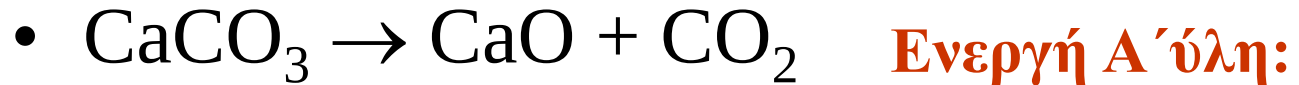
- Οι δολομιτικοί ασβεστόλιθοι είναι βιογενείς.
- Σχηματίστηκαν από όστρακα ή κελύφη ή παντός είδους ασβεστιτικά σκελετικά στοιχεία που υπήρχαν μέσα σε θάλασσες (κυρίως σκελετούς κοραλλιών πλούσιους σε ανθρακικό μαγνήσιο) και τα οποία παρασύρθηκαν από ρεύματα και συσσωρεύτηκαν εκλεκτικά, κατά περιοχές, σε παχύτατα στρώματα.
- Εάν αυτές οι περιοχές συσσώρευσης ήταν πλούσιες σε μαγνησιούχα διαλύματα, π.χ., σε υφάλους κοντά σε νησιά, έγινε περαιτέρω εμπλουτισμός σε ανθρακικό μαγνήσιο.
- Στην Ελλάδα η μέση αναλογία ασβεστιτικών/μαγνησιτικών είναι
  - 60-75% / 20-35%

# Επεξεργασία...

- Σε υψηλή θερμοκρασία ο δολομιτικός ασβεστόλιθος αποσυντίθεται σε οξείδια εκλύοντας διοξείδιο του άνθρακα
- $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2$
- $\text{MgCO}_3 \rightarrow \text{MgO} + \text{CO}_2$
- Και στις δύο περιπτώσεις εκλύεται διοξείδιο του άνθρακα.
- Καθώς το ασβέστιο είναι πιο βαρύ από το μαγνήσιο, δίνει λιγότερα moles στην αντίδραση και συνεπώς παράγει λιγότερο διοξείδιο του άνθρακα στην ίδια μονάδα μάζας.
  - Από περιβαλλοντική άποψη, συμφέρουν πετρώματα με μεγάλη περιεκτικότητα σε ασβεστιτικά
- Αλλά, το οξείδιο του μαγνησίου έχει περισσότερες χρήσεις (π.χ., στο τσιμέντο Portland, στην παραγωγή υάλου, κλπ.)
  - Από τεχνο-οικονομική άποψη, συμφέρουν πετρώματα με μεγάλη περιεκτικότητα σε μαγνησιτικά

# Το χημικό σύστημα...

Στη θερμική διάσπαση ισχύει



|                      |                                |                               |                               |                                           |
|----------------------|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------------|
| <b><i>Mmoles</i></b> | <b><math>\alpha</math></b>     | <b><math>\alpha</math></b>    | <b><math>\alpha</math></b>    | <b><math>\alpha 100 + \beta 84</math></b> |
| <b><i>MB</i></b>     | <b>100</b>                     | <b>56</b>                     | <b>44</b>                     | <b>Τελικό προϊόν:</b>                     |
| <b><i>μάζα</i></b>   | <b><math>\alpha 100</math></b> | <b><math>\alpha 56</math></b> | <b><math>\alpha 44</math></b> | <b><math>\alpha 56 + \beta 40</math></b>  |

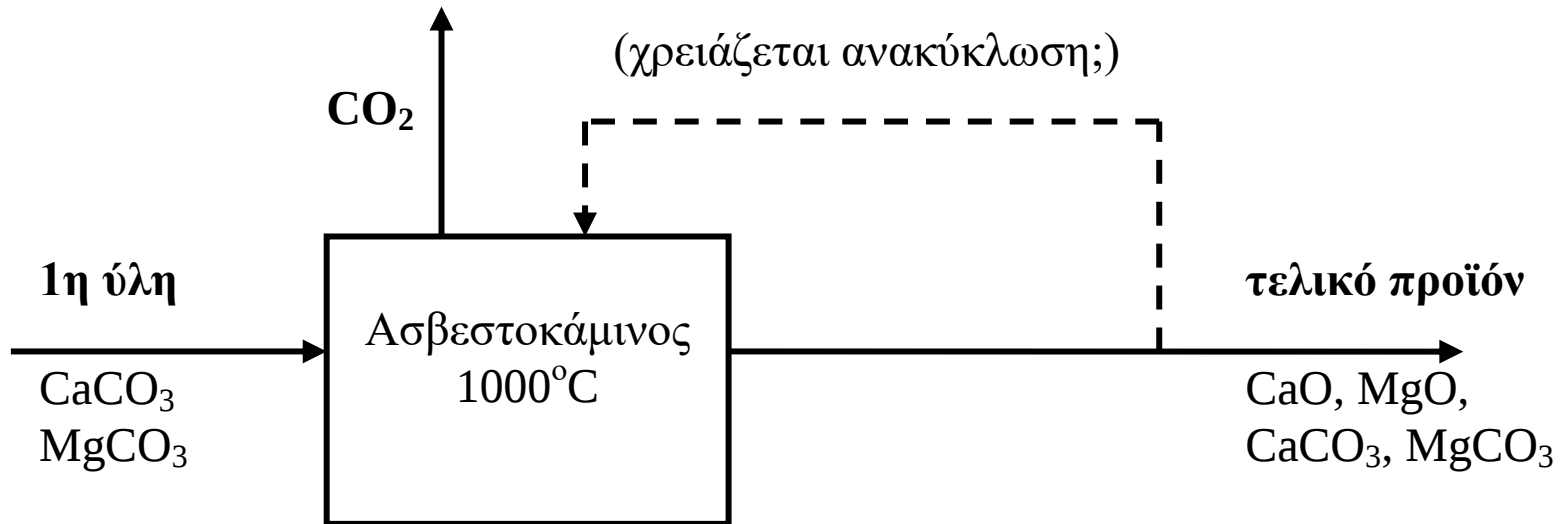


|                      |                              |                              |                              |                                         |
|----------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------------------------|
| <b><i>Mmoles</i></b> | <b><math>\beta</math></b>    | <b><math>\beta</math></b>    | <b><math>\beta</math></b>    | <b><math>(\alpha + \beta) 44</math></b> |
| <b><i>MB</i></b>     | <b>84</b>                    | <b>40</b>                    | <b>44</b>                    |                                         |
| <b><i>μάζα</i></b>   | <b><math>\beta 84</math></b> | <b><math>\beta 40</math></b> | <b><math>\beta 44</math></b> |                                         |

## 4.1. Εφαρμογές (1)

- 10tn Δολομιτικού Ασβεστόλιθου που περιέχει μόνο  $\text{CaCO}_3$  και  $\text{MgCO}_3$  πυρώνονται σε ασβεστοκάμινο στους  $1000^\circ\text{C}$ . Οι αντίστοιχες αντιδράσεις είναι
  - $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \uparrow$  (1)
  - $\text{MgCO}_3 \rightarrow \text{MgO} + \text{CO}_2 \uparrow$  (2)
- Το εξαγόμενο προϊόν ζυγίζεται και βρίσκεται ότι είναι 6000kg.
- [α] Να προσδιορίσετε την κατά βάρος σύσταση του αρχικού μίγματος αν η απόδοση των μετατροπών διάσπασης (1) και (2) είναι ίδια και ίση με 80%.

## 4.1. Εφαρμογές (1)



[β] Οι προδιαγραφές του προϊόντος της πύρωσης ορίζουν ότι οι περιεκτικότητες  $\text{CaCO}_3$  και  $\text{MgCO}_3$  δεν πρέπει να υπερβαίνουν τα 5%κ.β. και 10%κ.β., αντίστοιχα.

*Να ελέγξετε αν οι προδιαγραφές πληρούνται ή το προϊόν θα πρέπει να ανακυκλωθεί για επαναπύρωση.*

## 4.1. Εφαρμογές (1)



- Έστω  $\alpha$  Moles

$\alpha$        $0,8\alpha$



- Έστω  $\beta$  Moles

$\beta$        $0,8\beta$

+ ότι περίσσεψε από την  $\alpha'$  ύλη:

→  $\text{CaCO}_3$ :  $0,2\alpha$  Mmoles

$$\text{MB: } 100 \rightarrow 0,2 \times 100\alpha = 20\alpha$$

→  $\text{MgCO}_3$ :  $0,2\beta$  Mmoles

$$\text{MB: } 84 \rightarrow 0,2 \times 84\beta = 16,8\beta$$

Το τελικό προϊόν ζυγίζει 6tn

*Και περιέχει:*

→ MB CaO: 56

→ MB MgO: 40

$$\begin{aligned} &0,8\alpha \times 56 + 0,8\beta \times 40 \\ &= 44,8\alpha + 32\beta \end{aligned}$$

$$44,8\alpha + 32\beta + 20\alpha + 16,8\beta = 6$$

$$\Rightarrow 64,8\alpha + 48,8\beta = 6$$

## 4.1. Εφαρμογές (1)

- Οι 10 tn α' ύλης περιέχουν:
- Έστω **x100%**  $\text{CaCO}_3$  και **(1-x)100%**  $\text{MgCO}_3$
- Οπότε περιέχουν:
  - $\text{CaCO}_3$ : 10x tn
    - MB: 100  $\rightarrow$  10x/100 Mmoles = **0,1x =  $\alpha$**
  - $\text{MgCO}_3$ : (1-x)10 tn
    - MB: 84  $\rightarrow$  (1-x)10/84 = **0,119(1-x) =  $\beta$**

$$\left. \begin{array}{l} 64,8\alpha + 48,8\beta = 6 \\ \alpha = 0,1x \\ \beta = 0,119(1-x) \end{array} \right\} \begin{array}{l} (64,8 \times 0,1x) + [48,8 \times 0,119(1-x)] = 6 \\ \Rightarrow x = 0,2865 \end{array}$$

## 4.1. Εφαρμογές (1)

- [α] Δηλ., η α' ύλη περιέχει
  - **28,65%  $\text{CaCO}_3$**
  - και  $(100-28,65=)$  **71,35%  $\text{MgCO}_3$**
- Στο τελικό προϊόν υπάρχουν:
  - **$\text{CaO}$ :  $44,8\alpha = 44,8 \cdot 0,1x = 44,8 \cdot 0,1 \cdot 0,2865 = 1,28 \text{ tn}$**
  - **$\text{MgO}$ :  $32\beta = 32 \cdot 0,119(1-x) = 32 \cdot 0,119 \cdot 0,7135 = 2,72 \text{ tn}$**
  - **$\text{CaCO}_3$ :  $20\alpha = 20 \cdot 0,1x = 20 \cdot 0,1 \cdot 0,2865 = 0,573 \text{ tn}$**
  - **$\text{MgCO}_3$ :  $16,8\beta = 16,8 \cdot 0,119(1-x) = 16,8 \cdot 0,119 \cdot 0,7135 = 1,428 \text{ tn}$**

## 4.1. Εφαρμογές (1)

- Περιεκτικότητα στο τελικό προϊόν:
  - **CaO:**  $1,28 \text{ tn} \rightarrow (1,28/6) \times 100 = 21,33\%$
  - **MgO:**  $2,72 \text{ tn} \rightarrow (2,72/6) \times 100 = 45,33\%$
  - **CaCO<sub>3</sub>:**  $0,573 \text{ tn} \rightarrow (0,573/6) \times 100 = 9,55\% > 5\%$
  - **MgCO<sub>3</sub>:**  $1,428 \text{ tn} \rightarrow (1,428/6) \times 100 = 23,8\% > 10\%$
- [β] Οι προδιαγραφές του τελικού προϊόντος δεν πληρούνται ως προς τις περιεκτικότητες σε ασβεστίτη και μαγνησίτη
  - **Το τελικό προϊόν χρειάζεται ανακύκλωση**

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (1)

- Βιομηχανική μονάδα παραγωγής ασβέστη για οικοδομική χρήση έχει τη δυνατότητα αγοράς πρώτης ύλης, η οποία είναι δολομιτικός ασβεστόλιθος, από το Λατομείο/Προμηθευτή Α, σύμφωνα με τα δεδομένα του Πίνακα.
- Να υπολογίσετε την % κ.β. σύσταση του παραγόμενου προϊόντος και την ποσότητα του εκλυόμενου  $\text{CO}_2$  ανά tn προϊόντος.

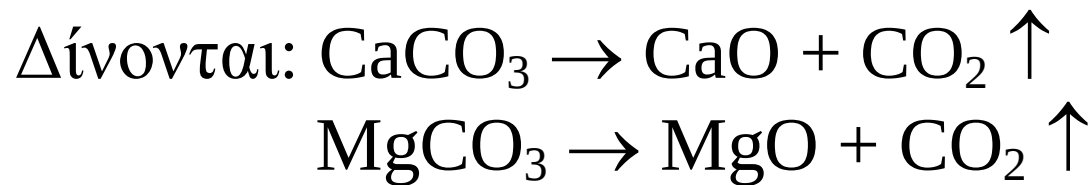
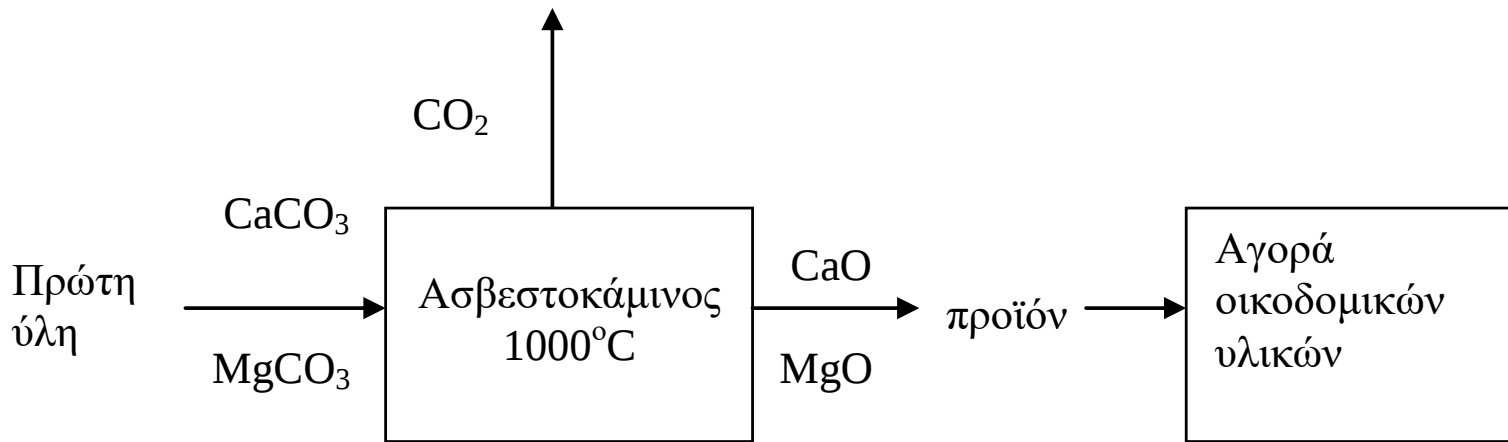
| Λατομείο / Προμηθευτής | Σύσταση πρώτων υλών<br>% κ.β. |                 |
|------------------------|-------------------------------|-----------------|
|                        | $\text{CaCO}_3$               | $\text{MgCO}_3$ |
| A                      | 72%                           | 28%             |
| B                      | 61%                           | 39%             |

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (1)

- Στη συνέχεια, εμφανίζεται πελάτης, ο οποίος ενδιαφέρεται να αγοράσει 100 tn προϊόντος με σύσταση 70% κ.β. CaO και 30% κ.β. MgO.
- Προκειμένου να ανταποκριθεί στην παραγγελία, η βιομηχανική μονάδα θα αγοράσει πρώτη ύλη και από το Λατομείο / Προμηθευτή B (για την αντίστοιχη σύσταση βλ. Πίνακα).
- Να υπολογίσετε την ποσότητα της πρώτης ύλης που πρέπει να αγοράσει η βιομηχανική μονάδα από το κάθε ένα από τα Λατομεία / Προμηθευτές A και B.

| Λατομείο / Προμηθευτής | Σύσταση πρώτων υλών<br>% κ.β. |                   |
|------------------------|-------------------------------|-------------------|
|                        | CaCO <sub>3</sub>             | MgCO <sub>3</sub> |
| A                      | 72%                           | 28%               |
| B                      | 61%                           | 39%               |

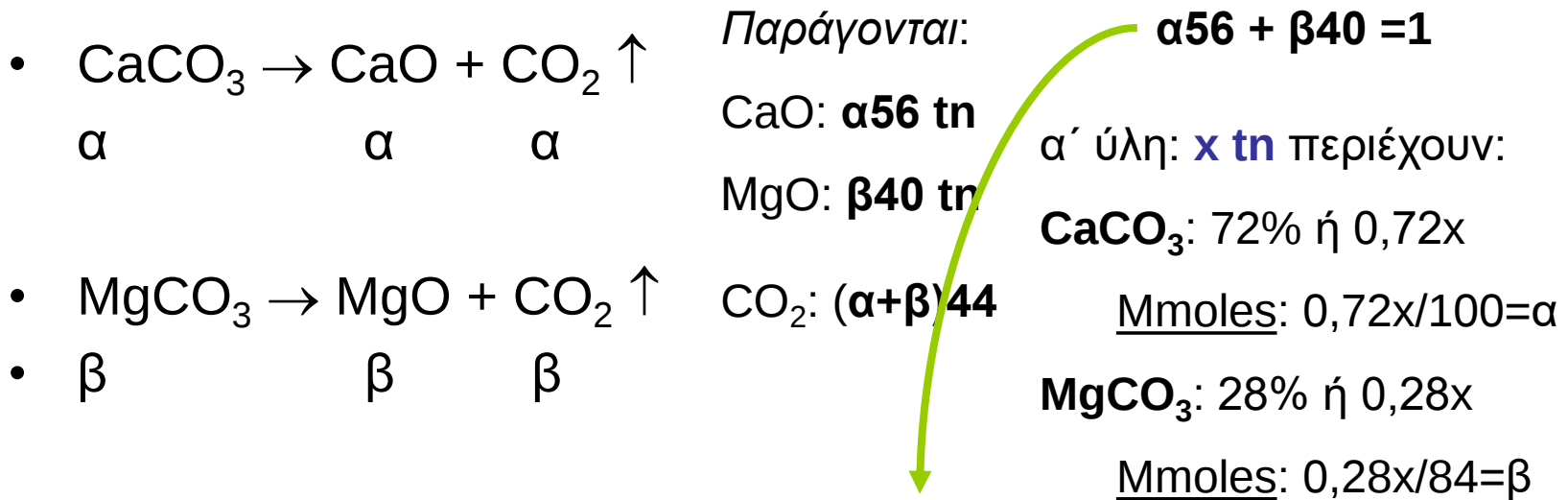
### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (1)



100%  
100%

## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (1)

- Υπολογισμός % κ.β. σύστασης του τελικού προϊόντος (σε CaO και MgO) και CO<sub>2</sub>/tn προϊόντος
  - Έστω 1 tn τελικού προϊόντος



**MB:** CaCO<sub>3</sub>: 100, MgCO<sub>3</sub>: 84,  
CaO: 56, MgO: 40, CO<sub>2</sub>: 44

$$\frac{0,72x}{100} 56 + \frac{0,28x}{84} 40 = 1$$

$$\Rightarrow x = 1,865tn$$

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (1)

$$CaO \rightarrow a_{56} = 0,72 \times \frac{56}{100} = 0,72 \times 1,865 \times \frac{56}{100} = 0,75tn$$

$$MgO \rightarrow \beta_{40} = 0,28 \times \frac{40}{84} = 0,28 \times 1,865 \times \frac{40}{84} = 0,25tn$$

$$CO_2 \rightarrow (\alpha + \beta)_{44} = \left( \frac{0,72 \times 56}{100} + \frac{0,28 \times 40}{84} \right)_{44} = \left( \frac{0,72 \times 1,865}{100} + \frac{0,28 \times 1,865}{84} \right)_{44} = 0,86tn$$

- % κ.β. σύσταση του τελικού προϊόντος
  - Σε 1 tn περιέχονται:
    - CaO: 0,75 tn ή 75%
    - MgO: 0,25 tn ή 25%
- tn CO<sub>2</sub>/tn προϊόντος
  - 0,86 tn

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (1)

- Στη συνέχεια, εμφανίζεται πελάτης, ο οποίος ενδιαφέρεται να αγοράσει 100 tn προϊόντος με σύσταση 70% κ.β. CaO και 30% κ.β. MgO.
  - Δηλ., το τελικό προϊόν θα έχει
    - CaO:  $0,7 \times 100 = 70$  tn
      - Mmoles =  $70/56 = 1,25$  Mmoles
    - MgO:  $0,3 \times 100 = 30$  tn
      - Mmoles:  $30/40 = 0,75$  Mmoles
  - Δηλ., βάσει στοιχειομετρίας,
    - $\alpha = 1,25$
    - $\beta = 0,75$

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (1)

- Ας υποθέσουμε ότι αγοράζονται
  - $x$  tn από τον προμηθευτή A
  - $y$  tn από τον προμηθευτή B
- Οι  $x$  tn θα έχουν σύσταση:
  - $\text{CaCO}_3$ :  $0,72x$  ή  $0,72x/100 = 0,0072x$  Mmoles
  - $\text{MgCO}_3$ :  $0,28x$  ή  $0,28x/84 = 0,0033x$  Mmoles
- Οι  $y$  tn θα έχουν σύσταση:
  - $\text{CaCO}_3$ :  $0,61y$  ή  $0,61y/100 = 0,0061y$  Mmoles
  - $\text{MgCO}_3$ :  $0,39y$  ή  $0,39y/84 = 0,0046y$  Mmoles

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (1)

- Οπότε
  - $\alpha = 0,0072x + 0,0061y = 1,25$
  - $\beta = 0,0033x + 0,0046y = 0,75$
  - $x = 90,34 \text{ tn}$
  - $y = 98,33 \text{ tn}$

## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (2)

- Δολομιτικός ασβεστόλιθος (βοηθητική ύλη στην παραγωγή χυτοσιδήρου) που περιέχει  $\text{MgCO}_3$  και  $\text{CaCO}_3$  χρησιμοποιείται ως συλλίπασμα για την απομάκρυνση του  $\text{SiO}_2$  από το εισαγόμενο στην υψικάμινο σιδηρομετάλλευμα, όπου λαμβάνουν χώρα οι αντιδράσεις:
- $\text{MgCO}_3 \rightarrow \text{MgO} + \text{CO}_2 \uparrow (94\%)$
- $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \uparrow (91\%)$
- $\text{MgO} + \text{SiO}_2 \rightarrow \text{MgSiO}_3$
- $\text{CaO} + \text{SiO}_2 \rightarrow \text{CaSiO}_3$

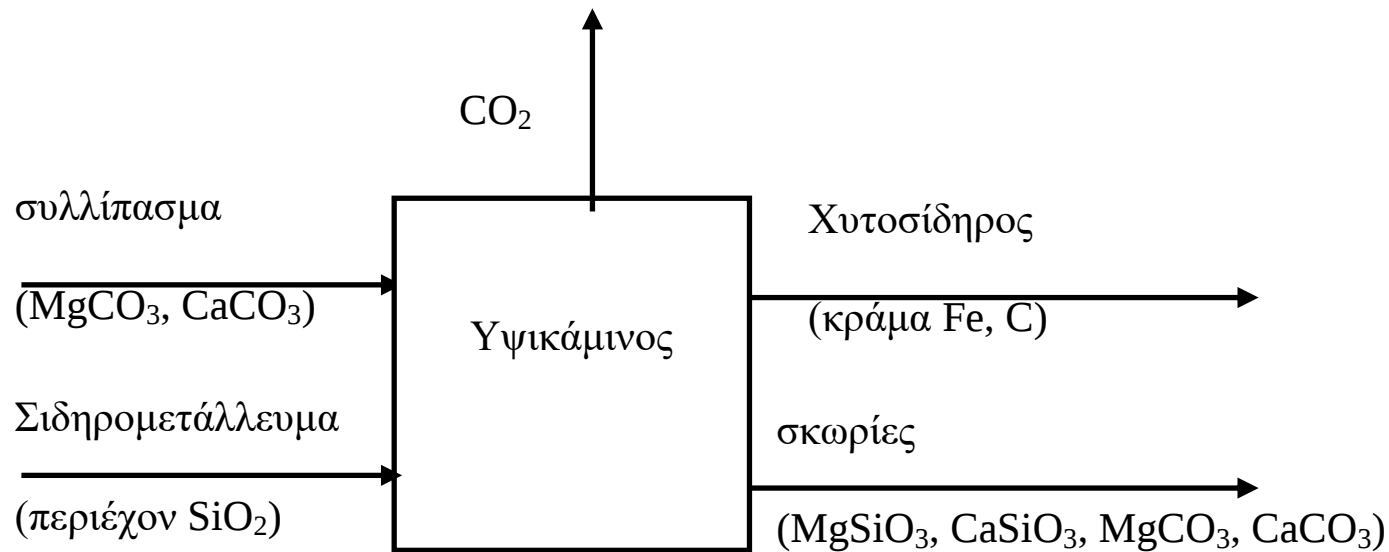
## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (2)

- Η συγκεκριμένη βιομηχανία μπορεί να προμηθευθεί δολομιτικό ασβεστόλιθο από δυο προμηθευτές, που διαθέτουν προϊόν με τα παρακάτω χαρακτηριστικά

|               | % κ.β. $\text{MgCO}_3$ | % κ.β. $\text{CaCO}_3$ | Τιμή (ευρώ/tn) |
|---------------|------------------------|------------------------|----------------|
| Προμηθευτής Α | 57                     | 38                     | 83             |
| Προμηθευτής Β | 32                     | 62                     | 80             |

- Ποιος προμηθευτής θα προτιμηθεί, με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του κόστους προμήθειας δολομιτικού ασβεστόλιθου ανά tn απομακρυνόμενου  $\text{SiO}_2$ ;

## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (2)



## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (2)



- $\alpha \quad 0,94\alpha$



- $\beta \quad 0,91\beta$



- $0,94\alpha \quad 0,94\alpha$



- $0,91\beta \quad 0,91\beta$

**Ζητείται το κόστος ανά tn  $\text{SiO}_2$**

**Έστω 1 tn  $\text{SiO}_2$**

$$(0,94\alpha + 0,91\beta) \times 60 = 1$$

$$\Rightarrow 56,4\alpha + 54,6\beta = 1 \quad (1)$$

**MB:**  $\text{CaCO}_3$ : 100,  $\text{MgCO}_3$ : 84,  $\text{CaO}$ : 56,  
 $\text{MgO}$ : 40,  $\text{SiO}_2$ : 60

## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (2)

- Ο προμηθευτής Α θα δώσει
  - **x tn** α' ύλη
    - $\text{MgCO}_3$ :  $0,57x$ 
      - Mmoles:  $0,57x/84 = 0,0068x = \alpha$
    - $\text{CaCO}_3$ :  $0,38x$ 
      - Mmoles =  $0,38x/100 = 0,0038x = \beta$
- (1):  $56,4 (0,0068x) + 54,6 (0,0038x) = 1 \Rightarrow x = 1,7 \text{ tn}$
- Κόστος:  $1,7 * 83 = 141,1 \text{ €/tn SiO}_2$

## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (2)

- Ο προμηθευτής Β θα δώσει
  - **y tn** α' ύλη
    - $\text{MgCO}_3$ :  $0,32y$ 
      - Mmoles:  $0,32y/84 = 0,0038y = \alpha$
    - $\text{CaCO}_3$ :  $0,62y$ 
      - Mmoles =  $0,62y/100 = 0,0062y = \beta$
- (1):  $56,4 (0,0038y) + 54,6 (0,0062y) = 1 \Rightarrow y = 1,8 \text{ tn}$
- Κόστος:  $1,8 * 80 = 144 \text{ €/tn SiO}_2$

Αφού  $144 > 141,1$

**συμφέρει ο προμηθευτής Α**

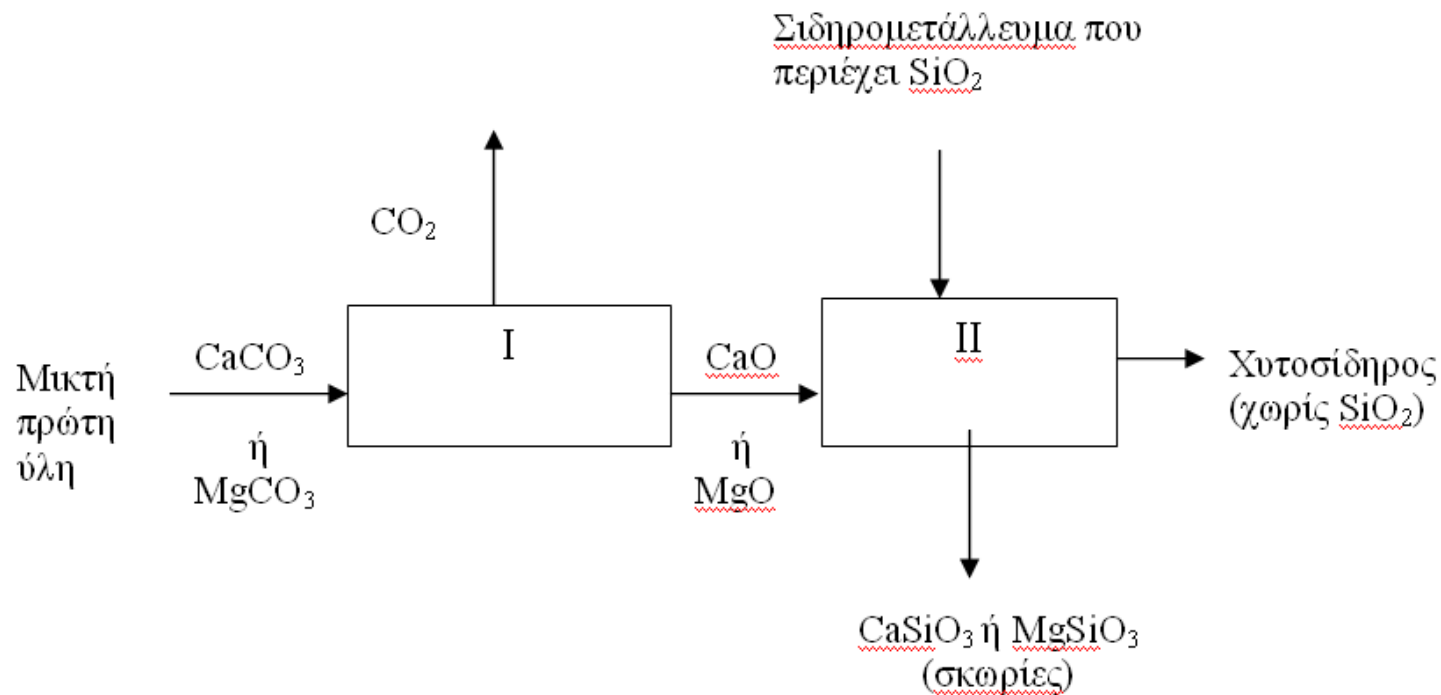
### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (3)

- Βιομηχανική μονάδα παραγωγής χυτοσιδήρου έχει τη δυνατότητα αγοράς μικτής πρώτης ύλης (καλούμενης συλλίπασμα) για την εξουδετέρωση της περιεχόμενης στο σιδηρομετάλλευμα αμμώδους πρόσμιξης ( $\text{SiO}_2$ ) είτε από το Λατομείο/Προμηθευτή Α περιεκτικότητας 72% κ.β. σε  $\text{CaCO}_3$  με 500 ευρώ ανά tn είτε από το Λατομείο/Προμηθευτή Β περιεκτικότητας 79% κ.β. σε  $\text{MgCO}_3$  με 700 ευρώ ανά tn.
- Να επιλέξετε Λατομείο / Προμηθευτή μικτής πρώτης ύλης (συλλιπάσματος) με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του κόστους απαλλαγής του παραγομένου χυτοσιδήρου από αμμώδεις προσμίξεις.

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (3)

- Η τιμή πώλησης  $\text{CaSiO}_3$  και  $\text{MgSiO}_3$  είναι 55 και 75 ευρώ/tn, αντίστοιχα.
- Ως βάση υπολογισμού να χρησιμοποιήσετε 1 tn απομακρυνόμενου  $\text{SiO}_2$ .
- Διευκρινίζεται ότι η μικτή πρώτη ύλη περιέχει, εκτός του ενεργού συστατικού (δηλ.  $\text{CaCO}_3$  ή  $\text{MgCO}_3$ , κατά περίπτωση), και αδρανές υλικό (κατά το υπόλοιπο ποσοστό), το οποίο δεν λαμβάνει μέρος στις αντίστοιχες χημικές αντιδράσεις.

## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (3)



Στάδιο I:  $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \uparrow 100\%$

Στάδιο II:  $\text{CaO} + \text{SiO}_2 \rightarrow \text{CaSiO}_3 100\%$

ή

Στάδιο I:  $\text{MgCO}_3 \rightarrow \text{MgO} + \text{CO}_2 \uparrow 100\%$

Στάδιο II:  $\text{MgO} + \text{SiO}_2 \rightarrow \text{MgSiO}_3 100\%$

## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (3)

- Έστω 1 tn απομακρυνόμενου  $\text{SiO}_2$ 
  - MB: 60
  - Mmoles:  $1/60 = 0,01667$
- Κόστος απαλλαγής ενσωματώνει
  - Το κόστος αγοράς ασβεστόλιθου
  - Το κέρδος από την πώληση του παραπροϊόντος

## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (3)

**SiO<sub>2</sub>: 0,01667 Mmoles**

- Προμηθευτής A: CaCO<sub>3</sub>
- $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \uparrow$   
**α**                      **α**
- $\text{CaO} + \text{SiO}_2 \rightarrow \text{CaSiO}_3$   
**α**                      **α**                      **α**

Παράγεται:

- CaSiO<sub>3</sub>: **α** Mmoles = 0,01667
- MB: 116
- **Μάζα:** 0,01667\*116 = **1,93tn**

Καταναλώνεται:

- CaCO<sub>3</sub>: **α** Mmoles = 0,01667
- MB CaCO<sub>3</sub>: 100
- **Μάζα:** 0,01667\*100 = **1,667 tn**
- **Α΄ύλη:** 1,667/0,72 = **2,315 tn**

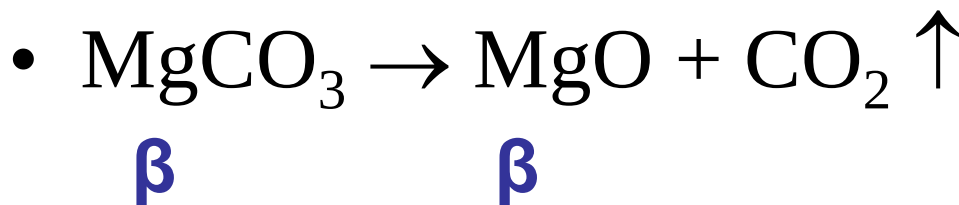
Κόστος

- **(2,315x500)-(1,93x55)=1051,35€**

## 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (3)

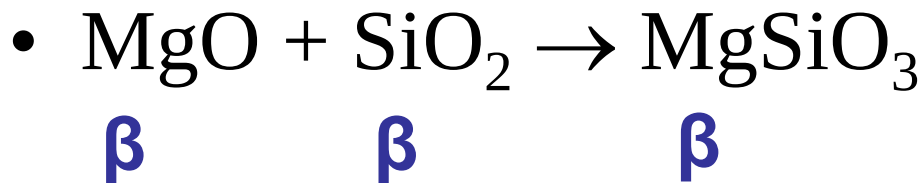
**SiO<sub>2</sub>: 0,01667 Mmoles**

- Προμηθευτής B: MgCO<sub>3</sub>



Παράγεται:

- MgSiO<sub>3</sub>:  $\beta$  Mmoles = 0,01667
- MB: 100
- **Μάζα:**  $0,01667 \cdot 100 = 1,667 \text{tn}$



Καταναλώνεται:

- MgCO<sub>3</sub>:  $\beta$  Mmoles = 0,01667
- MB MgCO<sub>3</sub>: 84
- **Μάζα:**  $0,01667 \cdot 84 = 1,4 \text{ tn}$
- **Αύλη:**  $1,4 / 0,79 = 1,77 \text{ tn}$

Κόστος

- **$(1,77 \times 700) - (1,667 \times 75) = 1114 \text{€}$**

**Συμφέρει ο Προμηθευτής A**

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (4)

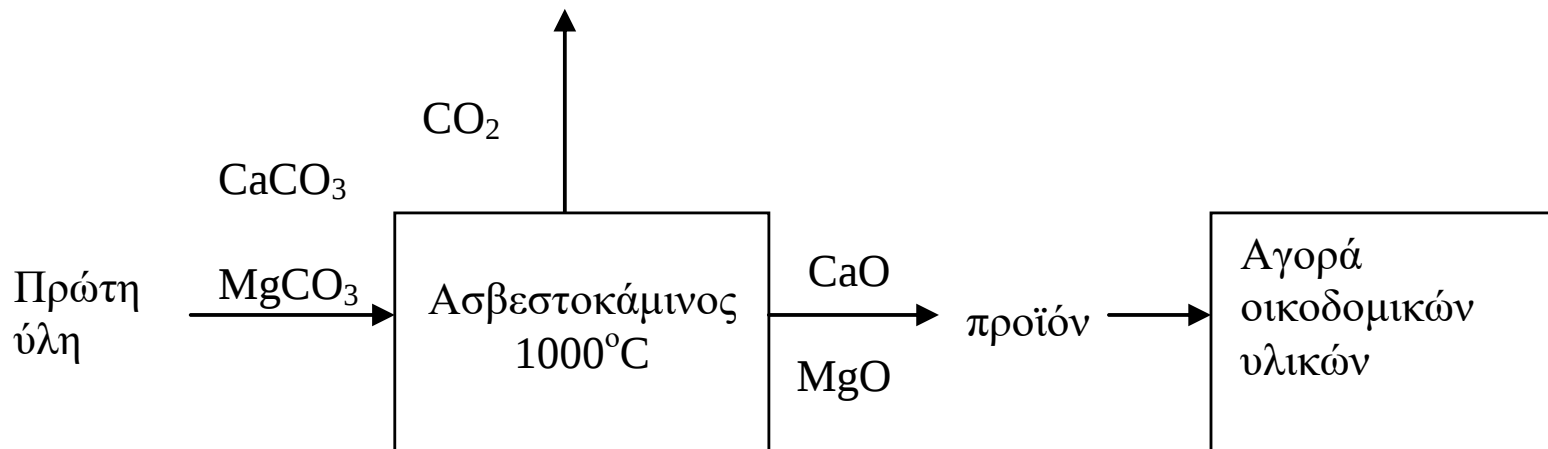
- Βιομηχανική μονάδα παραγωγής ασβέστη για οικοδομική χρήση έχει τη δυνατότητα αγοράς πρώτης ύλης, η οποία είναι δολομιτικός ασβεστόλιθος, από δύο Λατομεία / Προμηθευτές Α και Β, σύμφωνα με τα παρακάτω δεδομένα

| Λατομείο / Προμηθευτής | Σύσταση πρώτων υλών<br>% κ.β. |                   | Τιμή πρώτης ύλης<br>Ευρώ/tn |
|------------------------|-------------------------------|-------------------|-----------------------------|
|                        | CaCO <sub>3</sub>             | MgCO <sub>3</sub> |                             |
| A                      | 64                            | 36                | 90                          |
| B                      | 68                            | 32                | 80                          |

- Αν η τιμή πώλησης του παραγόμενου ασβέστη δίνεται από τη σχέση  $P = 40 + 1,8 \cdot x + 0,15 \cdot x^2$ , σε ευρώ/tn, όπου  $x$  η περιεκτικότητα % κ.β. σε MgO (), να προσδιορίσετε το Λατομείο / Προμηθευτή που μεγιστοποιεί το καθαρό κέρδος ανά tn προϊόντος.

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (4)

- Επίσης, να προσδιορίσετε το ελάχιστο ποσοστό (%) της έκπτωσης που πρέπει να κάνει ο μη προτιμώμενος προμηθευτής ώστε να επικρατήσει η δική του προσφορά πρώτης ύλης (δολομιτικός ασβεστόλιθος). Δίνεται ότι η τιμή της πρώτης ύλης μπορεί να μεταβάλλεται σε ακέραιες τιμές ευρώ/tn.
- Σημειώνεται ότι προκειμένου να επικρατήσει η δική του προσφορά πρέπει να αποφέρει κέρδη τουλάχιστον 5% υψηλότερα του προτιμώμενου προμηθευτή. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί;



### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (4)

- Έστω 1 tn προϊόντος
- $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \uparrow$

$$\alpha 56 + \beta 40 = 1$$

- $\alpha$   $\alpha$

- $\text{MgCO}_3 \rightarrow \text{MgO} + \text{CO}_2 \uparrow$

- $\beta$   $\beta$

**MB:**  $\text{CaCO}_3$ : 100,  $\text{MgCO}_3$ : 84,  $\text{CaO}$ : 56,  $\text{MgO}$ : 40

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (4)

$$\alpha 56 + \beta 40 = 1$$

- Λατομείο A
- Έστω **y tn** α΄ύλης
  - $\text{CaCO}_3$ : 0,64y
    - Mmoles:  $0,64y/100 = 0,0064y = \alpha$
  - $\text{MgCO}_3$ : 0,36y
    - Mmoles:  $0,36y/84 = 0,0043y = \beta$
- **$\rightarrow y = 1,885 \text{ tn}$**

$$\text{Κέρδος} = \text{Έσοδα} - \text{Έξοδα}$$

Έξοδα

$$\rightarrow 1,885 * 90 = 169,65 \text{ €}$$

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (4)

$$\alpha 56 + \beta 40 = 1$$

$$\text{Κέρδος} = \text{Έσοδα} - 169,65$$

#### Έσοδα

→  $40 + 1,8x + 0,15x^2$ , σε ευρώ/tn,  $x$  % κ.β. σε MgO ( $0 \leq x \leq 100$ )

→ το τελικό προϊόν 1 tn περιέχει:

→ MgO:  $\beta 40 = (0,0043y)40 = 0,0043 \cdot 1,885 \cdot 40 = 0,324$  tn

→ % ποσοστό:  $(0,324/1) \cdot 100 = 32,4\%$

→ Τιμή πώλησης:  $40 + (1,8 \cdot 32,4) + 0,15 \cdot 32,4^2 = 255,78$  €

$$\text{Κέρδος}_A = 255,78 - 169,65 = 86,13 \text{ €}$$

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (4)

$$\alpha 56 + \beta 40 = 1$$

- Λατομείο Β
- Έστω **z tn** α΄ύλης
  - $\text{CaCO}_3$ : 0,68z
    - Mmoles:  $0,68z/100 = 0,0068z = \alpha$
  - $\text{MgCO}_3$ : 0,32z
    - Mmoles:  $0,32/84 = 0,0038z = \beta$
- **$\rightarrow z = 1,876 \text{ tn}$**

$$\text{Κέρδος} = \text{Έσοδα} - \text{Έξοδα}$$

Έξοδα

$$\rightarrow 1,876 * 80 = 150,08 \text{ €}$$

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (4)

$$\alpha 56 + \beta 40 = 1$$

$$\text{Κέρδος} = \text{Έσοδα} - 150,08$$

**Έσοδα**

→  $40 + 1,8x + 0,15x^2$ , σε ευρώ/tn,  $x$  % κ.β. σε MgO ( $0 \leq x \leq 100$ )

→ το τελικό προϊόν 1 tn περιέχει:

→ MgO:  $\beta 40 = (0,0038z)40 = 0,0038 \cdot 1,876 \cdot 40 = 0,285$  tn

→ % ποσοστό:  $(0,285/1) \cdot 100 = 28,5\%$

→ Τιμή πώλησης:  $40 + (1,8 \cdot 28,5) + 0,15 \cdot 28,5^2 = 213,14$  €

$$\text{Κέρδος}_B = 213,14 - 150,08 = 63,06 \text{ €}$$

**(α)  $\text{Κέρδος}_B < \text{Κέρδος}_A \rightarrow$  επιλέγεται ο προμηθευτής A**

### 4.2.1. Τεχνο-οικονομικά κριτήρια παραγωγής (4)

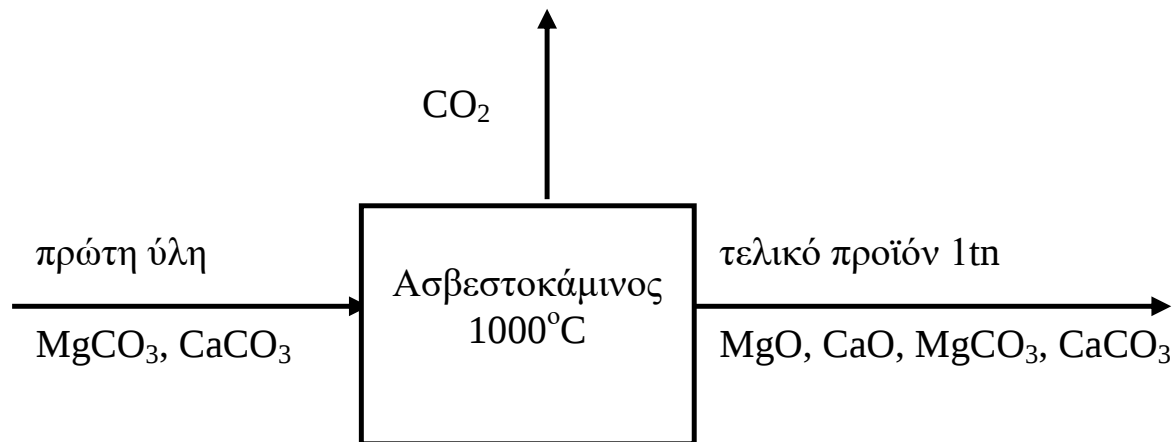
- (β) Η τιμή του προϊόντος είναι συνάρτηση της περιεκτικότητάς του σε MgO
- Ο προμηθευτής Α προσφέρει 0,324 tn
- Ο προμηθευτής Β προσφέρει 0,285 tn
- Οπότε, για να επικρατήσει ο Β, πρέπει να μειώσει πολύ περισσότερο την τιμή του ώστε να εξισορροπήσει την μικρότερη παρεχόμενη παραγωγή
- Νέο κέρδος του Β:  $1,05 * \text{Κέρδος του Α} = 1,05 * 86,13 = 90,43 \text{ €}$
- Έσοδα: δεδομένα και ίσα με 213,14 €
- Μάζα α' ύλης: δεδομένη και ίση με 1,876 tn
- Νέα Έξοδα = Έσοδα – Κέρδος =  $213,14 - 90,43 = 122,71$
- Νέα τιμή πώλησης μονάδας:  $122,71 / 1,876 = 65,41$  ή 65 €
- Έκπτωση%:  $(80 - 65) * 100 / 80 = 18,75\%$

## 4.1. Εφαρμογές (2)

- Ποσότητα δολομιτικού ασβεστόλιθου (πρώτη ύλη) που περιέχει  $100x\%$  κ.β.  $\text{MgCO}_3$  και  $100(1-x)\%$  κ.β.  $\text{CaCO}_3$  ( $0 < x < 1$ ) πυρώνεται σε ασβεστοκάμινο στους  $1000^\circ\text{C}$ . Οι αντίστοιχες αντιδράσεις για την παραγωγή οικοδομικού προϊόντος είναι
  - $\text{MgCO}_3 \rightarrow \text{MgO} + \text{CO}_2 \uparrow 95\%$
  - $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \uparrow 90\%$
- Το εξαγόμενο προϊόν περιέχει  $100y\%$  κ.β.  $\text{MgO}$  και  $100z\%$  κ.β.  $\text{CaO}$ ,  $100w\%$  κ.β.  $\text{MgCO}_3$  και  $100(1-y-z-w)\%$  κ.β.  $\text{CaCO}_3$  ( $0 < y < 1$ ,  $0 < z < 1$ ,  $0 < w < 1$ ).
- (α) Να προσδιορίσετε το  $x$  ως συνάρτηση του  $y$ , δηλ.  $x=f(y)$ .

## 4.1. Εφαρμογές (2)

- (β) Αν η τιμή αγοράς της πρώτης ύλης είναι  $150x^2+100x$  (σε ευρώ ανά tn πρώτης ύλης), η τιμή πώλησης του προϊόντος είναι  $-2400y^2+3000y$  (σε ευρώ ανά tn προϊόντος) και το κόστος διεργασίας είναι 200 ευρώ ανά tn προϊόντος, να προσδιορίσετε το κέρδος (σε ευρώ ανά tn προϊόντος), στην περίπτωση κατά την οποία η τιμή πώλησης του προϊόντος λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της.



## 4.1. Εφαρμογές (2)

- Έστω **1 tn** α' ύλης
- Περιέχει
- $\text{MgCO}_3$ :  $x \text{ tn}$ 
  - $\text{Mmoles} = x/84 = 0,0119x$
- $\text{CaCO}_3$ :  $(1-x)\text{tn}$ 
  - $\text{Mmoles} = (1-x)/100 = 0,01 (1-x)$
- **Το τελικό προϊόν περιέχει:**
- MgO:  $0,0113x \text{ Mmoles}$ 
  - $m = 0,0113x*40 = \mathbf{0,452x \text{ tn}}$
- CaO:  $0,009(1-x) \text{ Mmoles}$ 
  - $m = 0,009(1-x)*56 = \mathbf{0,504(1-x)\text{tn}}$
- $\text{MgCO}_3 \rightarrow \text{MgO} + \text{CO}_2 \uparrow (95\%)$
- $0,0119x \quad 0,95*0,0119x$   
 $= 0,0113 x$
- $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \uparrow (90\%)$
- $0,01(1-x) \quad 0,9* 0,01(1-x)$   
 $= 0,009 (1-x)$
- **+ την υπολειπόμενη α' ύλη**
- MgCO<sub>3</sub>:  $0,05*0,0119x$   
 $= 0,0006x \text{ Mmoles}$ 
  - $m = 0,0006x*84 = \mathbf{0,05x \text{ tn}}$
- CaCO<sub>3</sub>:  $0,1*0,01 (1-x)$   
 $= 0,001 (1-x)\text{Mmoles}$ 
  - $m = 0,001(1-x)*100 = \mathbf{0,1(1-x) \text{ tn}}$

## 4.1. Εφαρμογές (2)

• Το τελικό προϊόν περιέχει:

- MgO:  $0,452x$  tn
- CaO:  $0,504 (1-x)$  tn
- $MgCO_3$ :  $0,05x$  tn
- $CaCO_3$ :  $0,1(1-x)$  tn

---

$$0,604 - 0,102x$$

Ζητείται η συνάρτηση  $x=f(y)$

Περιεκτικότητες:

MgO

Οι  $(0,604-0,102x)$  tn περιέχουν  $0,452x$

100

$$y \cdot 100\% = \frac{0,452x}{0,604 - 0,102x} 100$$

$$y = \frac{0,452x}{0,604 - 0,102x}$$

$$x = \frac{0,604y}{0,102y + 0,452}$$

## 4.1. Εφαρμογές (2)

- Η συνάρτηση της τιμής πώλησης  $p$  γίνεται μέγιστη όταν  $d^2p/dx^2 = 0$ , δηλ., όπου μηδενίζεται η πρώτη παράγωγος
  - $dp/dx = -2400y^2 + 3000y$
  - $d^2p/dx^2 = 0 \Rightarrow -2 \cdot 2400y + 3000 = 0 \Rightarrow -4800y + 3000 = 0$   
 $\Rightarrow y = 0,625$  ή 62,5%

$$X = \frac{0,604 \times 0,625}{(0,102 \times 0,625) + 0,452} = 0,73$$

ή 73%

## 4.1. Εφαρμογές (2)

- Βρήκαμε:
  - x: περιεκτικότητα α' ύλης (1 tn εξ' υποθέσεως) σε  $\text{MgCO}_3$ : 0,73
  - y: περιεκτικότητα τελικού προϊόντος σε  $\text{MgO}$ : 0,625
  - Μάζα τελικού προϊόντος για κάθε tn α' ύλης:
    - $0,604 - 0,102x = 0,54 \text{ tn}$
- Κέρδος = Έσοδα – Έξοδα
- Έσοδα:  $-2400 (0,625)^2 + 3000 (0,625) = 937,5\text{€}$
- Έξοδα
  - Αγορά α' ύλης:  $150 (0,73)^2 + 100 (0,73) = 153 \text{ €}$
  - Κόστος διεργασίας = (m τελικού προϊόντος) x (200 €/tn προϊόντος) =  $0,54 \times 200 = 108 \text{ €}$
  - Σύνολο: 261 €
- Κέρδος:  $937,5 - 261 = 676,5 \text{ €}$

### 4.2.2. Περιβαλλοντικά θέματα

- Βιομηχανική μονάδα παραγωγής ασβέστη για οικοδομική χρήση έχει τη δυνατότητα αγοράς πρώτης ύλης, η οποία είναι δολομιτικός ασβεστόλιθος, από δύο Λατομεία / Προμηθευτές Α και Β, σύμφωνα με τα παρακάτω δεδομένα

| Λατομείο / Προμηθευτής | Σύσταση πρώτων υλών<br>% κ.β. |                   |
|------------------------|-------------------------------|-------------------|
|                        | CaCO <sub>3</sub>             | MgCO <sub>3</sub> |
| A                      | 61%                           | 39%               |
| B                      | 72%                           | 28%               |

## 4.2.2. Περιβαλλοντικά θέματα

- Η τιμή αγοράς (οικονομικό κόστος) της πρώτης ύλης από τη σχέση  $P = 40 + 150 \cdot x + 10 \cdot x^2$ , σε ευρώ/tn, όπου  $x$  η περιεκτικότητα % κ.β. σε  $\text{MgCO}_3$ . Επίσης, δίνεται ότι το βιομηχανικό κόστος επεξεργασίας στη ασβεστοκάμινο είναι 90 ευρώ ανά tn πρώτης ύλης. *Ζητείται να επιλέξετε προμηθευτή με κριτήριο το συνολικό οικονομικό κόστος σε ευρώ ανά tn παραγόμενου προϊόντος.*
- Το περιβαλλοντικό κόστος δίνεται από τη σχέση  $E = \alpha y$ , όπου  $y$  η εκλυόμενη ποσότητα  $\text{CO}_2$  σε tn ανά tn πρώτης ύλης και  $\alpha$  συντελεστής μετατροπής ίσος με 120 ευρώ/tn  $\text{CO}_2$ . *Ζητείται να επιλέξετε προμηθευτή με κριτήριο το περιβαλλοντικό κόστος σε ευρώ ανά tn παραγόμενου προϊόντος.*
- Γιατί η πρώτη ύλη που έχει το μικρότερο οικονομικό κόστος έχει συγχρόνως και το μικρότερο περιβαλλοντικό κόστος;

## 4.2.2. Περιβαλλοντικά θέματα

- Έστω 1 tn προϊόντος
- $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaO} + \text{CO}_2 \uparrow$

$$\alpha 56 + \beta 40 = 1$$

- $\alpha$                        $\alpha$                        $\alpha$

- $\text{MgCO}_3 \rightarrow \text{MgO} + \text{CO}_2 \uparrow$

$$\text{CO}_2: (\alpha + \beta) 44$$

- $\beta$                        $\beta$                        $\beta$

**MB:**  $\text{CaCO}_3$ : 100,  $\text{MgCO}_3$ : 84,  $\text{CaO}$ : 56,  $\text{MgO}$ : 40,  $\text{CO}_2$ : 44

## 4.2.2. Περιβαλλοντικά θέματα

$$\alpha 56 + \beta 40 = 1$$

$$\text{CO}_2: (\alpha + \beta) 44$$

- Ο προμηθευτής Α θα δώσει **z tn** α' ύλης που θα περιέχει:
  - $\text{CaCO}_3$ : 0,61z tn
    - Mmoles:  $0,61z/100 = 0,0061z$
  - $\text{MgCO}_3$ : 0,39z tn
    - Mmoles:  $0,39z/84 = 0,0046z$

$$\Rightarrow z = 1,9 \text{ tn}$$

**Κόστος = α' ύλης + επεξεργασίας**

**Α' ύλης:**  $P = \text{συνάρτηση του } \text{MgCO}_3$

$$P = 1,9 \cdot [40 + (150 \cdot 0,39) + 10(0,39^2)]$$

$$P = 190 \text{ €}$$

**Επεξεργασίας:** συνάρτηση της α' ύλης

$$= 90 \cdot 1,9 = 171 \text{ €}$$

$$\mathbf{361 \text{ €}}$$

**Περιβαλλοντικό κόστος**

$E = \text{συνάρτηση του } \text{CO}_2$

**CO<sub>2</sub>:**

$$[(0,0061 \cdot 1,9) + (0,0046 \cdot 1,9)] 44$$

$$= 0,9 \text{ tn}$$

$$E = 120 \cdot 0,9 = \mathbf{108 \text{ €}}$$

## 4.2.2. Περιβαλλοντικά θέματα

$$\alpha 56 + \beta 40 = 1$$

$$\text{CO}_2: (\alpha + \beta) 44$$

- Ο προμηθευτής B θα δώσει  $w$  **tn** α' ύλης που θα περιέχει:
  - $\text{CaCO}_3$ :  $0,72w$  tn
    - Mmoles:  $0,72w/100 = 0,0072w$
  - $\text{MgCO}_3$ :  $0,28w$  tn
    - Mmoles:  $0,28w/84 = 0,0033w$

$$\Rightarrow w = 1,86 \text{ tn}$$

**Κόστος = α' ύλης + επεξεργασίας**

**Α' ύλης:**  $P = \text{συνάρτηση του } \text{MgCO}_3$

$$P = 1,86 \cdot [40 + (150 \cdot 0,28) + 10(0,28^2)]$$

$$P = 154 \text{ €}$$

**Επεξεργασίας:** συνάρτηση της α' ύλης

$$= 90 \cdot 1,86 = 167,4 \text{ €} \quad \mathbf{321,4 \text{ €}}$$

**Περιβαλλοντικό κόστος**

$E = \text{συνάρτηση του } \text{CO}_2$

**CO<sub>2</sub>:**

$$[(0,0072 \cdot 1,86) + (0,0033 \cdot 1,86)] 44$$

$$= 0,85 \text{ tn}$$

$$E = 120 \cdot 0,85 = 102 \text{ €}$$

## 4.2.2. Περιβαλλοντικά θέματα

### Προμηθευτής Α

Οικονομικό Κόστος: 361 €

Περιβαλλοντικό Κόστος: 108 €

### Προμηθευτής Β

Οικονομικό Κόστος: 321,4 €

Περιβαλλοντικό Κόστος: 102 €

**Προτιμάται ο Β**

## 4.2.2. Περιβαλλοντικά θέματα

- Αφού η τιμή της α΄ύλης είναι συνάρτηση της περιεκτικότητας σε  $\text{MgCO}_3$ ,
  - Πιο φθηνή είναι η α΄ύλη με τη μικρότερη περιεκτικότητα
- Το  $\text{MgCO}_3$  αποτελεί μια συνιστώσα στην παραγωγή  $\text{CO}_2$ ,
  - Που λόγω μικρότερου MB από το  $\text{CaCO}_3$ , συμβάλει περισσότερο στην έκλυση  $\text{CO}_2$
  - Μικρότερο περιβαλλοντικό κόστος έχει η α΄ύλη με μικρή περιεκτικότητα σε  $\text{MgCO}_3$