



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ  
ΔΥΤΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

# Οικονομετρία Ι

Ενότητα 5: Ανάλυση της Διακύμανσης

Δρ. Χαϊδώ Δριτσάκη

Τμήμα Λογιστικής & Χρηματοοικονομικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Δυτικής Μακεδονίας και στην Ανώτατη Εκκλησιαστική Ακαδημία Θεσσαλονίκης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «**Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση**» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



# Σκοποί ενότητας

- Στατιστική Επαγωγή – Διαστήματα Εμπιστοσύνης των Συντελεστών της Παλινδρόμησης - Έλεγχος Υποθέσεων των Συντελεστών της Παλινδρόμησης. (Εφαρμογές με το Οικονομετρικό Πακέτο Eviews).



# Περιεχόμενα

- Ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient).
- Ποια η διαφορά στην ερμηνεία μεταξύ  $\rho$  και  $R^2$ .
- Ανάλυση της Διακύμανσης (Πίνακας ANOVA).
- Συντελεστής παλινδρόμησης και ελαστικότητας.



# Ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient) (1/3)

- Ο συντελεστής συσχέτισης  $r_{xy}$  δείχνει τον βαθμό της ταυτόχρονης μεταβολής των μεταβλητών  $Y$  και  $X$  του απλού γραμμικού υποδείγματος του πληθυσμού και παίρνει τιμές από  $-1$  έως  $+1$ .
- Ο συντελεστής συσχέτισης  $r_{xy}$  ορίζεται από τη σχέση :

$$r = \frac{\text{Cov}(X_t, Y_t)}{\sigma_X \sigma_Y}$$



# Ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient) (2/3)

- Ο συντελεστής  $r$  είναι μια άγνωστη παράμετρος του πληθυσμού και σαν εκτιμητής του  $r$  χρησιμοποιείται ο συντελεστής συσχέτισης του δείγματος  $\rho$  που ορίζεται ως εξής:

$$\rho = \frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X}) (Y_t - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}}$$



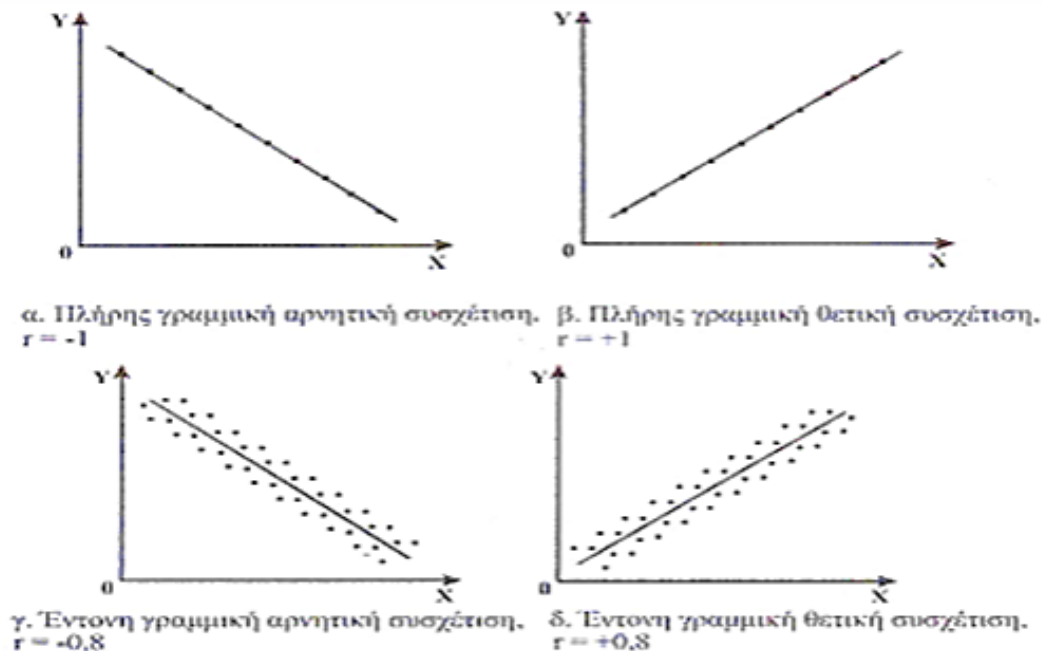
# Ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient) (3/3)

- Στο απλό γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης του δείγματος, ο συντελεστής συσχέτισης προκύπτει από την τετραγωνική ρίζα του συντελεστή προσδιορισμού  $R^2$  :

$$|\rho| = \sqrt{R^2}$$



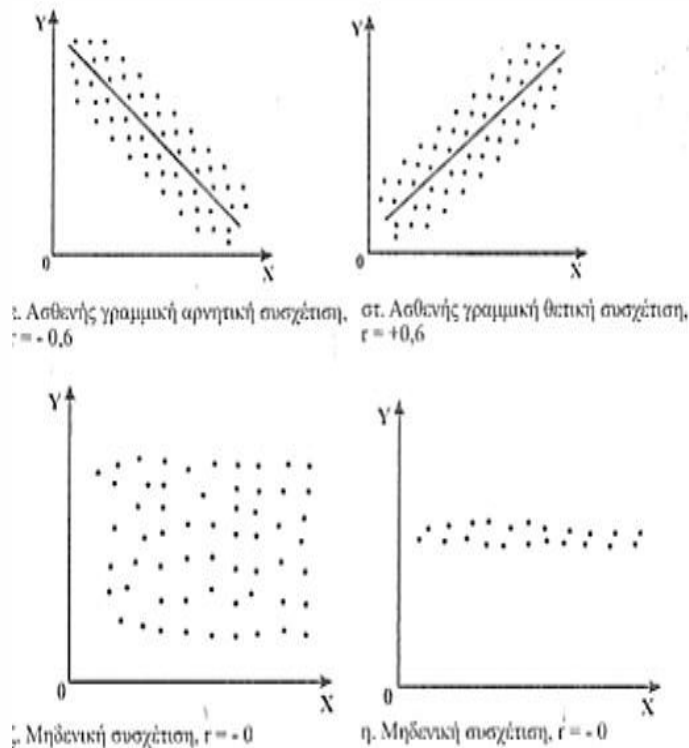
# Ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient)



Εικόνα 1: Γραφικές παράστασεις των μεταβλητών  $X$  και  $Y$  και ο αντίστοιχος συντελεστής συσχέτισης.

Πηγή: Διδάσκουσα (2015).

# Ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient)



Εικόνα 2: Γραφικές παραστάσεις των μεταβλητών  $X$  και  $Y$  και ο αντίστοιχος συντελεστής συσχέτισης.

Πηγή: Διδάσκουσα (2015).

# Ποια η διαφορά στην ερμηνεία μεταξύ $\rho$ και $R^2$

- Ο συντελεστής συσχέτισης του δείγματος ( $\rho$ ) είναι ένας εκτιμητής του συντελεστή συσχέτισης του πληθυσμού ( $r$ ), ενώ ο συντελεστής προσδιορισμού  $R^2$  αναφέρεται στο ποσοστό της μεταβλητότητας της  $Y_t$  που ερμηνεύει η μεταβλητή  $X_t$  η οποία υποθέτουμε ότι δεν είναι τυχαία. Επιπλέον ο συντελεστής συσχέτισης του δείγματος ( $\rho$ ) είναι μέτρο της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ δύο μεταβλητών, ενώ ο συντελεστής προσδιορισμού μπορεί να αναφέρεται και σε περισσότερες από δύο μεταβλητές. (Gujarati 2003).



# Ανάλυση της Διακύμανσης (Πίνακας ANOVA) (1/2)

- Η Ανάλυση της Διακύμανσης (ANalysis Of Variance – ANOVA) είναι μία στατιστική μέθοδος με την οποία η μεταβλητότητα που υπάρχει σ' ένα σύνολο δεδομένων διασπάται στις επιμέρους συνιστώσες της με στόχο την κατανόηση της σημαντικότητας των διαφορετικών πηγών προέλευσής της. Η ανάπτυξη της μεθοδολογίας οφείλεται στον θεμελιωτή της σύγχρονης στατιστικής επιστήμης, άγγλο στατιστικό Sir Ronald Aylmer Fisher (1890-1962).



# Ανάλυση της Διακύμανσης (Πίνακας ANOVA) (2/2)

Πηγές Διακύμανσης	Αθροίσματα Τετραγώνων	Βαθμοί Ελευθερίας	Μέσα Αθροίσματα Τετραγώνων	F
Κυλινδρική	$\sum_{t=1}^n (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2$	1	$\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2}{1} = \frac{RSS}{1}$	
Καταλοίπων	$\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2$	n - 2	$\frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n-2} = \frac{ESS}{n-2}$	$F = \frac{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2}{1}}{\frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n-2}} = \frac{RSS}{ESS}$
Σύνολο	$\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2$	n - 1		

Πίνακας 1. Πίνακας Ανάλυσης της Διακύμανσης.

Πηγή: Διδάσκουσα (2015).



# Ανάλυση της Διακύμανσης (Πίνακας ANOVA)

- Από τον πίνακα της ανάλυσης της διακύμανσης μπορούμε επίσης να ελέγξουμε την υπόθεση της γραμμικής σχέσης μεταξύ της εξαρτημένης και της ανεξάρτητης μεταβλητής του πληθυσμού, επομένως και την προβλεπτικότητα του υποδείγματος (Χάλκος 2006).
- Η απόρριψη της σημαίνει ότι υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών και , επομένως η μεταβλητή ερμηνεύει την καθώς επίσης ότι υπάρχει και προβλεπτικότητα στο υπόδειγμα που εξετάζουμε.



# Συντελεστής παλινδρόμησης και ελαστικότητας (1/3)

- Είδαμε πως με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (OLS) εκτιμήθηκε η συνάρτηση της παλινδρόμησης του δείγματος:

$$\hat{Y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_t + \hat{\epsilon}_t$$

- Θα λέγαμε ότι ο εκτιμητής  $\hat{\beta}_1$  είναι η παράγωγος της μεταβλητής  $Y$  ως προς τη μεταβλητή  $X$ . Άρα θα έχουμε:

$$\frac{d\hat{Y}_t}{dX_t} = \hat{\beta}_1$$



# Συντελεστής παλινδρόμησης και ελαστικότητας (2/3)

- Ο συντελεστής ελαστικότητας ( $\varepsilon_{xy}$ ) (elasticity coefficient) της εξαρτημένης μεταβλητής  $Y$  ως προς την ανεξάρτητη μεταβλητή  $X$  δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\varepsilon_{\hat{Y}X} = \frac{d\hat{Y}_t}{dX_t} \frac{X_t}{\hat{Y}_t}$$

- Από την παραπάνω σχέση γνωρίζω ότι:  $\frac{d\hat{Y}_t}{dX_t} = \hat{\beta}_1$
- Επομένως έχω:  $\varepsilon_{\hat{Y}X} = \hat{\beta}_1 \frac{X_t}{\hat{Y}_t}$



# Συντελεστής παλινδρόμησης και ελαστικότητας (3/3)

- Σε πολλές περιπτώσεις υπολογίζουμε τη μέση ελαστικότητα ( ) παίρνοντας τις μέσες τιμές των μεταβλητών  $Y$  και  $X$  . Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής ελαστικότητας υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$\epsilon_{\hat{Y}X} = \hat{\beta}_1 \frac{\bar{X}_t}{\bar{Y}_t}$$



# Τέλος Ενότητας



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright ΤΕΙ Δυτικής Μακεδονίας, Δρ. Χαϊδώ Δριτσάκη. «Οικονομετρία Ι ». Έκδοση: 1.0. Κοζάνη 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: URL.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>



Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο.
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο.
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο.

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς.
- το Σημείωμα Αδειοδότησης.
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων.
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει).

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

