

Κεφάλαιο 3

Τιμολόγηση Ασφαλίσεων

3.1 Σκοπός Τιμολόγησης

Σκοπός της τιμολόγησης είναι η διαδικασία για τον καθορισμό τιμών ασφαλιστηρίων συμβολαίων μελλοντικής περιόδου. Η τιμή που πληρώνει ένας καταναλωτής σε μια ασφαλιστική εταιρεία για να ασφαλιστεί από έναν ή περισσότερους κινδύνους ονομάζεται ασφάλιστρο και υπολογίζεται με βάση μια ορισμένη τιμή ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο.

Κάθε ασφαλιστική επιχείρηση για να παραμένει σε λειτουργία θα πρέπει τα εισοδήματά της να καλύπτουν τουλάχιστον τα έξοδά της. Τα εισοδήματά της προέρχονται από τις εισροές των ασφαλισμένων (ασφάλιστρα) και εισοδήματα επενδύσεων, ενώ τα έξοδά της περιλαμβάνουν αποζημιώσεις που έχουν σχέση με ατυχήματα, προμήθεια πωλήσεων, φόρους και άδειες, και γενικά λειτουργικά έξοδα της επιχείρησης. Κάθε ομάδα κινδύνου θα πρέπει να πληρώσει με βάση το αναμενόμενο της κόστος, δηλαδή κάθε ομάδα κινδύνου πληρώνει ανάλογα με τον κίνδυνο που διατρέχει. Έτσι, κάθε ασφάλιστρο θα πρέπει να καλύπτει κατά μέσο όρο τη ζημιά της ομάδας κινδύνου που ανήκει.

Το ασφάλιστρο μιας ασφαλιστικής εταιρείας θα πρέπει να είναι ανταγωνιστικό σε σχέση με το ασφάλιστρο άλλων ασφαλιστικών εταιρειών και δίκαιο μεταξύ των ασφαλισμένων. Αν το ασφάλιστρο είναι ακριβό, οι πελάτες θα πάνε σε κάποια άλλη ασφαλιστική εταιρεία που το ασφάλιστρο θα είναι φθηνότερο. Από την άλλη μεριά, αν το ασφάλιστρο είναι πολύ χαμηλό, η ασφαλιστική εταιρεία θα χάσει λεφτά και θα πρέπει να μειώσει το πλεόνασμα (surplus) για να καλύψει τη χρηματική ανεπάρκεια που προέρχεται από το χαμηλό ασφάλιστρο. Επιπλέον, πολύ χαμηλό ασφάλιστρο δείχνει ότι η ασφαλιστική εταιρεία ίσως να μην είναι φερέγγυα.

Η ασφαλιστική εταιρεία θα πρέπει να χρεώνει χαμηλότερα ασφάλιστρα σε ασφαλισμένους που προφυλάσσονται από κινδύνους. Για παράδειγμα, σε μια ασφάλιση πυρός ο ασφαλισμένος ο οποίος θα έχει εφοδιαστεί με συστήματα πυρόσβεσης θα έχει χαμηλότερα ασφάλιστρα. Αρκετές φορές το ασφάλιστρο που προκύπτει από τη στατιστική ανάλυση είναι διαφορετικό από το ασφάλιστρο που διατίθεται στην αγορά. Οι τιμές της αγοράς θα πρέπει να ανταποκρίνονται σε βραχυπρόθεσμους και ταυτόχρονα σε μακροπρόθεσμους στόχους και θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όχι μόνο οι στατιστικές προβλέψεις αλλά και ο ανταγωνισμός της αγοράς.

3.2 Βασικές Έννοιες

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζουμε τις βασικές έννοιες που είναι απαραίτητες για την κατανόηση της τιμολόγησης ασφαλίσεων. Η ασφάλεια ζημιών και περιουσίας είναι μια πολύπλοκη εργασία η

οποία μπορεί να παρουσιαστεί με τεχνικοοικονομική δομή.

3.2.1 Έκθεση στον Κίνδυνο (Risk Exposure)

Η βασική μονάδα μέτρησης του κινδύνου καλείται έκθεση στον κίνδυνο και αποτελεί τη βάση του ασφαλίστρου. Η μέτρηση σε κίνδυνο διαφέρει σημαντικά από κλάδο σε κλάδο ζημιών. Η μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της μονάδας που καλύπτεται. Για παράδειγμα, ένα σπίτι το οποίο ασφαρίζεται για ένα έτος αντιπροσωπεύει μια μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο για ασφάλιση ιδιοκτησίας. Οι ετήσιες αποδοχές σε χιλιάδες Ευρώ για έναν εργαζόμενο αντιπροσωπεύουν μια μονάδα έκθεσης για ασφαλιστική αποζημίωση του εργαζόμενου. Ένα αυτοκίνητο που ασφαρίζεται για μια περίοδο ενός έτους αντιπροσωπεύει μια μονάδα έκθεσης για ασφάλιση αυτοκινήτου. Μία καλή έκθεση στον κίνδυνο θα πρέπει να ικανοποιεί τα κάτωθι κριτήρια:

- 1) Να είναι ακριβής η μέτρηση της ποσοτικής έκθεσης στη ζημιά.
- 2) Να είναι εύκολη στον υπολογισμό της από τον ασφαλιστή.
- 3) Να μην μπορεί να αλλάξει από τον ασφαλισμένο.
- 4) Να είναι εύκολη στην καταγραφή και διαχείριση.
- 5) Να είναι εύκολα κατανοητή από τον ασφαλισμένο.
- 6) Να μπορεί να προσαρμόζεται αυτόματα με τον πληθωρισμό.

Όταν η έκθεση στον κίνδυνο έχει επιλεγεί, ο αναλογιστής διαμορφώνει μία τιμή ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο. Τότε το ασφαλιστήριο θα είναι το γινόμενο της τιμής ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο και του αριθμού μονάδων έκθεσης στον κίνδυνο. Οι πιο συνηθισμένες στατιστικές για την έκθεση στον κίνδυνο:

- 1) Εγγεγραμμένες μονάδες έκθεσης (written exposures) είναι οι MEK που είναι εγγεγραμμένες σε ασφαλιστήρια συμβόλαια κατά την περίοδο εξέτασης. Δηλαδή θέτουμε τη μονάδα στο έτος που υπογράφηκε το ασφαλιστήριο συμβόλαιο.
- 2) Δεδουλευμένες μονάδες έκθεσης (earned exposures) είναι οι μονάδες έκθεσης στον κίνδυνο (MEK) που αντιπροσωπεύουν το μερίδιο των εγγεγραμμένων MEK για τα οποία υπάρχει ήδη κάλυψη από ένα συγκεκριμένο χρονικό σημείο. Αν π.χ. το συμβόλαιο γίνει την 1/1/2018, τότε στη χρονιά αυτή θα έχουμε δεδουλευμένες MEK ίσες με τη μονάδα, ενώ αν γίνει την 1/4/2018, τότε θα έχουμε δεδουλευμένες MEK ίσες με 0.75 στο έτος 2018 και 0.25 στο έτος 2019.
- 3) Μη δεδουλευμένες μονάδες έκθεσης (unearned exposures) αντιπροσωπεύουν το μερίδιο των MEK για τις οποίες δεν έχει παρασχεθεί κάλυψη μέχρι αυτήν τη χρονική στιγμή.
- 4) Μονάδες έκθεσης εν ισχύ (in force exposures) είναι οι μονάδες έκθεσης που είναι εκτεθειμένες στη ζημιά (εν ισχύ) σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Παράδειγμα 8. Στο Πίνακα 3.1 δίνεται ένα παράδειγμα πως διαμοιράζονται οι MEK σε εγγεγραμμένες, σε δεδουλευμένες και σε MEK εν ισχύ.

Πίνακας 3.1: Δεδομένα Ασφαλιστηρίων Συμβολαίων

MEK για τα έτη 2018 και 2019					
Ημερομηνία Ασφάλισης	Εγγεγραμμένες MEK		Δεδουλευμένες MEK		Εν Ισχύ MEK
	2018	2019	2018	2019	1/1/2019
1/1/2018	1.00	0.00	1.00	0.00	0.00
1/7/2018	1.00	0.00	0.50	0.50	1.00
1/4/2018	1.00	0.00	0.75	0.25	1.00
Σύνολο	3.00	0.00	2.25	0.75	2.00

3.2.2 Ασφάλιστρο (Premium)

Το ασφάλιστρο είναι το ποσό που πληρώνει ο ασφαλισμένος για ασφαλιστική κάλυψη για μια χρονική περίοδο. Όπως και στις MEK:

- 1) Εγγεγραμμένο ασφάλιστρο (written premium) είναι το συνολικό ασφάλιστρο που συνδέεται με τα ασφαλιστήρια συμβόλαια που εκδόθηκαν κατά τη διάρκεια της συγκεκριμένης περιόδου.
- 2) Δεδουλευμένο ασφάλιστρο (earned premium) είναι το μερίδιο του εγγεγραμμένου ασφαλίστρου για το οποίο έχει ήδη χορηγηθεί κάλυψη από ορισμένη χρονική στιγμή.
- 3) Μη δεδουλευμένο ασφάλιστρο (unearned premium) είναι το μερίδιο του εγγεγραμμένου ασφαλίστρου για το οποίο δεν έχει ακόμη χορηγηθεί κάλυψη από ορισμένη χρονική στιγμή.
- 4) Ασφάλιστρο εν ισχύ (premium in force) είναι το ασφάλιστρο πλήρους διάρκειας για ασφαλιστήρια συμβόλαια που ισχύουν σε μια δεδομένη χρονική στιγμή.

3.2.3 Συμβάν (Occurrence)

Το συμβάν περιλαμβάνει μια σειρά από περιστατικά (γεγονότα) τα οποία συμβαίνουν σε ένα χρονικό διάστημα και καταλήγουν σε μια ζημιά, π.χ. προσωπική ζημιά ή περιουσιακή ζημιά. Με ένα συμβάν μπορεί να συνδέονται περισσότερες από μία απαιτήσεις, π.χ. συμβάν σεισμού ή αυτοκινητικού ατυχήματος.

3.2.4 Απαίτηση (Claim)

Η απαίτηση είναι η αξίωση για πληρωμή από ένα ασφαλιζόμενο άτομο ή από ένα τρίτο άτομο με βάση τους όρους ενός ασφαλιστικού συμβολαίου. Το άτομο που υποβάλλει την απαίτηση είναι ο ενάγων και μπορεί να υπάρχουν πολλοί ενάγοντες για μια ζημιά. Συχνά η λέξη απαίτηση χρησιμοποιείται όταν θέλουμε να αναφερθούμε σε ζημιά. Γενικά, οι ασφαλιστές συγκεντρώνουν στοιχεία που βασίζονται στην ημέρα του ατυχήματος και στην ημέρα αναφοράς που γνωστοποιείται στον ασφαλιστή το ατύχημα. Τα δεδομένα αυτά μπορούν να ταξινομηθούν με βάση αυτές τις ημερομηνίες.

3.3 Ζημιές και Δαπάνες Διακανονισμού Ζημιών

3.3.1 Απώλεια ή Ζημιά (Loss)

Η απώλεια είναι το ποσό της αποζημίωσης που καταβλήθηκε ή πρέπει να καταβληθεί στον αιτούντα σύμφωνα με τους όρους του ασφαλιστηρίου συμβολαίου. Στην ασφαλιστική ευθύνη η απώλεια συμπεριλαμβάνει σωματική βλάβη, ζημιά περιουσίας κ.λπ. Για αποζημιώσεις εργατικών ατυχημάτων η απώλεια συμπεριλαμβάνει νοσοκομειακές παροχές, αποζημιώσεις κ.λπ. Στο ποσό του ασφαλιστρού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνεται και ένα ποσοστό εξόδων της ασφαλιστικής εταιρείας. Ακολουθούν οι κατηγορίες εξόδων.

3.3.2 Έξοδα Διακανονισμού Ζημιών - ΕΔΖ (Loss Adjustment Expenses - LAE)

Τα έξοδα διακανονισμού ζημιών (ΕΔΖ) χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

- α) Στα διανεμημένα (ή αλλιώς κατανεμηθέντα) έξοδα διακανονισμού ζημιών (ΔΕΔΖ) (allocated loss adjustment expenses - ALAE). Τα έξοδα αυτά περιλαμβάνουν πληρωμές ζημιών, έξοδα διακανονισμού ζημιών, καθώς και έξοδα δικηγόρων και δικαστηρίων. Τα διανεμημένα έξοδα διακανονισμού ζημιών ονομάζονται και άμεσα έξοδα, γιατί σχετίζονται άμεσα με τη ζημιά.
- β) Στα μη διανεμημένα (ή αλλιώς μη κατανεμηθέντα) έξοδα διακανονισμού ζημιών - ΜΔΕΔΖ (unallocated adjustment expenses - ULAE). Τα έξοδα αυτά δεν σχετίζονται με την ίδια τη ζημιά και περιλαμβάνουν έξοδα γραφείων, μισθούς υπαλλήλων, διευθυντών στη διεύθυνση ζημιών, κ.λπ. Τα έξοδα αυτά ονομάζονται επίσης και έμμεσα έξοδα. Έτσι έχουμε

$$\text{ΕΔΖ} = \text{ΔΕΔΖ} + \text{ΜΔΕΔΖ} .$$

3.3.3 Έξοδα Ανάληψης (Underwriting Expenses)

Επιπλέον των εξόδων διακανονισμού ζημιών οι εταιρείες επιβαρύνονται και με άλλα έξοδα τα οποία χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες, τα έξοδα πρόσκτησης και τα γενικά έξοδα. Τα έξοδα πρόσκτησης, ή αλλιώς έξοδα προμηθειών (commissions), ορίζονται ως ένα ποσοστό πάνω στο καθαρό ασφάλιστρο και καταβάλλονται σε ασφαλιστικούς διαμεσολαβητές, πράκτορες ή μεσίτες ως αποζημίωση για την απόκτηση των ασφαλιστηρίων συμβολαίων. Τα γενικά έξοδα περιλαμβάνουν όλα τα υπόλοιπα έξοδα που σχετίζονται με τη λειτουργία μιας ασφαλιστικής εταιρείας ή οποιαδήποτε άλλα έξοδα.

Τέλος, το τελικό ασφάλιστρο ενός συμβολαίου περιλαμβάνει το φόρο ασφαλιστρού, ο οποίος καταβάλλεται στο κράτος, καθώς και ένα περιθώριο κέρδους για την ασφαλιστική εταιρεία. Και τα δύο ανωτέρω συνήθως εκφράζονται ως ποσοστό του καθαρού ασφαλιστρού.

3.3.4 Πληρωθείσες Ζημιές (Paid Losses)

Εξοφλημένες ζημιές είναι οι ζημιές που έχουν πληρωθεί σε αυτούς που τις απαιτούν σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

3.3.5 Εκκρεμείς Ζημιές (Outstanding Reserves)

Οφειλόμενα αποθέματα είναι το εκτιμώμενο υπόλοιπο του ποσού που απαιτείται για την εξόφληση μιας συγκεκριμένης απαίτησης. Η εκτίμηση του ποσού αυτού βασίζεται σε ό,τι γνωρίζουμε για τη ζημιά σε μια συγκεκριμένη ημερομηνία.

3.3.6 Αναφερόμενη Ζημιά (Reported Loss)

Εκεί όπου αναμένουμε ότι μια πληρωμή θα πραγματοποιηθεί στο μέλλον, μια ζημιά θα έχει το ανάλογο απόθεμα που θα αντιπροσωπεύει το εκτιμώμενο ποσό της πληρωμής. Η αναφερόμενη ζημιά ή αλλιώς φάκελος επισύμβασης ζημιάς (case incurred loss) είναι το άθροισμα των πληρωμών που καταβλήθηκαν για την αναφερόμενη ζημιά και το απόθεμα που αναλογεί στη συγκεκριμένη ζημιά, δηλαδή

$$\text{Αναφερόμενες Ζημιές} = \text{Πληρωθείσες Ζημιές} + \text{Απόθεμα Φακέλου.}$$

Στην ασφαλιστική ορολογία οι επισυμβάσεις ζημιές (incurred losses) μπορεί να ορίζονται ως:

- 1) Πληρωθείσες αποζημιώσεις μίας ορισμένης περιόδου συν τη μεταβολή των αποθεμάτων μεταξύ του τέλους και της αρχής αυτής της περιόδου.
- 2) Πληρωθείσες αποζημιώσεις μίας ορισμένης περιόδου συν το απόθεμα στο τέλος της περιόδου.

Στο πλαίσιο του παρόντος βιβλίου, σε κάθε περίπτωση αναφοράς των επισυμβασών ζημιών θα δίνεται ο κατάλληλος ορισμός.

3.3.7 Τελική Ζημιά (Ultimate Loss)

Τελική ζημιά είναι το ποσό που χρειάζεται η ασφαλιστική εταιρεία για να κλείσει και να διευθετήσει όλες τις απαιτήσεις για συγκεκριμένα ασφαλιστήρια συμβόλαια. Το συνολικό άθροισμα των ζημιών που δηλώθηκαν σε όλες τις γνωστές αξιώσεις μπορεί να μην ισούται με τις τελικές ζημιές για πολλά χρόνια. Αυτό συμβαίνει επειδή σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή ενδέχεται να υπάρχουν μη δηλωμένες ζημιές και η ακρίβεια των αποθεμάτων των δηλωμένων ζημιών εξαρτάται από τις πληροφορίες που είναι γνωστές κατά το χρόνο που έχει υπολογιστεί το απόθεμα. Κατά συνέπεια, οι δηλωμένες ζημιές που προέρχονται από υφιστάμενες απαιτήσεις ενδέχεται να μεταβληθούν με την πάροδο του χρόνου.

3.3.8 Τεχνικά Αποθέματα (Technical Reserves)

Όταν δηλώνεται μία ζημιά η οποία είναι έγκυρη και αναμένεται να πραγματοποιηθεί πληρωμή στο μέλλον, ο διακανονιστής της ζημιάς της ασφαλιστικής εταιρείας δημιουργεί έναν φάκελο με όλα τα στοιχεία της ζημιάς και παράλληλα δημιουργεί ένα απόθεμα (Reported But Not Settled - RBNS ή αλλιώς Case Reserve, Case Outstanding) το οποίο ανέρχεται στο εκτιμώμενο ποσό που απαιτείται για τον τελικό διακανονισμό της ζημιάς. Η εκτίμηση του διακανονιστή βασίζεται σε πληροφορίες που λαμβάνει από τον πραγματογνώμονα, σε άλλους εξωτερικούς συνεργάτες της ασφαλιστικής, σε πιθανές δικαστικές αποφάσεις καθώς και στην επαγγελματική του εμπειρία.

Ο αναλογιστής καλείται να αξιολογήσει και να εκτιμήσει την επάρκεια του ανωτέρω αποθέματος και σύμφωνα με τα αποτελέσματα της ανάλυσής του να δημιουργήσει επιπλέον αποθέματα. Τα επιπλέον αποθέματα χωρίζονται στις παρακάτω κατηγορίες:

- i) Ζημιές που έχουν αναγγελθεί αλλά δεν έχουν επαρκώς αναφερθεί (Incurred But Not Enough Reported - IBNER). Το απόθεμα αυτό καλύπτει τον κίνδυνο της πιθανής ελλιπούς πληροφόρησης του διακανονιστή, η οποία μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένη εκτίμηση του RBNS.

- ii) Ζημιές που έχουν πραγματοποιηθεί αλλά δεν έχουν αναγγελθεί ακόμα στην ασφαλιστική εταιρεία (Incurred But Not Reported - IBNR). Το απόθεμα αυτό καλύπτει τις περιπτώσεις ζημιών που ενώ έχουν πραγματοποιηθεί, η ασφαλιστική εταιρεία λόγω καθυστερημένης αναγγελίας τους για οποιοδήποτε λόγο, δεν τις γνωρίζει καθόλου.

Ο λόγος διαφοροποίησης των δύο ανωτέρω κατηγοριών είναι η ανάλυση της επάρκειας του RBNS η οποία εκφράζεται μέσω του IBNER. Παρόλα αυτά, πολλές φορές ο όρος IBNR καλύπτει και το καθαρό IBNR και το IBNER.

Επιπλέον των IBNR και IBNER αποθεμάτων, ο αναλογιστής αναλόγως των αποτελεσμάτων της ανάλυσης του μπορεί να δημιουργήσει και απόθεμα για φακέλους που έχουν κλείσει και έχουν φαινομενικά πλήρως διακανονιστεί, αλλά μπορεί να ανοίξουν ξανά (reopen case).

Συνοψίζοντας τα ανωτέρω, τα τεχνικά αποθέματα χωρίζονται σε:

- 1) Απόθεμα φακέλου (RBNS).
- 2) Απόθεμα κάλυψης μελλοντικής εξέλιξης του αποθέματος φακέλου (IBNER).
- 3) Απόθεμα ζημιών που έχουν συμβεί αλλά δεν έχουν αναγγελθεί (IBNR).
- 4) Απόθεμα για ζημιές που έχουν κλείσει αλλά μπορεί να ανοίξουν εκ νέου.

Οι εκτιμώμενες τελικές ζημιές δίνονται από τη σχέση

$$\text{Τελικές Ζημιές} = \text{Αναφερθείσες Ζημιές} + \text{IBNR Απόθεμα} + \text{IBNER Απόθεμα}.$$

Παρατήρηση 3. Η μεθοδολογία για τον υπολογισμό των αποθεμάτων θα παρουσιαστεί λεπτομερώς στα παρακάτω κεφάλαια του βιβλίου.

3.3.9 Δεδομένα που Απαιτούνται για τη Σωστή Τιμολόγηση

Οι πληροφορίες που λαμβάνονται θα πρέπει να καταγράφονται γρήγορα και με ακρίβεια και τα δεδομένα αυτά να αποθηκεύονται στο ασφαλιστικό σύστημα για να χρησιμοποιηθούν με συνέπεια ώστε να έχουμε αξιόπιστη τιμολόγηση.

Τα δεδομένα που αφορούν απαιτήσεις (ζημιές), αποζημιώσεις και ασφάλιστρα θα πρέπει να καταγράφονται (ταξινομούνται) με βάση:

- 1) Το έτος ατυχήματος (accident year), το οποίο αναφέρεται και ως loss underwriting year. Οποιαδήποτε ενέργεια που προέρχεται από ένα ατύχημα συμβάν (ατύχημα, ζημιά) και εμφανίζεται το ημερολογιακό έτος X , αυτό θα υπολογίζεται ως έτος ατυχήματος X .
- 2) Το έτος ασφαλιστηρίου συμβολαίου (policy year), το οποίο αναφέρεται και ως underwriting year. Είναι η βάση υπολογισμού των ασφαλιστηρίων συμβολαίων που ισχύουν το ημερολογιακό έτος X , μερικά από τα οποία έχουν εκδοθεί στην αρχή του έτους X και άλλα στο τέλος του έτους X . Έτσι η περίοδος έκθεσης στον κίνδυνο για το ημερολογιακό έτος X είναι 24 πλήρεις μήνες, δηλαδή από την $1/1/X$ έως την $31/12/X + 1$.

Για παράδειγμα, για ένα ασφαλιστήριο συμβόλαιο που έχει εκδοθεί την $1/1/2018$, η περίοδος έκθεσης στον κίνδυνο στο ημερολογιακό έτος τελειώνει την $31/12/2018$, ενώ για κάποιο άλλο που ισχύει από την $1/10/2018$, η περίοδος έκθεσης στον κίνδυνο στο ημερολογιακό έτος τελειώνει την $31/10/2019$. Συνεπώς, για όλα τα ασφαλιστήρια συμβόλαια που έχουν εκδοθεί το 2018 δεν μπορούμε να έχουμε πλήρη δεδομένα πριν την $31/12/2019$.

- 3) Το ημερολογιακό έτος (calendar year), το οποίο αναφέρεται και ως financial year. Οποιαδήποτε λογιστική ενέργεια και συναλλαγή που λαμβάνει χώρα κατά τη διάρκεια του ημερολογιακού έτους ανεξάρτητα από την ημερομηνία έκδοσης του ασφαλιστηρίου συμβολαίου, από το έτος που έχει συμβεί το ατύχημα ή την ημερομηνία αναφοράς της ζημιάς. Οι επισυμβάσεις (incurred losses) για το ημερολογιακό έτος X μπορούν να ορισθούν ως

$$\begin{aligned}\text{Επισυμβάσεις } (X) &= \\ &= \text{Πληρωθείσες Ζημιές } (X) + \Delta\text{Αποθέματα } (X) \\ &= \text{Πληρωθείσες Ζημιές } (X) + \\ &\quad + \text{Μη Πληρωθέντα Αποθέματα Ζημιών } 31/12/X \\ &\quad - \text{Μη Πληρωθέντα Αποθέματα Ζημιών } 31/12/X-1.\end{aligned}$$

Συνεπώς, οι επισυμβάσεις για το ημερολογιακό έτος X δεν αντιστοιχούν σε κάποια συγκεκριμένη περίοδο ατυχήματος ή σε κάποια συγκεκριμένη περίοδο ασφαλιστηρίου συμβολαίου.

- 4) Το έτος αναγγελίας (reported year). Αναφέρεται στην ημερομηνία που αναφέρεται (αναγγέλλεται) η ζημιά, σε αντίθεση με την ημερομηνία κατά την οποία επέρχεται η ζημιά. Οι ημερομηνίες ατυχημάτων διατηρούνται, έτσι ώστε να μπορεί να καθορίζεται η καθυστέρηση υποβολής των εκθέσεων.

3.4 Ασφαλιστικοί Δείκτες (Insurance Ratios)

3.4.1 Συχνότητα (Frequency)

Η συχνότητα ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο ορίζεται ως

$$F = \frac{C}{M_{EK}},$$

όπου C είναι το πλήθος ζημιών (claim count) και M_{EK} είναι οι MEK.

Παράδειγμα 9. Έστω το πλήθος ζημιών από ένα χαρτοφυλάκιο αυτοκινήτων είναι 2000 και το πλήθος των δεδουλευμένων MEK είναι 10000. Τότε η συχνότητα είναι $F = \frac{2000}{10000} = 0.2$.

3.4.2 Σφοδρότητα - Μέσο Κόστος ανά Ζημιά (Severity)

Η σφοδρότητα ή αλλιώς μέσο κόστος ανά ζημιά ορίζεται ως

$$S = \frac{L}{C},$$

όπου L είναι οι απώλειες (losses), δηλαδή το ποσό αποζημίωσης που καταβλήθηκε ή πρέπει να καταβληθεί και C είναι το πλήθος ζημιών.

Παράδειγμα 10. Έστω το πλήθος ζημιών σε ένα χαρτοφυλάκιο αυτοκινήτων είναι 2000 και το συνολικό ποσό ζημιών είναι 300000 Ευρώ. Τότε, η σφοδρότητα (το μέσο κόστος ανά ζημιά) ισούται με

$$S = \frac{300000}{2000} = 150.$$

3.4.3 Καθαρό Ασφάλιστρο (Pure Premium)

Το καθαρό ασφάλιστρο είναι ο μέσος όρος ζημιάς ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο, δηλαδή

$$P = \frac{L}{M_{EK}},$$

όπου L είναι οι απώλειες και M_{EK} είναι οι μονάδες έκθεσης στον κίνδυνο. Επίσης, το καθαρό ασφάλιστρο μπορεί να γραφτεί ως

$$P = \frac{L}{M_{EK}} = \frac{C}{M_{EK}} \frac{L}{C} = F S,$$

δηλαδή ως το γινόμενο της συχνότητας ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο και σφοδρότητας.

3.4.4 Μέσο Ασφάλιστρο (Average Premium)

Το μέσο καθαρό ασφάλιστρο είναι το πηλίκον του συνολικού ασφαρίστρου ως προς τις μονάδες έκθεσης στον κίνδυνο, δηλαδή

$$P_{avg} = \frac{P_{Tot}}{M_{EK}},$$

όπου P_{Tot} είναι το συνολικό ασφάλιστρο και M_{EK} είναι οι μονάδες έκθεσης στον κίνδυνο.

Παράδειγμα 11. Αν το συνολικό ασφάλιστρο είναι 4000000 Ευρώ και έχουμε 20000 MEK, τότε το μέσο ασφάλιστρο ισούται με

$$P = \frac{4000000}{20000} = 200 \text{ Ευρώ.}$$

3.4.5 Δείκτης Ζημιάς (Loss Ratio- L_R)

Ο πιο διαδεδομένος δείκτης στην ανάλυση των ασφαλιστικών ζημιών είναι ο δείκτης ζημιάς, δηλαδή το σύνολο ζημιών ως προς το σύνολο των ασφαλίσεων

$$L_R = \frac{\text{Ζημιές}}{\text{Ασφάλιστρο}}.$$

Στο σημείο αυτό δε θα πρέπει να δώσουμε μεγάλη έμφαση στους ακριβείς ορισμούς του αριθμητή (ζημιές) και του παρονομαστή (ασφάλιστρο) του δείκτη ζημιάς. Τα είδη των ζημιών και των ασφαλίσεων που χρησιμοποιούνται μπορεί να διαφέρουν ανάλογα με το σκοπό και τις ανάγκες της εκάστοτε ανάλυσης που πραγματοποιεί ένας αναλογιστής.

Παράδειγμα 12. Αν το συνολικό ασφάλιστρο είναι 5000000 Ευρώ και οι συνολικές ζημιές είναι 3500000 Ευρώ, τότε ο δείκτης ζημιάς ισούται με

$$L_R = \frac{3500000}{5000000} = 0.7.$$

Συνήθως ο δείκτης ζημιάς υπολογίζεται ως το πηλίκον των συνολικών αναφερόμενων ζημιών ως προς το δεδουλευμένο ασφάλιστρο. Όμως, υπάρχουν και άλλες παραλλαγές δεικτών ζημιάς που χρησιμοποιούνται στην πράξη.

3.4.6 Μεταβλητός Επιτρεπτός Δείκτης Ζημιάς (Variable Permissible Loss Ratio)

Οι προβλέψεις δαπανών και κερδών χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του μεταβλητού επιτρεπτού δείκτη ζημιάς και στη συνέχεια του συνολικού επιτρεπτού δείκτη ζημιάς, που χρησιμοποιείται στον υπολογισμό της συνολικής ενδεικτικής τιμής του ασφαλίστρου. Ο μεταβλητός επιτρεπτός δείκτης ζημιάς ορίζεται ως

$$\begin{aligned} \text{ΜΕΔΖ} &= (1 - \text{Μεταβλητές Δαπάνες \%} - \text{Περιθώριο Κέρδους \%}) \\ &= (1 - V - Q), \end{aligned} \quad (3.4.1)$$

δηλαδή για κάθε ποσοστό του Ευρώ που προορίζεται για να πληρωθεί η προβλεπόμενη ζημιά και τα έξοδα διακανονισμού ζημιών, το υπόλοιπο του Ευρώ προορίζεται για την πληρωμή του μεταβλητού συντελεστή δαπανών V και για το συντελεστή στόχο κέρδους Q της εταιρείας.

Ο συνολικός επιτρεπτός δείκτης ζημιάς ορίζεται ως

$$\begin{aligned} \text{ΣΕΔΖ} &= (1 - \text{Συνολικές Δαπάνες \%} - \text{Περιθώριο Κέρδους \%}) \\ &= (1 - F_{ix} - V - Q), \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

δηλαδή για κάθε ποσοστό του Ευρώ που προορίζεται για να πληρωθεί η προβλεπόμενη ζημιά και τα έξοδα διακανονισμού ζημιών, το υπόλοιπο του Ευρώ προορίζεται για να πληρωθούν οι συνολικές δαπάνες και για το κέρδος της εταιρείας.

Αν όλα τα έξοδα χρησιμοποιούνται ως μεταβλητά έξοδα, τότε έχουμε ισοδυναμία των ΜΕΔΖ και ΣΕΔΖ.

3.5 Μέθοδοι Τιμολόγησης

Υπάρχουν δύο βασικές μέθοδοι προσέγγισης του προβλήματος τιμολόγησης:

- i) Η μέθοδος του Καθαρού Ασφαλίστρου (Pure Premium method).
- ii) Η μέθοδος του Δείκτη Ζημιάς (Loss Ratio method).

3.5.1 Η Μέθοδος Καθαρού Ασφαλίστρου (Pure Premium Method)

Η θεμελιώδης εξίσωση του ασφαλίστρου που σχετίζεται με τα κέρδη και τις ζημιές είναι

$$\text{Ασφάλιστρο} = \text{Κόστος} + \text{Κέρδος}. \quad (3.5.3)$$

Οι μεταβλητές που απαρτίζουν τη θεμελιώδη εξίσωση του ασφαλίστρου είναι:

R : Ασφάλιστρο (Rate).

L : Απώλειες (Losses).

Δ_{LAE} : Έξοδα διακανονισμού ζημιών (ΕΔΖ) (Loss adjustment expenses-LAE).

Δ_{Fix} : Πάγιες δαπάνες (Fixed expenses).

V : Μεταβλητός συντελεστής δαπανών ως ποσοστό του ασφαλίστρου (Variable expense factor).

Q : Συντελεστής κέρδους και άλλων ενδεχόμενων (συμβάντων) απώλειας (Profit and contingencies factor).

$$\begin{aligned}
 R &= \text{Απώλειες} + \text{ΕΔΖ} + \text{Έξοδα Ανάληψης} + \text{Κέρδος} \\
 &= L + \Delta_{LAE} + (\Delta_{Fix} + VR) + QR \\
 \Rightarrow R(1 - V - Q) &= L + \Delta_{LAE} + \Delta_{Fix} \\
 \Rightarrow R &= \frac{L + \Delta_{LAE} + \Delta_{Fix}}{1 - V - Q} \\
 &= \frac{P + \Delta_{Fix}}{1 - V - Q}, \tag{3.5.4}
 \end{aligned}$$

όπου $P = L + \Delta_{LAE}$ είναι το καθαρό ασφάλιστρο στη σχέση (3.5.4) που βασίζεται στις προβολόμενες τελικές ζημιές (projected ultimate losses), λαμβάνοντας υπόψη τις τάσεις ζημιών για τη συγκεκριμένη περίοδο εμπειρίας (ή ζημιές και δαπάνες διακανονισμού).

Το μέσο ασφάλιστρο ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο (MEK) είναι

$$\begin{aligned}
 \bar{R} &= \frac{(L + \Delta_{LAE} + \Delta_{Fix})/M_{EK}}{1 - V - Q} \\
 &= \frac{(\bar{L} + \bar{\Delta}_{LAE} + \bar{\Delta}_{Fix})}{1 - V - Q}, \tag{3.5.5}
 \end{aligned}$$

όπου

$\bar{R}$: Η ενδεικτική τιμή ασφαλίστρου ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο (Rate per unit of exposure).

$\bar{L}$: Απώλειες (Ζημιές) ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο (Rate per unit of exposure).

$\bar{\Delta}_{LAE}$: Έξοδα διακανονισμού ζημιών (ΕΔΖ) ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο (Loss adjustment expenses per exposure).

$\bar{\Delta}_{Fix}$: Η πάγια δαπάνη ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο (Fixed expense per exposure).

V : Ο μεταβλητός συντελεστής δαπανών (Variable expense factor)

Q : Ο συντελεστής κέρδους και άλλων ενδεχόμενων απώλειας (Variable profit factor).

Παράδειγμα 13. Σε ένα χαρτοφυλάκιο ασφάλισης κατοικιών έχουμε:
 Το αναμενόμενο μέσο κόστος ζημιάς και τα ΕΔΖ είναι 155 Ευρώ.
 Οι πάγιες δαπάνες ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο 15 Ευρώ.
 Οι φόροι, οι άδειες, οι προμήθειες κ.λπ. έξοδα είναι 11% της τιμής του ασφαλιστρου.
 Το κέρδος και άλλα ενδεχόμενα απώλειας είναι 4% της τιμής του ασφαλιστρου.
 Ποια είναι η τιμή του ασφαλιστρου;

Λύση: Με βάση τη σχέση (3.5.5) το ασφαλιστρο ισούται με

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \frac{(\bar{L} + \bar{\Delta}_{LAE} + \bar{\Delta}_{Fix})}{(1 - V - Q)} \\ &= \frac{(155 + 15)}{(1 - 0.11 - 0.04)} \\ &= 200.\end{aligned}$$

Άρα, η ασφαλιστική εταιρεία θα χρεώσει για το συγκεκριμένο ασφαλιστρο 200 Ευρώ, από τα οποία τα $200(0.11) = 22$ Ευρώ είναι τα μεταβαλλόμενα έξοδα και τα $200(0.04) = 8$ Ευρώ είναι το κέρδος και άλλα ενδεχόμενα απώλειας.

Παράδειγμα 14. Σε έναν ασφαλιστικό κλάδο το ισχύον μέσο μικτό ασφαλιστρο είναι 1000 Ευρώ και συμπεριλαμβάνει: Γενικά έξοδα 12%, Φόροι και άδειες 4%, Κέρδος και ενδεχόμενα απώλειας 5%, Προμήθειες 15%. Η κυβέρνηση έχει περάσει μία νομοθεσία που θα εφαρμοστεί την ημερομηνία που κάθε εταιρεία θα αλλάξει τις τιμές των ασφαλιστηρίων συμβολαίων, η οποία επιβάλλει ότι οι φόροι και οι άδειες για κάθε ασφαλιστήριο συμβόλαιο θα είναι ένα πάγιο ποσό των 100 Ευρώ. Αν δεν έχουμε άλλες αλλαγές, τι επίδραση έχει η νέα νομοθεσία στο μικτό ασφαλιστρο;

Λύση: Ο μεταβλητός συντελεστής ισούται με $V = 0.12 + 0.15 + 0.04 = 0.31$ και το κέρδος είναι $Q = 0.05$. Με βάση τη σχέση (3.5.5) το υπάρχον ασφαλιστρο ισούται με

$$\begin{aligned}\bar{R}_0 &= \frac{(\bar{L} + \bar{\Delta}_{LAE} + \bar{\Delta}_{Fix})}{(1 - V - Q)} \\ \Rightarrow 1000 &= \frac{(\bar{L} + \bar{\Delta}_{LAE} + \bar{\Delta}_{Fix})}{(1 - 0.12 - 0.15 - 0.04 - 0.05)} \\ \Rightarrow \bar{L} + \bar{\Delta}_{LAE} + \bar{\Delta}_{Fix} &= 1000(0.64) = 640.\end{aligned}$$

Το σύνολο των πάγιων δαπανών (αναμενόμενο μέσο κόστος ζημιάς, συν ΕΔΖ, συν πάγιες δαπάνες ανά μονάδα έκθεσης στον κίνδυνο) είναι 640. Έτσι το νέο ασφαλιστρο υπολογίζεται ως

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \frac{(\bar{L} + \bar{\Delta}_{LAE} + \bar{\Delta}_{Fix})}{(1 - V - Q)} \\ &= \frac{640}{(1 - 0.12 - 0.15 - 0.05)} \\ &= 941.1765.\end{aligned}$$

Άρα, το νέο μικτό ασφαλιστρο συμπεριλαμβανομένης της προμήθειας των 100 Ευρώ είναι $(941.1765 + 100) = 1041.1765$ Ευρώ.

3.6 Η Μέθοδος του Δείκτη Ζημιάς (Loss Ratio Method)

Η μέθοδος αυτή συγκρίνει το δείκτη του αθροίσματος της προβαλλόμενης απώλειας (ζημιάς), των ΕΔΖ και το δείκτη της προβλεπόμενης πάγιας δαπάνης ως προς το δείκτη μεταβλητής επιτρεπόμενης ζημιάς. Ο ενδεικτικός συντελεστής αλλαγής (ΕΣΑ) R υπολογίζεται ως

$$\begin{aligned} R = \text{ΕΣΑ} &= \frac{(\text{Δείκτης (Ζημιών + ΕΔΖ)} + \text{Δείκτης } \Delta_{Fix})}{(1 - V\% - Q\%)} \\ &= \frac{\left(\frac{(L + \Delta_{LAE})}{R_0} + \frac{\Delta_{Fix}}{R_0} \right)}{(1 - V - Q)}, \end{aligned} \quad (3.6.6)$$

όπου R_0 είναι το ασφάλιστρο σε τρέχουσες τιμές.

Παράδειγμα 15. Σε έναν ασφαλιστικό κλάδο έχουμε τα παρακάτω δεδομένα. Να υπολογιστεί ο ενδεικτικός συντελεστής αλλαγής (ΕΣΑ) R .

Ο δείκτης προβαλλόμενης τελικής ζημιάς και ΕΔΖ είναι 70%.

Ο δείκτης προβαλλόμενης πάγιας δαπάνης είναι 5%.

Ο μεταβλητός συντελεστής εξόδων είναι 25%.

Το ποσοστό στόχος κέρδους είναι 5%.

Λύση: Ο ενδεικτικός συντελεστής υπολογίζεται ως

$$\begin{aligned} R &= \frac{\frac{(L + \Delta_{LAE})}{R_0} + \frac{\Delta_{Fix}}{R_0}}{(1 - V - Q)} \\ &= \frac{(0.70 + 0.05)}{(1 - 0.25 - 0.05)} \\ &= 1.071429. \end{aligned} \quad (3.6.7)$$

Αυτό σημαίνει ότι το συνολικό μέσο ασφάλιστρο είναι ανεπαρκές και πρέπει να αυξηθεί κατά 7.1429%.

3.6.1 Διαφορετική Προσέγγιση της Μεθόδου του Δείκτη Ζημιάς

Η μέθοδος του δείκτη ζημιάς δημιουργεί ενδεικτικές αλλαγές τιμών παρά ενδεικτικές τιμές. Οι ενδεικτικές τιμές καθορίζονται με την εφαρμογή ενός συντελεστή διακανονισμού, το κλάσμα του δείκτη εμπειρίας ζημιών ως προς το στόχο δείκτη ζημιάς (target loss ratio) στις τρέχουσες τιμές. Έτσι, η μέθοδος δείκτη ζημιάς εφαρμόζεται ως ακολούθως:

$$R = AR_0, \quad (3.6.8)$$

όπου

R : ο ενδεικτικός συντελεστής ζημιάς,

R_0 : το ασφαλιστρο σε τρέχουσες τιμές,

A : ο συντελεστής διακανονισμού (adjustment factor) που ορίζεται ως

$$A = \frac{L_R}{T}, \quad (3.6.9)$$

όπου

L_R : ο εμπειρικός δείκτης ζημιάς (empirical loss ratio) και δίνεται από τη σχέση

$$L_R = \frac{L + \Delta_{LAE}}{R_0}, \quad (3.6.10)$$

T : ο δείκτης στόχος ζημιάς (target loss ratio) και ορίζεται από τον τύπο

$$T = \frac{1 - V - Q}{1 + G}, \quad (3.6.11)$$

όπου

V : ο μεταβλητός συντελεστής δαπανών,

Q : ο συντελεστής κέρδους και άλλων ενδεχόμενων απώλειας,

G : ο λόγος δαπανών μη σχετιζόμενων με το ασφαλιστρο (Δ_{Fix}) ως προς τις υφιστάμενες ζημιές και άμεσα έξοδα διακανονισμού ζημιών ($L + \Delta_{LAE}$).

Τότε η (3.6.9) γίνεται

$$\begin{aligned} A &= \frac{L_R}{T} \\ &= \frac{\frac{L + \Delta_{LAE}}{R_0}}{\frac{1 - V - Q}{1 + G}} \\ &= \frac{(L + \Delta_{LAE})(1 + G)}{R_0(1 - V - Q)} \end{aligned}$$

και από την (3.6.8) προκύπτει ότι το νέο ασφαλιστρο ισούται

$$\begin{aligned} R &= AR_0 \\ &= \frac{(L + \Delta_{LAE})(1 + G)}{R_0(1 - V - Q)} R_0 \\ &= \frac{(L + \Delta_{LAE})(1 + G)}{(1 - V - Q)}. \end{aligned} \quad (3.6.12)$$

Συνεπώς, το μέσο ασφαλιστρο ισούται με

$$\bar{R} = \frac{(L + \Delta_{LAE})(1 + G)}{M_{EK}(1 - V - Q)}. \quad (3.6.13)$$

3.6.2 Η Σχέση Μεταξύ των Μεθόδων Καθαρού Ασφαλίστρου και Δείκτη Ζημιάς

Θα αποδείξουμε ότι η μέθοδος καθαρού ασφαλίστρου και η μέθοδος δείκτη ζημιάς είναι ισοδύναμες και παράγουν τα ίδια αποτελέσματα, όταν εφαρμόζονται σε ίδια δεδομένα με βάση λογικές και σταθερές υποθέσεις. Από τη μέθοδο του δείκτη ζημιών έχουμε

$$R = \frac{(L + \Delta_{LAE})(1 + G)}{(1 - V - Q)}. \quad (3.6.14)$$

Αν θέσουμε

$$G = \frac{\Delta_{Fix}}{L + \Delta_{LAE}},$$

η (3.6.14) παίρνει τη μορφή

$$\begin{aligned} R &= \frac{(L + \Delta_{LAE})(1 + G)}{(1 - V - Q)} \\ &= \frac{(L + \Delta_{LAE})(1 + \frac{\Delta_{Fix}}{L + \Delta_{LAE}})}{(1 - V - Q)} \\ &= \frac{(L + \Delta_{LAE} + \Delta_{Fix})}{(1 - V - Q)}, \end{aligned}$$

που αποδεικνύει την ισοδυναμία των δύο μεθόδων.

3.6.3 Επιλογή της Κατάλληλης Μεθόδου

Επειδή οι δύο αυτές μέθοδοι αναμένεται να μας δώσουν παρόμοια αποτελέσματα όταν εφαρμόζονται με συνέπεια σε ένα σύνολο δεδομένων, τίθεται το ερώτημα ποια μέθοδος είναι η καταλληλότερη για κάθε περίπτωση. Παρακάτω θα δούμε τώρα κάποιες πρακτικές διαφορές των δύο μεθόδων.

Μέθοδος καθαρού ασφαλίστρου

- 1) Βασίζεται στην έκθεση στον κίνδυνο.
- 2) Δεν απαιτεί υπάρχουσες τιμές.
- 3) Δεν χρησιμοποιεί τρέχουσες τιμές ασφαλίστρου.
- 4) Παράγει ενδεικτικές τιμές.

Μέθοδος δείκτη ζημιάς

- 1) Βασίζεται στο ασφαλιστρο.
- 2) Απαιτεί υπάρχουσες τιμές.
- 3) Χρησιμοποιεί τρέχουσες τιμές ασφαλίστρου.
- 4) Παράγει ενδεικτικές αλλαγές τιμών.

3.6.4 Συμπεράσματα

- i) Η μέθοδος καθαρού ασφαλίστρου απαιτεί οι MEK να είναι καλά ορισμένες. Η μέθοδος αυτή βασίζεται σε απώλειες (ζημιές) ανά MEK. Όταν η μονάδα αυτή δεν είναι διαθέσιμη ή δεν παραμένει συνεπής μεταξύ των διαφόρων κινδύνων, τότε αυτή η μέθοδος δεν μπορεί να εφαρμοστεί. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι οι εμπορικές ασφάλειες πυρκαγιάς, όπου η MEK μπορεί να είναι π.χ., τα τετραγωνικά μέτρα, μονάδα που δεν είναι σταθερή από κίνδυνο σε κίνδυνο.
- ii) Η μέθοδος δείκτη ζημιάς δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για νέους κλάδους ασφαλίσεων. Επειδή η μέθοδος αυτή παράγει ενδεικτικές αλλαγές τιμών, η χρήση της απαιτεί καθιερωμένες τιμές ασφαλίσεων και ιστορικά στοιχεία για το ασφάλιστρο. Όταν απαιτούνται τιμές για έναν καινούργιο κλάδο επιχειρήσεων και υποθέτοντας ότι υπάρχουν διαθέσιμες στατιστικές ζημιών, πρέπει να χρησιμοποιείται η μέθοδος του καθαρού ασφαλίστρου.
- iii) Η μέθοδος του καθαρού ασφαλίστρου προτιμάται όταν το ασφάλιστρο σε τρέχουσες τιμές υπολογίζεται δύσκολα. Σε μερικές περιπτώσεις, όπως σε ασφάλισεις εμπορικών επιχειρήσεων, είναι δύσκολο να οριστεί το επίπεδο δεδουλευμένου ασφαλίστρου που χρειάζεται στην εφαρμογή της μεθόδου του δείκτη ζημιάς, οπότε στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιείται η μέθοδος του καθαρού ασφαλίστρου.

3.6.5 Πρόβλεψη Εξόδων - Παράδειγμα

Στον Πίνακα 3.2 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα πρόβλεψης ενδεικτικών τιμών ασφαλίστρου. Χρησιμοποιείται η μέθοδος δείκτη ζημιάς (loss ratio) καθώς και τα διανεμημένα έξοδα διακανονισμού ζημιών σε συνδυασμό με την εμπειρία ζημιών.

Έστω ότι το τελευταίο έτος σε έναν ασφαλιστικό κλάδο έχουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα [σειρά (1) - (9) του Πίνακα 3.2].

Επειδή η τιμή του δεδουλευμένου ασφαλίστρου (1100000) είναι μικρότερη της τιμής των συνολικών ζημιών και εξόδων (1151000) πρέπει να αναθεωρήσουμε τις ενδεικτικές τιμές του ασφαλίστρου.

Πρώτα, πρέπει να υπολογίσουμε το δείκτη στόχου ζημιάς T [σειρά (18)], αφού προηγουμένως έχουμε υπολογίσει το συντελεστή G [σειρά (11)], τα διάφορα ποσοστά (%) που εμφανίζονται στις σειρές (12) - (15) καθώς και το συνολικό συντελεστή εξόδων V σχετιζόμενο με το ασφάλιστρο [σειρά (17)].

Έχοντας υπολογίσει το δείκτη στόχο ζημιάς T και δοθέντος του δείκτη ζημιάς L_R , μπορούμε να υπολογίσουμε τον συντελεστή διακανονισμού A και στη συνέχεια να υπολογίσουμε την ενδεικτική τιμή του ασφαλίστρου ως

$$A = \frac{L_R}{T} = \frac{\frac{700000}{1100000}}{0.5699} = 1.116623$$

και

$$R = AR_0 = (1.116623)(1200000) = 1339948.$$

Πίνακας 3.2: Πρόβλεψη Εξόδων

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΕΞΟΔΩΝ			
	Έξοδα	Πράξεις	Τιμές
(1)	Εγγεγραμμένο Ασφάλιστρο (ΕΑ)		1200000
(2)	Δεδουλευμένο Ασφάλιστρο (ΔΑ)	-	1100000
(3)	Υφιστάμενες ζημιές L συν(+) διανεμημένα έξοδα διακανονισμού ζημιών (ΔΕΔΖ)	-	700000
(4)	Μη διανεμημένα έξοδα διακανονισμού ζημιών (ΜΔΕΔΖ)	-	82000
(5)	Προμήθειες	-	180000
(6)	Φόροι, Άδειες και Αμοιβές	-	36000
(7)	Άλλα έξοδα πρόσκτησης	-	75000
(8)	Γενικά έξοδα	-	78000
(9)	Συνολικές ζημιές και Έξοδα	(3)+...+(8)	1151000
(10)	Δεδουλευμένο Ασφάλιστρο μείον(-) Συνολικές ζημιές και έξοδα	(2)-(9)	-51000
	Ποσοστό (%) επί των Εξόδων	Πράξεις	Τιμές
(11)	$G=(ΜΔΕΔΖ)/(L+ΔΕΔΖ)$	(4)/(3)	0.1171
(12)	% (Προμήθειες/ΕΑ)	(5)/(1)	0.1500
(13)	% (Φόροι, Άδειες και Αμοιβές/ΕΑ)	(6)/(1)	0.0300
(14)	% (Άλλα έξοδα πρόσκτησης/ΕΑ)	(7)/(1)	0.0625
(15)	% (Γενικά έξοδα /ΔΑ)	(8)/(2)	0.0709
(16)	% Κέρδος		0.0500
(17)	% V =Συνολικός συντελεστής εξόδων σχετιζόμενος με το Ασφάλιστρο	(12)+...+(15)	0.3134
(18)	Δείκτης Στόχος Ζημιάς $T = (1 - V - Q)/(1 + G)$	-	0.5699

Άσκηση 5. Γνωρίζουμε ότι α) το εγγεγραμμένο ασφάλιστρο (ΕΑ) είναι 1500 Ευρώ, β) το δεδουλευμένο ασφάλιστρο (ΔΑ) είναι 1400 Ευρώ, γ) οι υφιστάμενες ζημιές L και ΔΕΔΖ (άμεσα έξοδα διακανονισμού ζημιών) είναι 900 Ευρώ, δ) τα υφιστάμενα ΜΔΕΔΖ (έμμεσα έξοδα διακανονισμού ζημιών) είναι 150 Ευρώ, ε) οι προμήθειες είναι 240 Ευρώ, στ) οι φόροι, άδειες και αμοιβές είναι 50 Ευρώ, ζ) άλλα έξοδα πρόσκτησης είναι 100 Ευρώ και η) τα γενικά έξοδα είναι 320 Ευρώ. 1) Να υπολογιστεί ο συνολικός μεταβλητός συντελεστής εξόδων σχετιζόμενος με το ασφάλιστρο. 2) Να βρεθεί ο στόχος δείκτης ζημιάς, δοθέντος ότι το ποσοστό κέρδους είναι 4%. 3) Να υπολογιστεί η ενδεικτική τιμή του ασφαλίστρου.

$$\text{Λύση: } G = \frac{150}{900} = \frac{1}{6},$$

$$V = \frac{240 + 50 + 100}{1500} + \frac{320}{1400} = 0.4885714,$$

$$T = \frac{1 - 0.4885714 - 0.04}{1 + 1/6} = 0.404017, \quad A = \frac{L_R}{T} = \frac{900/1400}{0.404017} = 1.5909,$$

που σημαίνει πως το ασφάλιστρο πρέπει να αυξηθεί κατά 59.09%, δηλαδή $R = (1.5909)1500 = 2386.35$.

3.6.6 Αξιοπιστία Χαρτοφυλακίου (Credibility)

Η θεωρία αξιοπιστίας είναι μία τεχνική που λαμβάνει υπόψη το βάρος που πρέπει να θέσουμε σε μια ένδειξη σε σχέση με μία ή περισσότερες εναλλακτικές ενδείξεις, δηλαδή είναι ο σταθμισμένος μέσος της μίας ένδειξης και της εναλλακτικής. Η αξιοπιστία χαρτοφυλακίου ορίζεται ως

$$C = ZA + (1 - Z)B,$$

όπου A είναι η μία ένδειξη και B είναι η εναλλακτική. Ο συντελεστής αξιοπιστίας Z είναι τέτοιος ώστε $0 < Z < 1$. Για παράδειγμα, αν η ένδειξη $A = 100$, η $B = 40$ και $Z = 0.75$, τότε με βάση την αξιοπιστία η σταθμισμένη ένδειξη θα είναι

$$C = (0.75)(100) + (1 - 0.75)(40) = 85.$$

Παρατήρηση 4. Η θεωρία αξιοπιστίας θα παρουσιαστεί αναλυτικά στο Μέρος II του βιβλίου.

3.6.7 Η Μέθοδος Παραλληλογράμμου

Εάν η περίοδος εμπειρίας ζημιών είναι μεγάλη και τυπικά έχουν γίνει αλλαγές στα επίπεδα των τιμών εγχειριδίου μεταξύ της αρχής της περιόδου εμπειρίας και της ημερομηνίας αναθεώρησής τους, ο αναλογιστής χρησιμοποιεί τη μέθοδο ποσοστού ζημιάς για τη δημιουργία των ενδεικτικών μεταβολών στα επίπεδα τιμών. Τότε το κέρδος του ασφαλιστρού που είναι θεμελιώδες ποσό για τους υπολογισμούς του ποσοστού ζημιάς πρέπει να είναι εκφρασμένο σε τρέχουσες τιμές.

Η καλύτερη μέθοδος για να μετατρέψουμε τις προηγούμενες τιμές των ασφαλίσεων σε τρέχουσες τιμές είναι η επανατιμολόγηση κάθε συμβολαίου σε τρέχουσες τιμές. Αν έχουμε αρκετές και ακριβείς πληροφορίες, τα προκύπτοντα ασφάλιστρα θα είναι αρκετά ακριβή.

Αυτή η μέθοδος αναφέρεται ως προέκταση της τεχνικής μονάδων έκθεσης στον κίνδυνο. Όταν η προέκταση της τεχνικής μονάδων έκθεσης στον κίνδυνο δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί, χρησιμοποιείται μια εναλλακτική λύση, η αποκαλούμενη μέθοδος του παραλληλογράμμου.

Η μέθοδος του παραλληλογράμμου προσαρμόζει τα δεδομένα ασφάλιστρα ανά ημερολογιακό έτος στα επίπεδα τρεχουσών τιμών βασιζόμενη σε απλές γεωμετρικές σχέσεις και θεωρώντας ότι η έκθεση στον κίνδυνο κατανέμεται ομοιόμορφα κατά τη διάρκεια του χρόνου. Αυτό απεικονίζεται γραφικά χρησιμοποιώντας ένα παραλληλόγραμμο που αρχίζει την πρώτη ημέρα του εγγεγραμμένου ασφαλιστηρίου συμβολαίου και τελειώνει την τελευταία ημέρα του ασφαλιστηρίου συμβολαίου. Ένα ολόκληρο τετράγωνο αποτελεί το 100% της εγγεγραμμένης MEK για το συγκεκριμένο έτος.

Παράδειγμα 16. Τα δεδομένα ασφάλιστρα για τα έτη 2017, 2018 και 2019 είναι 800, 1000 και 1200 αντίστοιχα. Αυξήσεις ασφαλίσεων έγιναν 10% την 1/4/2017 και 15% την 1/11/2018. Να εκφραστούν τα ασφάλιστρα σε σημερινές τιμές (στο επίπεδο των ασφαλίσεων μετά την τελευταία αύξηση), θεωρώντας ότι τα ασφαλιστήρια συμβόλαια έχουν ισχύ για ένα έτος.

και το δεδουλευμένο ασφαλιστρο για το έτος 2018 σε τρέχουσες τιμές είναι

$$(1000)(1.15151) = 1151.51,$$

$$\begin{aligned}\text{Δείκτης Έτους 2019} &= (\Theta ZH)(1.15) + [1 - (\Theta ZH)](1.0) \\ &= \frac{25}{72}(1.15) + (1 - \frac{25}{72})(1.0) \\ &= 1.052083\end{aligned}$$

και το δεδουλευμένο ασφαλιστρο για το έτος 2019 σε τρέχουσες τιμές είναι

$$(1200)(1.052083) = 1262.5.$$

Παρατήρηση 5. Η μέθοδος παραλληλογράμμων είναι βασισμένη στην υπόθεση ότι οι εκθέσεις στον κίνδυνο κατανέμονται ομοιόμορφα κατά τη διάρκεια της ημερολογιακής περιόδου. Σε περιπτώσεις όπου εμφανίζονται σημαντικές αλλαγές στο επίπεδο έκθεσης κατά τη διάρκεια της περιόδου ή όπου οι εκθέσεις δεν κατανέμονται ομοιόμορφα, η μέθοδος παραλληλογράμμων μπορεί να μην παραγάγει μια κατάλληλη προσέγγιση του ασφαλιστρο σε τρέχουσες τιμές.

Άσκηση 6. Τα δεδουλευμένα ασφαλιστρα σε καθένα από τα έτη 2017, 2018 και 2019 είναι 500, 1000 και 1500 αντίστοιχα. Αυξήσεις ασφαλίσεων έγιναν 10% την 1/3/2017 και 8% την 1/11/2018. Να εκφραστούν τα ασφαλιστρα σε σημερινές τιμές (στο επίπεδο των ασφαλίσεων μετά την τελευταία αύξηση).

3.7 Ταξινόμηση Τιμολόγησης - Σχετικότητες (Relativities)

3.7.1 Ταξινόμηση

Στα περισσότερα ασφαλιστικά προϊόντα δεν είναι εφικτό να καθορίσουμε το ασφαλιστρο ενός ατομικού κινδύνου βασιζόμενοι μόνο στα ιστορικά δεδομένα αυτού του ατομικού κινδύνου. Σε τέτοιες περιπτώσεις οι κίνδυνοι πρέπει να αναλυθούν και να αποτιμηθούν βάσει της διαδικασίας ταξινόμησης τιμολόγησης.

Ορισμός 1. Ταξινόμηση κινδύνων είναι η ομαδοποίηση κινδύνων με κοινά χαρακτηριστικά με σκοπό τον καθορισμό δίκαιων τιμών των ασφαλίσεων.

Το πρώτο στάδιο ταξινόμησης περιλαμβάνει τον προσδιορισμό των κριτηρίων κινδύνων που διαχωρίζουν τους κινδύνους με όμοια μέση τιμή απώλειας. Το δεύτερο στάδιο περιλαμβάνει τον προσδιορισμό των μεταβλητών τιμολόγησης που απαιτούνται για τον καθορισμό της μεταβολής της τιμής του ασφαλιστρο. Οι διαφορετικές τιμές των μεταβλητών ταξινόμησης αναφέρονται ως επίπεδα (levels). Για παράδειγμα, στον κλάδο αυτοκινήτων η παλαιότητα του αυτοκινήτου είναι μια μεταβλητή ταξινόμησης και τα διαφορετικά έτη κατασκευής του αυτοκινήτου είναι τα επίπεδα.

Για να έχουμε αποτελεσματική ταξινόμηση θα πρέπει να ληφθούν υπόψη τα κάτωθι:

- (1) Ομοιογένεια: Τα αναμενόμενα κόστη κινδύνων της ίδιας ομάδας να είναι σχετικά όμοια.
- (2) Αξιοπιστία: Όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των παρατηρήσεων (εμπειρία ζημιών) τόσο καλύτερες προβλέψεις θα έχουμε.
- (3) Κόστος: Χαμηλό κόστος ταξινόμησης.
- (4) Σταθερότητα: Τα χαρακτηριστικά ενός κινδύνου θα πρέπει να παραμένουν σταθερά καθ' όλη τη διάρκεια της ασφαλιστικής περιόδου.

Σκοπός του αναλογιστή είναι να καθορίσει νέες τιμές μέτρησης ασφαλιστρών για κάθε ομάδα (κλάση) τιμολόγησης, δηλαδή σε κάθε κλάση θα πρέπει αποτιμήσει τις ενδεχόμενες (πιθανές) ζημιές και να δημιουργήσει την ενδεικτική μεταβολή στη συνολική μέση τιμή του ασφαλίστρου.

Η μεταβλητή ταξινόμησης κινδύνου (risk classification variable) ορίζεται ως μια μεταβλητή που προσδιορίζει μία ομάδα ή κλάση ή περιοχή κ.λπ.

Ο κίνδυνος βάσης (base risk) αντιπροσωπεύει ένα σύνολο των πιο συνηθισμένων χαρακτηριστικών κινδύνου που καθορίζονται από την ασφαλιστική εταιρεία. Μερικές φορές η επιλογή του κινδύνου βάσης γίνεται με βάση κριτήρια που σχετίζονται με το μάρκετινγκ της εταιρείας. Τα δύο παραδείγματα παρακάτω περιγράφουν τα κριτήρια βάσει των οποίων η ασφαλιστική εταιρεία θέτει τον κίνδυνο βάσης.

Παράδειγμα 17. Για μια συγκεκριμένη ασφάλιση αυτοκινήτου, η ασφαλιστική εταιρεία επιλέγει ως αφαιρετέο ποσό (deductible) το ποσό των 600 Ευρώ. Αν και τα περισσότερα ασφαλιστήρια συμβόλαια έχουν αφαιρετέο ποσό 300 Ευρώ, σκοπός της εταιρείας είναι να προτρέψει νέους ασφαλισμένους να αγοράσουν ασφαλιστήριο συμβόλαιο με αφαιρετέο ποσό 600 Ευρώ, το οποίο σε σύγκριση με το ασφάλιστρο που έχει αφαιρετέο ποσό 300 Ευρώ είναι φθηνότερο. Έτσι, η ασφαλιστική εταιρεία θέτει ως βάση τον κίνδυνο που αφορά ασφαλισμένους με αφαιρετέο ποσό 600 Ευρώ.

Παράδειγμα 18. Σε μια ασφάλιση κατοικίας οι ασφαλισμένοι που τηρούν ορισμένα κριτήρια προστασίας της κατοικίας από κίνδυνο δικαιούνται έκπτωση ασφαλίστρου. Μερικές φορές η ασφαλιστική εταιρεία προτιμάει να μη δώσει έκπτωση σε αυτούς που τηρούν τα κριτήρια, αλλά να δώσει έκπτωση στους ασφαλισμένους που έχουν επιλέξει πολλαπλά ασφαλιστικά προϊόντα. Σε αυτήν την περίπτωση η ασφαλιστική εταιρεία θέτει ως βάση τον κίνδυνο που αφορά ασφαλισμένους που έχουν επιλέξει πολλαπλά ασφαλιστικά προϊόντα.

3.7.2 Σχετικότητες (Relativities)

Εξ ορισμού, το ασφάλιστρο για όλους τους κινδύνους, εκτός του κινδύνου βάσης, διαφέρει από το ασφάλιστρο βάσης. Η μεταβολή του ασφαλίστρου για διαφορετικά χαρακτηριστικά κινδύνων επιτυγχάνεται τροποποιώντας το ασφάλιστρο βάσης με μια σειρά πολλαπλασιαστών (σχετικοτήτων).

Ορισμός 2. Η σχέση μεταξύ της τιμής μέτρησης του ασφαλίστρου μιας ομάδας (κλάσης, περιοχής) ταξινόμησης και της τιμής μέτρησης της ομάδας (κλάσης, περιοχής) βάσης ταξινόμησης ονομάζεται σχετικότητα (διαβάθμιση) ταξινόμησης (classification relativity).

Ορισμός 3. Το πηλίκο του καθαρού ασφαλίστρου της ομάδας (κλάσης, περιοχής) ταξινόμησης ως προς το καθαρό ασφάλιστρο της ομάδας (κλάσης, περιοχής) βάσης ταξινόμησης ονομάζεται ενδεικτική σχετικότητα ή αλλιώς ενδεικτική διαβάθμιση (indicated relativity).

Κάθε ομάδα (κλάση, περιοχή) αποτελείται από κελιά (cells). Συνήθως το κελί που έχει το μεγαλύτερο ποσό έκθεσης στον κίνδυνο ονομάζεται κελί βάσης (base cell), το οποίο έχει το μεγαλύτερο ποσό έκθεσης στον κίνδυνο και έχει τη μέγιστη στατιστική αξιοπιστία.

Η τιμή ασφαλίστρου για το κελί βάσης ονομάζεται τιμή μέτρησης βάσης (base rate). Για κάθε μεταβλητή ταξινόμησης κινδύνου έχουμε ένα διάνυσμα σχετικοτήτων. Στο κελί βάσης δίνεται η τιμή σχετικότητας ίση με τη μονάδα (1.00).

Κάθε φορά που μεταβάλλονται οι τιμές αποτίμησης των ασφαλίσεων, ο αναλογιστής θα πρέπει να καθορίσει νέες τιμές σχετικοτήτων.

3.7.3 Μέθοδος Καθαρού Ασφαλίστρου ή Μέθοδος Κόστους Ζημιάς

Στην ενότητα αυτή θα υπολογίσουμε τις ενδεικτικές (νέες) σχετικότητες με βάση τη μέθοδο του καθαρού ασφαλίστρου. Στην πράξη, δεν είναι πάντα εφικτό να κατανεμηθούν τα μη διανεμημένα (ή αλλιώς μη κατανεμηθέντα) έξοδα διακανονισμού ζημιών (ΜΔΕΔΖ) σε διαφορετικές κατηγορίες, επομένως τα καθαρά ασφάλιστρα που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση ταξινόμησης γενικά περιλαμβάνουν μόνο ζημίες και διανεμημένα έξοδα διακανονισμού ζημιών (ΔΕΔΖ).

Συμβολισμοί

D_{oldi} : Η υπάρχουσα σχετικότητα στο κελί i .

D_{newi} : Η νέα ενδεικτική σχετικότητα στο κελί i .

D_{basei} : Η ενδεικτική σχετικότητα ως προς το κελί βάσης.

D_{base} : Η ενδεικτική σχετικότητα στο κελί βάσης.

LC_i : Το ενδεικτικό καθαρό ασφάλιστρο (κόστος ζημιάς - loss cost) για το κελί i .

LC_{base} : Το ενδεικτικό καθαρό ασφάλιστρο (κόστος ζημιάς - loss cost) στο κελί βάσης.

LC_{avg} : Το μέσο ενδεικτικό καθαρό ασφάλιστρο (μέσο κόστος ζημιάς).

Τότε οι νέες ενδεικτικές σχετικότητες και οι ενδεικτικές (νέες) σχετικότητες ως προς τη βάση αντίστοιχα, υπολογίζονται ως

$$D_{newi} = \frac{LC_i}{LC_{avg}} \quad \text{και} \quad D_{basei} = \frac{D_{newi}}{D_{base}}. \quad (3.7.15)$$

Οι νέες ενδεικτικές σχετικότητες μπορούν επίσης να υπολογιστούν και ως

$$D_{newi} = \frac{LC_i}{LC_{base}}. \quad (3.7.16)$$

Παράδειγμα 19. Κάνοντας χρήση της σχέσης (3.7.15) και τις στήλες (2) και (3) του Πίνακα 3.3, για κάθε περιοχή να υπολογίσετε: α) το ενδεικτικό καθαρό ασφάλιστρο, β) την ενδεικτική σχετικότητα και γ) την ενδεικτική σχετικότητα ως προς το κελί βάσης (κελί Β).

Πίνακας 3.3: Μέθοδος Καθαρού Ασφαλιστρου - Ομάδα Βάσης Β

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Περιοχή (i)	MEK	Ζημιές & ΔΕΔΖ	Ενδεικτικό Καθαρό Ασφάλιστρο (LC_i)	Ενδεικτική Σχετικότητα (D_{newi})	Ενδεικτική Σχετ./ Βάση D_{basei}
(1)	(2)	(3)	(3)/(2)	(4)/Avg (4)	(5)/(Βάση 5)
A	300	7500	25.000	0.773	0.693
B	380	13700	36.053	1.115	1.000
Γ	320	11500	35.938	1.112	0.997
Σύνολο	1000	32700	$LC_{avg} = 32.330$	Avg = 1.000	$D_{baseAvg} = 0.897$

Λύση: α) Το ενδεικτικό καθαρό ασφάλιστρο για κάθε περιοχή υπολογίζεται ως

$$\begin{aligned}
 LC_A &= \frac{\text{Ζημιές \& ΔΕΔΖ A}}{M_{EK_A}} = \frac{7500}{300} = 25.000, \\
 LC_B &= \frac{\text{Ζημιές \& ΔΕΔΖ B}}{M_{EK_B}} = \frac{13700}{380} = 36.053, \\
 LC_\Gamma &= \frac{\text{Ζημιές \& ΔΕΔΖ Γ}}{M_{EK_\Gamma}} = \frac{11500}{320} = 35.938, \\
 LC_{avg} &= \frac{25.000 + 36.053 + 35.938}{3} = 32.330.
 \end{aligned}$$

β) Οι ενδεικτικές σχετικότητες υπολογίζονται ως

$$\begin{aligned}
 D_{newA} &= \frac{LC_A}{LC_{avg}} = \frac{25.000}{32.330} = 0.773, \\
 D_{newB} &= \frac{LC_B}{LC_{avg}} = \frac{36.053}{32.330} = 1.115, \\
 D_{new\Gamma} &= \frac{LC_\Gamma}{LC_{avg}} = \frac{35.938}{32.330} = 1.112
 \end{aligned}$$

και γ) οι ενδεικτικές (νέες) σχετικότητες ως προς τη βάση υπολογίζονται ως

$$\begin{aligned}
 D_{baseA} &= \frac{D_{newA}}{D_{base}} = \frac{0.773}{1.115} = 0.693, \\
 D_{baseB} &= \frac{D_{newB}}{D_{base}} = \frac{1.115}{1.115} = 1.000, \\
 D_{base\Gamma} &= \frac{D_{new\Gamma}}{D_{base}} = \frac{1.112}{1.115} = 0.997, \\
 D_{baseAvg} &= \frac{0.693 + 1.000 + 0.997}{3} = 0.897.
 \end{aligned}$$

Τα παραπάνω αποτελέσματα παρουσιάζονται στις στήλες (4), (5) και (6) του Πίνακα 3.3 (έχει γίνει στρογγυλοποίηση των τιμών στο τρίτο δεκαδικό με τη βοήθεια του EXCEL).

Παρατήρηση 6. Στο παραπάνω παράδειγμα, η τάση και η εξέλιξη ζημιών δεν έχουν ληφθεί υπόψη.

Άσκηση 7. Να επαναλάβετε το Παράδειγμα 19 κάνοντας χρήση της σχέσης (3.7.16).

3.7.4 Μέθοδος Δείκτη Ζημιάς

Εδώ, θα υπολογίσουμε τις ενδεικτικές (νέες) σχετικότητες με βάση τη μέθοδο του δείκτη ζημιάς. Στη μέθοδο δείκτη ζημιάς σημαντικό είναι να μετατρέψουμε τις τιμές του ασφαλιστρού κάθε ομάδας (κλάσης) σε τρέχουσες τιμές.

Η κύρια διαφορά μεταξύ της μεθόδου καθαρού ασφαλιστρού και δείκτη ζημιάς είναι ότι η μέθοδος του δείκτη ζημιάς χρησιμοποιεί ασφαλιστρα σε αντίθεση με τις MEK που χρησιμοποιεί η μέθοδος καθαρού ασφαλιστρού. Η μέθοδος του δείκτη ζημιάς συγκρίνει τους δείκτες ζημιάς για κάθε ένα από τα επίπεδα (περιοχές - ομάδες) με το μέσο δείκτη ζημιάς προκειμένου να υπολογίσουμε τις ενδεικτικές αλλαγές που μας οδηγούν στις ενδεικτικές (νέες) σχετικότητες.

Συμβολισμοί

Έστω ότι

D_{oldi} : Η υπάρχουσα σχετικότητα στο κελί i .

D_{basei} : Η ενδεικτική σχετικότητα ως προς τη βάση.

D_{base} : Η ενδεικτική σχετικότητα στο κελί βάσης.

D_{newi} : Η νέα ενδεικτική σχετικότητα στο κελί i .

LR_i : Ο δείκτης ζημιάς στο κελί i .

LR_{base} : Ο δείκτης ζημιάς στο κελί βάσης.

LR_{avg} : Ο μέσος δείκτης ζημιάς.

Τότε οι νέες σχετικότητες υπολογίζονται ως

$$D_{newi} = D_{oldi} \frac{LR_i}{LR_{avg}} \text{ και } D_{basei} = \frac{D_{newi}}{D_{base}}, \quad (3.7.17)$$

ή διαφορετικά

$$D_{newi} = D_{oldi} \frac{LR_i}{LR_{base}}. \quad (3.7.18)$$

Παράδειγμα 20. Με βάση τη σχέση (3.7.17) και τις στήλες (2), (3) και (5) του Πίνακα 3.4, για κάθε περιοχή να υπολογίσετε: α) τους δείκτες ζημιών για τις τρεις περιοχές και το μέσο δείκτη ζημιάς, και με βάση το μέσο δείκτη να υπολογίσετε β) την ενδεικτική σχετικότητα και γ) την ενδεικτική σχετικότητα ως προς το κελί βάσης.

Πίνακας 3.4: Μέθοδος Δείκτη Ζημιάς - Ομάδα Βάσης Β

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Περιοχή (i)	Τρέχον Ασφάλιστρο	Ζημιές & ΔΕΔΖ	Δείκτης Ζημιάς (L_R)	Τρέχουσα Σχετικότητα	Ενδεικτική Αλλαγή L_R	Ενδεικτική Σχετικότητα	Ενδεικτική Σχετ. /Βάση
(1)	(2)	(3)	(3)/(2)	(5)	(4)/Avg(4)	(5)*(6)	(7)/(Βάση7)
A	10500	7500	0.714	0.63	1.078	0.679	0.680
B	20700	13700	0.662	1.00	0.999	0.999	1.000
Γ	18800	11500	0.612	1.21	0.923	1.117	1.118
Σύνολο	50000	32700	$LR_{avg} = 0.663$		Avg = 1.000		

α) Οι δείκτες ζημιών για τις τρεις περιοχές και ο μέσος δείκτης ζημιάς υπολογίζονται ως

$$LR_A = \frac{7500}{10500} = 0.714, \quad LR_B = \frac{13700}{20700} = 0.662,$$

$$LR_\Gamma = \frac{11500}{18800} = 0.612, \quad LR_{avg} = \frac{LR_1 + LR_2 + LR_3}{3} = 0.663.$$

β) Γνωρίζουμε ότι το κελί βάσης είναι το κελί που αντιστοιχεί στην Περιοχή Β, δηλαδή $D_{oldB} = D_{newB} = 1.00$ και οι ενδεικτικές σχετικότητες είναι

$$D_{newA} = D_{oldA} \frac{LR_A}{LR_{avg}} = (0.63) \frac{0.714}{0.663} = 0.679,$$

$$D_{newB} = D_{oldB} \frac{LR_B}{LR_{avg}} = (1.00) \frac{0.662}{0.663} = 0.999,$$

$$D_{new\Gamma} = D_{old\Gamma} \frac{LR_\Gamma}{LR_{avg}} = (1.21) \frac{0.714}{0.663} = 1.117.$$

γ) Οι ενδεικτικές σχετικότητες ως προς τη βάση υπολογίζονται ως

$$D_{baseA} = \frac{D_{newA}}{D_{base}} = \frac{0.679}{0.999} = 0.680, \quad D_{baseB} = \frac{D_{newB}}{D_{base}} = \frac{0.999}{0.999} = 1.000,$$

$$D_{base\Gamma} = \frac{D_{new\Gamma}}{D_{base}} = \frac{1.117}{0.999} = 1.118.$$

Οι παραπάνω υπολογισμοί συνοψίζονται στις στήλες (4), (6), (7) και (8) του Πίνακα 3.4 (οι τιμές έχουν στρογγυλοποιηθεί στο τρίτο δεκαδικό με τη βοήθεια του EXCEL).

Παρατήρηση 7. Οι σχετικότητες που έχουν υπολογιστεί με τις δύο μεθόδους δεν είναι ακριβώς οι ίδιες. Αν οι κατανομές των μεταβλητών σε κάθε κελί είναι ομογενείς τότε τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τις δύο παραπάνω μεθόδους είναι τα ίδια, διαφορετικά αν οι κατανομές των μεταβλητών σε κάθε κελί είναι ετερογενείς τα αποτελέσματα που παίρνουμε από τις δύο παραπάνω μεθόδους (χωρίς διάφορες ρυθμίσεις), δεν είναι τα ίδια.

Άσκηση 8. Να επαναλάβετε το Παράδειγμα 20 κάνοντας χρήση της σχέσης (3.7.18).

3.8 Απόκλιση Ισοζυγίου (Off-Balancing)

Η μέθοδος τιμολόγησης έχει δύο φάσεις:

- (1) Καθορισμός της μεταβολής της μέσης τιμής μέτρησης.
- (2) Αλλαγή σχετικότητας, ενώ διατηρούμε τη σχετικότητα του κελιού βάσης ίση με τη μονάδα.

Οι δύο αυτές φάσεις μπορεί να μας οδηγήσουν σε απόκλιση του ισοζυγίου (off-balance). Στη συνέχεια απαιτείται εξισορρόπηση (balance-back) του ισοζυγίου, όπως παρουσιάζεται στο παρακάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα 21. Στον Πίνακα 3.5, για κάθε περιοχή δίνονται οι υπάρχουσες και οι προτεινόμενες σχετικότητες, καθώς και οι μονάδες έκθεσης στον κίνδυνο (MEK). Αν η μεταβολή στην τιμή μέτρησης βάσης είναι 10%, να υπολογίσετε: α) το δεδουλευμένο ασφαλιστρο σε τρέχουσες τιμές (ΔATT), β) το συντελεστή απόκλισης ισοζυγίου (off-balance), γ) το συντελεστή εξισορρόπησης (balance-back) ισοζυγίου και δ) την αύξηση του ασφαλιστρου για να έχουμε συνολική αύξηση 10%.

Πίνακας 3.5: Σχετικότητες Ομάδων (Κλάσεων)

Ομάδα (Κλάση)	Υπάρχουσες Σχετικότητες	Προτεινόμενες Σχετικότητες	Δεδουλευμένες MEK
A	1.00	1.00	400
B	0.87	0.92	300
Γ	1.22	1.25	200

Ας υποθέσουμε ότι το υπάρχον ασφαλιστρο για την κλάση A είναι 200 Ευρώ και η μεταβολή στην τιμή μέτρησης βάσης είναι 10%. Τότε το δεδουλευμένο ασφαλιστρο σε τρέχουσες τιμές (ΔATT) είναι

$$\begin{aligned}\Delta ATT &= (1.00)(200)(400) + (0.87)(200)(300) + (1.22)(200)(200) \\ &= 181000.\end{aligned}$$

Αν η τιμή μέτρησης βάσης μεταβάλλεται κατά 10%, τότε το δεδουλευμένο ασφαλιστρο με βάση τις προτεινόμενες σχετικότητες ($\Delta AΠΣ$) θα είναι

$$\begin{aligned}\Delta AΠΣ &= (1.00)(1.10)(200)(400) + (0.92)(1.10)(200)(300) + (1.25)(1.10)(200)(200) \\ &= 203720\end{aligned}$$

και η αύξηση σε σχέση με το δεδουλευμένο ασφαλιστρο σε τρέχουσες τιμές (ΔATT) είναι

$$\begin{aligned}\frac{\Delta AΠΣ}{\Delta ATT} &= \frac{203720}{181000} = 1.125525 \\ \Rightarrow \text{Αύξηση} &= (1.125525 - 1.00)100\% \\ &= 12.5525\%.\end{aligned}$$

Εξισορρόπηση Ισοζυγίου (Balancing-Back)

Βλέπουμε ότι η αύξηση του δεδουλευμένου ασφαλίστρου (12.5525%) είναι μεγαλύτερη της επιθυμητής αύξησης (10.00%). Το σφάλμα εμφανίστηκε εξαιτίας της απόκλισης του ισοζυγίου (off-balance) που δημιουργήθηκε όταν μεταβάλαμε τις σχετικότητες ανεξάρτητα από τη συνολική μέση μεταβολή τιμής μέτρησης. Ο συντελεστής off-balance (απόκλιση ισοζυγίου) ισούται με το πηλίκο της προτεινόμενης μέσης σχετικότητας και της υπάρχουσας μέσης σχετικότητας. Ο συντελεστής balance-back είναι ο αντίστροφος του συντελεστή off-balance. Έτσι έχουμε το δεδουλευμένο ασφαλίστρο με βάση τις προτεινόμενες σχετικότητες και χωρίς την αύξηση 10.00% ισούται με

$$\begin{aligned}\Delta ATT1 &= (1.00)(200)(400) + (0.92)(200)(300) + (1.25)(200)(200) \\ &= 185200\end{aligned}$$

και η απόκλιση ισοζυγίου είναι

$$\begin{aligned}\text{Off-Balance} &= \frac{\Delta ATT1}{\Delta ATT} = \frac{185200}{181000} = 1.023204 \\ \Rightarrow \text{Αύξηση} &= (1.023204 - 1.00)100\% \\ &= 2.3204\%.\end{aligned}$$

Αν δεν αλλάξουμε την τιμή μέτρησης βάσης, η μεταβολή των σχετικοτήτων θα αυξήσει τα εισερχόμενα ασφαλίστρα κατά 2.3204%. Θεωρώντας μια μεταβολή στην τιμή μέτρησης μεγέθους 10%, χωρίς εξισορρόπηση ισοζυγίου (balance-back) τα εισερχόμενα ασφαλίστρα θα αυξηθούν κατά 12.5525%. Για να πετύχουμε το στόχο μεταβολής 10%, δεν θα πρέπει να αυξήσουμε την τιμή μέτρησης βάσης κατά 10% αλλά σύμφωνα με το συντελεστή

$$\begin{aligned}\frac{1.10}{1.023204} &= 1.075054 \\ \Rightarrow \text{Αύξηση} &= (1.075054 - 1.00)100\% \\ &= 7.5054\%.\end{aligned}$$

Συνεπώς, για να έχουμε μια συνολική αύξηση 10%, θα πρέπει να αυξήσουμε την τιμή μέτρησης βάσης κατά 7.5054%, δηλαδή το ασφαλίστρο από 200 Ευρώ θα πρέπει να γίνει $200(1.075054) = 215.0108$ Ευρώ. Για να επαληθεύσουμε τη συνολική αύξηση 10% λαμβάνουμε

$$\begin{aligned}\Delta ATT2 &= (1.00)(215.0108)(400) + (0.92)(215.0108)(300) + (1.25)(215.0108)(200) \\ &= 199100\end{aligned}$$

και η αύξηση ως προς το δεδουλευμένο ασφαλίστρο σε τρέχουσες τιμές (ΔATT) είναι

$$\begin{aligned}\frac{\Delta ATT2}{\Delta ATT} &= \frac{199100}{181000} = 1.10 \\ \Rightarrow \text{Αύξηση} &= (1.10 - 1.00)100\% \\ &= 10\%.\end{aligned}$$

3.9 Εξισορρόπηση Ισοζυγίου με Βάση τον Δείκτη Ζημιάς (Balancing-Back)

Σύμφωνα με τη μέθοδο του δείκτη ζημιάς, με βάση τις τρέχουσες σχετικότητες, τα δεδουλευμένα ασφαλίστρα, τις ζημιές και τα διανεμημένα έξοδα διακατανισμού ζημιών (ΔΕΔΖ) θα πρέπει να υπολογίσουμε τις νέες ενδεικτικές σχετικότητες.

Παράδειγμα 22. Στις στήλες (2), (3) και (4) του Πίνακα 3.6, για κάθε περιοχή δίνονται οι τρέχουσες σχετικότητες, τα δεδουλευμένα ασφαλίστρα (ΔΑ), καθώς και οι ζημιές και τα ΔΕΔΖ. Αν θέλουμε μία αύξηση μεγέθους 8.5% για κάθε περιοχή, να υπολογίσετε: α) τις νέες ενδεικτικές σχετικότητες, β) τους συντελεστές απόκλισης ισοζυγίου (off-balance), γ) τους συντελεστές εξισορρόπησης (balance-back) ισοζυγίου και δ) το σύνολο των ΔΑ για να έχουμε συνολική αύξηση 8.5% (Ομάδα Βάσης Α).

Πίνακας 3.6: Εξισορρόπηση Ισοζυγίου με Βάση το Δείκτη Ζημιάς

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Ομάδα (Περιοχή) (i)	Τρέχουσα Σχετικότητα	Δεδουλευμένο Ασφάλιστρο	Ζημιές (L) και ΔΕΔΖ (ALAE)	Δείκτης Ζημιάς $L_R=(4)/(3)$	Ενδεικτική Σχετικότητα: D_{newi}
A	1.0000	123000	92742	0.7540	1.0000
B	1.4000	82000	57800	0.7049	1.3088
Γ	1.6500	77000	55825	0.7250	1.5865
Σύνολο		282000		Avg = 0.7280	

α) Οι νέες ενδεικτικές σχετικότητες υπολογίζονται ως

$$\begin{aligned}
 D_{newB} &= D_{oldB} \frac{L_{RB}}{L_{R_{base}}} \\
 &= (1.4000) \frac{0.7049}{0.7540} \\
 &= 1.3088,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{new\Gamma} &= D_{old\Gamma} \frac{L_{R\Gamma}}{L_{R_{base}}} \\
 &= (1.6500) \frac{0.7250}{0.7540} \\
 &= 1.5865.
 \end{aligned}$$

Παρατήρηση 8. Εναλλακτικά, για τον υπολογισμό της ενδεικτικής σχετικότητας θα μπορούσαμε να διαιρέσουμε κάθε δείκτη ζημιάς με το μέσο όρο των δεικτών ζημιάς ($LR_{Avg} = 0.7280$) αντί του δείκτη ζημιάς της ομάδας βάσης ($LR_{base} = 0.7540$).

β) Θεωρούμε ότι η υπάρχουσα τιμή ασφαλίστρου είναι 200 Ευρώ. Αν έχουμε καθορίσει ότι χρειαζόμαστε μία αύξηση μεγέθους 8.5%, η ενδεικτική τιμή είναι $(1.085)(200) = 217$ Ευρώ. Τότε

η ενδεικτική αλλαγή τιμών για κάθε ομάδα είναι:

$$\text{Περιοχή A: } \frac{(1.0000)(217)}{(1.0000)(200)} = 1.0850, \quad \text{Αύξηση 8.5\%,}$$

$$\text{Περιοχή B: } \frac{(1.3088)(217)}{(1.4000)(200)} = 1.0143, \quad \text{Αύξηση 1.43\%,}$$

$$\text{Περιοχή Γ: } \frac{(1.5865)(217)}{(1.6500)(200)} = 1.0432, \quad \text{Αύξηση 4.32\%}.$$

Εφαρμόζοντας τις παραπάνω ενδεικτικές αλλαγές τιμών στα υφιστάμενα ασφαλίστρα, έχουμε

$$\Delta\text{A-Περιοχή A} = (123000)(1.0850) = 133455.00,$$

$$\Delta\text{A-Περιοχή B} = (82000)(1.0143) = 83173.74,$$

$$\Delta\text{A-Περιοχή Γ} = (77000)(1.0432) = 80331.73.$$

Έτσι το σύνολο των δεδουλευμένων ασφαλίσεων είναι

$$\begin{aligned} \text{Νέο Δεδουλευμένο Ασφάλιστρο } (\Delta\text{A}) &= 133455.00 + 83173.74 + 80331.73 \\ &= 296960.47. \end{aligned}$$

Συγκρινόμενο με το σύνολο των υφιστάμενων δεδουλευμένων ασφαλίσεων

$$\frac{\text{Νέο } \Delta\text{A}}{\text{Υπάρχον } \Delta\text{A}} = \frac{296960.47}{282000} = 1.053051,$$

παρατηρούμε ότι υπάρχει μία αύξηση μεγέθους 5.3051%. Η διαφορά μεταξύ 8.50% και 5.3051% είναι αυτό που λέμε απόκλιση από το ισοζύγιο (off-balance). Η απόκλιση από το ισοζύγιο εμφανίζεται επειδή οι ενδεικτικές σχετικότητες παράγουν μία μέση σχετικότητα διαφορετική από την καθορισμένη μέση σχετικότητα με βάση τις τρέχουσες τιμές. Σε αυτήν την περίπτωση η σχετικότητα της ομάδας βάσης (A) παραμένει αμετάβλητη, ενώ οι σχετικότητες των άλλων δύο ομάδων μειώνονται.

γ) Για να πετύχουμε το στόχο μεταβολής 8.50% θα πρέπει να αυξήσουμε την τιμή μέτρησης βάσης με έναν συντελεστή απόκλισης ισοζυγίου (off-balance factor).

$$\frac{1.085}{1.053051} = 1.030339.$$

Η διορθωμένη τιμή βάσης του ασφαλίστρου γίνεται $(1.030339)(217) = 223.583596$, η οποία παράγει τις διορθωμένες αλλαγές τιμών ανά ομάδα:

$$\text{Περιοχή A: } \frac{(1.0000)(223.583596)}{(1.0000)(200)} = 1.117918, \quad \text{Αύξηση 11.7918\%,}$$

$$\text{Περιοχή B: } \frac{(1.3088)(223.583596)}{(1.4000)(200)} = 1.045087, \quad \text{Αύξηση } 4.5087\%,$$

$$\text{Περιοχή Γ: } \frac{(1.6971)(223.583596)}{(1.5865)(200)} = 1.074895, \quad \text{Αύξηση } 7.4895\%.$$

δ) Εφαρμόζοντας τις παραπάνω ενδεικτικές αλλαγές τιμών στα υφιστάμενα ασφαλίστρα, έχουμε

$$\Delta A\text{-Περιοχή A} = (123000)(1.117918) = 137503.91170,$$

$$\Delta A\text{-Περιοχή B} = (82000)(1.045087) = 85697.16088,$$

$$\Delta A\text{-Περιοχή Γ} = (77000)(1.074895) = 82766.91.$$

Έτσι το σύνολο των δεδουλευμένων ασφαλίσεων (ΔA) είναι

$$\text{Νέο } (\Delta A) = 137503.9117 + 85697.1609 + 82766.91 = 305967.8$$

Συγκρινόμενο με το σύνολο των υφιστάμενων δεδουλευμένων ασφαλίσεων

$$\frac{\text{Νέο } \Delta A}{\text{Υπάρχον } \Delta A} = \frac{305967.8}{282000} = 1.084992 \approx 1.085,$$

το οποίο ισοδυναμεί με συνολική αύξηση 8.5%.

Παράδειγμα 23. Έστω ότι έχουμε τα δεδομένα του παρακάτω Πίνακα 3.7.

Πίνακας 3.7: Εξισορρόπηση Ισοζυγίου

(1)	(2)	(3)	(4)
Ομάδα (Περιοχή)	Τρέχουσα Σχετικότητα	Δεδουλευμένο Ασφάλιστρο	Ζημιές (L) και ΔΕΔΖ (ALAE)
A	1.0	500	360
B	1.2	400	280

Η υπάρχουσα τιμή του ασφαλίστρου είναι 100 Ευρώ και θέλουμε μία αύξηση μεγέθους 15%. Να βρεθούν: α) ο δείκτης ζημιών για κάθε κλάση, β) οι ενδεικτικές σχετικότητες ως προς την κλάση (ομάδα) A, γ) ο συντελεστής off-balance, δ) ο συντελεστής balance-back και ε) τα δεδουλευμένα ασφαλίστρα σύμφωνα με τις ενδεικτικές αλλαγές τιμών, έτσι ώστε να έχουμε μία συνολική αύξηση μεγέθους 15%.

α) Οι νέες ενδεικτικές σχετικότητες υπολογίζονται ως

$$\begin{aligned} D_{newB} &= D_{oldB} \frac{L_{RB}}{L_{R_{base}}} \\ &= (1.20) \frac{0.70}{0.72} \\ &= 1.1667. \end{aligned}$$

Πίνακας 3.8: Εξισορρόπηση Ισοζυγίου με Βάση το Δείκτη Ζημιάς

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Ομάδα (Περιοχή) (i)	Τρέχουσα Σχετικότητα	Δεδουλευμένο Ασφάλιστρο	Ζημιές (L) και ΔΕΔΖ (ALAE)	Δείκτης Ζημιάς $L_R=(4)/(3)$	Ενδεικτική Σχετικότητα: D_{newi}
A	1.00	500	360	0.72	1.000
B	1.20	400	280	0.70	1.1667
Σύνολο		900		Avg = 0.71	

β) Θεωρούμε ότι η υπάρχουσα τιμή ασφαλίστρου είναι 100 Ευρώ. Αν έχουμε καθορίσει ότι χρειαζόμαστε μία αύξηση μεγέθους 15%, η ενδεικτική τιμή είναι $(1.15)(100) = 115$ Ευρώ. Τότε η ενδεικτική αλλαγή τιμών για κάθε ομάδα είναι:

$$\text{Περιοχή A: } \frac{(1.000)(115)}{(1.00)(100)} = 1.15, \quad \text{Αύξηση 15\%,}$$

$$\text{Περιοχή B: } \frac{(1.1667)(115)}{(1.20)(100)} = 1.118059, \quad \text{Αύξηση 11.8059\%}.$$

Εφαρμόζοντας τις παραπάνω ενδεικτικές αλλαγές τιμών στα υφιστάμενα ασφαλίστρα, έχουμε

$$\Delta A\text{-Περιοχή A} = (500)(1.15) = 575,$$

$$\Delta A\text{-Περιοχή B} = (400)(1.118059) = 447.2236.$$

Έτσι το σύνολο των δεδουλευμένων ασφαλίστρων είναι

$$\begin{aligned} \text{Νέο Δεδουλευμένο Ασφάλιστρο } (\Delta A) &= 575 + 447.2236 \\ &= 1022.2236. \end{aligned}$$

Συγκρινόμενο με το σύνολο των υφιστάμενων δεδουλευμένων ασφαλίστρων

$$\frac{\text{Νέο } \Delta A}{\text{Υπάρχον } \Delta A} = \frac{1022.2236}{900} = 1.135804,$$

παρατηρούμε ότι υπάρχει μία αύξηση μεγέθους 13.5804%. Η διαφορά μεταξύ 15% και 13.5802% είναι η απόκλιση από το ισοζύγιο (off-balance).

γ) Για να πετύχουμε το στόχο μεταβολής 15% θα πρέπει να αυξήσουμε την τιμή μέτρησης βάσης με έναν συντελεστή απόκλισης ισοζυγίου (off-balance factor).

$$\frac{1.15}{1.135804} = 1.012499.$$

Η διορθωμένη τιμή βάσης του ασφαλίστρου γίνεται $(1.012499)(115) = 116.4374$, η οποία παράγει τις διορθωμένες αλλαγές τιμών ανά ομάδα:

$$\text{Περιοχή A: } \frac{(1.0000)(116.4374)}{(1.0000)(100)} = 1.164375, \quad \text{Αύξηση 16.4375\%,}$$

$$\text{Περιοχή B: } \frac{(1.16667)(116.4374)}{(1.2)(100)} = 1.132032, \quad \text{Αύξηση } 13.2032\%.$$

δ) Εφαρμόζοντας τις παραπάνω ενδεικτικές αλλαγές τιμών στα υφιστάμενα ασφαλίστρα, έχουμε

$$\Delta A\text{-Περιοχή A} = (500)(1.164375) = 582.1875,$$

$$\Delta A\text{-Περιοχή B} = (400)(1.30306) = 452.8128.$$

Έτσι το σύνολο των δεδουλευμένων ασφαλίσεων (ΔA) είναι

$$\text{Νέο } (\Delta A) = 582.1875 + 452.8128 = 1035.$$

Συγκρινόμενο με το σύνολο των υφιστάμενων δεδουλευμένων ασφαλίσεων

$$\frac{\text{Νέο } \Delta A}{\text{Υπάρχον } \Delta A} = \frac{1035}{900} = 1.15,$$

το οποίο ισοδυναμεί με συνολική αύξηση 15%.

Παράδειγμα 24. Τα δεδομένα μιας ασφαλιστικής εταιρείας παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.9.

Πίνακας 3.9: Εξισορρόπηση Ισοζυγίου

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Ομάδα (Περιοχή)	Τρέχουσα Σχετικότητα	Πλήθος Ασφαλισμένων Αυτοκινήτων (MEK)	Δεδουλευμένο Ασφάλιστρο	Ζημιές (L) και ΔΕΔΖ (ALAE)
A	1.00	50	1000	700
B	1.20	40	800	500

Να βρεθούν: α) ο δείκτης ζημιών για κάθε κλάση, β) οι ενδεικτικές σχετικότητες ως προς την ομάδα βάσης A με τη μέθοδο, i) του δείκτη ζημιάς και ii) του κόστους ζημιάς, γ) Έστω ότι θέλουμε μία αύξηση της τιμής του ασφαλίστρου μεγέθους 10%. Να βρεθεί ο συντελεστής off-balance και ο συντελεστής balance-back. με βάση τις νέες ενδεικτικές σχετικότητες που έχουν υπολογιστεί.

α) Οι δείκτες ζημιών για τις τρεις περιοχές και ο μέσος δείκτης ζημιάς υπολογίζονται ως

$$LR_A = \frac{700}{1000} = 0.70, \quad LR_B = \frac{500}{800} = 0.625.$$

β) i) Η νέα ενδεικτική σχετικότητα της ομάδας B (A είναι η ομάδα βάσης) με βάση τον δείκτη ζημιάς υπολογίζεται ως

$$\begin{aligned} D_{newB} &= D_{oldB} \frac{L_{RB}}{L_{R_{base}}} \\ &= (1.20) \frac{0.625}{0.70} \\ &= 1.071429. \end{aligned}$$

ii) Η νέα ενδεικτική σχετικότητα της ομάδας B (A είναι η ομάδα βάσης) με βάση τον δείκτη κόστους ζημιάς

$$LC_A = \frac{\text{Ζημιές A}}{M_{EK_A}} = \frac{700}{50} = 14,$$

$$LC_B = \frac{\text{Ζημιές B}}{M_{EK_B}} = \frac{500}{40} = 12.5$$

και οι ενδεικτικές σχετικότητες υπολογίζονται ως

$$D_{newA} = \frac{LC_A}{LC_A} = \frac{14}{14} = 1,$$

$$D_{newB} = \frac{LC_B}{LC_A} = \frac{12.5}{14} = 0.8928571.$$

γ) Ας υποθέσουμε ότι το υπάρχον ασφάλιστρο για την κλάση A είναι 200 Ευρώ και η μεταβολή στην τιμή μέτρησης βάσης είναι 10%. Τότε το δεδουλευμένο ασφάλιστρο σε τρέχουσες τιμές (ΔΑΤΤ) είναι

$$\begin{aligned}\Delta\text{ΑΤΤ} &= (1.00)(200)(50) + (1.20)(200)(40) \\ &= 19600.\end{aligned}$$

Αν η τιμή μέτρησης βάσης μεταβάλλεται κατά 10%, τότε το δεδουλευμένο ασφάλιστρο με βάση τις προτεινόμενες σχετικότητες (ΔΑΠΣ) θα είναι

$$\begin{aligned}\Delta\text{ΑΠΣ} &= (1.00)(1.10)(200)(50) + (1.071429)(1.10)(200)(40) \\ &= 20428.57\end{aligned}$$

και η αύξηση σε σχέση με το δεδουλευμένο ασφάλιστρο σε τρέχουσες τιμές (ΔΑΤΤ) είναι

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\text{ΑΠΣ}}{\Delta\text{ΑΤΤ}} &= \frac{20428.57}{19600} = 1.042274 \\ \Rightarrow \text{Αύξηση} &= (1.042274 - 1.00)100\% \\ &= 4.22745\%.\end{aligned}$$

Αν δεν αλλάξουμε την τιμή μέτρησης βάσης, η μεταβολή των σχετικοτήτων θα αυξήσει τα εισερχόμενα ασφάλιστρα κατά 4.2274%. Θεωρώντας μια μεταβολή στην τιμή μέτρησης μεγέθους 10%, χωρίς εξισορρόπηση ισοζυγίου (balance-back) τα εισερχόμενα ασφάλιστρα θα αυξηθούν κατά 4.2274%. Για να πετύχουμε το στόχο μεταβολής 10%, δεν θα πρέπει να αυξήσουμε την τιμή

μέτρησης βάσης κατά 10% αλλά σύμφωνα με το συντελεστή

$$\begin{aligned}\frac{1.10}{1.042274} &= 1.055385 \\ \Rightarrow \text{Αύξηση} &= (1.055385 - 1.00)100\% \\ &= 5.5385\%.\end{aligned}$$

Συνεπώς, για να έχουμε μια συνολική αύξηση 10%, θα πρέπει να αυξήσουμε την τιμή μέτρησης βάσης κατά 5.5385%, δηλαδή το ασφαλιστρο από 200 Ευρώ θα πρέπει να γίνει $200((1.055385) = 211.0778$ Ευρώ. Για να επαληθεύσουμε τη συνολική αύξηση 10% λαμβάνουμε

$$\begin{aligned}\Delta\text{ΑΠΣ2} &= (1.00)(1.10)(211.0778)(50) + (1.071429)(1.10)(211.0778)(40) \\ &= 21560\end{aligned}$$

και η αύξηση ως προς το δεδομευμένο ασφαλιστρο σε τρέχουσες τιμές ($\Delta\text{ΑΤΤ}$) είναι

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\text{ΑΠΣ2}}{\Delta\text{ΑΤΤ}} &= \frac{21560}{19600} = 1.10 \\ \Rightarrow \text{Αύξηση} &= (1.10 - 1.00)100\% \\ &= 10\%.\end{aligned}$$

Άσκηση 9. Να επαναληφθεί το Παράδειγμα 22 με τη διαφορά ότι για τον υπολογισμό των ενδεικτικών σχετικοτήτων θα πρέπει να διαιρέσουμε κάθε δείκτη ζημιάς με το μέσο όρο των δεικτών ζημιάς ($L_{Avg} = 0.7280$), αντί του δείκτη ζημιάς της ομάδας βάσης ($L_{R_{base}} = 0.7540$).

3.10 Συντελεστές Τάσης (Trend Factors)

Ο αναλογιστής πρέπει να εκτιμήσει το μέσο κόστος ζημιάς (καθαρό ασφαλιστρο κινδύνου) και να ορίσει τις τιμές ασφαλίσεων που θα ισχύσουν τη μελλοντική περίοδο. Επίσης, θα πρέπει να αποφασίσει αν οι προβολές θα γίνουν με βάση την καθαρή ζημιά (απώλεια) ή θα συμπεριληφθούν και τα έξοδα διακατονισμού ζημιών μαζί με τις απώλειες. Για την εκτίμηση του μέσου κόστους ανά ζημιά, τα έξοδα μη διανεμημένων ζημιών δεν συμπεριλαμβάνονται στις απώλειες, γιατί συνήθως δεν είναι διαθέσιμα με επαρκή λεπτομέρεια. Το μέσο κόστος ζημιάς εξαρτάται από τη συχνότητα ζημιών και το μέγεθος της μέσης ζημιάς κατά τη διάρκεια έκθεσης στον κίνδυνο του τιμολογούμενου προϊόντος.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται στην τιμολόγηση είναι δεδομένα έτους ατυχήματος, δεδομένα έτους ασφαλιστηρίου συμβολαίου όπως ορίστηκε σε κεφάλαιο παραπάνω, ή δεδομένα τιμών ασφαλιστηρίων συμβολαίων. Δεδομένα ημερολογιακού έτους δεν χρησιμοποιούνται στην τιμολόγηση ασφαλίσεων.

Η τάση ζημιών χρησιμοποιείται για να προσαρμόσει προηγούμενη εμπειρία ζημιών σε μελλοντικά επίπεδα. Οι διάφορες τάσεις προέρχονται από διάφορες αιτίες, όπως ο πληθωρισμός, τα κοινωνικά φαινόμενα, η νομοθεσία, οι τεχνολογικές αλλαγές κ.λπ. Η πρόβλεψη τελικών ζημιών σε μελλοντικά επίπεδα περιγράφεται στο παρακάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα 25. Τα δεδομένα που είναι διαθέσιμα ανά έτος ατυχήματος είναι οι τελικές εκτιμώμενες ζημιές, οι δεδουλευμένες μονάδες έκθεσης στον κίνδυνο, το πλήθος ζημιών και παρουσιάζονται στις στήλες (1), (2), (3) και (4) του Πίνακα 3.10. Από τα δεδομένα αυτά θα υπολογίζουμε τη συχνότητα μέσης ζημιάς, το κόστος ζημιάς και το μέσο κόστος ζημιάς ανά MEK, όπως αναγράφονται αντίστοιχα στις στήλες (5), (6) και (7) του Πίνακα 3.10.

Πίνακας 3.10: Συχνότητα και Σφοδρότητα, Μέσο Κόστος

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Έτος	Τελικές Ζημιές	Δεδουλευμένες MEK	Πλήθος Ζημιών	Συχνότητα Μέσης Ζημιάς	Κόστος Ζημιάς (Σφοδρότητα)	Μέσο Κόστος (ανά MEK)
(1)	(2)	(3)	(4)	(4)/(3)	(2)/(4)	(5)*(6)
2014	3380	30	7	0.2333	482.86	112.67
2015	3874	34	11	0.3235	352.18	113.94
2016	4742	37	13	0.3514	364.77	128.16
2017	5628	43	14	0.3256	402.00	130.88
2018	5898	45	17	0.3778	346.94	131.07
2019	6947	50	21	0.4200	330.81	138.94

Έστω ότι οι τιμές των ασφαλίσεων ορίστηκαν την 1/10/2019 και θα ισχύουν για ένα έτος (έως την 1/10/2020). Όμως τα ασφαλιστήρια συμβόλαια ισχύουν από 1/10/2019 έως 1/10/2021, γιατί την περίοδο από 1/10/2019 έως 1/10/2020 μπορούν να υπογράφονται νέα ασφαλιστήρια συμβόλαια με την τιμή που έχει οριστεί την 1/10/2019. Η 1/10/2021 είναι η ημερομηνία που λήγει το ασφαλιστήριο συμβόλαιο που υπογράφηκε την 1/10/2020.

Στην περίπτωση αυτή πρέπει να εκτιμήσουμε τη μελλοντική τιμή του μέσου κόστους ζημιάς, της οποίας το μέσο σημείο (μέση ημερομηνία του έτους ατυχήματος) είναι η 1/10/2021.

Θα εφαρμόσουμε το εκθετικό μοντέλο παλινδρόμησης θέτοντας στον άξονα των Y το λογάριθμο του μέσου κόστους ζημιάς και στον άξονα των X τα έτη ατυχήματος, όπως εμφανίζονται στον Πίνακα 3.11. Θεωρούμε ότι το έτος 2014 είναι το έτος μηδέν (0).

Το εκθετικό μοντέλο έχει τη μορφή

$$Y^* = \beta_0^* e^{\beta_1 X} u \quad (3.10.19)$$

με παραμέτρους β_0^* , β_1 και σφάλμα u . Λογαριθμίζοντας το μετατρέπουμε σε μορφή απλής γραμμικής παλινδρόμησης ως

$$\ln(Y^*) = \ln(\beta_0^*) + \beta_1 X + \ln(u) \Rightarrow Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon. \quad (3.10.20)$$

Πίνακας 3.11: Μέσο Κόστος Ζημιάς (MKZ), Λογάριθμος MKZ

(1)	(2)	(3)	(4)
Έτος Ατυχήματος	Έτος - 2014 X	Μέσο Κόστος Ζημιάς Y^*	Λογάριθμος Μέσου Κόστους Ζημιάς Y
2014	0	112.67	4.7244
2015	1	113.94	4.7357
2016	2	128.16	4.8533
2017	3	130.88	4.8743
2018	4	131.07	4.8757
2019	5	138.94	4.9340

Με βάση τις τιμές των X και Y (στήλες (2) και (4) αντίστοιχα του Πίνακα 3.11) εκτιμούμε τις παραμέτρους β_0 και β_1 της (3.10.20) και έχουμε

$$\begin{aligned} Y &= 4.72654 + 0.04254X \\ \Rightarrow Y^* &= e^{4.72654+0.04254X}. \end{aligned} \quad (3.10.21)$$

Η κλίση της ευθείας είναι 0.04254, το οποίο συνεπάγεται μια εκθετική αύξηση 4.254 %. Η ανάλυση παλινδρόμησης θέτει ίσο βάρος σε όλα τα δεδομένα για κάθε έτος ατυχήματος. Στη συνέχεια θα πρέπει να καθορίσουμε τη χρονική στιγμή πρόβλεψης. Επειδή τα δεδομένα μας είναι ανά έτος ατυχήματος, θα βασιστούμε στη μέση ημερομηνία του έτους ατυχήματος, η οποία είναι η $1/7/X$. Αν τα δεδομένα μας είναι με βάση το ασφαλιστήριο συμβόλαιο, θα βασιστούμε στη μέση ημερομηνία των δύο ετών που περιλαμβάνουν το ασφαλιστήριο συμβόλαιο και η οποία είναι η $31/12/X$.

Για το συγκεκριμένο παράδειγμα θα πρέπει να γίνει πρόβλεψη της νέας τιμής του ασφαλιστήριου, την $1/10/2021$ με βάση το έτος ατυχήματος.

Με βάση την εξίσωση πρόβλεψης (3.10.21) και θεωρώντας ότι η αρχή της μέτρησης είναι η $1/7/2014$, η τιμή του X είναι 7.25 (7 έτη και 3 μήνες) λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} Y &= 4.7244 + 0.04254(7.25) \\ &= 5.034955 \\ \Rightarrow Y^* &= e^{(4.72654+0.04254(7.25))} \\ &= 153.6927. \end{aligned}$$

Συνήθως, οι αναλογιστές δίνουν περισσότερο βάρος στα πρόσφατα έτη, που συνεπάγεται ότι η διαδικασία πρόβλεψης βάσει της γραμμικής παλινδρόμησης πρέπει να τροποποιηθεί, δηλαδή το προβαλλόμενο κόστος ζημιάς θα πρέπει να υπολογιστεί ως

$$\text{Προβαλλόμενο Κόστος Ζημιάς} = (\text{Παρατηρούμενο Κόστος Ζημιάς})e^{\beta_1 X}.$$

Για παράδειγμα, αν θέλουμε να εκτιμήσουμε τη μελλοντική τιμή του μέσου κόστους ζημιάς την $1/10/2021$, βασιζόμενοι στα έτη ατυχήματος 2018 και 2019 θα πρέπει να υπολογίσουμε τα κάτωθι:

$$\begin{aligned} \text{Προβαλλόμενο Κόστος Ζημιάς} - 2019 &= \\ &= (\text{Παρατηρούμενο Κόστος Ζημιάς } 2019)e^{0.04254X} \\ &= e^{4.9340}e^{0.04254(2.25)} = (138.94)e^{0.04254(2.25)} \\ &= 152.8959 \end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned}
 \text{Προβαλλόμενο Κόστος Ζημιάς - 2018} &= \\
 &= (\text{Παρατηρούμενο Κόστος Ζημιάς 2018})e^{0.04254X} \\
 &= e^{4.8757}e^{0.04254(3.25)} = (131.07)e^{0.04254(3.25)} \\
 &= 150.5035.
 \end{aligned}$$

Αν θέσουμε ίσα βάρη στα παρατηρούμενα κόστη ζημιών για τα έτη 2019 και 2018, το προβαλλόμενο κόστος ζημιάς είναι

$$\begin{aligned}
 \text{Προβαλλόμενο Κόστος Ζημιάς (1/10/2021)} &= \\
 &= (0.50)(152.8959) + (0.50)(150.5035) \\
 &= 151.6997.
 \end{aligned}$$

Αν θέσουμε βάρος 75% στα παρατηρούμενα κόστη ζημιών για τα έτος 2019 και 25% για το έτος 2018, το προβαλλόμενο κόστος ζημιάς είναι

$$\begin{aligned}
 \text{Προβαλλόμενο Κόστος Ζημιάς (1/10/2021)} &= \\
 &= (0.75)(152.8959) + (0.25)(150.5035) \\
 &= 152.2978.
 \end{aligned}$$

Άσκηση 10. Να εφαρμόσετε τη μεθοδολογία του Παραδείγματος 25 με βάση το έτος ασφαλιστηρίου συμβολαίου.

Βοήθημα: Με βάση το ασφαλιστήριο συμβόλαιο, θα βασιστούμε στη μέση ημερομηνία των δύο ετών που περιλαμβάνουν το ασφαλιστήριο συμβόλαιο που είναι (η αρχή της μέτρησης) η 31/12/2014.