

13-10-2024

Τιπολόγηση και αποθέματα

Σημίων

Utility Theory

Άσκηση:

Έστω ότι ο πλούτος είναι $W=100$ η Σημία x ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή δηλαδή $x \sim U(\alpha, \beta)$ και η συνάρτηση ωφελιμότητας είναι η εξής: $u(w) = \sqrt{w}$. Να βρεθεί το ασφαλιστικό

λύση:

Η εξίσωση του ασφαλισμένου $u(W-G) = E(u(W-x))$
όπου $u(W-G) = \sqrt{100-G}$ και $u(W-x) = \sqrt{100-x}$

Επομένως $E(u(W-x)) = E(\sqrt{100-x}) = \int_0^{36} \sqrt{100-x} f(x) dx$

$$f(x) = \frac{1}{\beta-\alpha} \int_0^{36} (100-x)^{1/2} \frac{1}{36-0} dx = \int_0^{36} (100-x)^{1/2} \cdot \frac{1}{36} dx =$$

$$\frac{1}{36} \int_0^{36} (100-x)^{1/2} dx \quad (1)$$

Αλλαγή μεταβλητής: Θετω $100-x = u \Rightarrow \frac{d(100-x)}{dx} = \frac{du}{dx} \Rightarrow -1 = \frac{du}{dx} \Rightarrow dx = -du$

Για $x=0$ έχουμε $u = 100-0 \Rightarrow u=100$

Για $x=36$ $u = 100-36 \Rightarrow u=64$

Αντικαθιστώντας στην (1)

$$\frac{1}{36} \int_{100}^{64} u^{1/2} (-du) = -\frac{1}{36} \int_{100}^{64} u^{1/2} du =$$

$$-\frac{1}{36} \left[\frac{u^{3/2}}{3/2} \right]_{100}^{64} = -\frac{1}{36} \left\{ \frac{2}{3} \sqrt{64^3} - \frac{2}{3} \sqrt{100^3} \right\}$$

$$= \dots = 9.037037$$

Λυγόντας ως προς G παίρνουμε:

$$\sqrt{100-G} = 9.037037 \Rightarrow 100-G = (9.037037)^2 \Rightarrow$$

$$100-G = 81.66804 \Rightarrow G = 100 - 81.66804 \Rightarrow$$

$$\boxed{G = 18.33}$$