

# ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ



## ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

Γενικός ορισμός: Απόθεμα ορίζεται κάθε αδρανής πόρος που διατηρείται για την ικανοποίηση μελλοντικής ζήτησης.

Αποθέματα αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι κάθε παραγωγικής διεργασίας, με σημαντικό ρόλο στην οικονομική λειτουργία της παραγωγής. Υπάρχουν δύο αντικρουόμενες οπτικές για τον προσδιορισμό του ύψους των αποθεμάτων:

- η διατήρηση αποθεμάτων έχει κόστος, άρα πρέπει να έχουμε χαμηλά αποθέματα,
- η έλλειψη αποθεμάτων δημιουργεί προβλήματα (συνεπώς έχει κόστος), άρα πρέπει να έχουμε υψηλά αποθέματα.

Στα πλαίσια αυτού του δίπολου το κατάλληλο ύψος αποθέματος πρέπει να εξασφαλίζει ότι αφενός δεν αυξάνεται υπέρμετρα το κόστος παραγωγής και αφετέρου δεν παρουσιάζονται μεγάλα λειτουργικά προβλήματα (θέμα βελτιστοποίησης).

Η ανάλυση αποθεμάτων αποτελεί ένα από τα πιο ενεργά ερευνητικά πεδία της Διοίκησης Παραγωγής (Θεωρία Αποθεμάτων). Στα πλαίσια του μαθήματος θα προσπαθήσουμε να παρουσιάσουμε ορισμένες βασικές αρχές και απλά μοντέλα καθορισμού των παραμέτρων συστημάτων αποθεμάτων.

## ΔΙΑΦΟΡΟΙ ΤΥΠΟΙ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

Σε ένα σύστημα παραγωγής, αποθέματα δημιουργούνται (συνειδητά ή ασυνείδητα) για διάφορους λόγους.

Αποθέματα για Συνεχή Ροή: Δημιουργούνται για να εξασφαλίσουν την συνεχόμενη ροή της παραγωγής χωρίς διακοπές. Αποτελούν τα αποθέματα που βρίσκονται εν κινήσει στους νοητούς αγωγούς εφοδιασμού των παραγωγικών εγκαταστάσεων και των χώρων αποθήκευσης (pipeline inventories - PI). Στο χώρο της παραγωγής, τα αποθέματα αυτά ονομάζονται παραγωγή σε εξέλιξη (work-in-process inventories).

Αποθέματα Ποσότητας Παραγγελίας: Δημιουργούνται ως αποτέλεσμα του ότι οι παραγγελίες γίνονται συνήθως σε μεγαλύτερες ποσότητες από τις άμεσες ανάγκες (lot-sizing inventories). Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται μείωση της συχνότητας τοποθέτησης (άρα και του κόστους) παραγγελιών.

Αποθέματα Διάζευξης: Δημιουργούνται με στόχο την αποσύνδεση της λειτουργίας διαδοχικών φάσεων παραγωγικών διεργασιών (buffer inventories). Με τον τρόπο αυτό, προβλήματα που παρουσιάζονται σε κάποια φάση δεν επηρεάζουν την λειτουργία των επόμενων φάσεων.

Εποχικά Αποθέματα: Δημιουργούνται για την κάλυψη της ζήτησης μελλοντικών περιόδων, κατά τις οποίες η διαθέσιμη δυναμικότητα προβλέπεται να είναι ανεπαρκής (seasonal inventories). Με τα εποχικά αποθέματα αποφεύγεται η συνεχής προσαρμογή του ρυθμού παραγωγής (και της δυναμικότητας) στις αυξομειώσεις της ζήτησης.

Αποθέματα Ασφαλείας: Δημιουργούνται για την κάλυψη των τυχαίων διακυμάνσεων της ζήτησης, επιτρέποντας την ικανοποίηση της πραγματικής ζήτησης όταν αυτή διαφέρει από την μέση τιμή της (safety stock).

Αποθέματα ασφαλείας δημιουργούνται με διάφορους μηχανισμούς, όπως:

- προγραμματίζοντας ποσότητα παραγγελίας/ παραγωγής μεγαλύτερη από την μέση ζήτηση (safety stock),
- προγραμματίζοντας την άφιξη/ολοκλήρωση μίας ποσότητας παραγγελίας/παραγωγής νωρίτερα από την ημερομηνία που απαιτείται (safety lead time).

Σε συστήματα αποθεμάτων μίας βαθμίδας (όπως ένα κατάστημα λιανικής) το απόθεμα ασφαλείας ταυτίζεται με το μέσο φυσικό απόθεμα του συστήματος κατά την άφιξη μιας νέας παραγγελίας.

Άλλα Αποθέματα: Δημιουργούνται για λόγους όπως:

- πρόβλεψη για μελλοντικές αυξήσεις τιμών των πρώτων υλών,
- πρόβλεψη για αδυναμία μελλοντικής προμήθειας πρώτων υλών,
- ανακοπή πωλήσεων για κερδοσκοπικούς λόγους.

## ΚΑΤΗΓΟΡΙΟΠΟΙΗΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

Τα αποθέματα που παρουσιάζονται σε ένα σύστημα παραγωγής μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με δύο βασικούς τρόπους:

- σχετική οικονομική σημασία,
- μορφή ζήτησης που αντιμετωπίζουν.

Με βάση την οικονομική σημασία τους, συνηθίζεται η ομαδοποίηση των αποθεμάτων σε τρεις χονδρικές ομάδες (ABC classification):

- Ομάδα A: αποθέματα μεγάλης αξίας (μικρή ποικιλία).
- Ομάδα C: αποθέματα μικρής αξίας (μεγάλη ποικιλία).
- Ομάδα B: τα υπόλοιπα.

Συνήθως για τα αποθέματα A ισχύει η τυπική κατανομή Pareto (20% υλικών αντιστοιχούν στο 80% της αξίας υλικών). Για την ένταξη των υπάρχοντων αποθεμάτων σε μία από τις κατηγορίες αυτές χρησιμοποιείται η Ανάλυση ABC.

Με βάση την μορφή ζήτησης που αντιμετωπίζουν, τα υλικά μιας παραγωγικής διαδικασίας (και τα παραγόμενα αποθέματα) διαχωρίζονται σε υλικά και υπόκεινται σε:


- εξωτερική ζήτηση (independent demand items),
- εσωτερική ζήτηση (dependent demand items).

Με την εξέλιξη των συστημάτων MRP, τα κλασσικά συστήματα αποθεμάτων χρησιμοποιούνται πλέον για υλικά που υπόκεινται σε εξωτερική ζήτηση και/ή ανήκουν στην κατηγορία C.

## Ανάλυση ABC: Παράδειγμα

Item	Annual number of units sold	Cost per unit	Annual consumption value
Boxes of paperclips	21,000	£0.50	£10,500
Boxes of staples	10,000	£0.50	£5,000
Correcting fluid	16,000	£1.50	£24,000
Diaries	50,000	£3.50	£175,000
Erasers	15,000	£0.10	£1,500
Notepads	40,000	£2.00	£80,000
Pencils	80,000	£0.03	£2,400
Pens	120,000	£0.05	£6,000
Rulers	15,000	£0.25	£3,750
Staplers	10,000	£1.50	£15,000

Item	Annual number of units sold	Cost per unit	Annual consumption value
Diaries	50,000	£3.50	£175,000
Notepads	40,000	£2.00	£80,000
Correcting fluid	16,000	£1.50	£24,000
Staplers	10,000	£1.50	£15,000
Boxes of paperclips	21,000	£0.50	£10,500
Pens	120,000	£0.05	£6,000
Boxes of staples	10,000	£0.50	£5,000
Rulers	15,000	£0.25	£3,750
Pencils	80,000	£0.03	£2,400
Erasers	15,000	£0.10	£1,500



## Ανάλυση ABC: Παράδειγμα

Item	Annual number of units sold	Cost per unit	Annual consumption value
Diaries	50,000	£3.50	£175,000
Notepads	40,000	£2.00	£80,000
Correcting fluid	16,000	£1.50	£24,000
Staplers	10,000	£1.50	£15,000
Boxes of paperclips	21,000	£0.50	£10,500
Pens	120,000	£0.05	£6,000
Boxes of staples	10,000	£0.50	£5,000
Rulers	15,000	£0.25	£3,750
Pencils	80,000	£0.03	£2,400
Erasers	15,000	£0.10	£1,500
<b>Totals</b>	<b>377,000</b>		<b>£323,150</b>

Item	Annual number of units sold	Cost per unit	Annual consumption value	% Of annual units sold	% Of annual consumption value
Diaries	50,000	£3.50	£175,000	13.3%	54.2%
Notepads	40,000	£2.00	£80,000	10.6%	24.8%
Correcting fluid	16,000	£1.50	£24,000	4.2%	7.4%
Staplers	10,000	£1.50	£15,000	2.7%	4.6%
Boxes of paperclips	21,000	£0.50	£10,500	5.6%	3.2%
Pens	120,000	£0.05	£6,000	31.8%	1.9%
Boxes of staples	10,000	£0.50	£5,000	2.7%	1.5%
Rulers	15,000	£0.25	£3,750	4.0%	1.2%
Pencils	80,000	£0.03	£2,400	21.2%	0.7%
Erasers	15,000	£0.10	£1,500	4.0%	0.5%
<b>Totals</b>	<b>377,000</b>		<b>£323,150</b>		

## Ανάλυση ABC: Παράδειγμα

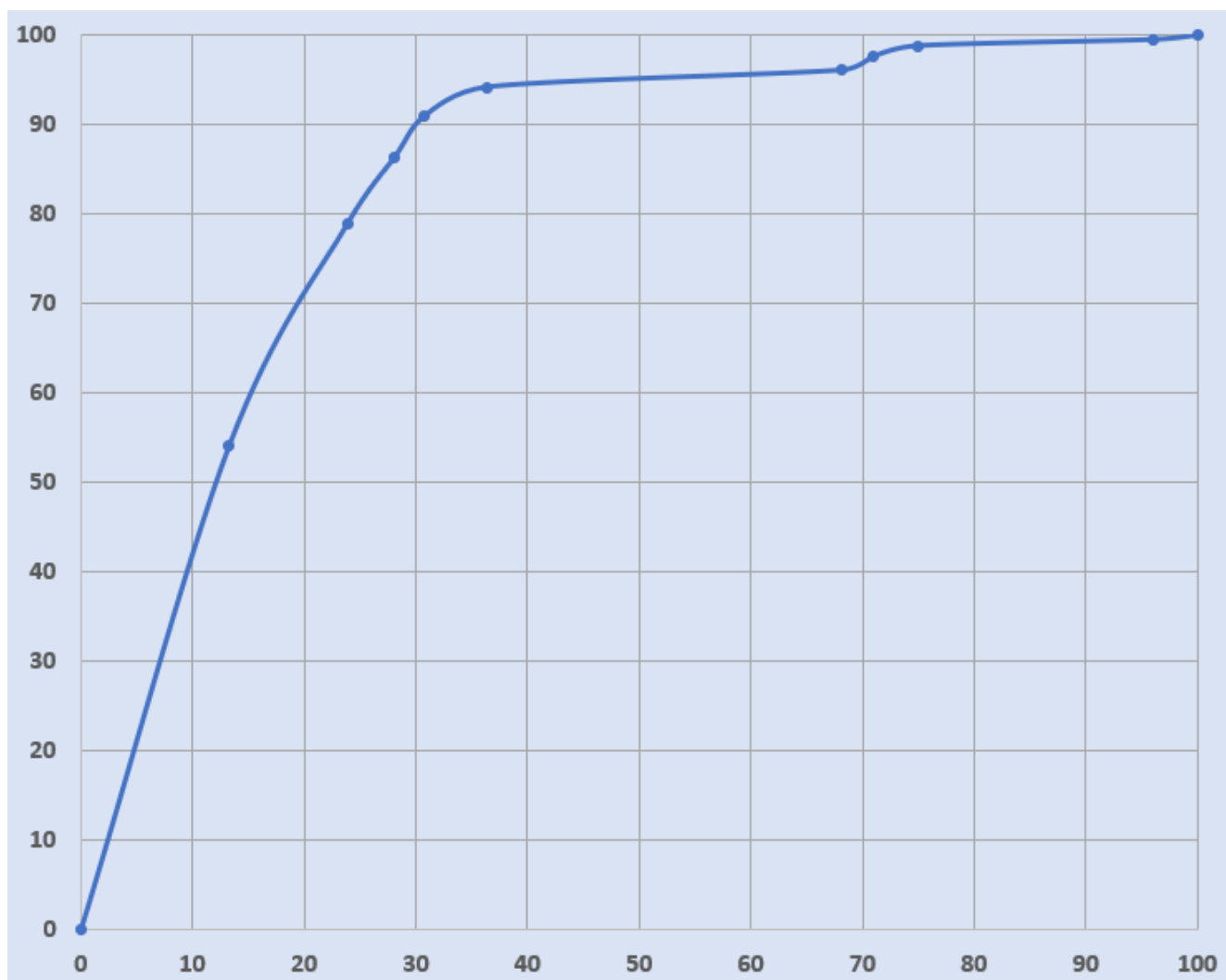


79%

15%

6%

Item	Annual number of units sold	Cost per unit	Annual consumption value	% of annual units sold	% of annual consumption value
Diaries	50,000	£3.50	£175,000	13.3%	54.2%
Notepads	40,000	£2.00	£80,000	10.6%	24.8%
Correcting fluid	16,000	£1.50	£24,000	4.2%	7.4%
Staplers	10,000	£1.50	£15,000	2.7%	4.6%
Boxes of paperclips	21,000	£0.50	£10,500	5.6%	3.2%
Pens	120,000	£0.05	£6,000	31.8%	1.9%
Boxes of staples	10,000	£0.50	£5,000	2.7%	1.5%
Rulers	15,000	£0.25	£3,750	4.0%	1.2%
Pencils	80,000	£0.03	£2,400	21.2%	0.7%
Erasers	15,000	£0.10	£1,500	4.0%	0.5%
<b>Totals</b>	<b>377,000</b>		<b>£323,150</b>		



## ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

Για την περιγραφή ενός απλού συστήματος αποθεμάτων πρέπει να προσδιοριστούν τα ακόλουθα δεδομένα:

- εκροές συστήματος,
- εισροές συστήματος,
- μηχανισμός λήψης αποφάσεων,
- λειτουργικοί περιορισμοί.

Εκροές Συστήματος: Εκφράζουν τον ρυθμό με τον οποίο καταναλώνεται το απόθεμα. Στην πράξη ο ρυθμός κατανάλωσης είναι μία τυχαία μεταβλητή. Σε απλά μοντέλα αποθεμάτων ο ρυθμός κατανάλωσης λογίζεται σταθερός.

Εισροές Συστήματος: Εκφράζουν τον τρόπο και τον ρυθμό με τον οποίο γίνεται η ανανέωση του αποθέματος. Ο τρόπος ανανέωσης προσδιορίζεται από τις ακόλουθες παραμέτρους:

- ποσότητα ανανέωσης (order quantity/lot-size),
- ρυθμός παραγωγής/ανανέωσης (production rate),
- χρόνος εκτέλεσης παραγγελίας (lead time).

Μηχανισμός Αποφάσεων: Εκφράζει την λογική (αλγόριθμο) με την οποία λαμβάνονται οι αποφάσεις ανανέωσης του αποθέματος, απαντώντας στα ερωτήματα:

- πότε τοποθετώ μία παραγγελία ανανέωσης,
- ποιό είναι το μέγεθος της παραγγελίας.

Στην πράξη χρησιμοποιούνται δύο βασικοί μηχανισμοί λήψης αποφάσεων:

- Περιοδική Επισκόπηση: ανανέωση γίνεται ανά σταθερά χρονικά διαστήματα ( $T$ ) με μεταβλητές ποσότητες προκειμένου το απόθεμα να φτάσει μία προκαθορισμένη τιμή.
- Συνεχής Επισκόπηση: η ανανέωση γίνεται με σταθερές ποσότητες παραγγελίας όταν η στάθμη του αποθέματος φτάσει σε μία προκαθορισμένη τιμή (στάθμη παραγγελίας).

Από τα πλέον διαδεδομένα απλά συστήματα (μίας βαθμίδας) που χρησιμοποιούνται είναι:

- Συνεχή Επισκόπηση: σύστημα  $(r, Q)$ .
- Περιοδική Επισκόπηση: συστήματα  $(s, S, T)$  και  $(r, nQ, T)$ .

Σε σύνθετες παραγωγικές διεργασίες υπάρχει η τάση χρήσης συστημάτων πολλαπλών βαθμίδων όπως:

- Material Requirement Planning (MRP).
- Base Stock Control (BSC).
- Just inTime (JIT).

Για την επισκόπηση του συστήματος χρησιμοποιείται μία από τις ακόλουθες παραμέτρους:

- Καθαρό απόθεμα (net stock): το φυσικό απόθεμα που βρίσκεται στο χώρο αποθήκευσης μείον τις δεσμεύσεις.
- Θέση αποθέματος (inventory position): το καθαρό απόθεμα επαυξημένο με τις ποσότητες που έχουν ήδη παραγγελθεί.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

Υπάρχει μία σειρά από προβλήματα που πρέπει να επιλυθούν για την ορθή λειτουργία ενός συστήματος αποθεμάτων. Μεταξύ άλλων απαιτείται να καθοριστούν:

- μηχανισμός λήψης αποφάσεων ανανέωσης του αποθέματος,
- παράμετροι του συστήματος (ποσότητα παραγγελίας, στάθμη παραγγελίας, κλπ.),
- μηχανισμός τροφοδοσίας διαφορετικών σημείων αποθεματοποίησης σε πολυεπίπεδα συστήματα αποθεμάτων (συστήματα push και pull).

Για την επίλυση των προβλημάτων αυτών απαιτείται ένα μαθηματικό μοντέλο βελτιστοποίησης. Τα μοντέλα που χρησιμοποιούνται συνήθως ανήκουν σε τρεις κατηγορίες:

- οικονομικής λειτουργίας του συστήματος (ελαχιστοποίηση κόστους),
- φυσικής λειτουργίας του συστήματος (μεγιστοποίηση του βαθμού ικανοποίησης πελατών),
- οικονομικής λειτουργίας του συστήματος υπό περιορισμούς φυσικής λειτουργίας (ελαχιστοποίηση κόστους με καθορισμό βαθμό εξυπηρέτησης πελατών).

Μερικές από τις παραμέτρους διαφοροποίησης των υπάρχοντων μοντέλων αποθεμάτων είναι:

- αριθμός αποθεματοποιημένων υλικών,
- τύπος ζήτησης (deterministic/stochastic),
- χρόνος εκτέλεσης παραγγελίας deterministic/stochastic),
- αντιμετώπιση ελλείψεων (backordering/lost sales),
- διάρκεια ζωής υλικών.

## ΚΟΣΤΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Το συνολικό κόστος λειτουργίας ενός συστήματος αποθεμάτων αποτελεί τον πλέον διαδεδομένο δείκτη απόδοσης του συστήματος.

Με το κόστος λειτουργίας ως αντικειμενική συνάρτηση, το πρόβλημα του σχεδιασμού ενός συστήματος συνήθως ανάγεται στον καθορισμό των παραμέτρων που ελαχιστοποιούν το κόστος λειτουργίας (ανά μονάδα χρόνου).

Στις περισσότερες περιπτώσεις το συνολικό κόστος λειτουργίας (TC ή TIC) προσδιορίζεται από την σχέση:

$$TC = C_H + C_S + C_R + C_B$$

όπου:

- $C_H$  : κόστος διατήρησης αποθέματος.
- $C_S$  : κόστος έλλειψης αποθέματος.
- $C_R$  : κόστος ανανέωσης αποθέματος.
- $C_B$  : κόστος αγοράς των υλικών.

### Σημείωση:

Κατά την ανάλυση συστημάτων αποθεμάτων το κόστος αγοράς ( $C_B$ ) λαμβάνεται υπόψη μόνο στις περιπτώσεις που μεταβάλλεται ανάλογα με την ποσότητα παραγγελίας.

## ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΟΣ

Το κόστος διατήρησης αποθέματος ( $C_H$ ) εκφράζει το τίμημα για τη διατήρηση μιας ποσότητας αποθέματος για κάποιο χρονικό διάστημα.

Γενικά, το κόστος διατήρησης αποθέματος δίνεται από τη σχέση:

$$C_H = c_H \cdot I_H$$

όπου:

- $c_H$  : κόστος διατήρησης μιας μονάδας αποθέματος ανά μονάδα χρόνου (μοναδιαίο κόστος διατήρησης),
- $I_H$  : μέσο απόθεμα.

Πρακτικά, το μοναδιαίο κόστος  $c_H$  εμπεριέχει όλα τα στοιχεία κόστους που απαιτούνται για την διατήρηση μιας μονάδας αποθέματος ανά μονάδα χρόνου όπως:

- κόστος κεφαλαίου,
- κόστος ασφάλισης του αποθέματος,
- κόστος αποθήκευσης,
- κόστος απαξίωσης.

Το μοναδιαίο κόστος διατήρησης εκφράζεται συνήθως και ως ποσοστό  $f$  της τιμής μόνάδας  $b$  που αντιπροσωπεύει και εκφράζεται:

$$c_H = f \cdot b$$

Συνηθισμένες τιμές του  $f$ : 20-35% (της τιμής αγοράς).

## Υπολογισμός Μοναδιαίου Κόστους Διατήρησης

Για τον υπολογισμό του μοναδιαίου κόστους διατήρησης  $c_H$  εκφράζουμε όλα τα επιμέρους στοιχεία κόστους σαν ποσοστό της συνολικής επένδυσης σε απόθεμα.

### Παράδειγμα:

Το μέσο απόθεμα κάποιου είδους είναι 5000 μονάδες και η τιμή αγοράς κάθε μονάδας είναι 10 €. Ζητείται το μοναδιαίο κόστος αποθεματοποίησης  $c_H$  με δεδομένες τις ετήσιες δαπάνες που φαίνονται στον πίνακα.

Κατηγορία Κόστους	Κόστος (€)
Κόστος Κεφαλαίου	8.000
Κόστος Αποθήκευσης	2.700
Κόστος Ασφάλισης	1.300
Κόστος Απαξίωσης	1.300
<b>Σύνολο</b>	<b>13.300</b>

Η συνολική επένδυση σε απόθεμα είναι:

$$E = 5.000 \cdot 10 = 50.000 \text{ €}$$

Το ποσοστό της επένδυσης σε απόθεμα για τη διατήρηση του αποθέματος είναι:

$$f = \frac{13.300}{50.000} = 0,27$$

Συνεπώς:

$$c_H = f \cdot b = 0,27 \cdot 10 = 2,7 \text{ € ανά μονάδα ανά έτος.}$$

## ΚΟΣΤΟΣ ΕΛΛΕΙΨΗΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΟΣ

Το κόστος έλλειψης αποθέματος ( $C_s$ ) είναι το στοιχείο κόστους που παρουσιάζει την μεγαλύτερη δυσκολία εκτίμησης. Συνήθως γίνονται δύο εναλλακτικές παραδοχές:

- έλλειψη αποθέματος οδηγεί σε απώλεια πωλήσεων,
- έλλειψη αποθέματος δεν οδηγεί σε απώλεια πωλήσεων αλλά δημιουργεί επιπλέον επιβάρυνση.

Σε πολλές περιπτώσεις γίνεται η παραδοχή ότι το κόστος έλλειψης αποθέματος είναι ανάλογο της ποσότητας και του χρόνου που διατηρείται το έλλειμμα. Δηλαδή:

$$C_s = c_s \cdot I_s$$

όπου:

- $c_s$  : κόστος έλλειψης μιας μονάδος αποθέματος ανά μονάδα χρόνου (μοναδιαίο κόστος έλλειψης),
- $I_s$  : μέσο έλλειμμα.

Παράγοντες που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη για τον υπολογισμό του μοναδιαίου κόστους έλλειψης είναι:

- κόστος από έκτακτες διορθωτικές ενέργειες,
- διαφυγόν κέρδος της επιχείρησης,
- επιπτώσεις στην καλή φήμη (goodwill) της επιχείρησης.

### Σημείωση:

Υπάρχουν μοντέλα αποθεμάτων όπου το κόστος έλλειψης αντικαθίσταται από ένα περιορισμό στο βαθμό ικανοποίησης πελατών.

## ΜΕΣΟ ΑΠΟΘΕΜΑ/ΕΛΛΕΙΜΜΑ

Για τον υπολογισμό των στοιχείων κόστους διατήρησης και έλλειψης αποθέματος πρέπει να εκτιμηθεί το μέσο απόθεμα/έλλειμμα αντίστοιχα:

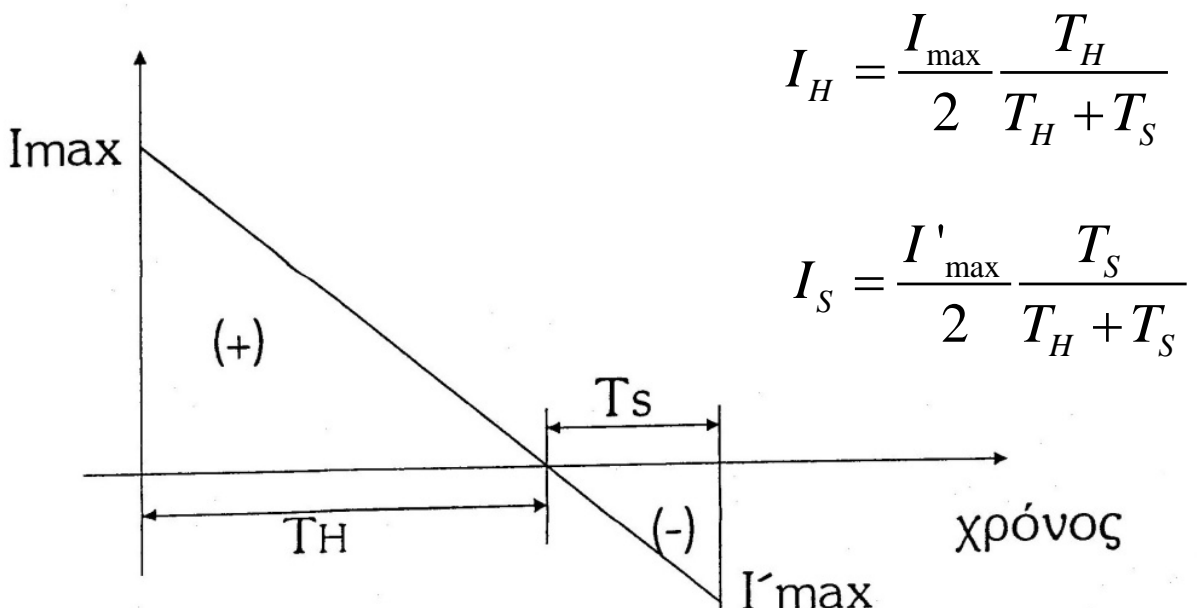
$$C_H = c_H \cdot I_H \quad \text{και} \quad C_S = c_S \cdot I_S$$

Για τον υπολογισμό βασιζόμαστε στην καμπύλη χρονικής μεταβολής του αποθέματος ανά κύκλο παραγγελίας  $g(x)$ . Γενικά ισχύουν οι σχέσεις:

$$I_H = \frac{1}{T_H + T_S} \int_0^{T_H} g(x) dx$$

$$I_S = \frac{1}{T_H + T_S} \int_{T_H}^{T_H + T_S} g(x) dx$$

Οι σχέσεις απλοποιούνται όταν ο ρυθμός ζήτησης είναι συνεχής και σταθερός:



## ΚΟΣΤΟΣ ΑΝΑΝΕΩΣΗΣ/ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ

Κάθε φορά που τοποθετείται μία παραγγελία ανανέωσης αποθέματος κάποιου είδους υπάρχει και το σχετικό κόστος ( $C_R$ ). Γενικά:

$$C_R = c_R \cdot N$$

Όπου:

$c_R$  : κόστος ανά παραγγελία ανανέωσης,

$N$  : αριθμός παραγγελιών ανά μονάδα χρόνου.

Οι παράγοντες που προσδιορίζουν το κόστος ανανέωσης αποθέματος εξαρτώνται από το κατά πόσο η ανανέωση γίνεται:

- εσωτερικά (μέσω παραγωγής),
- εξωτερικά (από προμηθευτές).

Το κόστος για την εσωτερική ανανέωση περιλαμβάνει:

- κόστος προετοιμασίας παραγωγής,
- κόστος υλικών για προετοιμασία παραγωγής.

Το κόστος παραγγελίας από προμηθευτές καλύπτει:

- κόστος προετοιμασίας εντύπων παραγγελίας,
- κόστος επικοινωνίας/ παρακολούθησης παραγγελίας,
- κόστος παραλαβής.

## ΑΠΛΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Από την πληθώρα των μαθηματικών μοντέλων που υπάρχουν για την ανάλυση των αποθεμάτων θα περιοριστούμε στην εξέταση απλών μοντέλων.

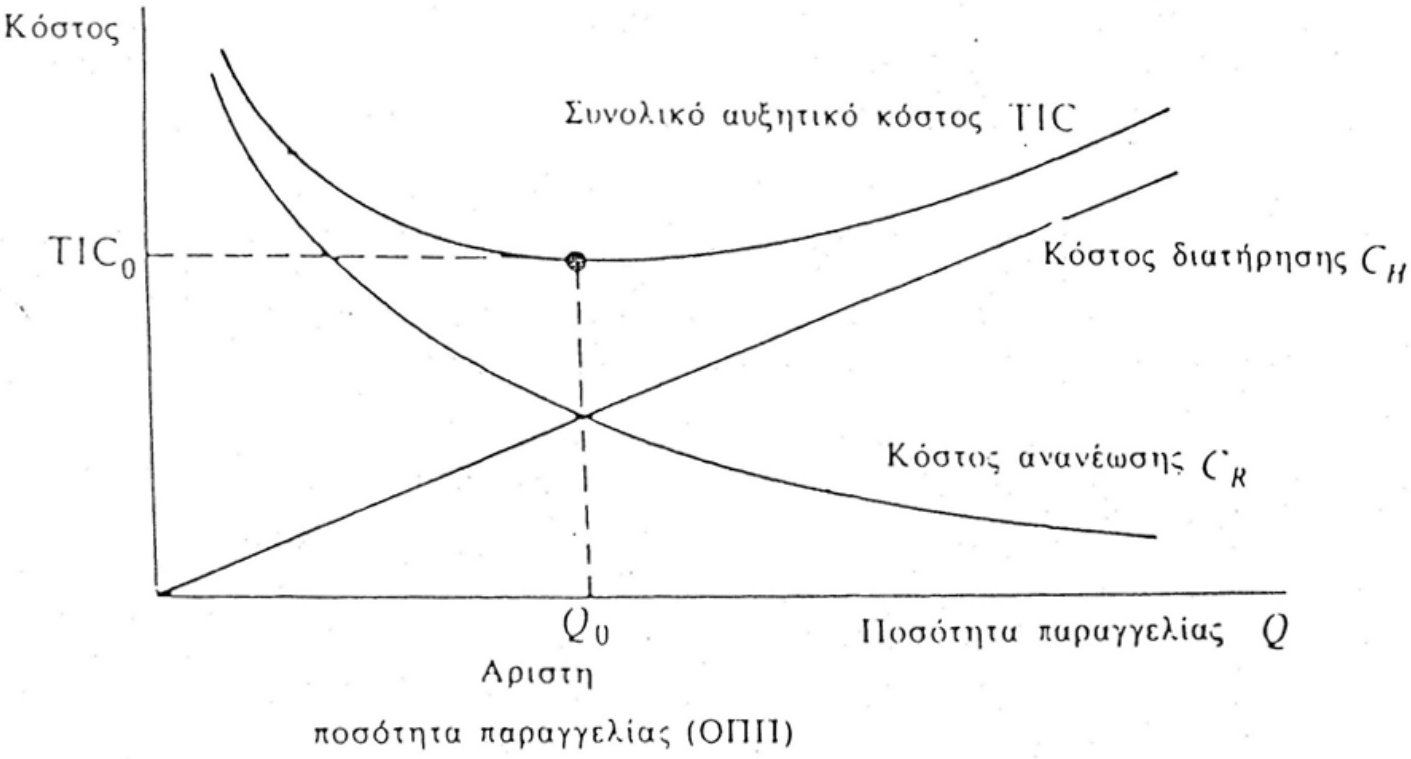
Συγκεκριμένα θα εξετάσουμε τα μοντέλα:

- Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας (EOQ).
- Οικονομικής Παρτίδας Παραγωγής (EBQ).

Τα μοντέλα αυτά παρουσιάζουν τα ακόλουθα κοινά χαρακτηριστικά:

- έχουν στόχο (αντικειμενική συνάρτηση) την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους αποθέματος,
- η ζήτηση ανά μονάδα χρόνου είναι σταθερή και προσδιορίζεται εξωγενώς για το σύστημα (από την αγορά),
- ο χρόνος εκτέλεσης παραγγελίας είναι σταθερός,
- δεν υπάρχουν φυσικοί περιορισμοί λειτουργίας,
- Η τιμή μονάδας αγοράς δεν επηρεάζεται από την ποσότητα παραγγελίας.

Σε όλα τα μοντέλα ζητούμε να προσδιορίσουμε πότε και πόσο πρέπει να παραγγέλνουμε ώστε το σύστημα να λειτουργεί με το ελάχιστο συνολικό κόστος αποθέματος.



# ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ (ECONOMIC ORDER QUANTITY)

Το μοντέλο ΕΟQ είναι το πρώτο γνωστό μοντέλο αποθεμάτων και παρουσιάστηκε από τον F. Harris το 1915. Αφορά την διαχείριση του αποθέματος ενός μεμονωμένου υλικού από εξωτερικό προμηθευτή.

## Δεδομένα

Ρυθμός Ζήτησης(D): Σταθερός και γνωστός.

Ρυθμός Ανανέωσης (p): Στιγμιαίος ( $p = \infty$ ).

Χρόνος Παραγγελίας (L): Σταθερός και γνωστός.

Τιμή Μονάδος (b): Σταθερή και ανεξάρτητη ύψους παραγγελίας.

$c_R, c_H$ : Σταθερά και γνωστά.

$c_S$ : πολύ μεγάλο (άπειρο)  $\Rightarrow I_S = 0$ .

## Ζητούνται

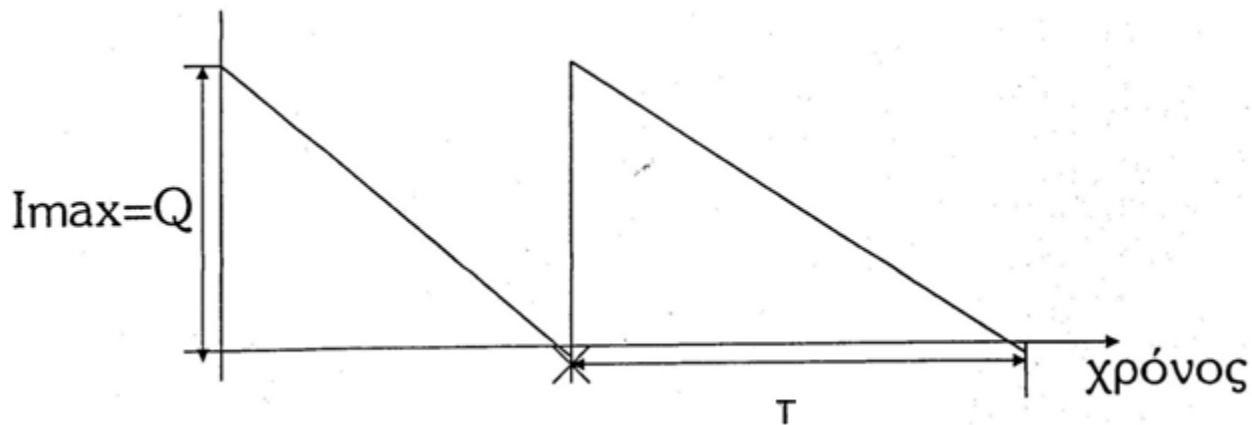
Q = Ποσότητα Παραγγελίας.

T = Διάρκεια λειτουργικής περιόδου.

## Αντικειμενική Συνάρτηση Κόστους

$$TIC = c_H I_H + c_R N$$

Πρέπει να προσδιοριστούν τα  $I_H$  και  $N$  ως συναρτήσεις της ποσότητας παραγγελίας Q.



Από το σχήμα έχουμε:

$$I_H = \frac{I_{\max}}{2} = \frac{Q}{2} \quad , \quad N = \frac{D}{Q}$$

Άρα:  $TIC = c_H \frac{Q}{2} + c_R \frac{D}{Q}$

Για να βρούμε το ελάχιστο, παραγωγίζουμε ως προς Q και εξισώνουμε με 0:

$$\frac{\partial TIC}{\partial Q} = \frac{c_H}{2} - c_R \frac{D}{Q^2} = 0 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2c_R D}{c_H}}$$

Επίσης μπορούμε να προσδιορίσουμε την διάρκεια της λειτουργίας περιόδου:

$$T^* = \frac{Q^*}{D} \Rightarrow T^* = \sqrt{\frac{2c_R}{c_H D}}$$

Το βέλτιστο κόστος είναι:  $TIC^* = \sqrt{2c_H c_R D}$

### Παράδειγμα Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας (EOQ):

Το τμήμα για τη συντήρηση των εγκαταστάσεων και κτιρίων ενός πανεπιστημίου χρειάζεται 3600 κιλά χρώμα για την ετήσια προγραμματισμένη συντήρηση και βαφή των αιθουσών και εξωτερικών τοίχων. Το κόστος ανά παραγγελία είναι ίσο προς 9 ευρώ και το κόστος διατήρησης αποθέματος μίας μονάδας (δηλ. ενός κιλού) ετησίως είναι 25% της επένδυσης σε απόθεμα. Η τιμή ανά κιλό χρώματος βαφής είναι 8 ευρώ. Ο διευθυντής του τμήματος επιθυμεί να προσδιορίσει πότε και σε τι ποσότητα θα πρέπει να γίνεται η κάθε παραγγελία για την ανανέωση του αποθέματος.

#### Λύση

Θα χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις που σχετίζονται με το μοντέλο EOQ. Για τον σκοπό αυτό έχουμε:

$$c_H = 8 \text{ €} * 25\% = 2 \text{ €}.$$

$$c_R = 9 \text{ €} / \text{ παραγγελία}.$$

$$D = 3.600 \text{ κιλά/έτος}.$$

Υπολογίζουμε καταρχήν την βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot c_R \cdot D}{c_H}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \cdot 3600}{2}} = 180 \text{ κιλά}.$$

## Παράδειγμα Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας (EOQ): συνέχεια...

Το συνολικό λειτουργικό κόστος αποθέματος είναι:

$$TIC^* = \sqrt{2 \cdot C_H \cdot C_R \cdot D} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 3600} = 360 \text{ € / έτος}$$

Σε περίπτωση που η επιχείρηση χρησιμοποιούσε παρτίδα παραγγελίας  $Q'=300$  μονάδες, το λειτουργικό κόστος αποθέματος θα ήταν:

$$TIC = C_H \frac{Q}{2} + C_R \frac{D}{Q} = 2 \frac{300}{2} + 9 \frac{3600}{300} = 408 \text{ € / έτος}$$

Άρα: για μια απόκλιση της παρτίδας παραγγελίας από το βέλτιστο της τάξης:

$$\Delta Q = \frac{300 - 180}{180} \times 100 = 66.6\%$$

Υπάρχει αύξηση κόστους της τάξης:

$$\Delta(TIC) = \frac{408 - 360}{360} \times 100 = 13.3\%$$

## ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΠΑΡΤΙΔΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ (ECONOMIC BATCH QUANTITY)

Το μοντέλο EBQ επιτρέπει τον υπολογισμό της ποσότητας που πρέπει να παράγουμε κάθε φορά για ένα προϊόν ώστε να ελαχιστοποιήσουμε το συνολικό κόστος αποθέματος.

### Δεδομένα

Ρυθμός Ζήτησης(D): Σταθερός και γνωστός.

Ρυθμός Ανανέωσης (p): Σταθερός και γνωστός.

Χρόνος Παραγγελίας (L): Σταθερός και γνωστός.

Τιμή Μονάδος (b): Σταθερή και ανεξάρτητη ύψους παραγωγής.

$c_R, c_H$ : Σταθερά και γνωστά.

$c_S$ : πολύ μεγάλο (άπειρο)  $\Rightarrow I_S = 0$

### Ζητούνται

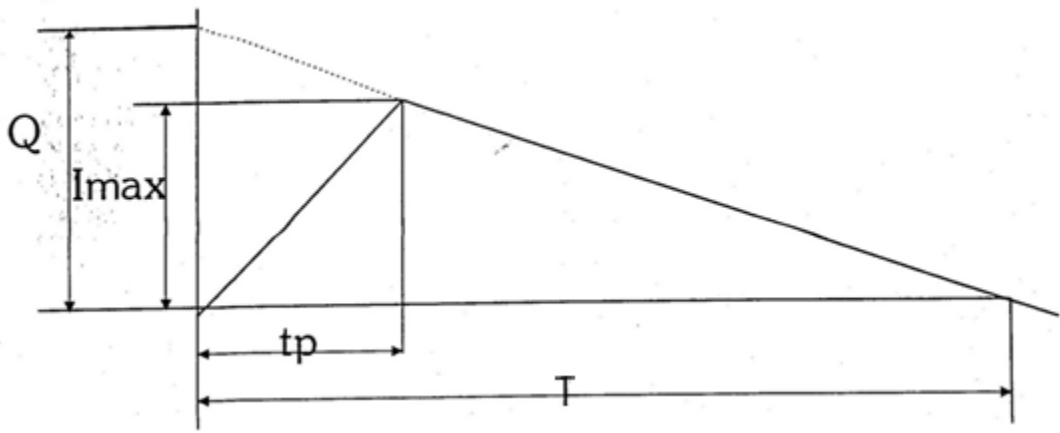
Q= Ποσότητα παρτίδας παραγωγής.

T= Διάρκεια λειτουργικής περιόδου.

### Αντικειμενική Συνάρτηση Κόστους

$$TIC = c_H I_H + c_R N$$

Πρέπει να προσδιοριστούν τα  $I_H$  και  $N$  σαν συναρτήσεις της ποσότητας παραγγελίας Q.



Από το σχήμα έχουμε:

$$I_H = \frac{I_{\max}}{2} \quad , \quad N = \frac{D}{Q}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{\max} = (p - D)t_p \\ t_p = T \frac{D}{p} \\ DT = Q \end{array} \right| \Rightarrow I_{\max} = \left(1 - \frac{D}{p}\right) Q$$

$$\text{Άρα: } TIC = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{D}{p}\right) c_H + \frac{D}{Q} c_R$$

Εξισώνοντας  $\frac{\partial TIC}{\partial Q} = 0$  , βρίσκουμε:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2c_R D}{c_H \left(1 - \frac{D}{p}\right)}} \quad , \quad T^* = \sqrt{\frac{2c_R}{c_H \left(1 - \frac{D}{p}\right)}}$$

Το βέλτιστο συνολικό κόστος αποθέματος είναι:

$$TIC^* = \sqrt{2c_H c_R D \left(1 - \frac{D}{p}\right)}$$

## Παράδειγμα:

Ο ρυθμός ζήτησης για ένα εξάρτημα είναι 6.400 μονάδες ετησίως. Το εξάρτημα παράγεται με ρυθμό 128 μονάδες ημερησίως. Το κόστος προετοιμασίας παραγωγής είναι 3€ και το μοναδιαίο κόστος διατήρησης αποθέματος είναι 0,4€ ετησίως. Ζητείται η παρτίδα παραγωγής που θα επιτρέψει στην επιχείρηση να παράγει με το ελάχιστο κόστος. Θεωρήστε δεδομένο ότι η επιχείρηση εργάζεται 250 ημέρες ετησίως.

### Λύση

Θα χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις που σχετίζονται με το μοντέλο EBQ. Για τον σκοπό αυτό έχουμε:

$$c_H = 0,4 \text{ € /έτος.}$$

$$c_R = 3 \text{ € /παρτίδα.}$$

$$D = 6.400 \text{ μονάδες/έτος.}$$

$$p = 128 \cdot 250 = 32.000 \text{ μονάδες/έτος.}$$

Υπολογίζουμε καταρχήν την βέλτιστη παρτίδα παραγωγής:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2c_R D}{c_H \left(1 - \frac{D}{p}\right)}} = 346 \text{ μονάδες/παρτίδα.}$$

Υπολογίζουμε επίσης τον χρόνο λειτουργικής περιόδου και παραγωγής:

$$T = \frac{Q^*}{D} = \frac{346}{6.400} = 0,054 \text{ \acute{e}\tau\eta}$$

$$t_p = \frac{Q^*}{p} = \frac{346}{32.000} = 0,011 \text{ \acute{e}\tau\eta}$$

Τέλος, το συνολικό λειτουργικό κόστος αποθέματος είναι:

$$TIC^* = \sqrt{2c_H c_R \left(1 - \frac{D}{p}\right) D} = 110,85 \text{ \text{€} / \acute{e}\tau\omicron\varsigma}$$

Σε περίπτωση που η επιχείρηση χρησιμοποιούσε παρτίδα παραγωγής  $Q'=500$  μονάδες, το λειτουργικό κόστος αποθέματος θα ήταν:

$$\begin{aligned} TIC &= c_H \left(1 - \frac{D}{p}\right) \frac{Q'}{2} + c_R \frac{D}{Q'} = \\ &= 0,4 \left(1 - \frac{6.400}{32.000}\right) \frac{500}{2} + 3 \frac{6.400}{500} = \\ &= 80 + 38,4 = 118,4 \text{ \text{€} / \acute{e}\tau\omicron\varsigma} \end{aligned}$$

Άρα: για μια απόκλιση της παρτίδας παραγωγής από το βέλτιστο της τάξης:

$$\Delta Q = \frac{500 - 346}{346} = 44,5\%$$

Υπάρχει αύξηση κόστους της τάξης:

$$\Delta TIC = \frac{118,4 - 110,85}{110,85} = 6,8\%$$

## ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Χαρακτηριστικό των μοντέλων ΕΟQ και ΕΒQ είναι το γεγονός ότι η καμπύλη μεταβολής του συνολικού κόστους αποθέματος είναι επίπεδη (δεν έχει μεγάλη καμπυλότητα). Σαν αποτέλεσμα, ακόμη και σημαντικές αποκλίσεις από τη βέλτιστη ποσότητα  $Q^*$  δε δημιουργούν μεγάλες αυξήσεις κόστους.

Το μοντέλο ΕΒQ ουσιαστικά ταυτίζεται με το μοντέλο ΕΟQ για μεγάλες τιμές του  $p$  (Θεωρητικά για  $p \rightarrow \infty$ ).

Σε περίπτωση που όλα τα άλλα δεδομένα παραμένουν ίδια, τότε η βέλτιστη ποσότητα  $Q^*$  που αντιστοιχεί στο μοντέλο ΕΟQ είναι μικρότερη από αυτή που αντιστοιχεί στο μοντέλο ΕΒQ. Γενικά ισχύει:

$$Q^*(EOQ) = Q^*(EBQ) \sqrt{1 - \frac{D}{p}}$$

Για το βέλτιστο αυξητικό κόστος λειτουργεί ισχύει η αντίστροφη σχέση:

$$TIC^*(EBQ) = TIC^*(EOQ) \sqrt{1 - \frac{D}{p}}$$