

ΜΟΡΦΕΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

Εξωτερική Ζήτηση: Η ζήτηση του προϊόντος/ υπηρεσίας που κατά κύριο λόγο διαμορφώνεται από την αγορά. Υπόκειται σε διακυμάνσεις που, τις περισσότερες φορές, είναι μη ελεγχόμενες.

Εσωτερική Ζήτηση: Η ζήτηση των παραγωγικών συντελεστών που είναι αναγκαίοι για την ικανοποίηση της εξωτερικής ζήτησης. Εκφράζεται σε μονάδες αντίστοιχες με αυτές των παραγωγικών συντελεστών.

Η εξωτερική ζήτηση εξαρτάται άμεσα από την αγορά και για να προσδιοριστεί απαιτείται η χρήση κατάλληλου συστήματος προβλέψεων.

Η εσωτερική ζήτηση είναι παράγωγη της εξωτερικής ζήτησης. Σε περίπτωση που υπάρχουν αξιόπιστες προβλέψεις της εξωτερικής ζήτησης τότε η ποσοτική και η χρονική κατανομή της εσωτερικής ζήτησης μπορεί να υπολογιστεί.

Στο χώρο των συστημάτων προγραμματισμού παραγωγής το πρώτο σύστημα το οποίο έκανε επιτυχή χρήση της διαφοράς εσωτερικής/εξωτερικής ζήτησης είναι το σύστημα MRP (Material Requirements Planning).

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΖΗΤΗΣΗΣ

Τα κύρια χαρακτηριστικά ζήτησης που ενδιαφέρουν μία επιχείρηση είναι:

- Ποσότητα ζήτησης
- Ποιότητα ζήτησης
- Χρονική Τάσης ζήτησης
- Γεωγραφική κατανομή ζήτησης

Ποσότητα Ζήτησης: Καθορίζει το συνολικό μέγεθος της αγοράς στην οποία δραστηριοποιείται μία επιχείρηση.

Ποιότητα Ζήτησης: Καθορίζει τις συγκεκριμένες απαιτήσεις της αγοράς σχετικά με τις προδιαγραφές του προϊόντος.

Χρονική Τάση Ζήτησης: Καθορίζει τον ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η αγορά μέσα στο χρόνο. Συνδέεται άμεσα με τον κύκλο ζωής του προϊόντος.

Γεωγραφική Κατανομή Ζήτησης: Καθορίζει τον τόπο εκδήλωσης της ζήτησης.

Τα χαρακτηριστικά της ζήτησης που πρέπει κάθε φορά να εκτιμηθούν και εξαρτώνται από τον σκοπό της πρόβλεψης, είναι:

- Στρατηγικές αποφάσεις: Συνήθως απαιτούν πρόβλεψη για όλα τα χαρακτηριστικά.
- Τακτικές/επιχειρησιακές αποφάσεις: Αρκούν η Ποσότητα και η Χρονική Τάση.

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΖΗΤΗΣΗΣ

Η ύπαρξη εκτιμήσεων (προβλέψεων) της μελλοντικής ζήτησης είναι αναγκαία προϋπόθεση για την λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων.

Ο χρονικός ορίζοντας μιας πρόβλεψης εξαρτάται από τον τύπο της επιχειρηματικής απόφασης για την οποία θα χρησιμοποιηθεί:

- Μακροχρόνια πρόβλεψη (5-10 χρόνια): για την λήψη στρατηγικών αποφάσεων.
- Μεσοπρόθεσμη πρόβλεψη (12-24 μήνες): για την λήψη τακτικών αποφάσεων.
- Βραχυπρόθεσμη πρόβλεψη (1-5 εβδομάδες): για την λήψη επιχειρησιακών/λειτουργικών αποφάσεων.

Ανεξάρτητα από τον τύπο της πρόβλεψης, ο χρονικός ορίζοντας μιας πρόβλεψης (T_F) πρέπει να είναι τέτοιος ώστε να επιτρέπει την χρήση των στοιχείων της πρόβλεψης.

Ειδικά για προβλέψεις που αφορούν αποφάσεις που λαμβάνονται περιοδικά, ο χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης πρέπει να ικανοποιεί την σχέση:

$$T_F \geq T_L + T_R$$

- T_L : χρόνος που απαιτείται για την λήψη και υλοποίηση της απόφασης (χρόνος αντίδρασης)
- T_R : χρόνος που απαιτείται για αναθεώρηση της απόφασης (χρόνος αναθεώρησης)

ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ

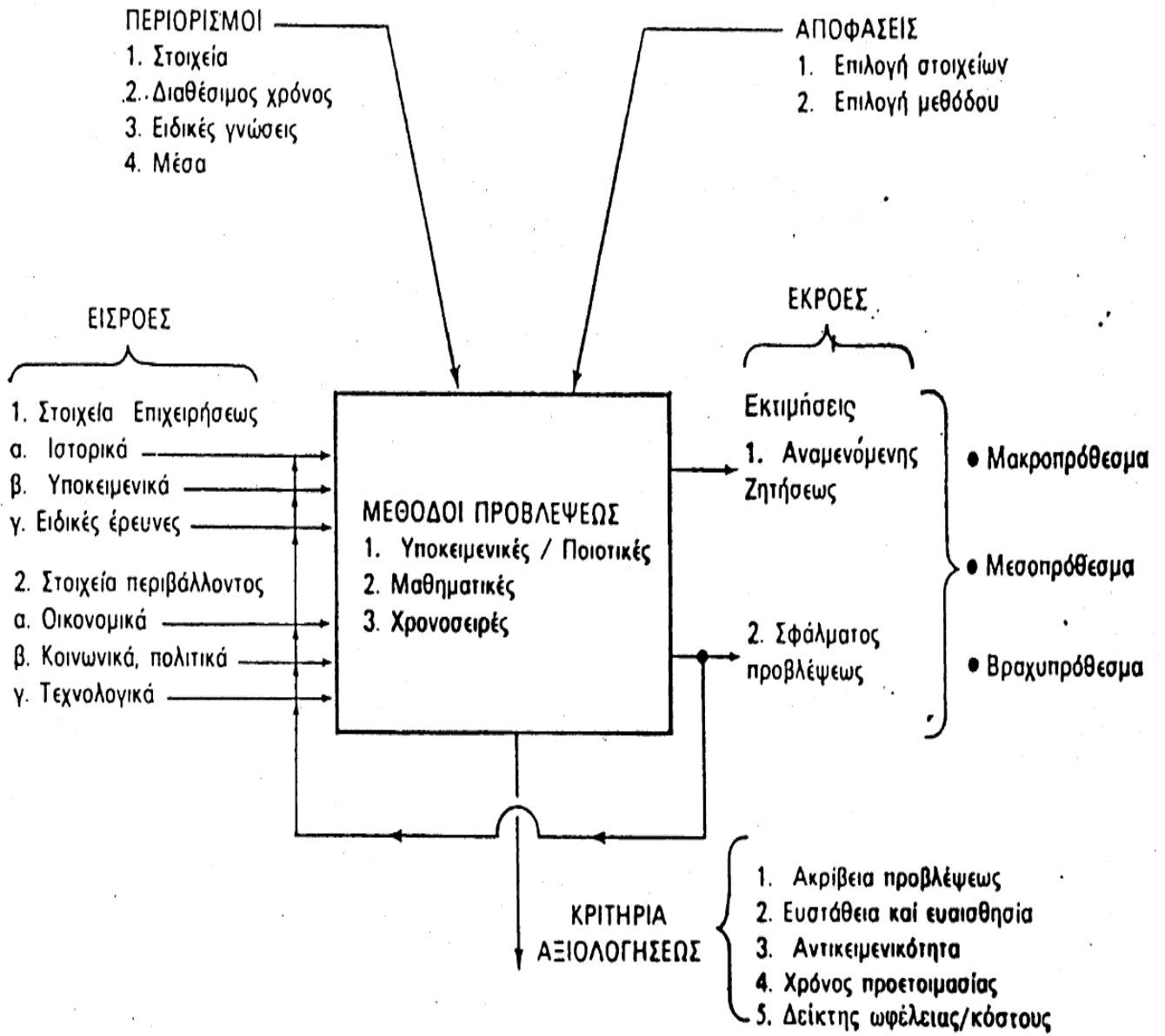
Για την διαμόρφωση προβλέψεων απαιτείται η ύπαρξη μίας διαδικασίας/συστήματος προβλέψεων ζήτησης. Για τον σχεδιασμό του συστήματος απαιτείται να καθοριστούν τα ακόλουθα:

- περιγραφή της πρόβλεψης
- απαραίτητα δεδομένα
- μεθοδολογία πρόβλεψης
- κριτήρια αξιολόγησης πρόβλεψης
- γνώση περιορισμών συστήματος

Δεν υπάρχει ένα και μοναδικό άριστο σύστημα διαμόρφωσης προβλέψεων ζήτησης. Η καταλληλότητα ή όχι ενός συστήματος κρίνεται από την συγκεκριμένη εφαρμογή.

Η καταλληλότητα ενός συστήματος για τη διαμόρφωση προβλέψεων ζήτησης σε μια επιχείρηση μπορεί να αξιολογηθεί σύμφωνα με τα ακόλουθα κριτήρια:

- Ακρίβεια των προβλέψεων
- Ικανότητα προσαρμογής σε μεταβαλλόμενες συνθήκες
- Δυνατότητα έγκαιρης προετοιμασίας πρόβλεψης
- Αντικειμενική ερμηνεία διαδέσιμων πληροφοριών
- Σχέση κόστους/οφέλους.



ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

Κεντρικό στοιχείο στην διαδικασία πρόβλεψης είναι η χρησιμοποιούμενη μεθοδολογία (μέθοδος) για τη δημιουργία των προβλέψεων. Υπάρχουν δύο γενικές κατηγορίες:

- Εμπειρικές/Υποκειμενικές Μέθοδοι
- Μαθηματικές Μέθοδοι

Η επιλογή της μεθόδου πρόβλεψης που θα χρησιμοποιηθεί εξαρτάται από τις δυνατότητες της επιχείρησης και την φύση του προβλήματος.

Εμπειρικές Μέθοδοι: Αναπτύσσονται κατά περίπτωση (ad hoc), χρησιμοποιώντας την υπάρχουσα εμπειρία στην επιχείρηση. Συνήθως βασίζονται σε μία ποιοτική ερμηνεία των δεδομένων/ γεγονότων του παρελθόντος που επιτρέπει την εξαγωγή ποσοτικών εκτιμήσεων για το μέλλον.

Μαθηματικές Μέθοδοι: Υπάρχει πλειάδα μαθηματικών μεθόδων που έχουν αναπτυχθεί τα τελευταία χρόνια, χρησιμοποιώντας δεδομένα από διάφορους μαθηματικούς κλάδους, όπως:

- ανάλυση νευρωνικών δικτύων
- ανάλυση χρονοσειρών

Η έμφαση των μαθηματικών μεθόδων δεν είναι στην ερμηνεία των στοιχείων του παρελθόντος, αλλά στην δομημένη χρήση των στοιχείων αυτών για την κατασκευή ενός μοντέλου που επιτρέπει την δημιουργία ποσοτικών μελλοντικών προβλέψεων.

ΣΥΝΘΕΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΖΗΤΗΣΗΣ

Ενα χρήσιμο μοντέλο για την κατανόηση της χρονικής μεταβολής της ζήτησης κατανοεί την ζήτηση ως σύνδεση τεσσάρων ανεξάρτητων παραγόντων:

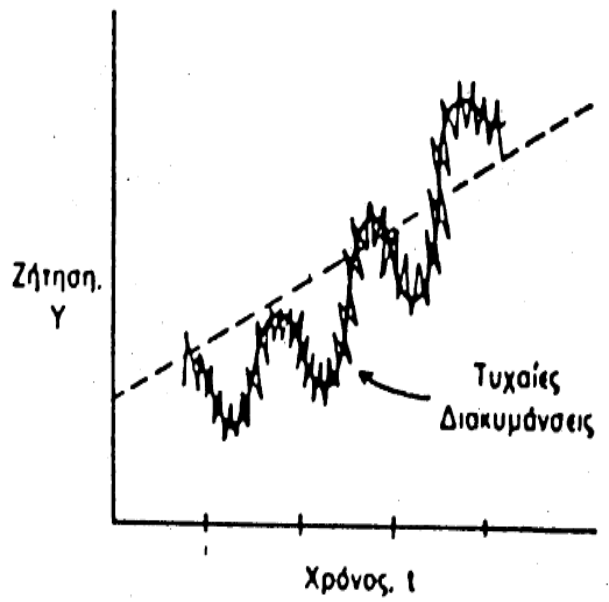
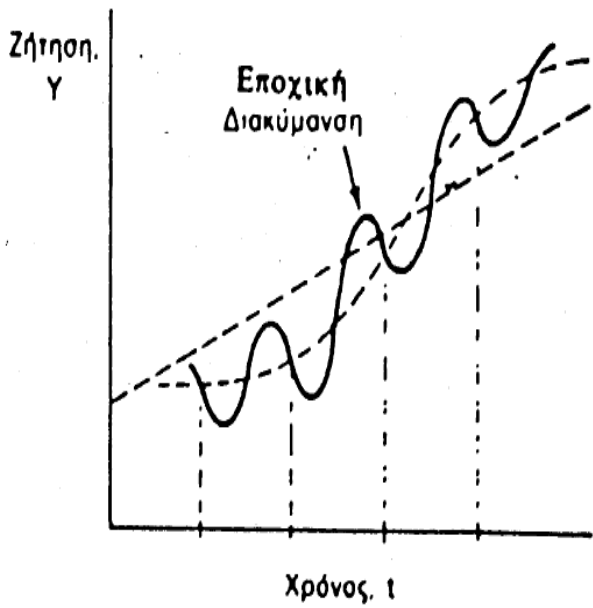
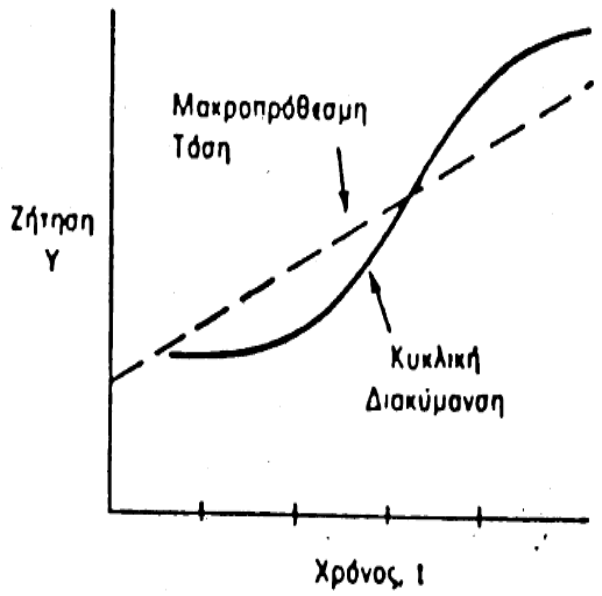
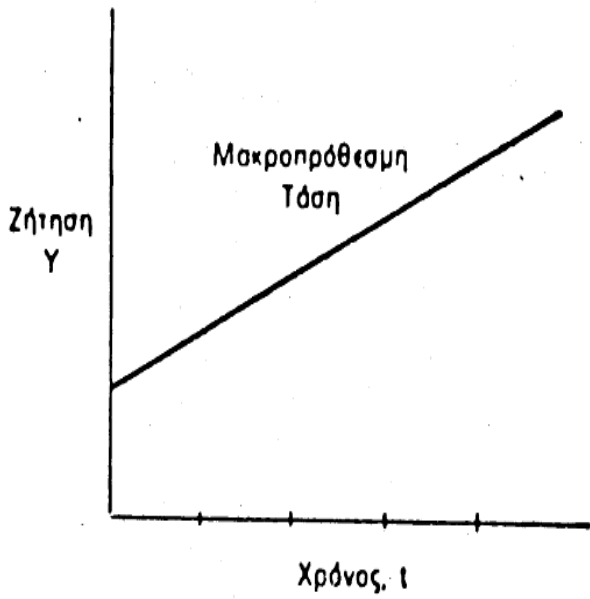
- Μακροχρόνια Τάση (T)
- Κυκλικές Διακυμάνσεις (C)
- Εποχικές Διακυμάνσεις (S)
- Τυχαίες Διακυμάνσεις (R)

Μακροχρόνια Τάση: Μεταβολή της ζήτησης που παρατηρείται για μία μακρά χρονική περίοδο, (ανοδική/πτωτική/σταθερά ζήτηση).

Κυκλικές Διακυμάνσεις: Απρόβλεπτες αυξομειώσεις της ζήτησης που οφείλονται συνήδως στη γενικότερη πορεία της οικονομίας.

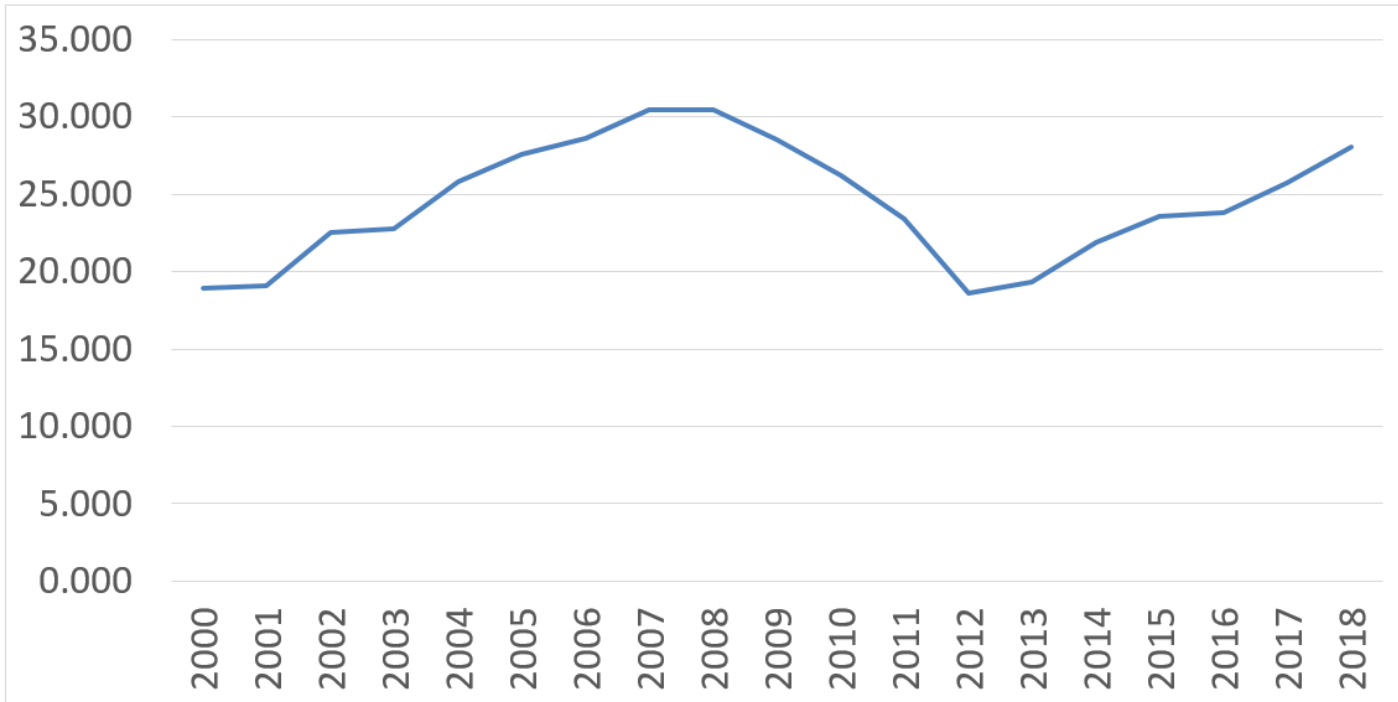
Εποχιακές Διακυμάνσεις: Επαναλαμβανόμενες (και συνήδως προβλέψιμες) αυξομειώσεις της ζήτησης που οφείλονται στον τύπο του προϊόντος και στις υπάρχουσες καταναλωτικές συνήθειες.

Τυχαίες Διακυμάνσεις: Απρόβλεπτες βραχυπρόθεσμες διακυμάνσεις της ζήτησης που οφείλονται σε διάφορα αίτια.

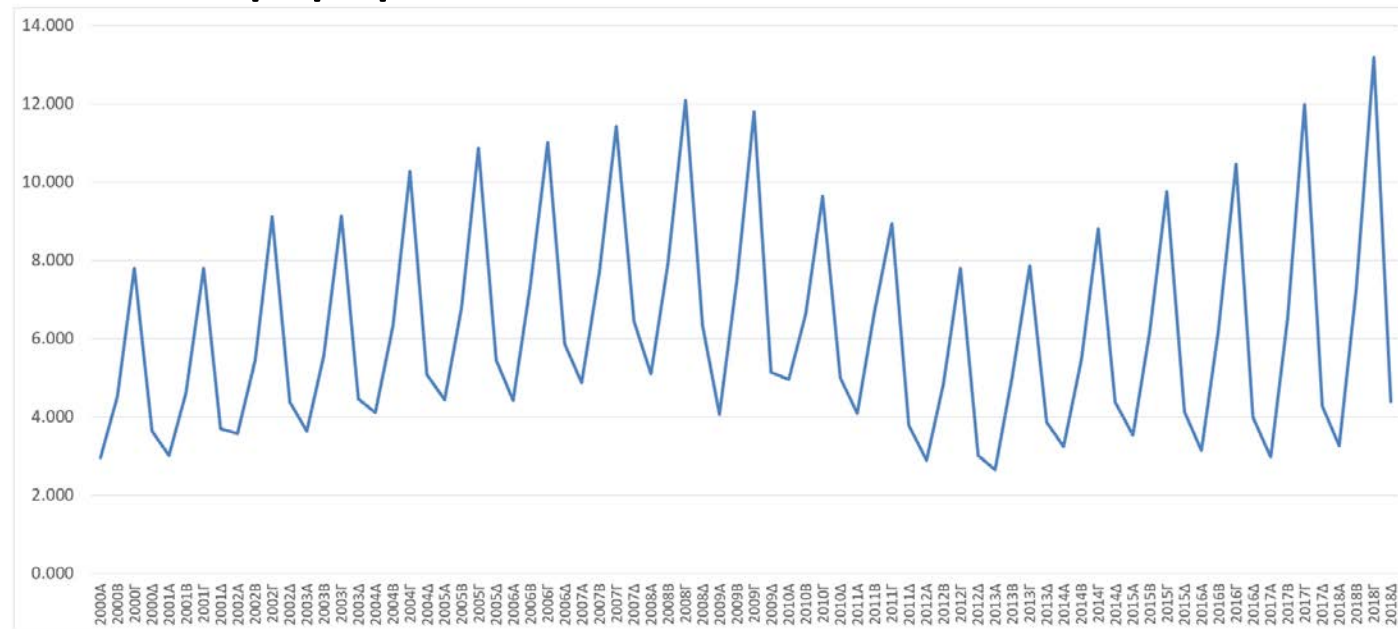


Επισκέψεις τουριστών στην Ελλάδα σε περίοδο οικονομικής ανάπτυξης και σε περίοδο κρίσης (σε εκ. τουρίστες)

Ανά έτος:



Ανά τρίμηνο:



ΜΕΘΟΔΟΙ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ

Χρονοσειρά Ζήτησης: Σύνολο τιμών της ζήτησης αν προέρχεται από μετρήσεις ή παρατηρήσεις σε ίσα χρονικά διαστήματα.

Οι μέθοδοι πρόβλεψης που στηρίζονται στην ανάλυση χρονοσειρών χρησιμοποιούν τα τέσσερα συνδεδεμένα στοιχεία της ζήτησης με στόχο την διαμόρφωση ενός μαθηματικού μοντέλου της μελλοντικής ζήτησης. Το μοντέλο είναι της γενικής μορφής:

$$Y = f(T, C, S, R).$$

Απαραίτητη προϋπόθεση για την χρήση μίας μεθόδου χρονοσειρών είναι η ύπαρξη αξιόπιστων στοιχείων για αρκετές προηγούμενες περιόδους.

Παρότι υπάρχουν και ιβριδικά μοντέλα, δύο είναι τα ακραία μοντέλα πρόβλεψης με χρονοσειρές, ανάλογα με τον τρόπο ενσωμάτωσης των συνδεδεμένων στοιχείων ζήτησης:

- Πολλαπλασιαστικό: $Y = T \cdot C \cdot S \cdot R$
- Αθροιστικό: $Y = T + C + S + R$

Σημειώνεται ότι για την πρόβλεψη της ζήτησης με χρήση χρονοσειρών δεν είναι αναγκαίο να εμπεριέχονται όλοι οι όροι T, C, S, R.

ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Από όλα τα επιμέρους θέματα που άπτονται των προβλέψεων ζήτησης θα ασχοληθούμε με τα ακόλουθα:

- Πρόβλεψη Μακροχρόνιας Τάσης Ζήτησης
- Καθορισμός Εποχικότητας Ζήτησης
- Πρόβλεψη Βραχυπρόθεσμης Ζήτησης

Για την πρόβλεψη της μακροχρόνιας τάσης θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (στατιστικής παλινδρόμησης). Θα ασχοληθούμε αποκλειστικά με ευθύγραμμες τάσεις της ζήτησης.

Για τον καθορισμό της εποχικότητας της ζήτησης απαιτούνται δείκτες που καθορίζουν το βαθμό απόκλισης της ζήτησης μίας χρονικής περιόδου από την μέση ζήτηση. Για τον υπολογισμό των δεικτών εποχικότητας θα χρησιμοποιήσουμε δύο μεθόδους:

- απλών μέσων όρων
- κινητών μέσων όρων

Από τις υπάρχουσες μεθόδους πρόβλεψης της βραχυπρόθεσμης ζήτησης θα χρησιμοποιήσουμε μία μέθοδο της κατηγορίας των μεθόδων πρόβλεψης με σταθμισμένους κινητούς μέσους όρους (απλή εκθετική εξομάλυνση).

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΑΣ ΤΑΣΗΣ

Η πρόβλεψη της μακροχρόνιας τάσης ζήτησης είναι απαραίτητη για την λήψη στρατηγικών αποφάσεων σε μία επιχείρηση.

Για την πρόβλεψη της μακροχρόνιας τάσης ζήτησης χρησιμοποιούμε ετήσια στοιχεία της ζήτησης των παρελθόντων ετών. Η πρόβλεψη αφορά την ζήτηση των επομένων ετών.

Παρότι παρουσιάζονται και άλλες συναρτησιακές σχέσεις μεταβολής της μακροχρόνιας τάσης ζήτησης ένα συνηθισμένο μοντέλο για την περιγραφή της είναι το γραμμικό μοντέλο:

$$Y = a + bX$$

όπου

- Y : η μέση ετήσια ζήτηση
- X : ο χρόνος που εκδηλώνεται η ζήτηση
- a, b : οι σταθεροί παράμετροι του μοντέλου

Χρησιμοποιώντας ιστορικά στοιχεία, μπορούμε να εκτιμήσουμε τις παραμέτρους a και b και κατόπιν να χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο για την διενέργεια προβλέψεων της μελλοντικής ζήτησης.

ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

Δίδεται μία χρονοσειρά Y_i με ιστορικά στοιχεία ζήτησης για κάθε έτος X_i . Πιστεύουμε ότι η χρονοσειρά εμφανίζει μία γραμμική τάση. Θέλουμε να καθορίσουμε τις παραμέτρους a και b του γραμμικού μοντέλου μεταβολής ζήτησης.

Y	Y_1	Y_2	Y_n
X	X_1	X_2	X_n

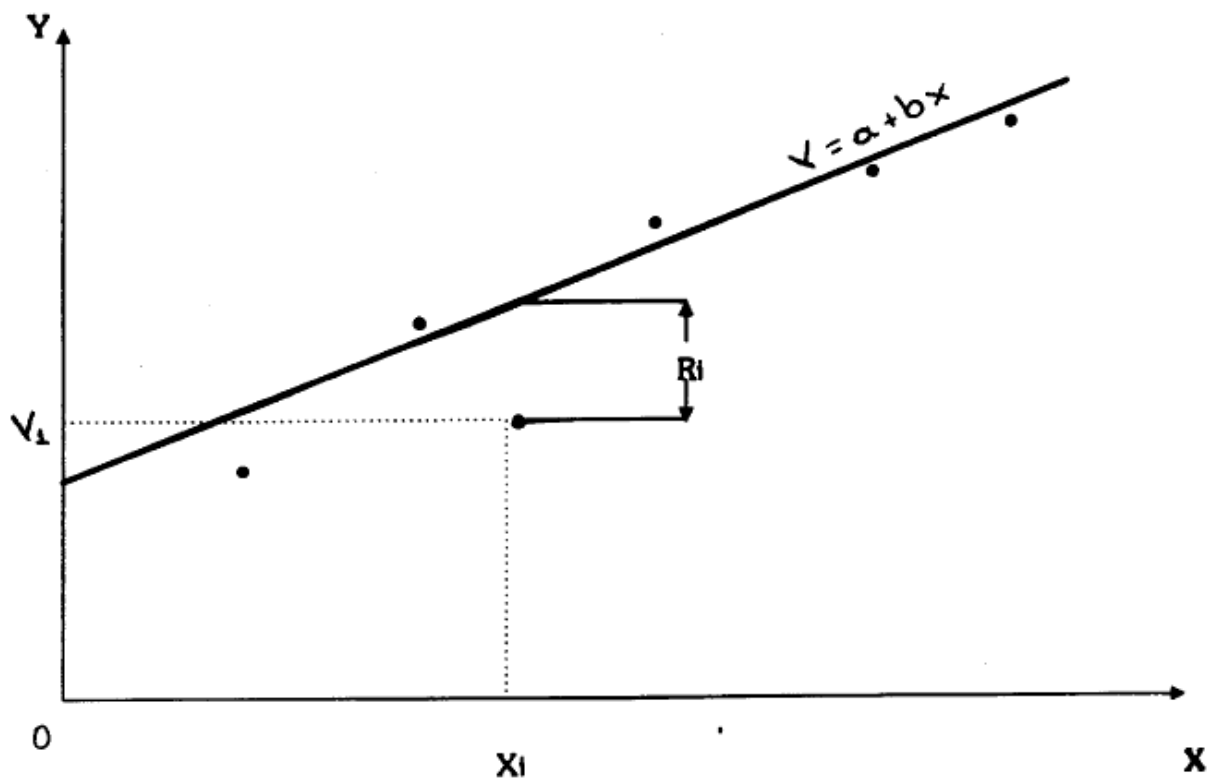
Η μέθοδος των **ελαχίστων τετραγώνων** υποδέχεται ότι η ζήτηση δίδεται από την σχέση:

$$Y_i = a + b \cdot X_i + R_i$$

όπου R_i μία κανονική τυχαία μεταβλητή με μηδενική μέση τιμή $N(0, \sigma^2)$.

Οι τιμές των παραμέτρων a και b υπολογίζονται με στόχο την ελαχιστοποίηση της σχέσης:

$$\begin{aligned} S(a,b) &= \sum R_i^2 \\ &= \sum (a + b \cdot X_i - Y_i)^2 \end{aligned}$$



X : ανεξάρτητη μεταβλητή

Y : εξαρτημένη μεταβλητή

R : απόκλιση/σφάλμα

ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Για να εντοπίσουμε το ελάχιστο ως προς a και b της σχέσης πρέπει να επιλύσουμε το σύστημα:

$$\delta S(a,b)/\delta a = 0 \qquad \delta S(a,b)/\delta b = 0$$

Διενεργώντας τις παραπάνω μερικές παραγωγίσεις βρίσκουμε τις λεγόμενες κανονικές εξισώσεις:

$$\delta S/\delta a = 0 \Rightarrow na + b\sum X_i - \sum Y_i = 0$$

$$\delta S/\delta b = 0 \Rightarrow a\sum X_i + b\sum X_i^2 - \sum X_i Y_i = 0$$

Επιλύοντας το σύστημα των κανονικών εξισώσεων ως προς a και b βρίσκουμε τελικά:

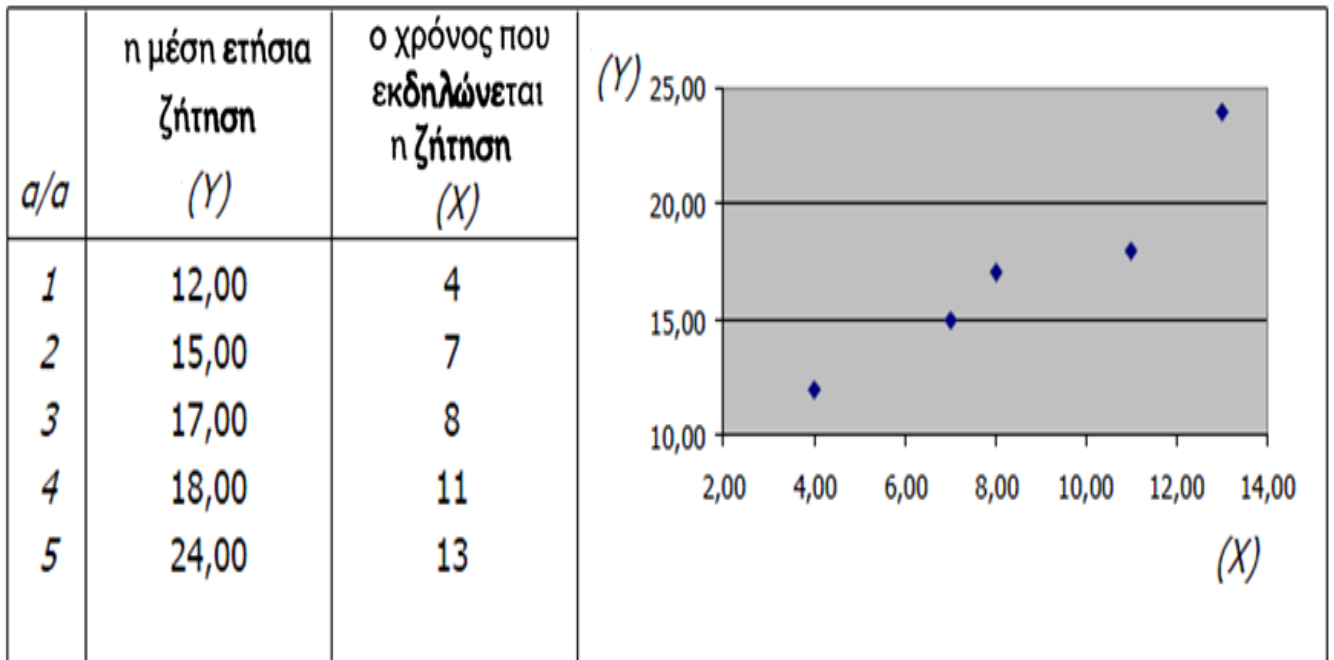
$$a = \frac{(\sum Y_i \sum X_i^2) - (\sum X_i)(\sum X_i Y_i)}{n(\sum X_i^2) - (\sum X_i)^2}$$

$$b = \frac{n(\sum X_i Y_i) - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{n(\sum X_i^2) - (\sum X_i)^2}$$

$$a = m_y - b m_x$$

$$b = \frac{\sum(XY) - n m_x m_y}{\sum X^2 - n m_x^2}$$

Παράδειγμα :



Παράδειγμα :

n	X	Y	XY	X ²
1	4,00	12,00	48,00	16,00
2	7,00	15,00	105,00	49,00
3	8,00	17,00	136,00	64,00
4	11,00	18,00	198,00	121,00
5	13,00	24,00	312,00	169,00
Σ	43,00	86,00	799,00	419,00
m	8,60	17,20		

$$\beta = \frac{\Sigma(XY) - nm_x m_y}{\Sigma X^2 - nm_x^2} \quad \beta = [799,00 - 5 \times 8,60 \times 17,20] / [419,00 - 5 \times (8,60)^2] = 1,21$$

$$a = m_y - \beta m_x \quad a = 17,20 - 1,21 \times 8,60 = 6,82.$$

$$Y = a + \beta X \longrightarrow \underline{Y = 6,82 + 1,21 * X} \xrightarrow{X=15} Y_{15} = 6,82 + 1,21 \times 15 = 24,97$$

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

Η εποχικότητα εκφράζεται με αυξομειώσεις της ζήτησης που επαναλαμβάνονται περιοδικά από έτους εις έτος. Για τον προσδιορισμό της εποχικότητας απαιτούνται αναλυτικά ιστορικά στοιχεία ζήτησης ανά εποχική περίοδο (όπως τρίμηνο, εξάμηνο).

Χρησιμοποιώντας το πολλαπλασιαστικό μοντέλο χρονοσειρών, η ζήτηση μίας εποχής (i) προσδιορίζεται από την σχέση:

$$Y_i = (T \cdot C \cdot R) \cdot S_i$$

όπου

- $T \cdot C \cdot R$: μέση ζήτηση εποχής
- S_i : ειδικός δείκτης εποχικότητας

Αν γνωρίζουμε την μέση ζήτηση (\bar{Y}_i) μίας εποχικής περιόδου (i) χωρίς εποχικότητα και την πραγματική ζήτηση της ίδιας περιόδου (Y_i), ο ειδικός δείκτης εποχικότητας ορίζεται ως:

$$S_i = Y_i / \bar{Y}_i$$

Για τον πλήρη προσδιορισμό της εποχικότητας ζήτησης πρέπει να υπολογίσουμε τους ειδικούς δείκτες εποχικότητας για ένα πλήρη εποχικό κύκλο.

Από ιστορικά στοιχεία, συνήθως γνωρίζουμε τις τιμές Y_i . Αρα χρειάζεται να προσδιορίσουμε τις τιμές \bar{Y}_i . Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε κατάλληλη μέθοδο (υπάρχουν πολλές στην βιβλιογραφία).

Το Πρόβλημα

Ετος	Εποχή				Σύνολο Ετους (Y_i)
	1	2	k	
1	Y_{11}	Y_{12}		Y_{1k}	$Y_{11}+Y_{12}+\dots+Y_{1k}$
2	Y_{21}	Y_{22}		Y_{2k}	$Y_{21}+Y_{22}+\dots+Y_{2k}$
3	Y_{31}	Y_{32}		Y_{3k}	$Y_{31}+Y_{32}+\dots+Y_{3k}$
4	Y_{41}	Y_{42}		Y_{4k}	$Y_{41}+Y_{42}+\dots+Y_{4k}$
.....					
n	Y_{n1}	Y_{n2}		Y_{nk}	$Y_{n1}+Y_{n2}+\dots+Y_{nk}$

Δίδονται αναλυτικά ιστορικά στοιχεία ζήτησης για κάθε εποχική περίοδο για μία σειρά ετών. Θέλουμε να προσδιορίσουμε τον ειδικό δείκτη εποχικότητας για κάθε περίοδο της χρονοσειράς.

Το πρόβλημα ουσιαστικά επιλύεται με τον καθορισμό της μέσης ζήτησης ανά περίοδο χωρίς εποχικότητα.

ΑΠΛΟΙ ΜΕΣΟΙ ΟΡΟΙ

Για τον υπολογισμό της μέσης ζήτησης χωρίς εποχικότητα η μέθοδος των απλών μέσων όρων χρησιμοποιεί ετήσια στοιχεία. Για την περίοδο (j) του έτους (i) έχουμε:

$$\bar{Y}_{ij} = \frac{\text{Συνολική ζήτηση Έτους } i}{\text{Αριθμός περιόδων}} = \frac{Y_i}{k}$$

1. Για κάθε έτος (i) και περίοδο (j) υπολογίζουμε τον αντίστοιχο ειδικό δείκτη εποχικότητας από την σχέση:

$$S_{ij} = Y_{ij} / \bar{Y}_{ij} \quad \forall i, j$$

2. Υπολογίζουμε τους μέσους ειδικούς δείκτες εποχικότητας \bar{S}_j για όλα τα διαθέσιμα έτη (n):

$$\bar{S}_j = \sum S_{ij} / n \quad \forall j$$

3. Εξομαλύνουμε τους παραπάνω δείκτες ώστε να απαλείψουμε τα αποτελέσματα στρογγυλοποιήσεων και παίρνουμε τους προσαρμοσμένους μέσους ειδικούς δείκτες εποχικότητας:

$$\bar{S}_j = \bar{S}_j (k / \sum \bar{S}_i) \quad \forall j$$

ΕΤΟΣ (i)	ΕΠΟΧΗ (j)	ΖΗΤΗΣΗ Y_{ij}	Μ.ΖΗΤΗΣΗ \bar{Y}_{ij}	Ε.Δ.ΕΠΟΧΙΚ. S_{ij}
Ε 1	1	289	303,25	0,953
	2	410	303,25	1,352
	3	301	303,25	0,993
	4	213	303,25	0,702
Ε 2	1	212	322,5	0,657
	2	371	322,5	1,150
	3	374	322,5	1,160
	4	333	322,5	1,033
Ε 3	1	293	377,0	0,777
	2	441	377,0	1,170
	3	411	377,0	1,090
	4	363	377,0	0,963
Ε 4	1	324	366,5	0,884
	2	462	366,5	1,261
	3	379	366,5	1,034
	4	301	366,5	0,821
Ε 5	1	347	482	0,720
	2	520	482	1,079
	3	540	482	1,120
	4	521	482	1,081
Ε 6	1	381	513	0,743
	2	594	513	1,158
	3	573	513	1,117
	4	504	513	0,982
Ε 7	1	444	528,5	0,840
	2	592	528,5	1,120
	3	571	528,5	1,080
	4	507	528,5	0,959

$E_8=2400, E_{8.1} = ?$

ΕΤΟΣ (i)	ΕΠΟΧΗ (j)	ΖΗΤΗΣΗ Y_{ij}	Μ.ΖΗΤΗΣΗ \bar{Y}_{ij}	Ε.Δ.ΕΠΟΧΙΚ. S_{ij}
Ε 1	1	289	303,25	0,953
	2	410	303,25	1,352
	3	301	303,25	0,993
	4	213	303,25	0,702
Ε 2	1	212	322,5	0,657
	2	371	322,5	1,150
	3	374	322,5	1,160
	4	333	322,5	1,033
Ε 3	1	293	377,0	0,777
	2	441	377,0	1,170
	3	411	377,0	1,090
	4	363	377,0	0,963
Ε 4	1	324	366,5	0,884
	2	462	366,5	1,261
	3	379	366,5	1,034
	4	301	366,5	0,821
Ε 5	1	347	482	0,720
	2	520	482	1,079
	3	540	482	1,120
	4	521	482	1,081
Ε 6	1	381	513	0,743
	2	594	513	1,158
	3	573	513	1,117
	4	504	513	0,982
Ε 7	1	444	528,5	0,840
	2	592	528,5	1,120
	3	571	528,5	1,080
	4	507	528,5	0,959

$$\bar{S}_1 = 0.796, \bar{S}_2 = 1.184, \bar{S}_3 = 1.085, \bar{S}_4 = 0.934$$

$$\Sigma \bar{S}_i = 3.999 \approx 4 \quad \text{άρα} \quad \bar{S}_i \approx \bar{S}_i \quad \forall i$$

ΕΤΟΣ (i)	ΕΠΟΧΗ (j)	ΖΗΤΗΣΗ Y_{ij}	Μ.ΖΗΤΗΣΗ \bar{Y}_{ij}	Ε.Δ.ΕΠΟΧΙΚ. S_{ij}
Ε 1	1	289	303,25	0,953
	2	410	303,25	1,352
	3	301	303,25	0,993
	4	213	303,25	0,702
Ε 2	1	212	322,5	0,657
	2	371	322,5	1,150
	3	374	322,5	1,160
	4	333	322,5	1,033
Ε 3	1	293	377,0	0,777
	2	441	377,0	1,170
	3	411	377,0	1,090
	4	363	377,0	0,963
Ε 4	1	324	366,5	0,884
	2	462	366,5	1,261
	3	379	366,5	1,034
	4	301	366,5	0,821
Ε 5	1	347	482	0,720
	2	520	482	1,079
	3	540	482	1,120
	4	521	482	1,081
Ε 6	1	381	513	0,743
	2	594	513	1,158
	3	573	513	1,117
	4	504	513	0,982
Ε 7	1	444	528,5	0,840
	2	592	528,5	1,120
	3	571	528,5	1,080
	4	507	528,5	0,959

$$E8=2400, E8.1 = 2400/4=600*0.796=477.6$$

ΚΙΝΗΤΟΙ ΜΕΣΟΙ ΟΡΟΙ

Η μέθοδος των κινητών μέσων όρων χρησιμοποιεί την ιδιότητα ότι ο κινητός μέσος (ΚΜ) όρος τιμών της ζήτησης που καλύπτει ένα πλήρη εποχικό κύκλο ζήτησης (ανεξαρτήτως έτους) εξουδετερώνει την επιρροή της εποχικότητας.

Με βάση το πολλαπλασιαστικό μοντέλο ζήτησης μπορούμε να εκτιμήσουμε την μέση ζήτηση χωρίς εποχικότητα μιας περιόδου (j) (δηλαδή τον όρο T·C·R) χρησιμοποιώντας ΚΜ από την σχέση:

$$\text{k περιπτώσεις: } \bar{Z}(j) = [Z(j - \frac{k-1}{2}) + \dots + Z(j + \frac{k-1}{2})] / k$$

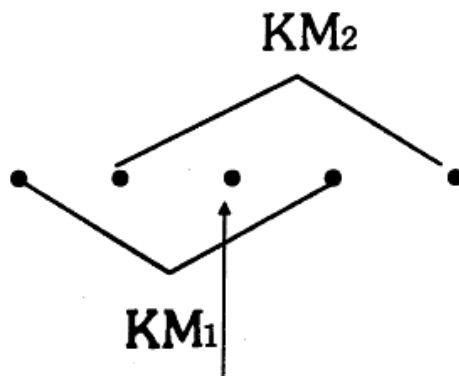
$$\text{k άρτιος: } \bar{Z}(j) = [Z(j - \frac{k}{2}) + Z(j + \frac{k}{2})] / 2k \\ + [Z(j - \frac{k}{2} + 1) + \dots + Z(j + \frac{k}{2} - 1)] / k$$

όπου

- $\bar{Z}(j)$ η μέση ζήτηση περιόδου (j) χωρίς εποχικότητα
- $Z(j)$ η ζήτηση της περιόδου (j)

Ο διαφορετικός τύπος για τον υπολογισμό της μέσης ζήτησης χωρίς εποχικότητα έγκειται στο γεγονός ότι η χρονική περίοδος του κινητού μέσου όρου αντιστοιχεί **ακριβώς στο κέντρο του διαστήματος υπολογισμού**. Για άρτιο k αυτό δεν αντιστοιχεί σε καμία διακριτή περίοδο.

Ο τύπος για k άρτιο προκύπτει ως μέσος όρος δύο διαδοχικών ΚΜ και συνήθως αποκαλείται κινητός κεντρικός μέσος όρος (ΚΚΜ).



$$\text{ΚΚΜ} = (\text{ΚΜ}_1 + \text{ΚΜ}_2) / 2$$

Z(1)	Z(2)	Z(3)	Z(4)	Z(5)	Z(6)	Z(7)	Z(8)
289	410	301	213	212	371	374	333

Για $j=4, k=3$ (περιττός):

$$\begin{aligned} \bar{Z}(4) &= [Z(3) + Z(4) + Z(5)] / 3 \\ &= (301 + 213 + 212) / 3 = 242 \end{aligned}$$

Για $j=4, k=4$ (άρτιος):

$$\begin{aligned} \bar{Z}(4) &= [Z(2) + Z(6)] / 8 + [Z(3) + Z(4) + Z(5)] / 4 \\ &= (410 + 371) / 8 + (301 + 213 + 212) / 4 \\ &= 97.625 + 181.5 \\ &= 279.125 \end{aligned}$$

Ισοδύναμα:

$$KM_1 = [Z(2) + Z(3) + Z(4) + Z(5)]/4 = 284$$

$$KM_2 = [Z(3) + Z(4) + Z(5) + Z(6)]/4 = 274.25$$

$$\Rightarrow \bar{Z}(4) = KKM = (KM_1 + KM_2)/2 = 279.125$$

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο των κινητών μέσω των όρων η εποχικότητα της ζήτησης υπολογίζεται ακολουθώντας τα ακόλουθα βήματα:

1. Για κάθε περίοδο (j) υπολογίζουμε την μέση ζήτηση χωρίς εποχικότητα $\bar{Z}(j)$ από τον ανάλογο τύπο υπολογισμού (ανάλογο με το αν K περιττός ή άρτιος).
2. Υπολογίζουμε τον αντίστοιχο ειδικό δείκτη εποχικότητας της περιόδου (j) από την σχέση:

$$S_j = Z(j) / \bar{Z}(j)$$

3. Υπολογίζουμε τους μέσους ειδικούς δείκτες εποχικότητας \bar{S}_j για όλες τις αντίστοιχες εποχές.

$$\bar{S}_j = \Sigma S_j / n$$

4. Εξομαλύνουμε τους παραπάνω δείκτες ώστε να απαλείψουμε τα αποτελέσματα πιθανών στρογγυλοποιήσεων και παίρνουμε τους προσαρμοσμένους ειδικούς δείκτες εποχικότητας:

$$\bar{S}_j' = \bar{S}_j(K/\Sigma \bar{S}_j) \quad \forall j$$

Υπολογισμός δεικτών εποχικότητας με Κινητούς Μέσους
Επισκέψεις τουριστών σε μια χώρα (σε εκ.)

Ετος	Τρίμηνο	Αφίξεις	Κινητός Μέσος (n=4)	Κεντρικός Κινητός Μέσος	Ειδικός Δείκτης Εποχικότητας
Ε 1	A	3.249	5.473	5.507	1.600
	B	5.447			
	Γ	8.814			
	Δ	4.380			
Ε 2	A	3.525	5.729	5.846	0.603
	B	6.198	5.963	5.931	1.045
	Γ	9.746	5.900	5.852	1.666
	Δ	4.129	5.804	5.803	0.712
Ε 3	A	3.141	5.802	5.891	0.533
	B	6.194	5.980	5.963	1.039
	Γ	10.457	5.947	5.925	1.765
	Δ	3.995	5.904	5.945	0.672
Ε 4	A	2.970	5.986	6.176	0.481
	B	6.523	6.367	6.402	1.019
	Γ	11.978	6.436	6.472	1.851
	Δ	4.274	6.508	6.598	0.648
Ε 5	A	3.258	6.688	6.837	0.477
	B	7.242	6.985	7.000	1.035
	Γ	13.167	7.015		
	Δ	4.392			

Υπολογισμός μέσω ειδικών δεικτών εποχικότητας

Έτος	A	B	Γ	Δ	Σύνολο
E 1			1.600	0.777	
E 2	0.603	1.045	1.666	0.712	
E 3	0.533	1.039	1.765	0.672	
E 4	0.481	1.019	1.851	0.648	
E 5	<u>0.477</u>	<u>1.035</u>	—	—	
Σύνολο	2.094	4.137	6.881	2.809	
Μέσος	0.523	1.034	1.720	0.702	3.980
Προσ. Μέσος	0.526	1.039	1.729	0.706	4.000

Ο προσαρμοσμένος μέσος ειδικός δείκτης εποχικότητας είναι:

Για το 1ο τρίμηνο: 0.526

Για το 2ο τρίμηνο: 1.039

Για το 3ο τρίμηνο: 1.729

Για το 4ο τρίμηνο: 0.706

Έστω ότι προβλέπουμε ότι το έτος E6 θα επισκεφθούν τη χώρα 30 εκ. τουρίστες.

Η κατανομή τους ανά τρίμηνο έχει ως εξής:

$$Y(1\tau\rho, \text{Έτος } E6) = (30.000/4) * 0.526 = 3.945$$

$$Y(2\tau\rho, \text{Έτος } E6) = (30.000/4) * 1.039 = 7.793$$

$$Y(3\tau\rho, \text{Έτος } E6) = (30.000/4) * 1.729 = 12.967$$

$$Y(4\tau\rho, \text{Έτος } E6) = (30.000/4) * 0.706 = 5.295$$

} 30.000

ΒΡΑΧΥΠΡΟΘΕΣΜΗ ΖΗΤΗΣΗ

Η πρόβλεψη της βραχυπρόθεσμης ζήτησης είναι αναγκαία για την λήψη τακτικών/επιχειρησιακών αποφάσεων. Ο χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης που απαιτείται για τον σκοπό αυτό είναι λίγες εβδομάδες.

Οι κύριες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη της βραχυπρόθεσμης ζήτησης ανήκουν στην κατηγορία των κινητών μέσων όρων (απλών ή σταθμισμένων).

Οι μέθοδοι πρόβλεψης με κινητούς μέσους όρους προβλέπουν την ζήτηση κάποιας περιόδου (Y_{t+1}) ως τον μέσο όρο της πραγματοποιηθείσας ζήτησης κατά τις προηγούμενες περιόδους. Γενικά:

$$Y_{t+1} = (\sum a_i Y_{t-i}) / n$$

όπου

- a_i : κάποιος σταθμιστής βαρύτητας
- n : ο αριθμός των συμπεριλαμβανομένων περιόδων

Βασική προϋπόθεση για την απευθείας χρήση μεθόδων πρόβλεψης που βασίζονται σε κινητούς μέσους όρους είναι ότι η ζήτηση δεν παρουσιάζει οποιασδήποτε μορφής τάση (λογική υπόθεση για μικρό χρονικό ορίζοντα). Διαφορετικά απαιτούνται ειδικοί μετασχηματισμοί.

Λόγω της απλότητάς τους, μέθοδοι πρόβλεψης με κινητούς μέσους όρους είναι ιδιαίτερα διαδεδομένες.

ΑΠΛΗ ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ

Με την μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης η πρόβλεψη της ζήτησης κάποιας περιόδου (Y'_{t+1}) δίνεται από την σχέση:

$$Y'_{t+1} = \alpha Y_t + (1-\alpha) Y'_t$$

όπου

- Y'_t : προβλεπόμενη ζήτηση περιόδου (t)
- Y_t : πραγματοποιηθείσα ζήτηση περιόδου (t)
- α : συντελεστής εξομάλυνσης ($0 \leq \alpha \leq 1$)

Ο συντελεστής εξομάλυνσης α προσδιορίζει την βαρύτητα που δίνουμε στην πραγματοποιηθείσα ζήτηση της προηγούμενης περιόδου. Για:

- $\alpha = 1 \Rightarrow$ πρόβλεψη ισούται με προηγούμενη ζήτηση
- $\alpha = 0 \Rightarrow$ πρόβλεψη αγνοεί προηγούμενη ζήτηση

Εναλλακτικά μπορούμε να γράψουμε την πρόβλεψη με την ισοδύναμη σχέση:

$$Y'_{t+1} = Y'_t + \alpha (Y_t - Y'_t)$$

όπου η πρόβλεψη της περιόδου (Y'_{t+1}) συνδέεται με την πρόβλεψη της προηγούμενης περιόδου (Y'_t) και το σφάλμα της πρόβλεψης αυτής.

Κύρια πλεονεκτήματα της μεθόδου της απλής εκθετικής εξομάλυνσης:

- απλή στην εφαρμογή
- δεν απαιτεί πολλά στοιχεία παρελθόντος

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

Περίοδος	Ζήτηση Y_t	Πρόβλεψη Y'_{t+1}	
		$a = 0.2$	$a = 0.9$
1	43	-	-
2	36	43.00	43.00
3	34	41.60	36.70
4	51	40.08	34.27
5	48	42.26	49.33
6	52	43.41	48.13
7		45.13	51.61

Σημείωση: Για να αρχίσουμε τους υπολογισμούς υποθέτουμε ότι την πρώτη περίοδο:

$$Y'_2 = Y_1 (=43)$$

$$a = 0.2, Y'_3 = ?$$

$$\begin{aligned} Y'_3 &= a Y_2 + (1 - a) Y'_2 \\ &= 0.2 \times 36 + (1 - 0.2) \times 43 = 41.6 \end{aligned}$$

$$a = 0.9, Y'_7 = ?$$

$$\begin{aligned} Y'_7 &= a Y_6 + (1 - a) Y'_6 \\ &= 0.9 \times 52 + (1 - 0.9) \times 48.13 = 51.61 \end{aligned}$$

Παρατήρηση: Για μεγάλες τιμές a η πρόβλεψη αυξομειώνεται σύμφωνα με τη ζήτηση. Για μικρές τιμές a η πρόβλεψη είναι σταθερότερη.

ΑΣΚΗΣΗ

Ένα κατάστημα λιανικής πώλησης ηλεκτρονικών ειδών διατηρεί αναλυτικά στοιχεία για τις μηνιαίες πωλήσεις κλιματιστικών (σε τεμάχια).

Τα δεδομένα που έχουν συλλεχθεί αφορούν το έτος 2025 και παρουσιάζονται αναλυτικά στον Πίνακα. Στόχος της επιχείρησης είναι να εκτιμήσει τις πωλήσεις των επόμενων μηνών, ώστε να εξασφαλίσει τη συνεχή διαθεσιμότητα των προϊόντων της, να διαχειριστεί αποδοτικότερα το στοκ της και να βελτιώσει συνολικά τον εφοδιασμό της.

Η μέθοδος πρόβλεψης που χρησιμοποιείται μέχρι σήμερα είναι αυτή του **απλού κινούμενου μέσου τριών περιόδων** (μέθοδος 1). Σε συνάντηση ανώτερων στελεχών της Διεύθυνσης Πωλήσεων αναπτύχθηκε έντονος προβληματισμός για την αποτελεσματικότητα αυτής της μεθόδου και διατυπώθηκαν δύο διαφορετικές προτάσεις:

Η πρώτη πρόταση ήταν να υιοθετηθεί ως νέα μέθοδος πρόβλεψης της ζήτησης των κλιματιστικών η μέθοδος της **απλής εκθετικής εξομάλυνσης με σταθερά εξομάλυνσης $a=0,25$** (μέθοδος 2), ενώ η δεύτερη πρόταση ήταν αυτή ενός έμπειρου πωλητή, ο οποίος πρότεινε να υιοθετηθεί μια απλούστερη και κατά βάση **«εμπειρική» μέθοδος**. Σύμφωνα με την πρότασή του, η πρόβλεψη για κάθε επόμενο μήνα θα είναι ίση με την πραγματική τιμή της ζήτησης του προηγούμενου μήνα (μέθοδος 3). Στο τέλος της συνάντησης, σας ανατέθηκε από τον Διευθυντή Πωλήσεων να ετοιμάσετε μια εισήγηση, που θα απαντά στα παρακάτω συγκεκριμένα ερωτήματα:

ΑΣΚΗΣΗ (συνέχεια)

(1) Ποιες είναι οι προβλέψεις για τη ζήτηση των κλιματιστικών για τον επόμενο μήνα με τις τρεις διαφορετικές μεθόδους πρόβλεψης, που συζητήθηκαν στη διάρκεια της συνάντησης των στελεχών; Υπολογίστε, δηλαδή, την πρόβλεψη για τον Ιανουάριο του 2026 με βάση:

- (i) την υφιστάμενη μέθοδο του απλού κινούμενου μέσου τριών περιόδων,
- (ii) τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης με σταθερά εξομάλυνσης $a=0,25$ και
- (iii) την «εμπειρική» μέθοδο πρόβλεψης που προτάθηκε από τον έμπειρο πωλητή.

* Για τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης, ξεκινήστε τις προβλέψεις σας από τον μήνα Μάιο 2024 θεωρώντας ως τιμή πρόβλεψης του Απριλίου 2024 αυτή που βρήκατε με την μέθοδο του απλού κινούμενου μέσου των τριών περιόδων.

(2) Εξηγείστε αναλυτικά ποια από τις τρεις αυτές μεθόδους φαίνεται ότι δίνει καλύτερα (δηλαδή πιο αξιόπιστα) αποτελέσματα.

ΑΣΚΗΣΗ (συνέχεια)

Μήνας	Πωλήσεις
Ιανουάριος	300
Φεβρουάριος	290
Μάρτιος	200
Απρίλιος	230
Μάιος	296
Ιούνιος	380
Ιούλιος	420
Αύγουστος	340
Σεπτέμβριος	220
Οκτώβριος	190
Νοέμβριος	270
Δεκέμβριος	300

- (i) υφιστάμενη μέθοδος του απλού κινούμενου μέσου τριών περιόδων,
- (ii) μέθοδος απλής εκθετικής εξομάλυνσης με σταθερά εξομάλυνσης $a=0,25$
- (iii) «εμπειρική» μέθοδος πρόβλεψης που προτάθηκε από τον έμπειρο πωλητή.



ΑΣΚΗΣΗ (συνέχεια)

Η πρόβλεψή μας για τον Ιανουάριο του 2026 με την υφιστάμενη **μέθοδο του απλού κινούμενου μέσου** τριών περιόδων ΚΜΟ (3) που χρησιμοποιήθηκε μέχρι σήμερα, υπολογίζεται ως εξής:

$$F_{\text{ΙΑΝ } 2026} = (Y_{\text{ΔΕΚ } 2025} + Y_{\text{ΝΟΕ } 2025} + Y_{\text{ΟΚΤ } 2025})/3 = (190+270+300)/3 = \mathbf{253.3}$$

Η πρόβλεψή μας με την **εμπειρική μέθοδο** που προτάθηκε από τον έμπειρο πωλητή θα είναι

$$F_{\text{ΙΑΝ } 2026} = Y_{\text{ΔΕΚ } 2025} = \mathbf{300}$$

Η πρόβλεψη με τη **μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης** με σταθερά εξομάλυνσης $a=0.25$, υπολογίζεται με τη βοήθεια της σχέσης:

$$F_{t+1} = aY_t + (1 - a)F_t$$

Εδώ το ζήτημα είναι η αρχή της υπολογιστικής διαδικασίας. Συγκεκριμένα, ξεκινάμε τις προβλέψεις μας από τον Μάιο του 2025 θεωρώντας ως αρχική τιμή της πρόβλεψης της προηγούμενης περιόδου, για τον Απρίλιο του 2025 δηλαδή, την τιμή που βρήκαμε με την μέθοδο 1 (δλδ. έναν απλό μέσο όρο των τιμών των προηγούμενων τριών περιόδων):

$$F_{\text{ΑΠΡΙΛΗΣ } 2025} = (300+290+200)/3 = 263,33$$

ΑΣΚΗΣΗ (συνέχεια)

Ακολουθως γίνονται οι προβλέψεις για όλο το έτος 2025 σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα, οπότε τελικά η πρόβλεψή μας για τον Ιανουάριο του 2026 θα είναι:

$$F_{\text{ΙΑΝ } 2026} = 0.25 * Y_{\text{ΔΕΚ } 2025} + (1-0.25) * F_{\text{ΔΕΚ } 2025} = 0.25 * 300 + 0.75 * 272,90 = \mathbf{279,67}$$

Χρονικη περίοδος	Πωλήσεις	Προβλέψεις
ΙΑΝ 25		
ΦΕΒ 25		
ΜΑΡ 25		
ΑΠΡ 25	230	263,33
ΜΑΪ 25	296	255,00
ΙΟΥΝ 25	380	265,25
ΙΟΥΛ 25	420	293,94
ΑΥΓ 25	340	325,45
ΣΕΠ 25	220	329,09
ΟΚΤ 25	190	301,82
ΝΟΕ 25	270	273,86
ΔΕΚ 25	300	272,90
ΙΑΝ 26		279,67

ΑΣΚΗΣΗ (συνέχεια)

Μήνας	Πωλήσεις
Ιανουάριος	300
Φεβρουάριος	290
Μάρτιος	200
Απρίλιος	230
Μάιος	296
Ιούνιος	380
Ιούλιος	420
Αύγουστος	340
Σεπτέμβριος	220
Οκτώβριος	190
Νοέμβριος	270
Δεκέμβριος	300

- (i) υφιστάμενη μέθοδος του απλού κινούμενου μέσου τριών περιόδων, **253.30**
- (ii) μέθοδος απλής εκθετικής εξομάλυνσης με σταθερά εξομάλυνσης $a=0,25$ **279.67**
- (iii) «εμπειρική» μέθοδος πρόβλεψης που προτάθηκε από τον έμπειρο πωλητή. **300.00**

Ποια από τις τρεις αυτές μεθόδους φαίνεται ότι δίνει καλύτερα (δηλαδή πιο αξιόπιστα) αποτελέσματα;

ΑΣΚΗΣΗ (συνέχεια)

Μέθοδος 1 του απλού κινούμενου μέσου όρου τριών περιόδων ΚΜΟ(3)

Χρονική περίοδος	Πωλήσεις	Προβλέψεις	Σφάλμα	απόλυτο σφάλμα	τετράγωνο σφάλματος	ποσοστιαίο σφάλμα	απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα
1,00	300						
2,00	290						
3,00	200						
4,00	230	263,33	-33,33	33,33	1111,11	-14,49	14,49
5,00	296	240,00	56,00	56,00	3136,00	18,92	18,92
6,00	380	242,00	138,00	138,00	19044,00	36,32	36,32
7,00	420	302,00	118,00	118,00	13924,00	28,10	28,10
8,00	340	365,33	-25,33	25,33	641,78	-7,45	7,45
9,00	220	380,00	-160,00	160,00	25600,00	-72,73	72,73
10,00	190	326,67	-136,67	136,67	18677,78	-71,93	71,93
11,00	270	250,00	20,00	20,00	400,00	7,41	7,41
12,00	300	226,67	73,33	73,33	5377,78	24,44	24,44
		253,33					
					MSE		MAPE
					9768,05		31,31

ΑΣΚΗΣΗ (συνέχεια)

Μέθοδος 2 της απλής εκθετικής εξομάλυνσης ($\alpha=0.25$)

Χρονική περίοδος	Πωλήσεις	Προβλέψεις	Σφάλμα	απόλυτο σφάλμα	τετράγωνο σφάλματος	ποσοστιαίο σφάλμα	απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα
1,00	300						
2,00	290						
3,00	200						
4,00	230	263,33	-33,33	33,33	1111,11	-14,49	14,49
5,00	296	255,00	41,00	41,00	1681,00	13,85	13,85
6,00	380	265,25	114,75	114,75	13167,56	30,20	30,20
7,00	420	293,94	126,06	126,06	15891,75	30,01	30,01
8,00	340	325,45	14,55	14,55	211,61	4,28	4,28
9,00	220	329,09	-109,09	109,09	11900,59	-49,59	49,59
10,00	190	301,82	-111,82	111,82	12503,13	-58,85	58,85
11,00	270	273,86	-3,86	3,86	14,92	-1,43	1,43
12,00	300	272,90	27,10	27,10	734,56	9,03	9,03
		279,67					
					MSE		MAPE
					6357,36		23,53

ΑΣΚΗΣΗ (συνέχεια)

Εμπειρική μέθοδος 3 ΚΜΟ (1)

Χρονική περίοδος	Πωλήσεις	Προβλέψεις	Σφάλμα	απόλυτο σφάλμα	τετράγωνο σφάλματος	ποσοστιαίο σφάλμα	απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα
1,00	300						
2,00	290						
3,00	200						
4,00	230	200,00	30,00	30,00	900,00	13,04	13,04
5,00	296	230,00	66,00	66,00	4356,00	22,30	22,30
6,00	380	296,00	84,00	84,00	7056,00	22,11	22,11
7,00	420	380,00	40,00	40,00	1600,00	9,52	9,52
8,00	340	420,00	-80,00	80,00	6400,00	-23,53	23,53
9,00	220	340,00	-120,00	120,00	14400,00	-54,55	54,55
10,00	190	220,00	-30,00	30,00	900,00	-15,79	15,79
11,00	270	190,00	80,00	80,00	6400,00	29,63	29,63
12,00	300	270,00	30,00	30,00	900,00	10,00	10,00
		300,00					
					MSE		MAPE
					4768,00		22,27