

Ποσοτικές Μέθοδοι στην Χρηματοοικονομική

5^ο Εξάμηνο
Καθηγητής Χρηματοοικονομικής τμήματος
Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων
Νικόλαος Φίλιππας



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

UNIVERSITY OF PIRAEUS

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Βασικές στατιστικές έννοιες

3.1 Εισαγωγή

- Προκειμένου να περιγράψουμε συνοπτικά τις αποδόσεις, τις τιμές ή τις συναλλαγές των διαφόρων περιουσιακών στοιχείων χρησιμοποιούμε μέτρα θέσεως ή αλλιώς κεντρικής τάσης (measures of location or central tendency), μέτρα διασποράς (measures of dispersion), μέτρα ασυμμετρίας (skewness) και μέτρα κύρτωσης (kurtosis).
- Ο μέσος όρος ενός συνόλου παρατηρήσεων αποτελεί ένα συνοπτικό μέτρο της κεντρικής ή πιο συνηθισμένης τιμής. Τα μέτρα διασποράς δηλώνουν τον βαθμό συγκέντρωσης ή διασποράς των παρατηρήσεων γύρω από την μέση τιμή της κατανομής.
- Τα μέτρα ασυμμετρίας εκφράζουν σε ποιο βαθμό οι διαθέσιμες παρατηρήσεις κατανέμονται συμμετρικά γύρω από την μέση τιμή ενώ τα μέτρα κύρτωσης μας πληροφορούν για τον βαθμό που μια κατανομή εμφανίζει υψηλή κορυφή (λεπτόκυρτη) ή χαμηλή σχετικά κορυφή (πλατύκυρτη).
- Η χρήση όλων των παραπάνω μέτρων, είναι ζωτικής σημασίας στην προσπάθεια του χρηματοοικονομικού ερευνητή να προσεγγίσει και να ερμηνεύσει την συμπεριφορά των υπό εξέταση φαινομένων.
- Για παράδειγμα, η ύπαρξη ασυμμετρίας ή κύρτωσης στην κατανομή των παρατηρήσεων υποδεικνύει την παραβίαση μιας από τις σημαντικότερες υποθέσεις της χρηματοοικονομικής οικονομετρίας που είναι η υπόθεση της κανονικότητας.

- Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε την έννοια των ροπών. Η ροπή k τάξης γύρω από μια ποσότητα A δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - A)^k}{n} \quad (27)$$

- Εάν $A=0$ και $k=1$ τότε ο παραπάνω τύπος εκφράζει τον αριθμητικό μέσο.
- Έτσι ο αριθμητικός μέσος συχνά αποκαλείται ως η πρώτη ροπή γύρω από το μηδέν.
- Στην περίπτωση που το A είναι ο αριθμητικός μέσος και $k=2$ προκύπτει η δεύτερη ροπή γύρω από τον μέσο που είναι η γνωστή μας διακύμανση η οποία αποτελεί μέτρο διασποράς.
- Αντίστοιχα, εάν το A είναι ο αριθμητικός μέσος και $k=3$ προκύπτει η τρίτη ροπή γύρω από το μέσο η οποία μετράει την συμμετρία της κατανομής
- και αν $k=4$ θα έχουμε τον συντελεστή κύρτωσης.

Πίνακας 8

Υπολογισμός δειγματικών ροπών

Ροπή	Δειγματική ροπή
Μέσος	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
Διακύμανση	$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
Ασυμμετρία	$\hat{\zeta} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(s^2)^{\frac{3}{2}}}$
Κύρτωση	$\hat{\kappa} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{(s^2)^2}$

Πίνακας 9

Ροπές διακριτών και συνεχών τυχαίων μεταβλητών

Παράμετρος	Διακριτή συνάρτηση πιθανότητας	Συνεχής συνάρτηση πιθανότητας
Μέσος	$EX = \sum_i x_i P(X = x_i)$	$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$
Διακύμανση	$VX = \sum (x_i - EX)^2 P(X = x_i)$	$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - EX)^2 f(x)dx$
Ασυμμετρία	$\zeta = \frac{E(X - EX)^3}{(VX)^{\frac{3}{2}}}$	$\zeta = \frac{E(X - EX)^3}{(VX)^{\frac{3}{2}}}$
Κύρτωση	$\kappa = \frac{E(X - EX)^4}{(VX)^2}$	$\kappa = \frac{E(X - EX)^4}{(VX)^2}$

ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΦΙΛΙΠΠΑΣ

3.2 Μέτρα θέσεως ή κεντρικής τάσης (Measures of central tendency)

➤ 3.2.1 Αριθμητικός Μέσος (Arithmetic mean)

- Ο αριθμητικός μέσος, μιας σειράς παρατηρήσεων, ορίζεται ως το άθροισμα των επί μέρους τιμών X_i δια του αριθμού των παρατηρήσεων N :

$$\text{Αριθμητικός Μέσος} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \quad (28)$$

- Αξίζει να αναφερθεί ότι ο αριθμητικός μέσος ενός πληθυσμού συμβολίζεται ως μ ενώ ο αριθμητικός μέσος ενός δείγματος συμβολίζεται ως $\bar{X}$
- Θα πρέπει να επισημανθεί ότι ο αριθμητικός μέσος χρησιμοποιείται με επιτυχία ως μέτρο της κεντρικής τιμής μόνον σε καταστάσεις όπου οι επί μέρους τιμές δεν παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις.
- Παράδειγμα
- Ένας φοιτητής συγκέντρωσε κατά την διάρκεια ενός ακαδημαϊκού έτους τους παρακάτω βαθμούς σε 10 μαθήματα: 6,5,7,8,6,7,5,9,10 και 9. Ο μέσος όρος της βαθμολογίας του συγκεκριμένο φοιτητή για το συγκεκριμένο έτος θα είναι ίσος με:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{6+5+7+8+6+7+5+9+10}{10} = 6,3$$

➤ 3.2.2 Γεωμετρικός μέσος (Geometric mean)

- Ένα εναλλακτικό μέτρο μέσης τιμής τα οποίο χρησιμοποιείται συχνά για την προσέγγιση του μέσου ρυθμού ανάπτυξης μιας επένδυσης είναι ο γεωμετρικός μέσος.
- Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι ένας χρηματιστηριακός δείκτης παρουσίασε τις παρακάτω ετήσιες αποδόσεις για 5 διαδοχικά έτη: +10%, +20%, +15%, -30%, +20%.
- Σε αυτή την περίπτωση ο απλός αριθμητικός μέσος θα ήταν $+35/5=7\%$.
- Ωστόσο, εάν επενδύαμε 100 χρηματικές μονάδες στην αρχή του πρώτου έτους στον συγκεκριμένο δείκτη με συνεχή ανατοκισμό το συγκεκριμένο ποσό θα ήταν ίσο με: 110 ($=100 \times (1+10\%)$) στο τέλος του πρώτου έτους, 132 στο τέλος του δεύτερου έτους, 151,8, στο τέλος του τρίτου έτους, 106,26 στο τέλος του τέταρτου έτους και 127,51 στο τέλος του πέμπτου έτους.
- Έτσι εάν συγκρίνουμε τις 100 αρχικές χρηματικές μονάδες με τις 127,51 στο τέλος του πέμπτου έτους προκύπτει μια συνολική αύξηση της τάξης του 27,5% και εάν διαιρέσουμε τη συνολική αύξηση με τα 5 έτη προκύπτει μια μέση ετήσια αύξηση 5,5%.
- Είναι όμως σωστή η συγκεκριμένη απάντηση; Στην πραγματικότητα η συγκεκριμένη απάντηση είναι λανθασμένη. Αυτό που χρειαζόμαστε είναι ένα απλό μέτρο ρυθμού αύξησης το οποίο όταν επαναλαμβάνεται η φορές μετατρέπει την αρχική αξία σε τελική αξία.
- Το σωστό μέτρο περιοδικού ρυθμού αύξησης προκύπτει από την χρήση του γεωμετρικού μέσου. Το κατάλληλο μέτρο για τον υπολογισμό του ετήσιου ρυθμού αύξησης για n έτη δίνεται μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\bar{X}_g = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n} - 1 \quad (29)$$

- όπου οι μεταβλητές X_i ισούνται με $1+r$ και r είναι ο ρυθμός αύξησης. Χρησιμοποιώντας τα προηγούμενα δεδομένα ο γεωμετρικός μέσος ρυθμός αύξησης για 5 έτη θα είναι ίσος με:

$$\begin{aligned}\bar{X}_g &= \sqrt[5]{(1,1) \times (1,2) \times (1,15) \times (0,7) \times (1,2)} - 1 \\ &= 1,0498 - 1 = 4,98\%\end{aligned}$$

- Παρατηρούμε λοιπόν ότι ο αριθμητικός μέσος υπερεκτιμά το μέσο ετήσιο ρυθμό αύξησης στο συγκεκριμένο παράδειγμα ενώ η χρήση του γεωμετρικού μέσου παρέχει το σωστό ρυθμό αύξησης

➤ 3.2.3 Διάμεσος (median)

- Ένα εναλλακτικό μέτρο θέσεως εκτός από τον μέσο το οποίο δεν είναι ευαίσθητο στις ακραίες τιμές του δείγματος είναι η διάμεσος.
- Η διάμεσος αποτελεί την μεσαία παρατήρηση σε ένα διατεταγμένο με αύξουσα σειρά δείγμα παρατηρήσεων.
- Για παράδειγμα, προκειμένου να υπολογίσουμε την διάμεσο σε ένα δείγμα μη ταξινομημένων δεδομένων πρέπει πρώτα να τοποθετήσουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά.
- Εάν για παράδειγμα, θεωρήσουμε τα παρακάτω δεδομένα τα οποία αποτελούν τις ημερήσιες τιμές κλεισίματος μιας μετοχής για 15 ημέρες τότε η διάμεσος τιμή θα είναι ίση με την μεσαία παρατήρηση.
- Καθώς υπάρχουν 15 παρατηρήσεις η διάμεσος τιμή θα είναι η όγδοη παρατήρηση δηλαδή η τιμή 11.
- Εάν ο αριθμός των παρατηρήσεων ήταν ζυγός δεν θα υπήρχε ενδιάμεση παρατήρηση οπότε η μεσαία παρατήρηση θα προέκυπτε προσθέτοντας τις δυο μεσαίες παρατηρήσεις και διαιρώντας το άθροισμα με 2.
- Σε αυτήν την περίπτωση θα προέκυπτε μια διάμεσος τιμή η οποία δεν θα υπήρχε στο πραγματικό δείγμα παρατηρήσεων.

Μη διατεταγμένο δείγμα: 10,12,9,8,10,15,14,12,11,10,12,12,10,12,11

Διατεταγμένο δείγμα: 8,9,10,10,10,10,10,11,**11**,12,12,12,12,12,14,15



διάμεσος

➤ 3.2.4 Επικρατούσα τιμή (mode)

- Η επικρατούσα τιμή αποτελεί την τιμή της εξεταζόμενης μεταβλητής που εμφανίζεται πιο συχνά. Εάν θεωρήσουμε τις παρακάτω τιμές κλεισίματος μιας μετοχής για μια περίοδο 15 ημερών:
- 10,12,9,8,10,15,14,12,11,10,12,12,10,12,11 τότε η πιο συχνά εμφανιζόμενη παρατήρηση είναι η τιμή 12.

3.3 Μέτρα Διασποράς (Measures of dispersion)

➤ 3.3.1 Τυπική απόκλιση

- Προκειμένου να αξιολογήσει ένας επενδυτής το επίπεδο κινδύνου μιας επένδυσης χρειάζεται ένα αξιόπιστο μέτρο.
- Οι επενδυτές ταυτίζουν την έννοια του κινδύνου με την πιθανότητα απώλειας μέρους του κεφαλαίου τους.
- Ωστόσο, οι επενδυτικές αποφάσεις λαμβάνονται πριν γίνει γνωστό το επενδυτικό αποτέλεσμα.
- η χρηματοοικονομική θεωρία προτείνει όπως οι επενδυτές καταγράφουν τις ιστορικές αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων και καθορίζουν την πιθανότητα απώλειας.
- Η πιθανότητα απώλειας εξαρτάται από την μεταβλητότητα των αποδόσεων.
- Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι το μέγεθος της μεταβλητότητας της χρηματιστηριακής αγοράς προσεγγίζεται από το ύψος των διακυμάνσεων των τιμών των μετοχών.
- Για παράδειγμα, εάν μια μετοχή έχει τιμή 30 ευρώ και η συγκεκριμένη τιμή δεν μεταβάλλεται τότε η συγκεκριμένη μετοχή θα εμφάνιζε μηδενική μεταβλητότητα. Με άλλα λόγια, δεν θα υπήρχε πιθανότητα απώλειας για έναν επενδυτή από την διακράτηση της συγκεκριμένης μετοχής.
- Ωστόσο, η μετοχή αυτή η οποία διαπραγματεύεται μόνιμα στη συγκεκριμένη τιμή εκτός από την απουσία πιθανότητας απώλειας θα εμφάνιζε και μηδενική προοπτική κέρδους.
- Εκείνο που αναζητούν οι επενδυτές, λοιπόν, είναι επενδυτικές ευκαιρίες οι οποίες προσφέρουν για δεδομένο επίπεδο κινδύνου την μέγιστη δυνατή απόδοση και για δεδομένη απόδοση εμφανίζουν τον ελάχιστο κίνδυνο.

- Ένα πολύ κοινό μέτρο της μεταβλητότητας των αποδόσεων είναι η τυπική απόκλιση (σ) των αποδόσεων ενός περιουσιακού στοιχείου.
- Ένα πολύ κοινό μέτρο της μεταβλητότητας των αποδόσεων είναι η τυπική απόκλιση (σ) των αποδόσεων ενός περιουσιακού στοιχείου.
- Ο τύπος για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης είναι ο εξής:

$$\sigma_{it} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (r_{it} - \bar{r}_i)^2} \quad (30)$$

όπου:

r_{it} η απόδοση (ημερήσια, εβδομαδιαία, μηνιαία κ.λπ.) του περιουσιακού στοιχείου i , μέσα σε μια χρονική περίοδο,

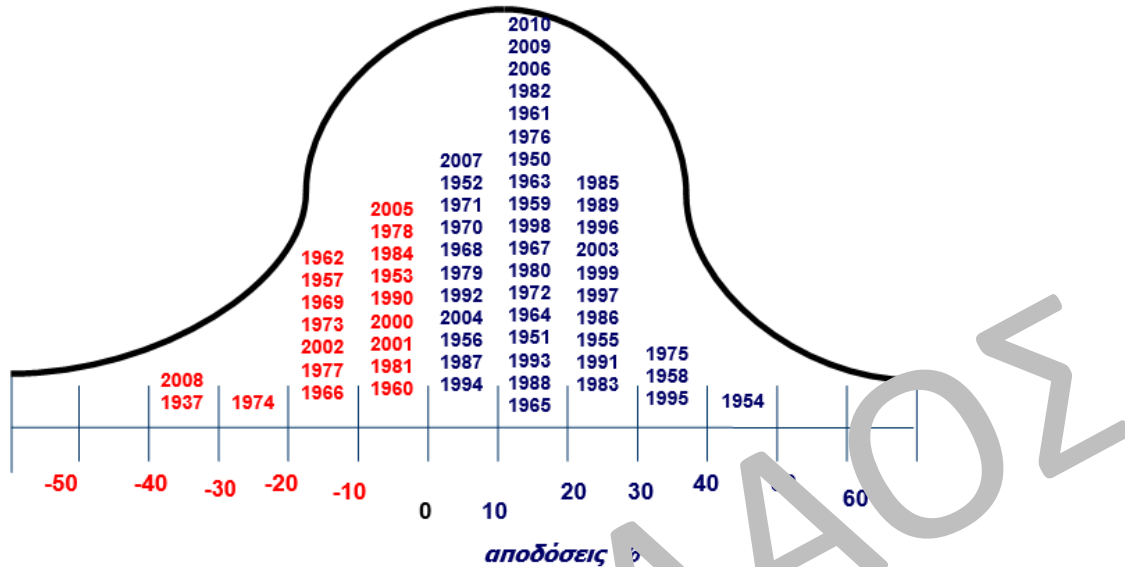
$\bar{r}_i$ η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου για την εξεταζόμενη χρονική περίοδο και

n η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου για την εξεταζόμενη χρονική περίοδο και

- Η εξήγηση για το παραπάνω τύπο είναι σχετικά απλή:
 - Η μεταβλητότητα των αποδόσεων ενός περιουσιακού στοιχείου προέρχεται από τις ανοδικές και καθοδικές κινήσεις της τιμής του συγκεκριμένου περιουσιακού στοιχείου.
 - Το πρόβλημα των αρνητικών και θετικών αποκλίσεων οι οποίες αλληλοεξουδετερώνονται και το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε υποεκτίμηση του κινδύνου αντιμετωπίζεται υψώνοντας τις αποκλίσεις από την μέση απόδοση στο τετράγωνο και υπολογίζοντας στην συνέχεια την τετραγωνική ρίζα της συγκεκριμένης διαφοράς.

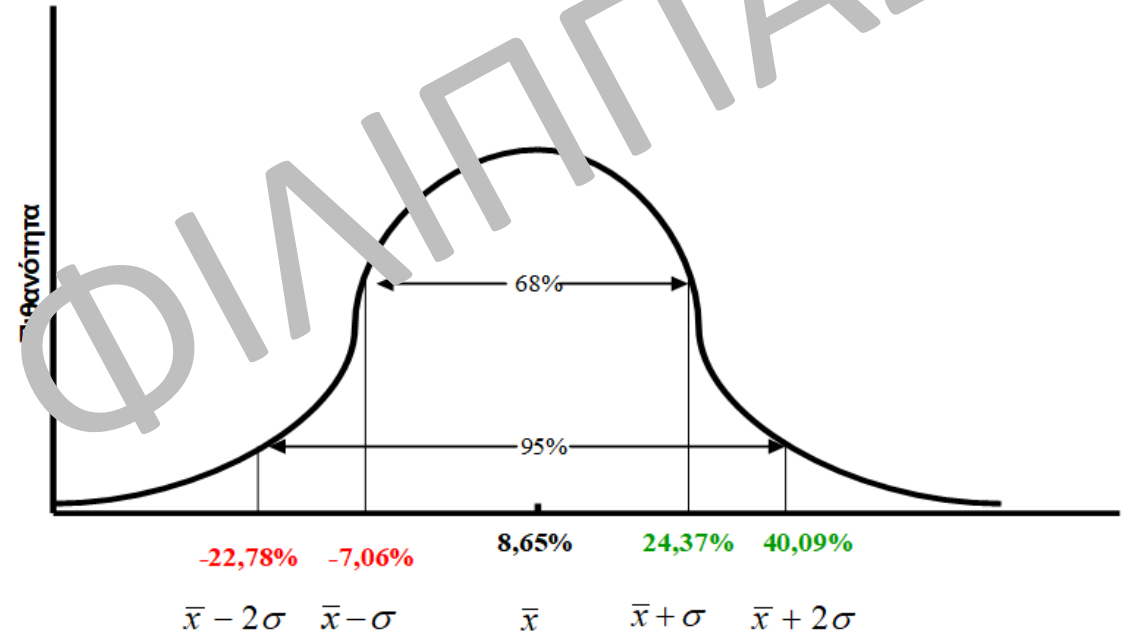
Διάγραμμα 6

Κατανομή των ετήσιων αποδόσεων του δείκτη Dow Jones σε ονομαστικές τιμές 1950-2010



Διάγραμμα 7

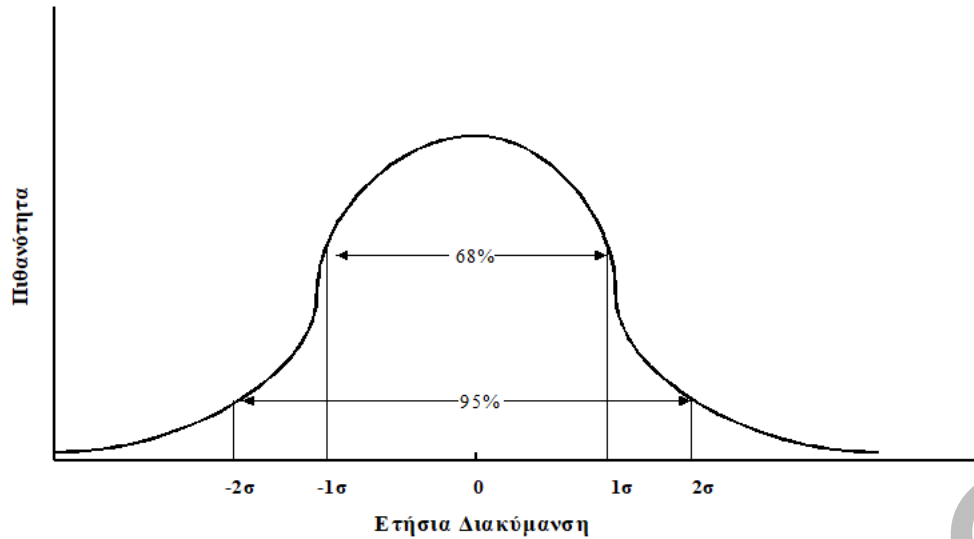
Κατανομή Αποδόσεων του Δείκτη Dow Jones Industrials για την περίοδο 1930-2007 (ετήσια στοίχια)



- Ας υποθέσουμε ότι οι αποδόσεις της χρηματιστηριακής αγοράς των ΗΠΑ για την περίοδο 1930-2007 είχαν, σε ετήσια βάση, τυπική απόκλιση 15,72% και μέσο 8,65%.
- Τί σημαίνουν τα στοιχεία αυτά στην πράξη; Εάν οι αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή, τότε σημαίνει ότι με πιθανότητα 68%, οι ετήσιες διακυμάνσεις της χρηματιστηριακής αγοράς θα βρίσκονται στο διάστημα (-7,06%, 24,37%) (μέσος ± 1 τυπική απόκλιση).
- Με άλλα λόγια, μια επένδυση € 100 σε μια τυπική μετοχή θα βρίσκεται, με πιθανότητα 68%, στο εύρος των τιμών 92,94 και 124,37.
- Με την ίδια συλλογιστική, η ίδια επένδυση με πιθανότητα 95% θα κυμαίνεται στα όρια των 77,22 – 140,09 (μέσος ± 2 τυπικές αποκλίσεις)- βλέπε διάγραμμα 7.

Διάγραμμα 8

Τυπική Απόκλιση των Αποδόσεων μιας Χρηματιστηριακής Αγοράς



- Το πλεονέκτημα της τυπικής απόκλισης, ως μέτρο κινδύνου, είναι η άμεση σύγκριση εναλλακτικών επενδύσεων.
- Όμως, η χρησιμοποίηση της τυπικής απόκλισης, όπως και οποιωνδήποτε τεχνικών μέτρησης του κινδύνου, παρουσιάζει ορισμένους περιορισμούς.
- Η τυπική απόκλιση έχει νόημα μόνο όταν συγκρίνεται με τη μέση τιμή, στην οποία αντιστοιχεί.
- Επιπλέον, βασίζεται στην υπόθεση της κανονικής κατανομής, που σημαίνει ότι υπάρχουν ίσες διακυμάνσεις για κάθε πλευρά από τον μέσο της.
- Η υπόθεση αυτή συνήθως δεν πληρείται στις χρηματιστηριακές αγορές, οι οποίες δείχνουν μια γενική μακροπρόθεσμη ανοδική τάση.

- Στον πίνακα 10 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι ετήσιες αποδόσεις του Dow Jones & DJ Wilshire 5000 για την αγορά των ΗΠΑ, ο δείκτης MSCI EAFE για τις ανεπτυγμένες αγορές, ο δείκτης αναδυόμενων αγορών της MSCI και τέλος οι αποδόσεις του Χ.Α.Α σε όρους ευρώ και σε όρους δολλαρίου για την χρονική περίοδο 1988-2007.
- Ο χρηματιστηριακός δείκτης Dow Jones Industrial Average (DJIA) αποτελείται από 30 μετοχές, οι οποίες αποτελούν σχεδόν το 30% της συνολικής κεφαλαιοποίησης της Αμερικάνικης χρηματιστηριακής αγοράς. Ο συγκεκριμένος δείκτης μετοχών δημιουργήθηκε το 1884 περιλαμβάνοντας μόλις 11 μετοχές και πρόκειται για ένα σταθμισμένο με τη χρηματιστηριακή τιμή δείκτη.
- Ο Dow Jones Wilshire 5000 Composite Index αποτελεί το πιο ακριβές μέτρο προσέγγισης ολόκληρης της αμερικάνικης χρηματιστηριακής αγοράς. Ο δείκτης δημιουργήθηκε το 1974 από τον ιδρυτή της Wilshire Associates και πήρε το όνομά του από τις 5.000 μετοχές που τον απάρτιζαν. Σήμερα αποτελείται από μεγαλύτερο αριθμό μετοχών που αντιπροσωπεύουν τις αντίστοιχες μεταβολές του αριθμού των μετοχών που διαπραγματεύονται στις Η.Π.Α.
- Τέλος, ο δείκτης MSCI Emerging Markets είναι ένας χρηματιστηριακός δείκτης σταθμισμένος με βάση την χρηματιστηριακή αξία και ο οποίος καλύπτει συνολικά 26 αναδυόμενες χρηματιστηριακές αγορές (emerging market). Ο συγκεκριμένος δείκτης αποτελεί ένα αξιόπιστο μέτρο επίδοσης των χρηματιστηριακών αγορών των αναδυόμενων αγορών σε παγκόσμια κλίμακα.

Πίνακας 10

Οι ετήσιες αποδόσεις των χρηματιστηρίων ανεπτυγμένων αγορών εμφανίζουν μικρότερη μεταβλητότητα από αυτή των αναπτυσσόμενων

	Dow Jones Industrial Average	DJ Wilshire 5.000	MSCI EAFE	MSCI Emerging Markets	Athens Stock Exchange	Athens Stock Exchange (\$)
1988	11.85%	18.00%	28.60%	34.90%	6.35%	-9.45%
1989	26.96%	29.10%	10.80%	59.20%	64.29%	66.59%
1990	-4.34%	-6.20%	-23.30%	-13.80%	102.86%	133.00%
1991	20.32%	34.30%	12.50%	56.00%	-13.12%	-4.96%
1992	4.17%	9.00%	-11.80%	9.10%	-16.97%	-5.19%
1993	13.72%	11.20%	32.90%	71.30%	42.33%	31.93%
1994	2.14%	-0.10%	8.10%	-8.70%	-2.36%	-0.33%
1995	33.45%	36.40%	11.60%	-6.90%	19%	9.86%
1996	26.01%	21.30%	6.40%	3.93%	2.13%	-0.22%
1997	22.64%	31.30%	2.10%	-13.44%	58.11%	39.45%
1998	16.10%	23.40%	20.30%	-27.50%	5.02%	97.37%
1999	25.22%	23.60%	25.30%	63.70%	101.31%	71.83%
2000	-6.18%	-10.90%	15.20%	-11.80%	-40.66%	-44.41%
2001	-7.10%	11.00%	-2.60%	-4.50%	-23.53%	-27.48%
2002	-16.76%	-20.90%	-17.50%	-8.00%	-32.53%	-20.49%
2003	25.32%	31.60%	35.30%	51.60%	29.46%	55.62%
2004	3.15%	12.50%	17.60%	22.50%	23.09%	32.64%
2005	-0.11%	6.00%	10.90%	30.30%	31.50%	14.12%
2006	16.20%	13.90%	23.47%	29.18%	19.93%	34.07%
2007	8.43%	3.94%	8.62%	36.48%	17.86%	30.68%
Μέση Απόδοση	10.94%	12.84%	8.20%	17.66%	22.70%	23.73%
Τυπική Απόκλιση	13.85%	16.60%	18.00%	32.02%	42.39%	45.15%
Μέγιστη Απόδοση	33.45%	36.40%	35.30%	71.30%	102.86%	133.00%
Ελάχιστη Απόδοση	-16.76%	-20.90%	-23.30%	-31.80%	-40.66%	-44.41%

- Από τα στοιχεία του πίνακα αξίζει να σημειωθεί ότι ο συνολικός κίνδυνος του ελληνικού χρηματιστηρίου σε όρους τυπικής απόκλισης (45,15%) είναι σχεδόν τριπλάσιος από τον αντίστοιχο του δείκτη Dow Jones (13,85%).

Εφαρμογή: «Μαύρη Δευτέρα και Μαύροι Κύκνοι»

Η ευκολία που τα “τοξικά απόβλητα” διοχετεύτηκαν σε όλα σχεδόν τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα ανά τον κόσμο, ανέδειξε την έλλειψη προστασίας και ελέγχου καθώς και τους νέους κινδύνους που ελλοχεύουν στα πλαίσια ενός παγκοσμιοποιημένου χρηματοπιστωτικού συστήματος.

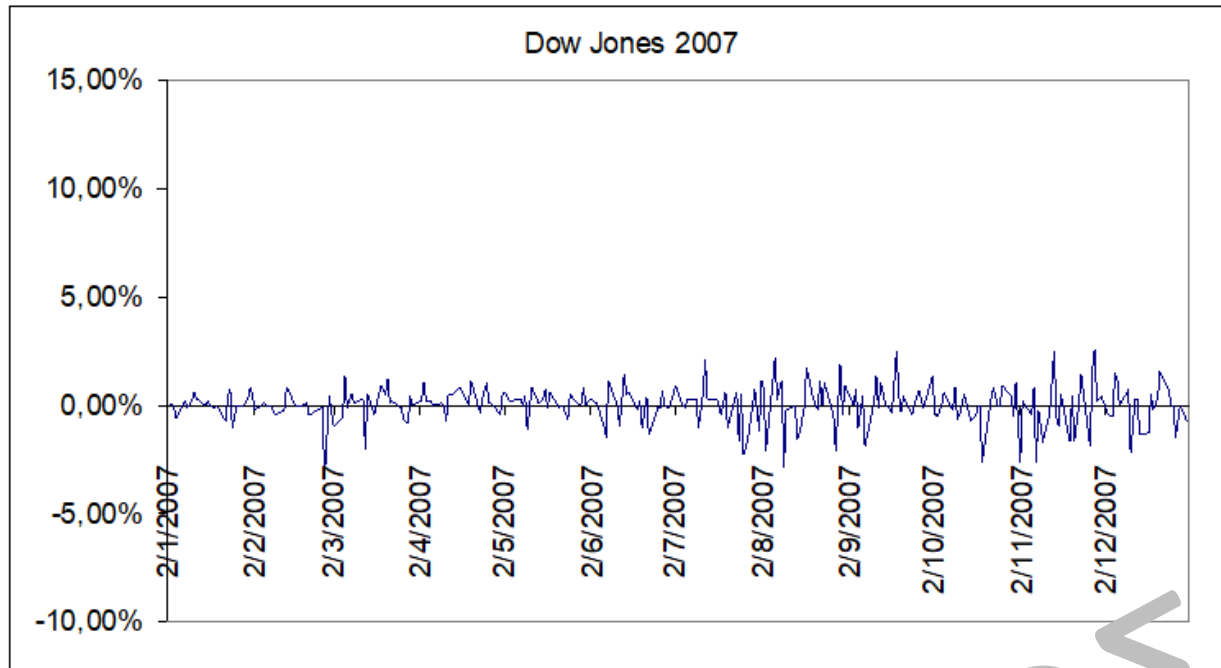
Σαν αποτέλεσμα των παραπάνω εξελίξεων, τους τελευταίους δεκαοχτώ μήνες γίναμε μάρτυρες μιας έντονης μεταβλητότητας όλων των χρηματιστηριακών αγορών, ακόμα και αυτών των πιο ανεπτυγμένων όπως αυτής της Νέας Υόρκης.

Η μεταβλητότητα αυτή είναι αποτέλεσμα ουσιαστικών αλλαγών στην φύση και στην δομή της χρηματιστηριακής αγοράς της Νέας Υόρκης, καθώς και μιας ριζικής αλλαγής της συμπεριφοράς των συμμετεχόντων. Οι αλλαγές αυτές καθιστούν εντυπωσιακά μη αναμενόμενες διαταραχές των αγορών χρήματος και κεφαλαίου ακόμα πιο πιθανές. Ενδεικτικό της μεταβλητότητας των τιμών των μετοχών είναι ότι ενώ κατά την δεκαετία του '50 και του '60 η ημερήσια μεταβολή των τιμών των μετοχών υπερέβαινε το 2% μόνο 3 ή 4 φορές το χρόνο, κατά το δεύτερο ήμισυ του 2007 μόνο, σημειώθηκαν 14 παρόμοιες ημερήσιες μεταβολές- 9 πτώσεις και 5 ανόδους- και το 2008 53 φορές - 31 πτώσεις και 22 ανόδους (διάγραμμα 9 και 10). Εάν λοιπόν προσπαθούσαμε να προβλέψουμε το μέλλον με βάση το παρελθόν η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων ημερήσιων μεταβολών θα ήταν σχεδόν μηδενική.

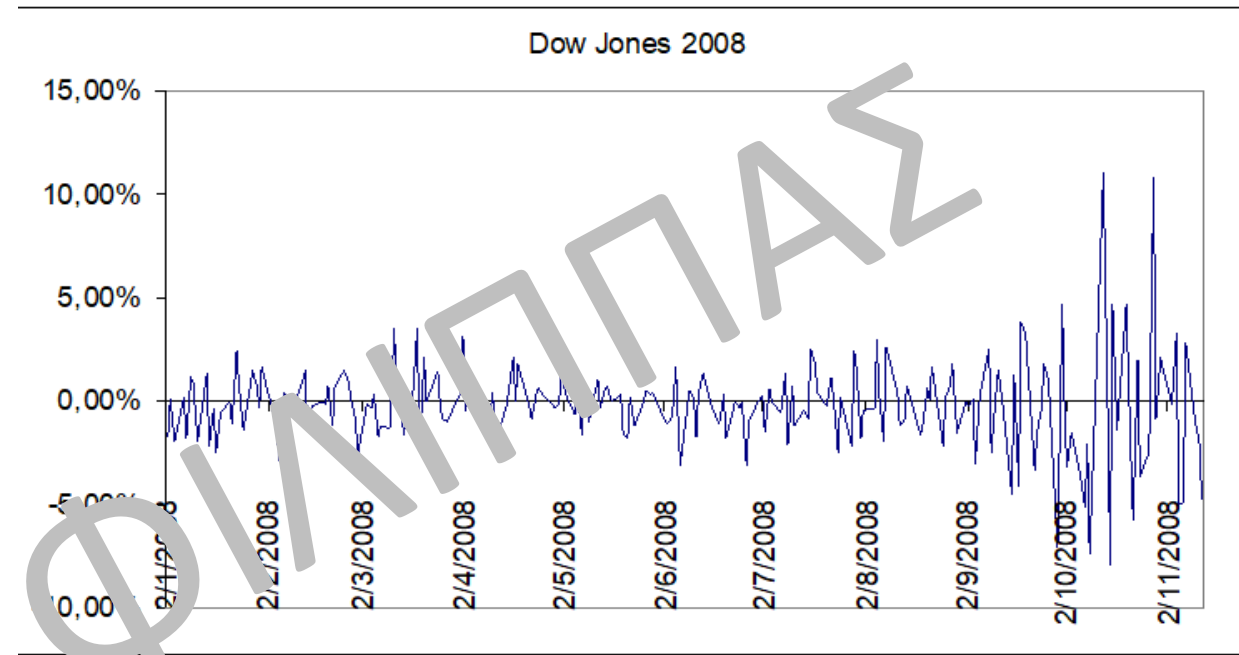
Σύμφωνα με τον John Bogle (2008), η 20η επέτειος της Μαύρης Δευτέρας για το Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης αποτελεί μια ανεπανάληπτη ευκαιρία επανεκτίμησης του ρόλου του κινδύνου στις αγορές χρήματος και κεφαλαίου. Στις 19 Οκτωβρίου 1987 ο δείκτης Dow Jones υποχώρησε από τις 2246 μονάδες στις 1738, μια εντυπωσιακή ημερήσια πτώση περίπου 25%! Μερικές δεκαετίες πριν, στις 24 Οκτωβρίου 1929 μία μικρότερη πτώση κατά 13% του δείκτη, η οποία είναι γνωστή και ως Μαύρη Πέμπτη, αποδείχθηκε ιδιαίτερα προβλεπτική για την Μεγάλη Ύφεση που ακολούθησε.

Η εντυπωσιακά μεγάλη ημερήσια πτώση του 1987 συγκλόνισε σχεδόν όλους τους συμμετέχοντες στην αγορά, παρά το γεγονός ότι για ορισμένους έμπειρους επενδυτές δεν αποτέλεσε έκπληξη. Για παράδειγμα, ο Άλαν Γκρινμπεργκ, πρώην πρόεδρος της εταιρείας Bear Sterns, είχε δηλώσει κυνικά στις εφημερίδες για την Μαύρη Δευτέρα: «Τελικά υπάρχουν διακυμάνσεις στις αγορές και δεν καταλαβαίνω που είναι το νέο». Επιπλέον, ένα χρόνο πριν την Μαύρη Δευτέρα ο Bogle είχε επισημάνει στους αναλυτές της Vanguard ότι ακόμα και μια πτώση 100 μονάδων του δείκτη Dow – κάτι το οποίο δεν είχε συμβεί ποτέ στο παρελθόν- ήταν πιθανό. Γιατί; Επειδή στην χρηματιστηριακή αγορά τελικά μπορεί να συμβεί οτιδήποτε.

Διάγραμμα 9



Διάγραμμα 10



Η κλασική προσέγγιση της χρηματοοικονομικής, σύμφωνα με την οποία εφαρμόζουμε τον νόμο των πιθανοτήτων στις αγορές είναι τελείως λανθασμένη. Πράγματι σύμφωνα με αυτά τα ακραία φαινόμενα που έχουμε βιώσει το τελευταίο διάστημα στις αγορές φθάνουμε στο αυτονόητο συμπέρασμα ότι το γεγονός ότι ένα συμβάν δεν έχει πραγματοποιηθεί ποτέ κατά το παρελθόν στις αγορές, δεν αποτελεί λόγο μη εμφάνισης του στο μέλλον. Όπως παρατηρεί εύστοχα ο Bogle, το γεγονός ότι μέχρι σήμερα οι μόνοι κύκνοι που έχουν παρατηρηθεί είναι άσπρου χρώματος δεν αποδεικνύει σε καμμία περίπτωση ότι δεν υπάρχουν μαύροι κύκνοι.

Η Μαύρη Δευτέρα λοιπόν με την σπανιότητα της, με την ακρότητά της και την αναδρομική προβλεψιμότητά της ήταν ένας μαύρος κύκνος. Σε αντίθεση με την προηγούμενη Μαύρη Πέμπτη του 1929, τελικά η Μαύρη Δευτέρα δεν αποδείχθηκε προάγγελος αρνητικών γεγονότων. Αντιθέτως, οι αγορές γνώρισαν μεγάλη άνθηση στην εικοσαετία που ακολούθησε.

Αυτό που είναι ιδιαίτερα ανησυχητικό για τον Bogle είναι ότι παρά τις σοβαρές αλλαγές και την τρομακτική μεταβλητότητα των αγορών, οι επενδυτές παραμένουν αθεράπευτα αισιόδοξοι, θεωρώντας ότι οι παρελθούσες αποδόσεις θα επαναληφθούν και στο μέλλον...

➤ 3.3.2 Συντελεστής μεταβλητότητας

- Η τυπική απόκλιση αποτελεί ένα απόλυτο μέτρο κινδύνου ενώ ένα πολύ χρήσιμο σχετικό μέτρο κινδύνου είναι ο συντελεστής μεταβλητότητας ο οποίος εκφράζει την σχέση απόδοσης και κινδύνου ενός περιουσιακού στοιχείου.
- Για τον υπολογισμό του συντελεστή μεταβλητότητας χρησιμοποιείται η παρακάτω σχέση:

$$CV = \frac{s}{\bar{X}} \quad (31)$$

όπου s είναι η τυπική απόκλιση μιας εξεταζόμενης μεταβλητής και $\bar{X}$ είναι ο δειγματικός μέσος της μεταβλητής αντίστοιχα

- Στην περίπτωση που επιθυμούμε να υπολογίσουμε τον συντελεστή μεταβλητότητας ενός περιουσιακού στοιχείου θα χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω σχέση:

$$CV = \frac{\text{Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων}}{\text{Μέση Απόδοση}} \quad (32)$$

- Ο συντελεστής μεταβλητότητας εκφράζει τον κίνδυνο ανά μονάδα μέσης απόδοσης μιας επένδυσης. Μικρές τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας είναι προτιμότερες καθώς υποδηλώνουν καλύτερη σχέση κινδύνου και απόδοσης. Ωστόσο, απαιτείται προσοχή στην χρήση του συγκεκριμένου μέτρου σχετικού κινδύνου καθώς στηρίζεται στην έννοια του απλού αριθμητικού μέσου των αποδόσεων.

Παράδειγμα

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα δίνονται οι ετήσιες αποδόσεις δυο μετοχών για μια περίοδο 5 ετών.

Ζητείται να υπολογιστεί ο συντελεστής μεταβλητότητας για κάθε μετοχή καθώς και να αναλυθεί η χρησιμότητα του συγκεκριμένου μέτρου.

Απάντηση

Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του παρακάτω πίνακα προκύπτει

$$CV_1 = \frac{4,56 \text{ μονάδες}}{0,6 \text{ μονάδες}} = 7,60$$

$$CV_2 = \frac{3,11 \text{ μονάδες}}{-0,8 \text{ μονάδες}} = -3,89$$

Πίνακας 11

Έτος	Μετοχή 1	Μετοχή 2
1	1	3
2	2	-4
3	-2	2
4	5	-3
5	-6	-2
$\bar{X}$	0,6	-0,8
s	4,56	3,11
CV	7,60	-3,89

- Ο συντελεστής μεταβλητότητας προσεγγίζει την σχετική μεταβλητότητα ενός συνόλου παρατηρήσεων και εκφράζεται ως καθαρός αριθμός απαλλαγμένος από μονάδες μέτρησης σε αντίθεση με την τυπική απόκλιση.
- Έτσι, ο συντελεστής μεταβλητότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την σύγκριση της σχετικής διασποράς δυο ή περισσότερων κατανομών οι οποίες εκφράζονται σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης καθώς και όταν διαφέρουν οι πραγματικοί μέσοι όροι των κατανομών.

3.4 Μέτρα συσχέτισης (Measures of association)

➤ 3.4.1 Συνδιακύμανση

- στα πλαίσια της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου που θεμελιώθηκε και αναπτύχθηκε από τον Markowitz (1952, 1959) ότι οι επενδυτές κατασκευάζουν χαρτοφυλάκια περιουσιακών στοιχείων με διαφορετικά χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης ανάλογα με τις προτιμήσεις τους απέναντι στον κίνδυνο.
- Σύμφωνα με τον Markowitz λοιπόν ο κίνδυνος που αντιμετωπίζουν οι επενδυτές αποτελείται αφενός από τον μεμονωμένο κίνδυνο των περιουσιακών στοιχείων που περιέχονται στο χαρτοφυλάκιο και αφετέρου από την συνδιακύμανση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου.
- Το συγκεκριμένο μέτρο προσεγγίζει το βαθμό στον οποίο οι αποδόσεις μεταξύ διαφορετικών περιουσιακών στοιχείων κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση (ανοδικά ή καθοδικά).
- Γενικά η συνδιακύμανση μεταξύ δυο μεταβλητών X και Y δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n-1} \quad (33) \quad \text{όπου } \bar{X}, \bar{Y} \text{ είναι η μέση τιμή των μεταβλητών } X \text{ και } Y \text{ αντίστοιχα}$$

- Η συνδιακύμανση δυο οποιοδήποτε περιουσιακών στοιχείων i και j υπολογίζεται με την βοήθεια της παρακάτω σχέσης:

$$\text{Συνδιακύμανση}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^N (\text{Απόδοση}_{it} - \text{ΜέσηΑπόδοση}_i) \times (\text{Απόδοση}_{jt} - \text{ΜέσηΑπόδοση}_j)}{N} \quad (34)$$

όπου i & j είναι διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία

➤ 3.4.2 Συντελεστής συσχέτισης του Pearson

- Εκτός από την συνδιακύμανση ένα ακόμα χρήσιμο μέτρο της ομόρροπης κίνησης δυο μεταβλητών αποτελεί το στατιστικό κριτήριο του συντελεστή συσχέτισης(ρ_{ij}).
- Ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης μεταξύ δυο οποιοδήποτε μεταβλητών X και Y υπολογίζεται μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\rho_{XY} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (35)$$

όπου

$\text{cov}(X, Y)$ η συνδιακύμανση των μεταβλητών X και Y

και σ_X, σ_Y η τυπική απόκλιση των μεταβλητών X και Y αντίστοιχα

- Όταν πρόκειται για οποιαδήποτε δυο περιουσιακά στοιχεία ισχύει αντίστοιχα:

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}_{ij}}{\sigma_i \times \sigma_j} \quad (36)$$

cov_{ij} είναι η συνδιακύμανση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων i και j

σ_i, σ_j είναι η τυπική απόκλιση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων i και j

αντίστοιχα

- Ο συντελεστής συσχέτισης αποτελεί ένα σχετικό μέτρο ομόρροπης γραμμικής κίνησης δυο μεταβλητών και κυμαίνεται μεταξύ του -1 και 1.
- Συντελεστές συσχέτισης κοντά στη μονάδα (+1) υποδηλώνουν ισχυρή, παράλληλη και ομόρροπη κίνηση μεταξύ των εξεταζομένων μεταβλητών, ενώ τιμές κοντά στο -1, δείχνουν ισχυρή, παράλληλη, αλλά αντίθετης κατεύθυνσης κίνηση.
- Τέλος, τιμές του ρ κοντά στο μηδέν, υποδηλώνουν ότι οι δύο υπό εξέταση μεταβλητές κινούνται ανεξάρτητα η μία από την άλλη. Οι επενδυτές που επιθυμούν τα οφέλη της διαφοροποίησης αναζητούν επενδύσεις με υψηλές αναμενόμενες αποδόσεις οι οποίες συσχετίζονται αρνητικά.

Εφαρμογή: Διαφοροποίηση χαρτοφυλακίου με την χρήση του συντελεστή συσχέτισης

- Για την κατανόηση της διαδικασίας της διαφοροποίησης κατά Markowitz, απαιτείται η εισαγωγή ορισμένων βασικών εννοιών όπως αυτές της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου του χαρτοφυλακίου.
- Ας υποθέσουμε για λόγους απλούστευσης της ανάλυσης, ότι το χαρτοφυλάκιό μας αποτελείται μόνον από δύο μετοχές μόνο. Έστω X_i ($i = 1,2$) το ποσοστό των χρημάτων που θα επενδυθούν στη μετοχή i και $E(R_i)$ η αναμενόμενη απόδοσή της.
- Ως γνωστό, η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μας $E(R_p)$, θα είναι ίση με:

$$E(R_p) = X_1 \times E(R_1) + X_2 \times E(R_2) = \sum_{i=1}^2 X_i \times E(R_i) \quad (37)$$

$$X_1 + X_2 = 1 \quad (38)$$

- Ο δε κίνδυνος του χαρτοφυλακίου δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$Var(R_p) = X_1^2 \times Var(R_1) + X_2^2 \times Var(R_2) + 2 \times X_1 \times X_2 \times Cov(R_1, R_2) \quad (39)$$

- όπου $Var(R_i)$ είναι η διακύμανση (κίνδυνος) των αποδόσεων της μετοχής i και $Cov(R_1, R_2)$ είναι η συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών 1 και 2.

- Είναι γνωστό από τη Στατιστική ότι η συνδιακύμανση δύο μεταβλητών $\text{Cov}(R_1, R_2)$ δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\text{cov}(R_1, R_2) = \rho_{1,2} \times \sigma_1 \times \sigma_2 \quad (40)$$

- Όπου $\rho_{1,2}$ = ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient) και σ_1 και σ_2 είναι οι τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων των μετοχών 1 και 2 και είναι απλά οι τετραγωνικές ρίζες των αντίστοιχων διακυμάνσεών τους. Αντικαθιστώντας την σχέση (40) στην (39), προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$\text{var}(R_p) = x_1^2 \times \text{var}(R_1) + x_2^2 \times \text{var}(R_2) + 2 \times x_1 \times x_2 \times \rho_{1,2} \times \sigma_1 \times \sigma_2 \quad (41)$$

- Η επισκόπηση της σχέσης (41) αποκαλύπτει ότι, όσο μεγαλύτερη είναι η συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών που περιέχονται στο χαρτοφυλάκιο τόσο μεγαλύτερος καθίσταται ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου.
- Αν όμως ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των μετοχών 1 και 2 είναι μηδέν, τότε ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου γίνεται:

$$\text{Var}(R_p) = X_1^2 \times \text{Var}(R_1) + X_2^2 \times \text{Var}(R_2) \quad (42)$$

- Τέλος, εάν ο συντελεστής συσχέτισης είναι αρνητικός, ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου γίνεται ακόμα πιο μικρός

- Τα παραπάνω θα γίνουν κατανοητά με τη χρήση ενός παραδείγματος. Έστω, λοιπόν, τα παρακάτω χαρακτηριστικά δύο μετοχών:

	Απόδοση	Τυπική Απόκλιση (σ)	Διακύμανση (σ^2)
Μετοχή 1	0,15	0,4	0,16
Μετοχή 2	0,10	0,3	0,09

- Ας υποθέσουμε επιπλέον ότι τοποθετούμε το 60% των χρημάτων μας (X_1) στη μετοχή 1 και το υπόλοιπο 40% (X_2) στη μετοχή 2.
- Όπως έχουμε ήδη αναφέρει: $X_1 + X_2 = 1$
- Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μας θα είναι: $R_p = 0,6 \times 0,15 + 0,4 \times 0,10 = 0,13$
- ο δε κίνδυνός του θα είναι ίσος με:

$$\begin{aligned}
 Var(R_p) &= X_1^2 \times Var(R_1) + X_2^2 \times Var(R_2) + 2 \times X_1 \times X_2 \times \rho_{1,2} \times \sigma_1 \times \sigma_2 \\
 &= 0,36 \times 0,16 + 0,16 \times 0,09 + 2 \times 0,60 \times 0,40 \times 0,40 \times 0,30 \times \rho_{1,2} \\
 &= 0,072 + 0,058 \times \rho_{1,2}
 \end{aligned}$$
- Ας εξετάσουμε τώρα τις τρεις ακραίες καταστάσεις, όπου ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τις τιμές: +1, 0, -1.

- **Περίπτωση 1^η :** $\rho_{12} = +1$

Στην περίπτωση αυτή, η διακύμανση του χαρτοφυλακίου λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της (0,13). Παρατηρούμε ότι η διακύμανση του χαρτοφυλακίου είναι ίση με τη διακύμανση των επί μέρους μετοχών. Είναι φανερό ότι η διαφοροποίηση στην περίπτωση αυτή, δεν προκαλεί μείωση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

- **Περίπτωση 2^η :** $\rho_{12} = 0$

Στην περίπτωση αυτή, η διακύμανση του χαρτοφυλακίου μειώνεται δραστικά και παίρνει την τιμή 0,072. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η διαφοροποίηση στην περίπτωση αυτή, μειώνει πράγματι τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου δραστικά και ως εκ τούτου ενδείκνυται.

- **Περίπτωση 3^η :** $\rho_{12} = -1$

Στην ακραία αυτή περίπτωση, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου σχεδόν μηδενίζεται (0,01)!!!

- Φυσικά, πρέπει να σημειώσουμε ότι τέλεια αρνητική συσχέτιση μεταξύ αποδόσεων μετοχικών τίτλων είναι κάτι παραπάνω από σπάνια. Μελέτες στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης αλλά και αλλού, έχουν δείξει ότι οι μετοχές γενικά κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και σπάνια παρουσιάζουν σημαντικά αρνητικούς συντελεστές συσχέτισης.

Εφαρμογή: Διερεύνηση ύπαρξης επικαλύψεων στα πλαίσια χαρτοφυλακίων A/K

- Στον πίνακα 12 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι συσχετίσεις των μηνιαίων αποδόσεων 4 δεικτών FTSE 20, FTSE 40, FTSE 80 και FTSE 140 της ελληνικής χρηματιστηριακής αγοράς για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο πέντε ετών, 30/4/2003-30/4/2008.
- Απο τα στοιχεία του πίνακα παρατηρούμε ότι υπάρχει μια έντονη θετική σχέση μεταξύ των αποδόσεων των δεικτών γεγονός που υποδηλώνει πως εάν ένα A/K επενδύει σε μετοχές των συγκεκριμένων δεικτών ενδεχομένως να αντιμετωπίζει το πρόβλημα επικαλυπτόμενων περιουσιακών στοιχείων.
- Για παράδειγμα, εάν μια ΑΕΔΑΚ προσφέρει μια οικογένεια A/K τα οποία επενδύουν στον δείκτη FTSE 20, FTSE 40, FTSE 80 και FTSE 140 αντίστοιχα τότε ένας επενδυτής εφόσον επιλέξει κάποια από τα συγκεκριμένα A/K δεν θα έχει επιτύχει αποτελεσματική διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου του σύμφωνα με την κλασική θεωρία χαρτοφυλακίου.

Πίνακας 12

Συσχετίσεις αποδόσεων δεικτών FTSE

για την χρονική περίοδο 30/4/2003-30/4/2008

	ATHX140	FTASE20	FTASE40	FTASE80
ATHX140	1.00	0.99	0.91	0.80
FTASE20	0.99	1.00	0.85	0.72
FTASE40	0.91	0.85	1.00	0.87
FTASE80	0.80	0.72	0.87	1.00

➤ 3.4.3 Συντελεστής συσχέτισης κατατάξεων του Spearman (1904)

- Ένα ακόμα χρήσιμο κριτήριο ελέγχου της συσχέτισης μεταξύ δυο μεταβλητών είναι ο συντελεστής συσχέτισης του Spearman (1904). Ο συντελεστής συσχέτισης κατατάξεων είναι κατάλληλο κριτήριο στατιστικού ελέγχου συσχέτισης μεταβλητών, οι οποίες τοποθετούνται κατά αύξουσα (ή φθίνουσα) σειρά. Το κριτήριο αυτό δίνεται από τον τύπο:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)} \quad (43)$$

όπου:

n: ο αριθμός των παρατηρήσεων

d: η διαφορά της κατάταξης της απόδοσης ή του κινδύνου των Α/Κ μεταξύ των περιόδων 1 και 2.

- Τα όρια τιμών του συντελεστή αυτού είναι τα ίδια με του απλού συντελεστή συσχέτισης ($-1 < r_s < 1$). Επίσης παρόμοια είναι και η ερμηνεία του συντελεστή. Έτσι, αν ο συντελεστής αυτός τείνει στο -1 οι δυο εξεταζόμενες μεταβλητές συσχετίζονται αρνητικά, ενώ αν τείνει στο +1 συσχετίζονται θετικά. Τέλος, εάν ο συντελεστής τείνει στο μηδέν, οι δυο μεταβλητές είναι ασυσχέτιστες.
- Για τον έλεγχο της στατιστικής σημαντικότητας του συντελεστή του Spearman, απαιτείται ο υπολογισμός της παρακάτω στατιστικής t:

$$t_{r_s} = \frac{r_s \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_s^2}} \quad (44)$$

- και η σύγκρισή του με την αντίστοιχη θεωρητική με n-2 βαθμούς ελευθερίας.

Εφαρμογή: Έλεγχος επαναληπτικότητας επίδοσης μετοχικών A/K εσωτερικού

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι απλές αποδόσεις 12 μετοχικών A/K εσωτερικού σε δυο διαδοχικές περιόδους 2000-3/2003 η οποία χαρακτηρίζεται από έντονη πτώση των τιμών των μετοχών (bear market) και 4/2003-2008 η οποία χαρακτηρίζεται από αντίστοιχη έντονη ανοδική τάση στην χρηματιστηριακή αγορά (bull market).

Πίνακας 13

Απλές αποδόσεις μετοχικών A/K εσωτερικού

	Αμοιβαίο Κεφάλαιο	2000-3/2003	4/2003-2008
1	HSBC (Αναπτυξιακό Μετοχών Εσωτ)	-67,63%	87,24%
2	Marfin ΟΛΥΜΠΙΑ (Αναπτυξιακό Μετοχών Εσωτ)	-69,88%	38,11%
3	ALPHA TRUST (Αναπτυξιακό Μετοχικό Εσωτ)	-81,18%	87,95%
4	ALPHA Μετοχικό Εσωτερικού	-75,66%	36,19%
5	INTERAMERICAN Δυναμικό A/K Μετοχικό Εσωτ	-71,21%	15,50%
6	ALPHA Blue Chips A/K Μετοχικό Εσωτερικού	-69,22%	31,38%
7	ING ΠΕΙΡΑΙΩΣ A/K Μετοχικό Εσωτ	-72,47%	11,21%
8	ΔΗΛΟΣ (Blue Chips Μετοχικό Εσωτ)	-75,58%	31,27%
9	ΕΡΜΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟ Μετοχών Εσωτερικού	-75,94%	37,92%
10	ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΠΙΣΤΗ (Αναπτυξιακό Μετοχικό Εσωτ)	-71,00%	20,61%
11	PROTON Μετοχικό Εσωτερικού	-73,00%	11,26%
12	A/K ΑΤΕ Μετοχικό Εσωτερικού	-74,00%	21,39%
	Γενικός Δείκτης Χ.Α.Α	-74,31%	21,75%

- Στα πλαίσια της συγκεκριμένης εφαρμογής θα επιχειρήσουμε να διερευνήσουμε την ύπαρξη συσχέτισης μεταξύ των κατατάξεων των A/K χρησιμοποιώντας το συντελεστή συσχέτισης κατατάξεων του Spearman (1904).
- Με άλλα λόγια, ενδιαφερόμαστε να εξετάσουμε την ύπαρξη τάσης των καλών ή κακών διαχειριστών να επαναλαμβάνουν τις καλές ή κακές επιδόσεις διαχρονικά.
- Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό στη σχετική βιβλιογραφία ως επαναληπτικότητα της επίδοσης των διαχειριστών A/K.
- Εάν λοιπόν εντοπίσουμε θετική συσχέτιση μεταξύ των κατατάξεων αυτό θα σήμαινε ότι οι καλοί (κακοί) διαχειριστές της πρώτης περιόδου παραμένουν καλοί (κακοί) και την επόμενη ενώ εάν προκύψει αρνητική συσχέτιση τότε έχουμε αντιστροφή της επίδοσης οι καλοί (κακοί) διαχειριστές της πρώτης περιόδου μετατρέπονται σε κακούς (καλούς) την δεύτερη.

- Για τον συγκεκριμένο έλεγχο θα χρησιμοποιήσουμε το συντελεστή συσχέτισης του Spearman. Το κριτήριο αυτό δίνεται από τον τύπο:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

ΟΠΟΥ:

n : ο αριθμός των παρατηρήσεων

$d_i = X_i - Y_i$: η διαφορά της κατάταξης των Α/Κ μεταξύ των περιόδων 1 και 2.

- Στο πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι κατατάξεις των Α/Κ με βάση την απλή απόδοση στις δυο υπό εξέταση περιόδους. Στην προτελευταία στήλη του πίνακα έχουμε υπολογίσει τις τιμές για την μεταβλητή $d_i = X_i - Y_i$ και χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα και εάν θεωρήσουμε $n=12$ προκύπτει ότι τιμή του συντελεστή συσχέτισεως κατάταξεων του Spearman είναι:

$$r_s = 1 - \frac{6 \times 350}{12 \times (144 - 1)} = 1 - 1,22 = -0,22$$

Πίνακας 14

Κατατάξεις Ετήσιων Αμειβαίων Κεφαλαίων σε δυο διαδοχικές χρονικές περιόδους

A/A	Κατάταξη περιόδου 2000- 3/2003 (X_i)	Κατάταξη περιόδου 4/2003- 2008 (Y_i)	$D_i = X_i - Y_i$	D_i^2
1	1	2	-1	1
2	2	11	-9	81
3	3	6	-3	9
4	4	3	1	1
5	5	10	-5	25
6	6	9	-3	9
7	7	12	-5	25
8	8	8	0	0
9	9	7	2	4
10	10	5	5	25
11	11	4	7	49
12	12	1	11	121
				$\sum D_i^2 = 350$

- Η τιμή του συντελεστή συσχέτισης του Spearman δηλώνει αρχικά την ύπαρξη μιας αρνητικής σχέσης μεταξύ των κατατάξεων για τις δυο διαδοχικές περιόδους.
- Ωστόσο μπορούμε να ελέγξουμε εάν το παραπάνω αποτέλεσμα είναι στατιστικά σημαντικό υπολογίζοντας την παρακάτω στατιστική t και συγκρίνοντας την τιμή αυτή με την αντίστοιχη θεωρητική με $n-2$ βαθμούς ελευθερίας.

$$t_{r_s} = \frac{r_s \sqrt{n-2}}{\sqrt{(1-r_s^2)}} = \frac{-0,22 \times \sqrt{12}}{\sqrt{(1-(0,22)^2)}} = -0,78$$

- επειδή η συγκεκριμένη τιμή του t_{r_s} δεν υπερβαίνει την τιμή 2 σε απόλυτες τιμές συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική σχέση μεταξύ των κατατάξεων των Α/Κ των δυο υπό εξέταση περιόδων.
-

3.5 Πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης

- Συχνά, η συνδιακύμανση μεταξύ διαφορετικών μεταβλητών ανά ζεύγη απεικονίζεται σε έναν πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης. Για παράδειγμα, ο πίνακας που ακολουθεί απεικονίζει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς συνδιακυμάνσεων για τρία διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία.

Πίνακας συνδιακυμάνσεων δύο περιουσιακών στοιχείων

	X	Y	Z
X	xx	xy	xz
Y	yx	yy	yz
Z	zx	zy	zz
	X	Y	Z
X	xx		
Y	yx	yy	
Z	zx	zy	zz

- Τα πιθανά ζεύγη των τριών περιουσιακών στοιχείων στο παραπάνω παράδειγμα είναι XX,XY,XZ,YX,YY,YZ,ZX,ZY και ZZ.
- Στον παραπάνω πίνακα οι συνδιακυμάνσεις απεικονίζονται με μικρά γράμματα.
- Έτσι η συνδιακύμανση μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων X και Y είναι xy.
- Παρατηρούμε ότι η συγκεκριμένη συνδιακύμανση είναι ίδια με την yx.
- Με άλλα λόγια, όλες οι συνδιακυμάνσεις που βρίσκονται κάτω και αριστερά από την κυρία διαγώνιο είναι ίδιες με αυτές που είναι πάνω και δεξιά από την κύρια διαγώνιο.
- Οι συνδιακυμάνσεις που βρίσκονται πάνω στην κύρια διαγώνιο απεικονίζουν την συνδιακύμανση κάθε περιουσιακού στοιχείου με τον εαυτό του.
- Η συνδιακύμανση μιας μεταβλητής με τον εαυτό της αποτελεί την διακύμανση της μεταβλητής.

- Για την απόδειξη της παραπάνω πρότασης εφαρμόζουμε τον γνωστό τύπο της συνδιακύμανσης για ένα περιουσιακό στοιχείο με τον εαυτό του.

$$\text{cov}_{xx} = \frac{\sum (X_i - \bar{X}) \times (X_i - \bar{X})}{n-1} \quad (45)$$

Ο αριθμητής της παραπάνω σχέσης ισούται όπως είναι προφανές με $\sum (X_i - \bar{X})^2$ οπότε η παραπάνω εξίσωση μετατρέπεται τελικά σε:

$$\text{cov}_{xx} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \sigma_x^2 \quad (46)$$

- η οποία είναι η γνωστή σχέση για την διακύμανση.

3.6 Η έννοια του *Downside/Upside Risk*

- Σχεδόν μισό αιώνα πριν, ο Markowitz (1952) έθεσε τις βάσεις της σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου (Modern Portfolio Theory) η οποία αναφέρεται στην ποσοτικοποίηση της σχέσης απόδοσης/κινδύνου για την κατασκευή χαρτοφυλακίων με άριστα χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης.
- Το οικοδόμημα όμως της σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου στηρίζεται σε δυο βασικές μεν, αλλά περιοριστικές υποθέσεις:
 - 1) οι επενδυτές ενδιαφέρονται για την μέση τιμή, την διακύμανση και συνδιακύμανση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων
 - 2) οι αποδόσεις όλων των αξιογράφων ακολουθούν την κανονική κατανομή.
- Ωστόσο, όπως αποδεικνύεται εμπειρικά, σπάνια παρατηρούνται κανονικές κατανομές αποδόσεων στις χρηματιστηριακές αγορές.
- Με άλλα λόγια, η σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου στηρίζεται σε μέτρα κινδύνου και απόδοσης τα οποία δεν αντιπροσωπεύουν επαρκώς την πραγματικότητα στις χρηματιστηριακές αγορές.
- Η χρήση της τυπικής απόκλισης υποθέτει ότι οι μεγαλύτερες από τις αναμενόμενες αποδόσεις είναι εξίσου επικίνδυνες με τις χαμηλότερες από τον μέσο όρο μια υπόθεση που φυσικά δεν ικανοποιείται.
- Επιπρόσθετα, τα σύγχρονα επενδυτικά προϊόντα όπως τεχνικές αντιστάθμισης κινδύνου, συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (ΣΜΕ), δικαιώματα προαίρεσης (options) και hedge funds χαρακτηρίζονται εκ κατασκευής από ασύμμετρη κατανομή αποδόσεων.
- Επιπλέον, είναι γνωστό άλλωστε ότι οι επενδυτές θεωρούν ότι ο επενδυτικός κίνδυνος σχετίζεται με τα άσχημα αποτελέσματα (αποδόσεις μικρότερες από κάποιο προκαθορισμένο στόχο) και αποδίδουν βαρύτερη σημασία στα αρνητικά επενδυτικά αποτελέσματα.

- Η σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου μπορεί λοιπόν να θεωρηθεί ως μια συμμετρική υποπερίπτωση της μεταμοντέρνας Θεωρίας Χαρτοφυλακίου.
- Επομένως, η χρήση των παραδοσιακών τεχνικών ποσοτικοποίησης της σχέσης απόδοσης/κινδύνου καθώς και τεχνικών αξιολόγησης της επίδοσης χαρτοφυλακίων που προτάθηκαν από την σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου είναι πιθανό να οδηγήσουν σε παραπλανητικά αποτελέσματα.
- Άρα απαιτείται μια διαφορετική προσέγγιση του κινδύνου η οποία θα προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την πραγματικότητα.
- Μια τέτοια προσέγγιση λοιπόν συνίσταται στον υπολογισμό ενός μέτρου μεταβλητότητας το οποίο θα λαμβάνει υπόψη του τις παρατηρήσεις που βρίσκονται κάτω ή πάνω από ένα προκαθορισμένο σημείο της κατανομής.
- Παρά το γεγονός ότι ο Markowitz (1959) ανέφερε για πρώτη φορά την έννοια της ημιδιακύμανσης (semivariance), η χρήση του συγκεκριμένου μέτρου ήταν δύσκολη για πρακτικούς λόγους εξαιτίας των πολύπλοκων υπολογισμών που απαιτούντο.
- Έτσι το 1987 το Pension Research Institute στο San Francisco State University ανέπτυξε μια σειρά από πρακτικούς μαθηματικούς αλγορίθμους οι οποίοι χρησιμοποιούνται σήμερα όλο και περισσότερο.
- Οι συγκεκριμένες μέθοδοι παρέχουν το πλαίσιο μέσα στο οποίο αναγνωρίζεται τόσο η προτίμηση των επενδυτών για την μεταβλητότητα των αποδόσεων πάνω από ένα συγκεκριμένο όριο (upside volatility) όσο και η αποστροφή τους προς τον κίνδυνο απωλειών κάτω από ένα προκαθορισμένο όριο (downside risk).
- Ο πιο γνωστός τρόπος προσέγγισης του κινδύνου απωλειών κάτω από ένα όριο ανοχής είναι μέσω του υπολογισμού της ημι-διακύμανσης (semi-variance) και της ημι-τυπικής απόκλισης (semi-standard deviation).

- Όταν η κατανομή των αποδόσεων είναι συμμετρική όπως συμβαίνει στην περίπτωση που οι αποδόσεις μας προέρχονται από μια κανονική κατανομή τότε η ημι-διακύμανση ισούται με το μισό της διακύμανσης των αποδόσεων και δεν υπάρχει καμία διαφορά στην προσέγγιση του κινδύνου με το ένα ή το άλλο μέτρο.
- Εάν, όμως η κατανομή των αποδόσεων εμφανίζει ασυμμετρία τότε τα δυο μέτρα δεν είναι ισοδύναμα και η χρήση της διακύμανσης έναντι της ημι-διακύμανσης δεν είναι επιστημονικά ορθή.
- Η χρήση της ημι-διακύμανσης προτείνεται ιδιαίτερα σε περιπτώσεις όπου το εξεταζόμενο χαρτοφυλάκιο περιέχει παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα των οποίων οι αποδόσεις συνήθως επιδεικνύουν έντονη ασυμμετρία.
- Η φιλοσοφία της ημι-τυπικής απόκλισης λοιπόν, είναι ο υπολογισμός του κινδύνου απωλείας ενός επενδυτή από την επένδυση σε ένα αξιόγραφο ή χαρτοφυλάκιο λαμβάνοντας υπόψη πιθανή ασυμμετρία της κατανομής των αποδόσεων.
- Υπάρχουν τρεις εναλλακτικές μέθοδοι υπολογισμού της ημι-τυπικής απόκλισης ανάλογα με το επιθυμητό όριο ανοχής του επενδυτή:
 - Ο υπολογισμός της με βάση τις αποδόσεις που είναι μικρότερες από την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου (expected return of the portfolio)
 - Ο υπολογισμός της με βάση τις αποδόσεις που είναι μικρότερες από το δείκτη αναφοράς (benchmark)
 - Ο υπολογισμός της με βάση τις αποδόσεις που είναι μικρότερες από την απόδοση χωρίς κίνδυνο (risk-free rate, συνήθως απόδοση των 3-μηνων Ε.Γ.Ε.Δ.)

- Ο τύπος υπολογισμού της ημι-τυπικής απόκλισης δίνεται από την σχέση που ακολουθεί:

$$\text{Ημι-τυπική απόκλιση} = \sqrt{\text{Ημι-διακύμανση}} \quad (47) \quad \text{όπου}$$

$$\text{Ημι-διακύμανση} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \{\min[0, (R_t - R_k)]\}^2 \quad (48)$$

- όπου R_t είναι η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου
 - R_k : μπορεί να είναι το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (risk-free rate), η μέση απόδοση της αγοράς ή αναμενόμενη απόδοση του ίδιου του χαρτοφυλακίου
 - και T ο αριθμός των παρατηρήσεων.
-
- Στον υπολογισμό της ημι-διακύμανσης οι αποδόσεις που υπερβαίνουν το προκαθορισμένο επίπεδο απόδοσης συμμετέχουν ως μηδενικές.
 - Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται παραδείγματα με πραγματικά δεδομένα αποδόσεων του δείκτη Dow Jones υπολογισμού αρχικά της τυπικής απόκλισης και στην συνέχεια της ημι-τυπικής απόκλισης σε περίπτωση κινδύνου κάτω και πάνω από ένα προκαθορισμένο όριο αντίστοιχα.

Πίνακας 16
Παράδειγμα υπολογισμού τυπικής απόκλισης

ΕΤΟΣ	Dow Jones Industrial Average (%)	$R_p - E(R_p)$	$(R_p - E(R_p))^2$
1988	11,85	0,91	0,83
1989	26,96	16,02	256,62
1990	-4,34	-15,28	233,53
1991	20,32	9,38	87,98
1992	4,17	-6,77	45,77
1993	13,72	2,78	7,74
1994	2,14	-8,80	77,44
1995	33,45	22,51	506,77
1996	26,01	15,07	227,21
1997	22,64	11,70	136,93
1998	16,10	5,16	26,62
1999	25,22	14,28	203,96
2000	-1,12	-17,12	293,02
2001	-7,10	-18,04	325,27
2002	-16,76	-27,70	767,43
2003	25,32	14,38	206,85
2004	3,15	-7,79	60,71
2005	-0,61	-11,55	133,34
2006	16,29	5,35	28,60
2007	6,43	-4,51	20,32
$E(R_p)$	10,94	Άθροισμα τετραγώνων αποκλίσεων	3646,96
		Διακύμανση	191,95
		Τυπική απόκλιση	13,85

Πίνακας 17

Παράδειγμα υπολογισμού semi-standard deviation σε περίπτωση downside risk

ΕΤΟΣ	Dow Jones Industrial Average (%)	$R_p - E(R_p)$	$\min[R_p - E(R_p), 0]$	$-\min[R_p - E(R_p), 0]$	$[\min[R_p - E(R_p), 0]]^2$
1988	11,85	0,91	0,00	0,00	0,00
1989	26,96	16,02	0,00	0,00	0,00
1990	-4,34	-15,28	-15,28	15,28	233,48
1991	20,32	9,38	0,00	0,00	0,00
1992	4,17	-6,77	-6,77	6,77	45,83
1993	13,72	2,78	0,00	0,00	0,00
1994	2,14	-8,80	-8,80	8,80	77,44
1995	33,45	22,51	0,00	0,00	0,00
1996	26,01	15,07	0,00	0,00	0,00
1997	22,64	11,70	0,00	0,00	0,00
1998	16,10	6,16	0,00	0,00	0,00
1999	25,12	15,28	0,00	0,00	0,00
2000	-6,13	-17,12	-17,12	17,12	293,09
2001	-7,11	-18,04	-18,04	18,04	325,44
2002	-16,77	-27,70	-27,70	27,70	767,29
2003	20,32	14,38	0,00	0,00	0,00
2004	3,15	-7,79	-7,79	7,79	60,68
2005	-0,61	-11,55	-11,55	11,55	133,40
2006	16,29	5,35	0,00	0,00	0,00
2007	6,43	-4,51	-4,51	4,51	20,34
	$E(R_p)$	10,94		Άθροισμα τετραγώνων αποκλίσεων	1957,00
				Ημι διακύμανση	103,00
				Ημι-Τυπική Απόκλιση	10,15

Πίνακας 18

Παράδειγμα υπολογισμού semi-standard deviation σε περίπτωση upside risk

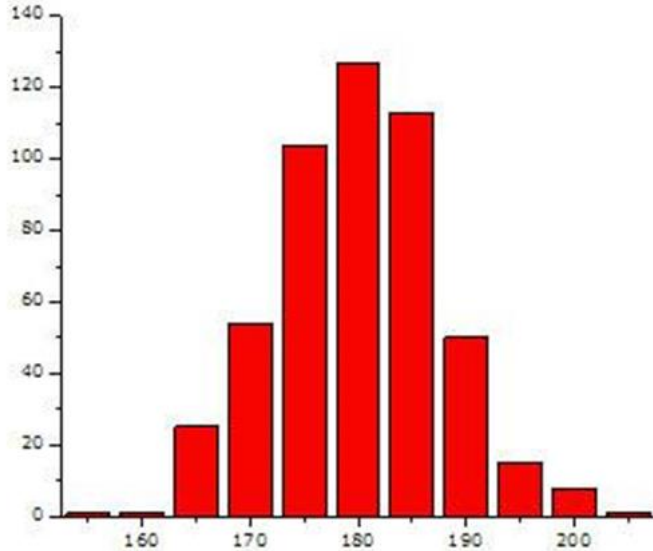
ΕΤΟΣ	Dow Jones Industrial Average (%)	$R_p - E(R_p)$	$\max[R_p - E(R_p), 0]$	$[\max[R_p - E(R_p), 0]]^2$
1988	11,85	0,91	0,91	0,83
1989	26,96	16,02	16,02	256,62
1990	-4,34	-15,28	0,00	0,00
1991	20,32	9,38	9,38	87,98
1992	4,17	-6,77	0,00	0,00
1993	13,72	2,78	2,78	7,74
1994	2,14	-8,80	0,00	0,00
1995	33,45	22,51	22,51	506,77
1996	26,01	15,07	15,07	227,21
1997	22,64	11,70	11,70	136,93
1998	16,10	5,16	5,16	26,62
1999	22,22	14,28	14,28	203,96
2000	-6,21	-17,12	0,00	0,00
2001	-7,10	-18,04	0,00	0,00
2002	-16,76	-27,70	0,00	0,00
2003	25,32	14,38	14,38	206,85
2004	3,15	-7,79	0,00	0,00
2005	-0,61	-11,55	0,00	0,00
2006	16,29	5,35	5,35	28,60
2007	6,43	-4,51	0,00	0,00
	$E(R_p)$	10,94	Άθροισμα τετραγώνων αποκλίσεων	1690,12
			Ημ διακύμανση	88,95
			Ημ-Τυπική Απόκλιση	9,43

3.7 Ασυμμετρία (Skewness)

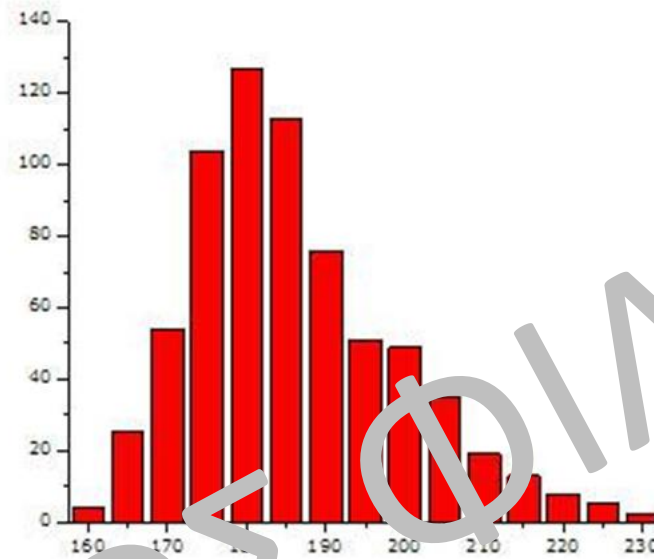
- Ένα πολύ σημαντικό ζήτημα για τον χρηματοοικονομικό ερευνητή είναι να ελέγξει την ύπαρξη κανονικότητας των δεδομένων του.
- Μια σημαντική παραβίαση της κανονικότητας η οποία εμφανίζεται συχνά στα δεδομένα είναι η ύπαρξη μεροληψίας στην διασπορά (dispersion) των διαθέσιμων δεδομένων.
- Η ύπαρξη της συγκεκριμένης μεροληψίας γίνεται αντιληπτή από την εμφάνιση ασυμμετρίας στη κατανομή των δεδομένων.
- Η ασυμμετρία διακρίνεται σε θετική και αρνητική.
- Ο έλεγχος ύπαρξης ασυμμετρίας πραγματοποιείται σε σχέση με την κανονική κατανομή η οποία είναι συμμετρική εμφανίζει ίσο αριθμό θετικών και αρνητικών τιμών και λαμβάνεται ως δείκτης αναφοράς.
- Σε μια συμμετρική κατανομή ο μέσος, η διάμεσος (median) και η επικρατούσα τιμή (mode) λαμβάνουν την ίδια τιμή.
- Το πιο συνηθισμένο μέτρο προσέγγισης της ασυμμετρίας μιας κατανομής είναι ο συντελεστής ασυμμετρίας, ο οποίος προκύπτει ως το πηλίκο της τρίτης κεντρικής ροπής γύρω από τον μέσο και της τυπικής απόκλισης υψωμένης στον κύβο.

$$\text{Συντελεστής Ασυμμετρίας} = \frac{\left[\frac{\sum (X_i - \bar{X})^3}{n-1} \right]}{\left(\sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \right)^3} \quad (49)$$

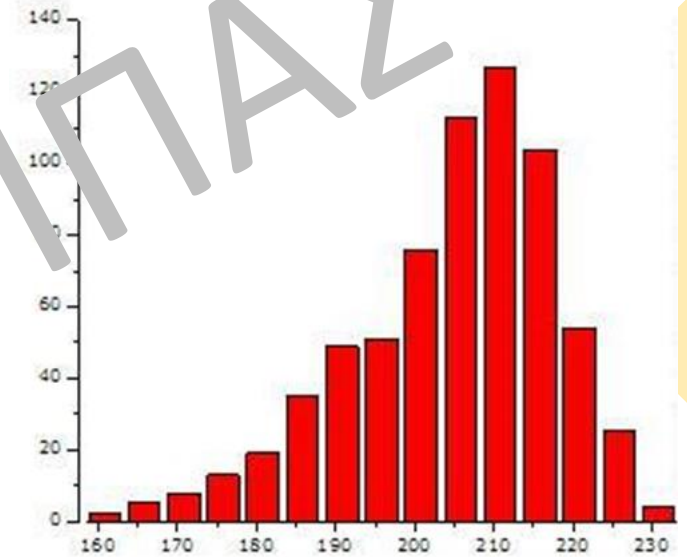
Διάγραμμα 11
Συμμετρική κατανομή



Διάγραμμα 12
Κατανομή με θετική ασυμμετρία



Διάγραμμα 13
Κατανομή με αρνητική ασυμμετρία



- Στην περίπτωση της θετικής ασυμμετρίας η κατανομή των δεδομένων εμφανίζει μια μακριά ουρά προς τα δεξιά (long right tail).
- Το γεγονός αυτό σημαίνει μια μεγαλύτερη του φυσιολογικού (σε σχέση με την κανονική κατανομή) συγκέντρωση θετικών τιμών στην υπό εξέταση κατανομή.
- Σε αυτή την περίπτωση η μέση τιμή είναι μεγαλύτερη από την διάμεσο η οποία με την σειρά της είναι μεγαλύτερη από την επικρατούσα τιμή.
- Ο μέσος είναι μεγαλύτερος από την διάμεσο και την επικρατούσα τιμή επειδή επηρεάζεται προς τα πάνω από τις λίγες ιδιαίτερες υψηλές παρατηρήσεις.
- Η αρνητική ασυμμετρία έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση μιας μακριάς ουράς (long left tail) στα αριστερά της κατανομής. Σε αυτή την περίπτωση ο μέσος εμφανίζεται μικρότερος από την διάμεσο και την επικρατούσα τιμή. Ανάλογα με την περίπτωση της θετικής ασυμμετρίας, ο μέσος στην συγκεκριμένη περίπτωση μειώνεται σημαντικά από τις λίγες πολύ μικρές παρατηρήσεις.

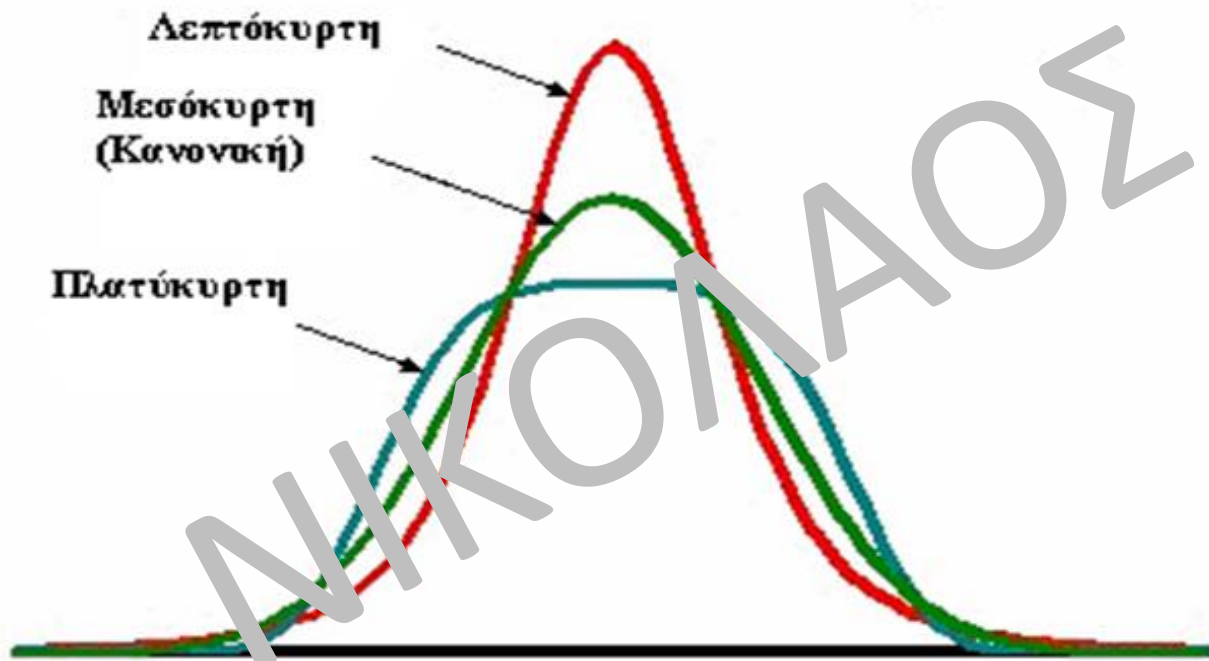
3.8 Κυρτότητα (Kurtosis)

- Ενώ η ασυμμετρία αποκαλύπτει την συμμετρία της κατανομής των τιμών η κυρτότητα εκφράζει το ύψος της κατανομής.
- Οι κατανομές που εμφανίζουν υψηλότερη κορυφή από την κανονική κατανομή αποκαλούνται λεπτόκυρτες ενώ οι κατανομές που είναι πιο επίπεδες σε σχέση με την κανονική κατανομή αναφέρονται ως πλατύκυρτες.
- Στην χρηματοοικονομική επιστήμη είναι συνηθισμένο φαινόμενο να παρατηρούνται λεπτόκυρτες κατανομές ιδιαίτερα στις κατανομές των αποδόσεων των διαφόρων περιουσιακών στοιχείων όπου εντοπίζονται περιοδικές απότομες μεταβολές στις τιμές των περιουσιακών στοιχείων.
- Οι προαναφερθείσες απότομες μεταβολές στις τιμές είναι πιθανότερο να εμφανίζονται σε αγορές όπου παρατηρούνται διακεκομμένες συναλλαγές αξιογράφων λόγω της διακοπής των συναλλαγών κατά την διάρκεια της νύχτας ή λόγω του σαββατοκύριακου.
- Ο λόγος είναι ότι οι πληροφορίες που επηρεάζουν τις τιμές των αξιογράφων αλλά δημοσιεύονται μετά την ολοκλήρωση των συναλλαγών θα έχουν επίδραση στις τιμές όταν επανεκκινήσουν οι συναλλαγές την επόμενη μέρα με αποτέλεσμα να παρατηρείται μια σημαντική μεταβολή μεταξύ της τιμής κλεισίματος και της τιμής ανοίγματος.
- Αυτή η μεταβολή στις τιμές των αξιογράφων η οποία παρατηρείται συχνότερα στα ημερήσια ή στα εβδομαδιαία δεδομένα θα οδηγήσει σε υψηλότερη συχνότητα εμφάνισης των μεγάλων αρνητικών ή θετικών αποδόσεων σε σχέση με τις συχνότητες που θα αναμέναμε εάν οι συναλλαγές ήταν συνεχείς.

- Ο πιο συνηθισμένος τρόπος προσέγγισης της κυρτότητας μιας κατανομής είναι μέσω του συντελεστή κυρτότητας ο οποίος προκύπτει ως το πηλίκο της τέταρτης κεντρικής ροπής γύρω από τον μέσο και της τετραγώνου της τυπικής απόκλισης υψωμένης στην τέταρτη δύναμη.

Διάγραμμα 14

Είδη κατανομής ανάλογα με τον βαθμό κυρτότητας



$$\text{Συντελεστής Κυρτότητας} = \frac{\left[\frac{\sum (X_i - \bar{X})^4}{n-1} \right]}{\left(\sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \right)^4} \quad (50)$$