

Σημειώσεις

Ποσοτικές Μέθοδοι στην

Χρηματοοικονομική

6^ο Εξάμηνο



Νικόλαος Δ. Φίλιππας

Τμήμα Οργάνωσης & Διοίκησης Επιχειρήσεων

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Πειραιάς, Οκτώβριος 2025

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	8
Η Οικονομετρική Προσέγγιση	8
1.1 Εισαγωγή	8
1.2 Η φύση της οικονομετρικής ανάλυσης	10
1.3 Σκοποί της Οικονομετρίας	13
1.4 Η έννοια του υποδείγματος	14
1.4.1 Κατηγορίες Υποδειγμάτων	15
1.4.2 Το Υπόδειγμα της Αγοράς	18
1.5 Δεδομένα	21
1.5.1 Ποσοτικά έναντι ποιοτικών δεδομένων, ψευδομεταβλητές	22
1.5.2 Μη πειραματικά έναντι πειραματικών δεδομένων	23
1.5.3 Διαχρονικά δεδομένα (Time-series data)	24
1.5.4 Διαστρωματικά δεδομένα (Cross-sectional data)	27
1.5.5 Συνδυασμός διαχρονικών και διαστρωματικών δεδομένων (panel data) ...	31
1.5.6. Προβλήματα με τα δεδομένα	32
1.5.7 Ακραίες τιμές (outliers)	34
1.6 Πηγές δεδομένων	35
1.7 Στάδια εφαρμοσμένης οικονομετρικής έρευνας	38
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	40
Χρησιμότητα Χρηματοοικονομικής Οικονομετρίας	40
2.1 The Dividend Puzzle	40
2.2 Υποδείγματα Αποτίμησης Μετοχικών Τίτλων	51
2.3 Ένα απλό Υπόδειγμα Μεγέθυνσης	52
Εφαρμογή: Εύρεση υποτιμημένων μετοχών	58
Εφαρμογή: «Z - Score»: Το μέτρο που αποκαλύπτει τις 2 όψεις του Χ.Α.Α. ...	59
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	63
Βασικές στατιστικές έννοιες	63
3.1 Εισαγωγή	63
3.2 Μέτρα θέσεως ή κεντρικής τάσης (Measures of central tendency)	65
3.2.1 Αριθμητικός Μέσος (Arithmetic mean)	65
3.2.2 Γεωμετρικός μέσος (Geometric mean)	66
3.2.3 Διάμεσος (median)	67
3.2.4 Επικρατούσα τιμή (mode)	68
3.3 Μέτρα Διασποράς (Measures of dispersion)	68
3.3.1 Τυπική απόκλιση	68
Εφαρμογή: «Μαύρη Δευτέρα και Μαύροι Κύκνοι»	74
3.3.2 Συντελεστής μεταβλητότητας	78
3.4 Μέτρα συσχέτισης (Measures of association)	80
3.4.1 Συνδιακύμανση	80
3.4.2 Συντελεστής συσχέτισης του Pearson	81
Εφαρμογή: Διαφοροποίηση χαρτοφυλακίου με την χρήση του συντελεστή	
συσχετίσεως	82
Εφαρμογή: Διερεύνηση ύπαρξης επικαλύψεων στα πλαίσια χαρτοφυλακίων	
Α/Κ	85
3.4.3 Συντελεστής συσχέτισης κατατάξεων του Spearman (1904)	86
Εφαρμογή: Έλεγχος επαναληπτικότητας επίδοσης μετοχικών Α/Κ εσωτερικού	
.....	87
3.5 Πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης	90
3.6 Η έννοια του Downside/Upside Risk	91
3.7 Ασυμμετρία (Skewness)	97

3.8 Κυρτότητα (Kurtosis)	99
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	102
Στατιστική επαγωγή: διαστήματα εμπιστοσύνης & έλεγχος υποθέσεων	102
4.1 Εισαγωγή	102
4.2 Θεωρία δειγματοληψίας.....	103
4.3 Δειγματικές κατανομές παραμέτρων κατανομής.....	105
4.3.1 Δειγματική κατανομή του δειγματικού μέσου.....	105
4.3.2 Δειγματική κατανομή της δειγματικής διακύμανσης	107
4.4 Εκτιμητική και διαστήματα εμπιστοσύνης.....	107
Εφαρμογή: Μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκτιμητή.....	111
4.5 Διαστήματα εμπιστοσύνης (confidence intervals).....	113
4.5.1 Διαστήματα εμπιστοσύνης για τον μέσο (μεγάλα δείγματα).....	113
Εφαρμογή: Διαστήματα εμπιστοσύνης για την μέση απόδοση χρηματιστηρίου	115
4.5.2 Διαστήματα εμπιστοσύνης για τον μέσο (μικρά δείγματα)	117
4.5.3 Διαστήματα εμπιστοσύνης για την διακύμανση.....	118
Εφαρμογή: Διαστήματα εμπιστοσύνης μέσης απόδοσης και διακύμανσης για το χρηματιστήριο της Ελλάδος και των ΗΠΑ	120
4.6 Σφάλματα Τύπου I και Τύπου II.....	123
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	127
Το Κλασικό Γραμμικό Υπόδειγμα.....	127
5.1 Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων	127
5.2 Στατιστικές υποθέσεις Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων.....	128
5.3 Προσαρμογή της Γραμμής Παλινδρόμησης στα δεδομένα	131
Εφαρμογή: Υπολογισμός συντελεστών παλινδρόμησης	134
5.4 Ερμηνεία της εξίσωσης παλινδρόμησης.....	136
5.5 Κατάλοιπα.....	137
5.6 Έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας συντελεστών υποδείγματος.....	142
5.7 Έλεγχοι καταλληλότητας του υποδείγματος	146
5.7.1 Η ανερμήνευτη διακύμανση	147
5.7.2 Ο συντελεστής προσδιορισμού.....	148
5.7.3 Το κριτήριο F	152
5.8 Προβλέψεις μέσω του κλασικού γραμμικού υποδείγματος.....	153
5.9 Παραβίαση Υποθέσεων Γραμμικού Υποδείγματος.....	157
5.10 Σχέση μεταξύ συντελεστή προσδιορισμού και του συντελεστή συσχέτισης του Pearson.....	158
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	160
Πολυμεταβλητή Παλινδρόμηση	160
6.1 Εισαγωγή	160
6.2 Το Πολυμεταβλητό Υπόδειγμα.....	161
6.3 Ερμηνευθείσα μεταβλητότητα και Προσαρμοσμένος Συντελεστής R^2 (Adjusted R-Squared)	165
6.4 Έλεγχοι σημαντικότητας.....	170
6.5 Κριτήρια Πληροφόρησης.....	174
6.6 Προβλήματα της μεθόδου ανάλυσης παλινδρόμησης	175
6.6.1 Πολυσυγγραμικότητα (Multicollinearity).....	175
6.6.2 Ετεροσκεδαστικότητα.....	177
6.6.3 Αυτοσυσχέτιση	186
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7	195
Επιλεγμένα Θέματα Ανάλυσης Παλινδρόμησης.....	195

7.1 Η χρήση ψευδομεταβλητών στην μέθοδο ανάλυσης παλινδρόμησης (Dummy variables regression)	195
Εφαρμογή: Το φαινόμενο του Ιανουαρίου στις χρηματιστηριακές αγορές...200	
Εφαρμογή: Αξιολόγηση Α/Κ με την χρήση του υποδείγματος Henriksson-Merton (1981)	204
Εφαρμογή: Σύγκριση δεικτών P/E μεταξύ εταιρειών του τηλεπικοινωνιακού κλάδου.....	213
7.2 Ποιοτικές εξαρτημένες μεταβλητές	216
7.2.1. Γραμμικό Υπόδειγμα Πιθανότητας	217
7.2.2 Το Υπόδειγμα Probit.....	217
7.2.3 Το Υπόδειγμα Logit.....	219
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8	220
Εφαρμογές παλινδρόμησης στην Χρηματοοικονομική.....	220
8.1 Το Υπόδειγμα της Αγοράς (Market Model)	220
Εφαρμογή:Εκτίμηση συστηματικού κινδύνου μετοχής ΟΠΑΠ Α.Ε. με την χρήση του Υποδείγματος της Αγοράς	223
Εφαρμογή: Εκτίμηση συστηματικού κινδύνου μετοχών του δείκτη FTSE 20	229
Εφαρμογή: Μεταβαλλόμενη φύση συντελεστή βήτα μετοχών	233
Εφαρμογή:Χρησιμοποιώντας το CAPM για την αξιολόγηση της επίδοσης διαχειριστών: Το μέτρο του Jensen (1968).....	238
Εφαρμογή: Αξιολόγηση της επίδοσης ελληνικών μετοχικών Α/Κ με την χρήση του μη γραμμικού υποδείγματος των Treynor & Mazuy (1966).....	242
Εφαρμογή:Αξιολόγηση της επίδοσης Α/Κ με την χρήση πολυπαραγοντικών υποδειγμάτων.....	244
Εφαρμογή: Ορθογωνιοποίηση παραγόντων στα πλαίσια πολυπαραγοντικού υποδείγματος αξιολόγησης επίδοσης διαχειριστών Αμοιβαίων Κεφαλαίων	254
Εφαρμογή:Σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου ελληνικών μετοχικών Α/Κ εσωτερικού.....	255
Εφαρμογή: Έλεγχος ευαισθησίας επίδοσης Αμοιβαίων Κεφαλαίων με την χρήση της μεθόδου εκτίμησης εκατοστιαίων σημείων (quantile regression)	258
Εφαρμογή:Εκτίμηση συστηματικού κινδύνου μετοχών στο Χ.Α.Α. μέσω του υποδείγματος του Dimson (1979).....	263
Εφαρμογή: Προσδιοριστικοί παράγοντες πληθωρισμού	267
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9	269
Ανάλυση Χρονολογικών Σειρών.....	269
9.1 Γνωστές μορφές χρονολογικών σειρών	269
9.1.1 Το Υπόδειγμα του Λευκού Θορύβου (White Noise).....	269
9.1.2 Τυχαίος περίπατος (Random walk)	270
9.2 Έλεγχος στασιμότητας αποδόσεων με το κριτήριο των Dickey-Fuller (DF).....	271
9.3 Υπόθεση των Αποτελεσματικών Αγορών (Efficient Market Hypothesis)	273
9.3.1 Συνέπειες της Υπόθεσης των Αποτελεσματικών Αγορών.....	276
9.4 Έλεγχοι στα πλαίσια της Θεωρίας Αποτελεσματικών Αγορών.....	277
Εφαρμογή: Έλεγχος υπόθεσης τυχαίου περιπάτου (random walk) στο ελληνικό χρηματιστήριο	277
Εφαρμογή: Έλεγχος στασιμότητας αποδόσεων Γενικού Δείκτη Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών	280
9.5 Συνολοκλήρωση (Cointegration).....	283
9.6 Υπόδειγμα Διόρθωσης Σφάλματος (Error Correction Model)	287
9.7 Αιτιότητα κατά Granger (Granger causality).....	289

Εφαρμογή: Έλεγχος συνολοκλήρωσης κατανάλωσης και εισοδήματος	290
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10	293
Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα Δεσμευμένης Διακύμανσης (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models)	293
10.1 Εισαγωγή	293
10.2 Υποδείγματα ARCH	294
10.3 Υποδείγματα GARCH	304
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11	308
Κατασκευή, εκτίμηση και έλεγχος υποθέσεων ενός ολοκληρωμένου οικονομετρικού υποδείγματος	308
Η συμπεριφορά της αγέλης στη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών	308
11.1 Πρόλογος	308
11.2 Εισαγωγή και σπουδαιότητα μελέτης	309
11.3 Ανασκόπηση παρελθουσών μελετών	312
11.4 Η χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών.....	315
11.5 Μεθοδολογία και δεδομένα	318
11.5.1 Μεθοδολογία.....	318
11.5.2 Δεδομένα.....	323
11.6 Εμπειρικά αποτελέσματα	323
11.7 Συμπεράσματα κεφαλαίου και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα.....	328
ΑΣΚΗΣΕΙΣ & ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ.....	330
ΑΡΘΡΟΓΡΑΦΙΑ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	346

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η Χρηματοοικονομική Οικονομετρία (Financial Econometrics) αποτελεί πλέον ένα διακριτό τμήμα της Χρηματοοικονομικής Επιστήμης και μελετά κυρίως τον εμπειρικό έλεγχο των υπάρχουσών χρηματοοικονομικών θεωριών.

Ο σκοπός των σημειώσεων αυτών είναι να προσφέρουν στους φοιτητές του Τμήματος Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων τις απαραίτητες γνώσεις για την επιστημονική διερεύνηση των χρηματοοικονομικών σχέσεων. Φυσικά το περιεχόμενο των σημειώσεων δεν περιορίζεται μόνο σε θέματα Χρηματοοικονομικής αλλά έχει προεκτάσεις σε όλο το φάσμα της σύγχρονης Διοίκησης Επιχειρήσεων.

Τα τελευταία χρόνια όμως, παρατηρείται υπερβολική χρήση των μαθηματικών τόσο στον χώρο της Χρηματοοικονομικής, όσο και στον χώρο της Χρηματοοικονομικής Οικονομετρίας, με αποτέλεσμα να απομακρυνόμαστε από τις απλές και ουσιώδεις βασικές αρχές της Χρηματοοικονομικής και να εστιάζουμε σε πολύπλοκα μαθηματικά υποδείγματα τα οποία δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα. Για τον λόγο αυτό έγινε προσπάθεια περιορισμού της χρήσης των μαθηματικών σε όσο το δυνατόν πιο απαραίτητο επίπεδο.

Στις σημειώσεις αυτές παρουσιάζονται αρχικά οι βασικές στατιστικές έννοιες όπως ο απλός συντελεστής συσχέτισης και ο συντελεστής συσχέτισεως κατατάξεων του Spearman, η απλή και πολλαπλή παλινδρόμηση και οι παραβιάσεις του κλασσικού γραμμικού υποδείγματος, όπως είναι η αυτοσυσχέτιση και η ετεροσκεδαστικότητα. Επιπλέον, περιγράφονται συνοπτικά οι έννοιες της στασιμότητας των χρονολογικών σειρών (stationarity), της συνολοκλήρωσης (cointegration), του μηχανισμού διόρθωσης σφάλματος (error correction model) καθώς και τα προηγμένα υποδείγματα προσέγγισης της δεσμευμένης διακύμανσης (ARCH και GARCH).

Οι έννοιες αυτές συνδέονται με πρακτικά θέματα της Χρηματοοικονομικής, όπως είναι η μέτρηση των κινδύνων των μετοχικών τίτλων, ο έλεγχος της αποτελεσματικότητας της χρηματιστηριακής αγοράς των Αθηνών, ο έλεγχος των υποδειγμάτων αποτίμησης μετοχικών τίτλων και η εύρεση υποτιμημένων μετοχών, η αξιολόγηση της επίδοσης των διαχειριστών Αμοιβαίων

Κεφαλαίων. Τέλος, ένα ολόκληρο κεφάλαιο αφιερώνεται στην κατασκευή, εκτίμηση και έλεγχο ενός ολοκληρωμένου οικονομετρικού υποδείγματος το οποίο αποσκοπεί στον έλεγχο ύπαρξης αγελαίας συμπεριφοράς στο ελληνικό χρηματιστήριο.

Πειραιάς, Οκτώβριος 2011

Νικόλαος Δ. Φίλιππας
Αναπληρωτής Καθηγητής
Τμήματος Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων
Πανεπιστημίου Πειραιώς

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Η Οικονομετρική Προσέγγιση

1.1 Εισαγωγή

Πριν προχωρήσουμε στην αναλυτική περιγραφή της διαδικασίας οικονομετρικής ανάλυσης είναι χρήσιμο να επιχειρήσουμε να δώσουμε έναν ορισμό της έννοιας της οικονομετρίας. Κατά καιρούς έχουν δοθεί αρκετοί ορισμοί για την οικονομετρία. Το δεύτερο συνθετικό της λέξης οικονομετρίας δηλώνει μέτρηση και παρέχει μια ιδέα για το τι μπορεί να σημαίνει ο όρος οικονομετρία. Γενικά, θα μπορούσαμε να πούμε ότι η οικονομετρία ορίζεται ως ο κλάδος εκείνος των οικονομικών επιστημών που συνδυάζοντας κατάλληλα τα μαθηματικά και την στατιστική θεωρία αποσκοπεί στην εμπειρική εκτίμηση ποσοτικών οικονομικών σχέσεων και στον έλεγχο υποθέσεων σχετικά με αυτές. Με άλλα λόγια, η οικονομετρία ασχολείται με την συστηματική μελέτη οικονομικών φαινομένων χρησιμοποιώντας παρατηρήσιμα ή μη δεδομένα. Η οικονομετρική ανάλυση, ξεκινώντας από τις συναρτησιακές σχέσεις μεταξύ οικονομικών μεταβλητών που έχουν αναπτυχθεί από την σχετική οικονομική θεωρία, τις μετατρέπει σε ειδικής μορφής μαθηματικές σχέσεις γνωστές ως οικονομετρικά υποδείγματα και στην συνέχεια χρησιμοποιώντας τα γεγονότα όπως συνοψίζονται στα σχετικά δεδομένα και την στατιστική θεωρία όπως τροποποιείται για τις ανάγκες της οικονομετρίας σε οικονομετρικές τεχνικές επιχειρεί να εκτιμήσει τις άγνωστες παραμέτρους των υποδειγμάτων και να ελέγξει υποθέσεις σχετικά με τις άγνωστες πληθυσμιακές παραμέτρους δίνοντας εμπειρική διάσταση στην οικονομική σκέψη. Ενώ ο συγκεκριμένος ορισμός κλίνει προς την οικονομική επιστήμη, η οικονομετρία δεν περιορίζεται στο συγκεκριμένο πεδίο αλλά μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλες κοινωνικές επιστήμες όπως Κοινωνιολογία, Ψυχολογία, Χρηματοοικονομική κλπ.

Είναι γνωστό από την οικονομική θεωρία ότι σε μια απλή συνάρτηση κατανάλωσης η οριακή ροπή για κατανάλωση θα πρέπει να λαμβάνει θετικές τιμές μεταξύ του μηδενός και της μονάδας.

$$C_i = \alpha + \beta Y_i \quad (1)$$

όπου

C_i η κατανάλωση

Y_i το διαθέσιμο εισόδημα

β η οριακή ροπή προς κατανάλωση

Όμως η οικονομική θεωρία αδυνατεί να μας δώσει μια συγκεκριμένη απάντηση σχετικά με την ακριβή τιμή που θα έχει η οριακή ροπή προς κατανάλωση, μια ιδιαίτερα σημαντική πληροφορία, στην περίπτωση που εξετάζουμε μια συγκεκριμένη ομάδα του πληθυσμού ή ολόκληρο τον πληθυσμό. Απάντηση στο συγκεκριμένο ερώτημα καθώς και σε άλλα παρόμοια παρέχει η οικονομετρική ανάλυση.

Στο σημείο αυτό αξίζει να γίνει η διάκριση μεταξύ της ευρύτερης έννοιας της οικονομετρίας και του κλάδου της χρηματοοικονομικής οικονομετρίας. Η χρηματοοικονομική οικονομετρία λοιπόν ασχολείται με τον εμπειρικό έλεγχο των διαφόρων χρηματοοικονομικών θεωριών ενώ η οικονομετρία ασχολείται με την συστηματική μελέτη των οικονομικών μεγεθών στα πλαίσια της μικροοικονομικής και μακροοικονομικής επιστήμης. Για παράδειγμα, η εμπειρική επαλήθευση της σχέσης που προβλέπει το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων (CAPM) μεταξύ κινδύνου και απόδοσης περιουσιακών στοιχείων ή η εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου αξιολογώντας με την χρήση του Υποδείγματος της Αγοράς εμπίπτουν στα πλαίσια της χρηματοοικονομικής οικονομετρίας.

Η χρηματοοικονομική οικονομετρία αποτελείται από το πλήρες σύνολο εργαλείων όπως η χρηματοοικονομική θεωρία, το χρηματοοικονομικό υπόδειγμα, το στατιστικό υπόδειγμα, η δειγματική πληροφόρηση, η στατιστική θεωρία και η οικονομετρία και μας παρέχει την βάση για την πραγματοποίηση μετρήσεων στην χρηματοοικονομική επιστήμη καθώς και την δυνατότητα

κατανόησης, πρόβλεψης και ελέγχου των διαφόρων χρηματοοικονομικών διαδικασιών και θεσμών.

1.2 Η φύση της οικονομετρικής ανάλυσης

Η θεωρία αποτελεί ένα από τα βασικότερα συστατικά σε μια οικονομετρική μελέτη αλλά χρειάζεται να αναπτυχθεί με έναν λειτουργικό τρόπο. Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα που ακολουθεί, η πιο εύχρηστη μορφή την οποία μπορεί να λάβει η θεωρία στα πλαίσια της οικονομετρικής ανάλυσης είναι αυτή του οικονομετρικού υποδείγματος. Το υπόδειγμα συνοψίζει την θεωρία η οποία σχετίζεται με το σύστημα υπό εξέταση και αποτελεί τον πιο βολικό τρόπο ανακεφαλαίωσης της θεωρίας για την εμπειρική μέτρηση και έλεγχο του συστήματος.

Ένα ακόμα βασικό συστατικό της οικονομετρικής μελέτης είναι το σύνολο των γεγονότων τα οποία αναφέρονται στα γεγονότα του πραγματικού κόσμου που σχετίζονται με το φαινόμενο υπό διερεύνηση. Τα συγκεκριμένα γεγονότα οδηγούν σε ένα σύνολο δεδομένων τα οποία αντιπροσωπεύουν παρατηρήσεις των σχετικών γεγονότων. Ωστόσο, σε γενικές γραμμές τα δεδομένα πρέπει να υποστούν συγκεκριμένη επεξεργασία με διάφορους τρόπους προκειμένου να είναι κατάλληλα για την οικονομετρική μελέτη. Η επεξεργασία αυτή περιλαμβάνει μεταξύ άλλων διάφορες ρυθμίσεις όπως εποχιακές ή κυκλικές προσαρμογές, συγχώνευση διαφόρων πηγών δεδομένων και γενικά την χρήση άλλων διαθέσιμων πληροφοριών για την κατάλληλη προσαρμογή των δεδομένων. Το τελικό αποτέλεσμα της διεργασίας οδηγεί στα επεξεργασμένα δεδομένα (refined data).

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει η θεωρία αναπτύσσεται στην μορφή ενός οικονομετρικού υποδείγματος και τα σχετικά γεγονότα σε ένα σύνολο επεξεργασμένων δεδομένων. Το επόμενο και κεντρικό στάδιο της οικονομετρικής προσέγγισης συνδυάζει τα δυο προαναφερθέντα συστατικά. Το συγκεκριμένο βήμα, η εκτίμηση δηλαδή του οικονομετρικού υποδείγματος με την χρήση των επεξεργασμένων δεδομένων, απαιτεί την χρήση ενός συνόλου οικονομετρικών τεχνικών οι οποίες συνήθως αποτελούν επεκτάσεις κλασικών μεθόδων στατιστικής, ιδιαίτερα της στατιστικής επαγωγής. Οι

επεκτάσεις των παραδοσιακών μεθόδων είναι απαραίτητες για την αντιμετώπιση συγκεκριμένων προβλημάτων τα οποία συναντώνται στην εκτίμηση ενός οικονομετρικού υποδείγματος.

Το παρακάτω διάγραμμα απεικονίζει τους τρεις βασικούς σκοπούς της οικονομετρικής ανάλυσης: την διαρθρωτική ανάλυση (structural analysis), την πραγματοποίηση προβλέψεων (forecasts) και την αξιολόγηση της πολιτικής (policy evaluation). Κάθε οικονομετρική μελέτη μπορεί να έχει έναν, δυο ή όλους τους παραπάνω στόχους οι οποίοι αντιπροσωπεύουν τα τελικά προϊόντα της οικονομετρίας όπως η θεωρία και τα γεγονότα αποτελούν τις πρώτες ύλες. Σε αυτή την λογική το διάγραμμα 1 μπορεί να θεωρηθεί ως ένα διάγραμμα ροής το οποίο απεικονίζει σχηματικά πώς συνδυάζονται και χρησιμοποιούνται τελικά τα διάφορα στάδια μιας οικονομετρικής μελέτης.

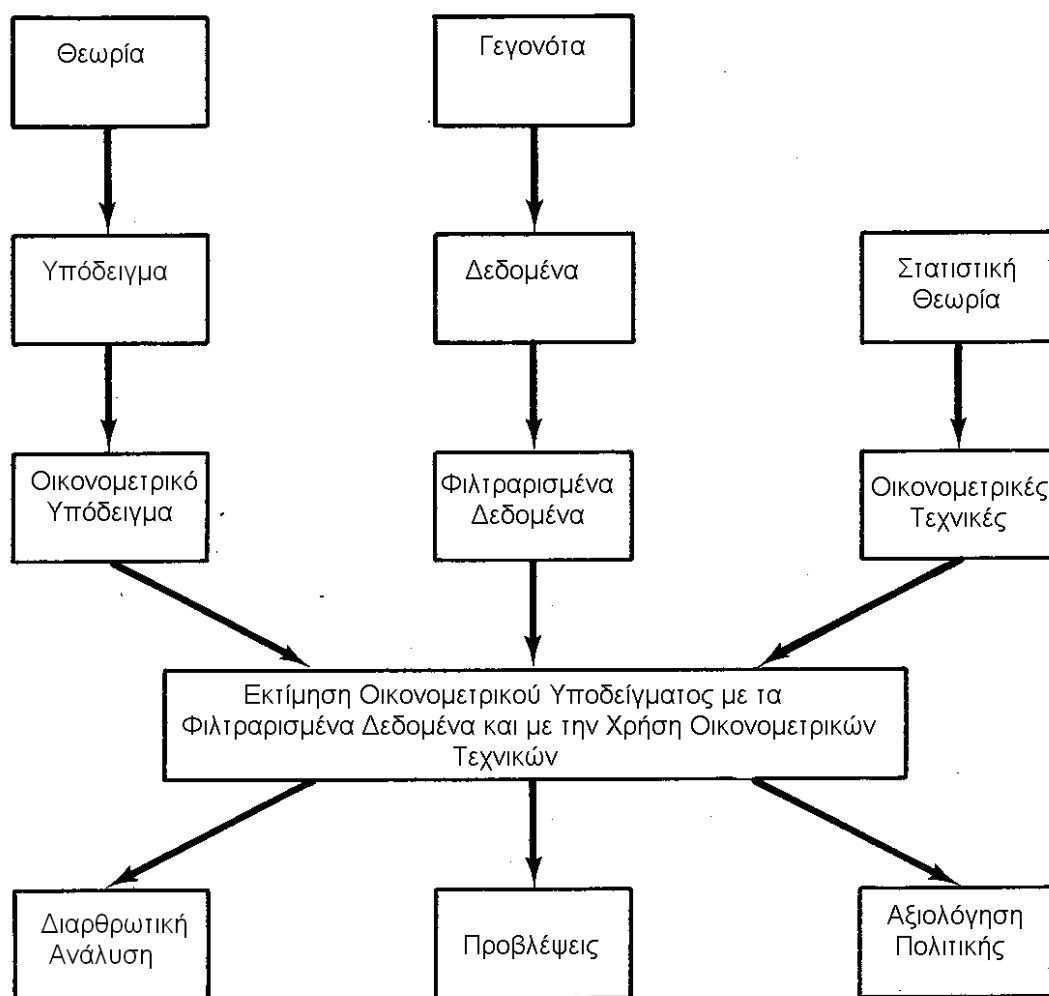
Η διαρθρωτική ανάλυση ορίζεται ως η χρήση ενός εκτιμημένου οικονομετρικού υποδείγματος με σκοπό την ποσοτική μέτρηση των διαφόρων οικονομικών σχέσεων. Επιπλέον, διευκολύνει την σύγκριση αντικρουόμενων θεωριών για ένα συγκεκριμένο φαινόμενο. Η διαρθρωτική ανάλυση αντιπροσωπεύει αυτό που μπορεί να θεωρηθεί ως ο επιστημονικός σκοπός της οικονομετρίας, η κατανόηση δηλαδή των διαφόρων φαινομένων του πραγματικού κόσμου μέσω της ποσοτικής μέτρησης, ελέγχου και εγκυροποίησης οικονομικών σχέσεων.

Ένας ακόμα σημαντικός σκοπός της οικονομετρικής ανάλυσης είναι η πραγματοποίηση προβλέψεων, η χρήση δηλαδή ενός εκτιμημένου οικονομετρικού υποδείγματος για την πρόβλεψη των ποσοτικών τιμών συγκεκριμένων μεταβλητών εκτός του δείγματος των διαθέσιμων παρατηρήσεων.

Τέλος, η αξιολόγηση πολιτικής συνίσταται στην χρήση ενός εκτιμημένου οικονομετρικού υποδείγματος για την επιλογή μεταξύ εναλλακτικών πολιτικών. Μια προσέγγιση στην συγκεκριμένη διαδικασία μπορεί να είναι μέσω της μεγιστοποίησης μιας συνάρτησης στόχου με βάση τις διάφορες εναλλακτικές πολιτικές όπου το εκτιμημένο υπόδειγμα θα παίζει τον ρόλο του περιορισμού (constraint) στην διαδικασία μεγιστοποίησης. Μια εναλλακτική προσέγγιση, ιδιαίτερα δημοφιλής είναι η προσομοίωση εναλλακτικών πολιτικών και η πραγματοποίηση προβλέψεων των μελλοντικών τιμών των συγκεκριμένων μεταβλητών κάτω από διαφορετικά σενάρια.

Διάγραμμα 1

Τα στάδια της Οικονομετρικής ανάλυσης



Πηγή: Intriligator M.D., 1978

1.3 Σκοποί της Οικονομετρίας

Οι βασικοί σκοποί της οικονομετρικής ανάλυσης είναι τρεις:

- α. *Η αξιολόγηση εναλλακτικών οικονομικών θεωριών.* Ο συγκεκριμένος σκοπός επιχειρεί να καθορίσει τα χαρακτηριστικά της σχέσης μεταξύ κάποιων οικονομικών μεταβλητών για ένα υποσύνολο του πληθυσμού ή έναν πληθυσμό με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, είναι πιθανό να ενδιαφερόμαστε να προσδιορίσουμε από την μεγάλη ποικιλία συναρτήσεων κατανάλωσης που μας προσφέρει η οικονομική θεωρία την μορφή που έχει η κατανάλωση των κατοίκων σε αγροτικές περιοχές.
- β. *Η αξιολόγηση μέτρων οικονομικής πολιτικής.* Η μεταβολή στην ζητούμενη ποσότητα ενός αγαθού ως αποτέλεσμα κάποιας μεταβολής της τιμής του εξαρτάται από την ελαστικότητα ζήτησης του αναφερόμενου αγαθού. Επίσης ο δείκτης τιμών καταναλωτή που θεωρείται σαν ένα μέτρο του πληθωρισμού εξαρτάται μεταξύ άλλων και από την προσφορά χρήματος σε μια οικονομία. Με την ανάλογη οικονομετρική ανάλυση, μπορούμε να υπολογίσουμε τόσο την ελαστικότητα ζήτησης όσο και την μεταβολή του δείκτη τιμών καταναλωτή που θα προκύψει από μια μεταβολή στην προσφορά χρήματος, κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις για να προχωρήσουμε στην συνέχεια σε μια αξιολόγηση εναλλακτικών μέτρων πολιτικής.
- γ. *Η πρόβλεψη των μελλοντικών τιμών διάφορων οικονομικών μεγεθών.* Με το κατάλληλο οικονομετρικό υπόδειγμα μπορούμε να επιτύχουμε ικανοποιητικές προβλέψεις αναφορικά με τις μελλοντικές οικονομικές πολιτικές. Η ακρίβεια των προβλέψεων είναι ιδιαίτερης σημασίας καθώς αποτελούν την βάση για την αξιολόγηση της ακολουθούμενης οικονομικής πολιτικής ή ακόμη για την επιλογή εναλλακτικών μέτρων πολιτικής με σκοπό τον εξορθολογισμό και την σταθεροποίηση της διαχρονικής πορείας της οικονομίας τόσο σε μικροοικονομικό όσο και σε μακροοικονομικό επίπεδο.

1.4 Η έννοια του υποδείγματος

Σύμφωνα με τον Intriligator (1978) το υπόδειγμα μπορεί να οριστεί ως κάθε απεικόνιση ενός πραγματικού φαινομένου, όπως είναι ένα πραγματικό σύστημα ή διαδικασία. Σκοπός της αναπαράστασης του πραγματικού φαινομένου μέσω ενός συστήματος είναι να εκτελέσουμε τους τρεις βασικούς σκοπούς της οικονομετρίας που είναι (όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα) η διαρθρωτική ανάλυση, η πρόβλεψη και η αξιολόγηση πολιτικής. Παραδείγματα συστημάτων μπορεί να είναι η κίνηση ενός ηλεκτρονίου, ο προσδιορισμός των τιμών των μετοχών σε μια αγορά ή η διαμόρφωση της συναλλαγματικής ισοτιμίας μεταξύ δυο νομισμάτων.

Η κατασκευή ενός υποδείγματος είναι μια απαιτητική διαδικασία ενώ κάθε υπόδειγμα αντιπροσωπεύει ένα trade-off ανάμεσα στην ακρίβεια περιγραφής της πραγματικότητας και της ευκολίας του να χρησιμοποιηθεί. Ένα ικανοποιητικό υπόδειγμα πρέπει να διακρίνεται από τα εξής χαρακτηριστικά: να είναι ρεαλιστικό, να απεικονίζει την πραγματικότητα όσο το δυνατόν πιο πιστά ενώ ταυτόχρονα πρέπει να είναι και εύχρηστο και να παρέχει συμπεράσματα που δεν μπορούν να εξαχθούν από την απευθείας παρατήρηση του εξωτερικού κόσμου. Με άλλα λόγια, η τέχνη της κατασκευής καλών υποδειγμάτων συνίσταται στην εξασφάλιση της κατάλληλης ισορροπίας ανάμεσα στο ρεαλιστικό και στο εύχρηστο. Ένα καλό υπόδειγμα είναι ταυτόχρονα και ρεαλιστικό και εύχρηστο. Επίσης, ένα ικανοποιητικό υπόδειγμα περιγράφει την σχέση μεταξύ των μεταβλητών με λεπτομέρεια και ακρίβεια συμβάλλοντας στην κατανόηση του συστήματος του πραγματικού κόσμου. Ωστόσο, στο βαθμό του ότι είναι ανέφικτο να εκφράσουμε με λεπτομέρεια πως θα κατασκευάσουμε ένα επαρκές υπόδειγμα, η κατασκευή υποδειγμάτων είναι κατά ένα μέρος τέχνη και κατά ένα μέρος επιστήμη.

Ως σημείο αναφοράς στην διαδικασία κατασκευής ενός υποδείγματος θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε το λεγόμενο «μαύρο κουτί» όπου σε αυτή την περίπτωση δεν γίνεται καμμία ουσιαστική προσπάθεια απεικόνισης της πραγματικότητας.

Διάγραμμα 2
«Το Μαύρο Κουτί»



Στην περίπτωση του μαύρου κουτιού το υπόδειγμα το οποίο αποκαλείται συχνά ως περιγραφικό υπόδειγμα συνίσταται αποκλειστικά στον προσδιορισμό των εισροών και εκροών του συστήματος χωρίς να εξετάζεται η φύση και η δομή του συστήματος. Σε επόμενο στάδιο, εάν ακολουθήσουμε την διαδρομή των εισροών προς τα εμπρός και την αντίθετη διαδρομή των εκροών θα καταλήξουμε σε πιο λεπτομερή υποδείγματα τα οποία ονομάζονται αναλυτικά υποδείγματα και περιγράφουν με ακρίβεια όλες τις αλληλεξαρτήσεις ανάμεσα στις εισροές και εκροές ενός συστήματος.

1.4.1 Κατηγορίες Υποδειγμάτων

Τα υποδείγματα διακρίνονται σε διαφορετικές κατηγορίες ανάλογα με το πεδίο εφαρμογής τους. Έτσι, οι πιο σημαντικές κατηγορίες υποδειγμάτων είναι τα λεκτικά/λογικά υποδείγματα, τα φυσικά υποδείγματα, τα γεωμετρικά υποδείγματα καθώς και τα αλγεβρικά υποδείγματα τα οποία εμπερικλείουν διαφορετικές μορφές απεικόνισης του υποδείγματος. Ο πιο απλός τύπος υποδείγματος σύμφωνα με τον Intriligator (1978) είναι το λεκτικό/λογικό υπόδειγμα το οποίο χρησιμοποιεί λεκτικές αναλογίες όπως η μεταφορά και η παρομοίωση και το υπόδειγμα που προκύπτει συχνά αναφέρεται ως παράδειγμα. Τα φυσικά υποδείγματα χρησιμεύουν ως επί το πλείστον για την μελέτη των φυσικών φαινομένων και αποτελούν σμικρύνσεις ή μεγεθύνσεις του συστήματος του πραγματικού κόσμου. Για παράδειγμα, οι μοριακοί βιολόγοι χρησιμοποιούν φυσικά υποδείγματα όπως τα υποδείγματα για την

μελέτη του γενετικού κώδικα DNA. Τα γεωμετρικά υποδείγματα, όπως γίνεται αντιληπτό και από την ονομασία τους, απεικονίζουν τις σχέσεις μεταξύ των διαφόρων μεταβλητών γεωμετρικά. Παράδειγμα γεωμετρικού υποδείγματος στην χρηματοοικονομική είναι ο προσδιορισμός του συνόρου αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων κατά Markowitz (1952). Για τους σκοπούς του συγκεκριμένου βιβλίου θα ασχοληθούμε με τα αλγεβρικά υποδείγματα και πιο συγκεκριμένα με τα οικονομετρικά υποδείγματα τα οποία αποτελούν υποκατηγορία των αλγεβρικών υποδειγμάτων.

Ένα αλγεβρικό υπόδειγμα απεικονίζει το σύστημα του πραγματικού κόσμου μέσω ενός συστήματος εξισώσεων. Ένα παράδειγμα αλγεβρικού υποδείγματος αποτελεί το σύστημα εξισώσεων που προσδιορίζει τις τιμές ισορροπίας της κατανάλωσης και του εθνικού εισοδήματος στη μακροοικονομική:

$$C=C(Y) \quad (2)$$

$$Y=C+Z \quad (3)$$

Οι μεταβλητές του παραπάνω υποδείγματος είναι η κατανάλωση C , το εθνικό εισόδημα Y και η εξωγενής δαπάνη Z . Εάν λοιπόν μας δοθεί η συνάρτηση κατανάλωσης $C(Y)$ και η αυτόνομη δαπάνη Z , το παραπάνω σύστημα εξισώσεων προσδιορίζει τις τιμές ισορροπίας της κατανάλωσης C^0 και του εθνικού εισοδήματος Y^0 . Η εξίσωση (3) περιγράφει μια συνθήκη ισορροπίας που εκφράζει ότι σε κατάσταση ισορροπίας το συνολικό εισόδημα είναι το άθροσμα της δαπάνης για κατανάλωση και της αυτόνομης δαπάνης.

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, τα οικονομετρικά υποδείγματα αποτελούν μια υποκατηγορία των αλγεβρικών υποδειγμάτων, συγκεκριμένα πρόκειται για ένα στοχαστικό υπόδειγμα που περιλαμβάνει μια ή περισσότερες τυχαίες μεταβλητές. Με άλλα λόγια, ένα οικονομετρικό υπόδειγμα αντιπροσωπεύει ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από μεταβλητές οι οποίες αλληλεπιδρούν με τυχαίο τρόπο.

Τα οικονομετρικά υποδείγματα μπορεί να είναι γραμμικά ή μη γραμμικά. Στην περίπτωση που είναι γραμμικό σημαίνει πως οι μεταβλητές συνδέονται με μια γραμμική σχέση ως προς τις παραμέτρους. Η υπόθεση της γραμμικότητας είναι πολύ σημαντική για την μαθηματική και στατιστική διερεύνηση των

συγκεκριμένων υποδειγμάτων καθώς και για τον υπολογισμό των τιμών που λαμβάνουν οι μεταβλητές τους. Η υπόθεση της γραμμικότητας ενός υποδείγματος παρέχει στον ερευνητή σημαντική ευκολία και άνεση στην περιγραφή ενός φαινομένου. Παρά την σημαντική εξάπλωση των μη γραμμικών υποδειγμάτων τα γραμμικά υποδείγματα αποτελούν την πιο σημαντική και συνήθης κατάσταση για τα οποία έχουν αναπτυχθεί πλήθος τεχνικών και εφαρμογών. Γενικά, αυτό που μπορούμε να ισχυριστούμε είναι ότι το μη γραμμικό υπόδειγμα χρησιμοποιείται όπου υπάρχουν ξεκάθαρες ενδείξεις ότι υπεισέρχεται η μη γραμμικότητα.

Ένα ακόμα σημαντικό χαρακτηριστικό του οικονομετρικού υποδείγματος που το διαφοροποιεί σε σχέση με το αλγεβρικό υπόδειγμα είναι η τυχαιότητα. Σε αυτό το σημείο αξίζει να κάνουμε την διάκριση μεταξύ ενός στοχαστικού υποδείγματος και ενός ντετερμινιστικού υποδείγματος. Ένα στοχαστικό υπόδειγμα περιλαμβάνει τυχαίες μεταβλητές ενώ ένα ντετερμινιστικό υπόδειγμα όχι. Συνήθως, ο τρόπος κατασκευής υποδειγμάτων περιλαμβάνει τον προσδιορισμό ενός ντετερμινιστικού υποδείγματος όπου και τελικά την κατασκευή και χρήση του στοχαστικού υποδείγματος. Ένα θαυμάσιο παράδειγμα για την κατανόηση της παραπάνω διάκρισης μπορούμε να βρούμε στο χώρο της Φυσικής επιστήμης. Τα πρώτα υποδείγματα, όπως τα υποδείγματα της Νευτώνιας μηχανικής είναι ντετερμινιστικά ενώ τα πρόσφατα υποδείγματα της κβαντομηχανικής είναι στοχαστικά. Αλγεβρικά, η τυχαιότητα στα πλαίσια ενός στοχαστικού υποδείγματος παριστάνεται με την προσθήκη στην εξίσωση ή στο σύστημα εξισώσεων ενός προσθετικού στοχαστικού διαταρακτικού όρου ο οποίος διαδραματίζει τον ρόλο ενός μηχανισμού τύχης. Οι στοχαστικοί όροι είναι τυχαίες μεταβλητές, μη παρατηρήσιμες με συγκεκριμένες ιδιότητες τις οποίες υποθέτουμε εκ των προτέρων. Κάνοντας την παραδοχή ότι το υπόδειγμα μας είναι στοχαστικό θεωρούμε ότι οι τιμές που λαμβάνουν οι μεταβλητές του υποδείγματος μας προκύπτουν από μια κατανομή πιθανότητας. Η παρουσία τέτοιων στοχαστικών όρων στο υπόδειγμα είναι βασική προκειμένου να χρησιμοποιήσουμε τα εργαλεία της στατιστικής επαγωγής και να εκτιμήσουμε τις άγνωστες παραμέτρους του υποδείγματος.

Τέλος, ένα οικονομετρικό υπόδειγμα μπορεί να είναι στατικό ή δυναμικό. Ένα στατικό υπόδειγμα δεν εξαρτάται από το χρόνο οπότε δεν περιλαμβάνει

κάποια μεταβλητή που να συνδέεται ξεκάθαρα με τον χρόνο. Ένα δυναμικό υπόδειγμα, από την άλλη πλευρά, είναι ένα υπόδειγμα στο οποίο έχει ενσωματωθεί ρητά η έννοια του χρόνου π.χ. όταν το υπόδειγμα περιλαμβάνει μεταβλητές με χρονική υστέρηση. Συνεπώς, εάν κάποια εξίσωση ενός υποδείγματος είναι μια εξίσωση διαφορών τότε το υπόδειγμα θεωρείται δυναμικό.

1.4.2 Το Υπόδειγμα της Αγοράς

Το πρώτο παράδειγμα ενός οικονομετρικού υποδείγματος δηλαδή ενός στοχαστικού αλγεβρικού υποδείγματος είναι το Υπόδειγμα της Αγοράς για μια μετοχή το οποίο θα μας απασχολήσει αναλυτικά στο κεφάλαιο 8. Το συγκεκριμένο υπόδειγμα περιγράφει τον μηχανισμό διαμόρφωσης των αποδόσεων μιας μετοχής ως γραμμική συνάρτηση των αποδόσεων της Αγοράς ως σύνολο. Το Υπόδειγμα της Αγοράς απεικονίζεται με την βοήθεια της παρακάτω σχέσης :

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + u_{it} \quad (4)$$

όπου

R_{it} = η απόδοση της i μετοχής χρονική στιγμή t

R_{mt} = η απόδοση του χρηματιστηριακού δείκτη που χρησιμοποιείται ως

προσέγγιση του χαρτοφυλακίου της Αγοράς

α_i = ο συντελεστής άλφα που εκφράζει το ποσοστό της απόδοσης της

μετοχής που δεν οφείλεται στην διακύμανση

των αποδόσεων ενός χρηματιστηριακού δείκτη .

β_i = ο συντελεστής ευαισθησίας των αποδόσεων της μετοχής

στις διακυμάνσεις των αποδόσεων ενός χρηματιστηριακού δείκτη ή αλλιώς ο συντελεστής συστηματικού κινδύνου ή συντελεστής βήτα

u_{it} = ένας στοχαστικός όρος ο οποίος ικανοποιεί τις συνθήκες του κλασικού γραμμικού υποδείγματος

Η εκτίμηση του υποδείγματος της Αγοράς, γίνεται όπως θα δούμε στο κεφάλαιο 8 με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων και παρέχει προσεγγίσεις των συντελεστών άλφα και βήτα των μετοχών. Στη διαδικασία εφαρμογής της μεθόδου αυτής υιοθετούνται αρκετά περιοριστικές υποθέσεις οι οποίες, όπως έχει δείξει η εμπειρική έρευνα, συχνά παραβιάζονται. Οι υποθέσεις αυτές, οι οποίες περιγράφονται με λεπτομέρεια στο κεφάλαιο 8, αφορούν κυρίως την συμπεριφορά του στοχαστικού όρου και διατυπώνονται ως εξής:

$$E(u_{it}) = 0 \quad \forall t \quad (5)$$

$$\text{Cov}(u_{it}, u_{it+k}) \neq 0 \quad (6)$$

$$\text{Cov}(u_{it}, R_{mt}) \neq 0 \quad (7)$$

$$\text{Var}(u_{it}) = \sigma^2 \quad \forall t \quad (8)$$

Όλα τα οικονομετρικά υποδείγματα αποτελούνται από τις μεταβλητές, ενδογενείς ή εξαρτημένες και εξωγενείς ή ανεξάρτητες, τον στοχαστικό/διαταρακτικό όρο καθώς και τις παραμέτρους. Ενδογενείς μεταβλητές είναι εκείνες οι μεταβλητές οι τιμές των οποίων προσδιορίζονται από το υπόδειγμα και τις οποίες το υπόδειγμα επιχειρεί να ερμηνεύσει. Στην περίπτωση μας, ενδογενής μεταβλητή είναι οι αποδόσεις της μετοχής R_{it} . Από την άλλη πλευρά, οι αποδόσεις της Αγοράς (R_{mt}) όπως εκφράζονται από τις αποδόσεις ενός χρηματιστηριακού δείκτη αποτελούν την εξωγενή μεταβλητή οι τιμές της οποίας προσδιορίζονται εκτός του υποδείγματος η οποία όμως επηρεάζει το υπόδειγμα. Μια βασική υπόθεση των οικονομετρικών υποδειγμάτων συμπεριλαμβανομένου και του Υποδείγματος της Αγοράς είναι ότι οι εξωγενείς μεταβλητές είναι ανεξάρτητες από τον στοχαστικό όρο του υποδείγματος (υπόθεση 7) κάτι που δεν ισχύει με τις ενδογενείς μεταβλητές του υποδείγματος.

Ο στοχαστικός διαταρακτικός όρος u_{it} , είναι μια τυχαία μεταβλητή η οποία προσδίδει την έννοια της τυχαιότητας του υποδείγματος. Υπάρχουν τέσσερις διαφορετικοί λόγοι που δικαιολογούν την προσθήκη του στοχαστικού όρου στην παραπάνω εξίσωση. Πρώτον, ο συγκεκριμένος όρος εμπερικλείει την

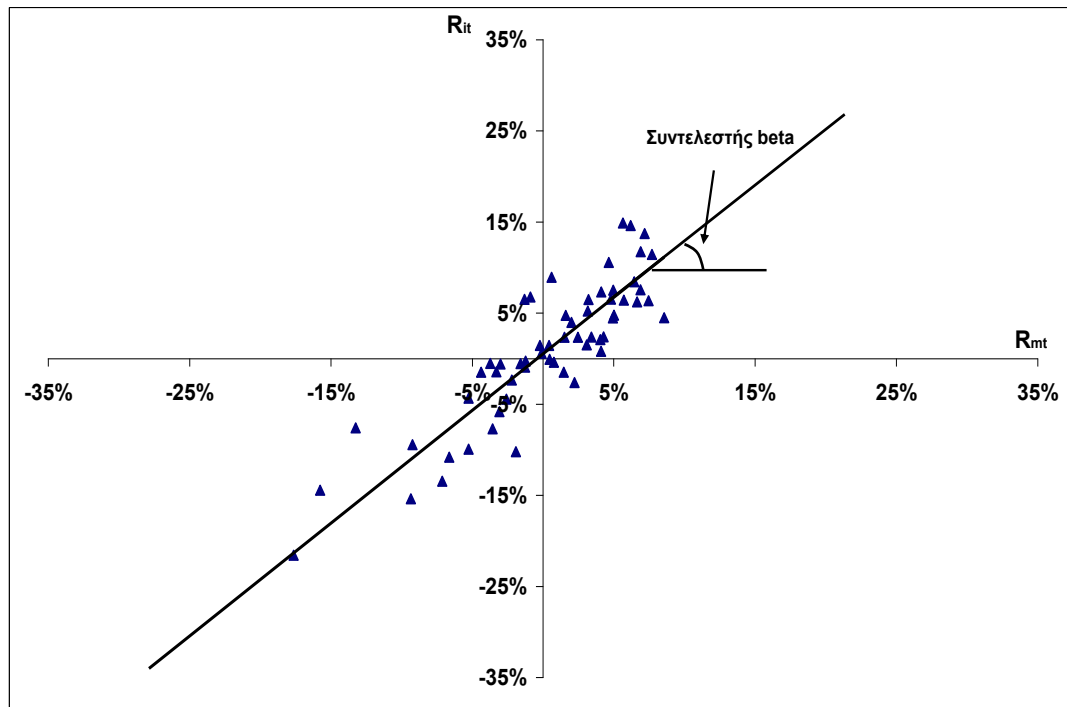
αβεβαιότητα του ερευνητή σχετικά με όλους εκείνους τους παράγοντες εκτός από την διακύμανση των αποδόσεων της Αγοράς που επηρεάζουν τις αποδόσεις μιας μετοχής και δεν έχουν συμπεριληφθεί στο υπόδειγμα. Δεύτερον, οι εξισώσεις μπορεί να μην είναι σωστά εξειδικευμένες γεγονός το οποίο σημαίνει πως η σχέση μεταξύ των μεταβλητών μπορεί να μην είναι γραμμική ως προς τις μεταβλητές και ως προς τις παραμέτρους όπως υποθέτουμε. Τρίτον, μπορεί να υπάρχουν σφάλματα μέτρησης στις τιμές των μεταβλητών. Τέταρτον, μπορεί να υπάρχει ένα στοιχείο τυχαιότητας στην διαμόρφωση των αποδόσεων της μετοχής το οποίο όπως είπαμε και νωρίτερα πρέπει να ληφθεί υπόψη στην προσπάθεια απεικόνισης της πραγματικότητας.

Οι φανερές παράμετροι του υποδείγματος είναι οι σταθεροί συντελεστές που πολλαπλασιάζουν τις μεταβλητές του υποδείγματος. Στην προκειμένη περίπτωση, το υπόδειγμα περιέχει δυο σαφείς παραμέτρους: το άλφα (α) και το συντελεστή βήτα. Επίσης, το υπόδειγμα περιέχει και κάποιες παραμέτρους που υπονοούνται και οποίες είναι αυτές που ορίζουν την κατανομή πιθανότητας του στοχαστικού όρου u_{it} . Το σύνολο των φανερών και των υπονοούμενων παραμέτρων αποτελούν τις διαρθρωτικές παραμέτρους (structural parameters) του υποδείγματος. Η εξίσωση του υποδείγματος (4) αποτελεί την διαρθρωτική εξίσωση (structural equation) του υποδείγματος. Η συγκεκριμένη εξίσωση καθορίζει ότι η απόδοση μιας μετοχής είναι μια γραμμική συνάρτηση της απόδοσης της Αγοράς και ενός στοχαστικού διαταρακτικού όρου που επιδρά προσθετικά.

Ο συντελεστής άλφα της μετοχής στο Υπόδειγμα της Αγοράς εκφράζει την μη φυσιολογική απόδοση της μετοχής. Με άλλα λόγια, εκφράζει την απόδοση της μετοχής όταν η Αγορά παραμένει αμετάβλητη. Όσο μεγαλύτερος (μικρότερος) είναι ο συντελεστής άλφα τόσο καλύτερα (χειρότερα) τα πήγε η μετοχή σε σχέση με την Αγορά. Ο συντελεστής βήτα του συγκεκριμένου υποδείγματος εκφράζει τον βαθμό σχετικής επικινδυνότητας της μετοχής ως προς το σύνολο της Αγοράς. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του συντελεστή βήτα μιας μετοχής, τόσο πιο επικίνδυνη είναι η μετοχή. Μια μετοχή με συντελεστή βήτα σημαντικά μεγαλύτερο από τη μονάδα θεωρείται επιθετική, ενώ εάν ο συντελεστής βήτα αυτής είναι σημαντικά μικρότερος από τη μονάδα θεωρείται αμυντική. Για παράδειγμα, εάν μια μετοχή έχει συντελεστή βήτα ίσο με 1,2, τότε μια άνοδο

του Γενικού Δείκτη κατά 10% θα οδηγήσει σε (κατά μέσο όρο) άνοδο της τιμής της μετοχής κατά 12%.

Διάγραμμα 3
Γραφική απεικόνιση Υποδείγματος Αγοράς



1.5 Δεδομένα

Η διενέργεια μιας οικονομετρικής μελέτης είναι ανέφικτη χωρίς την ύπαρξη δεδομένων. Η μελέτη ενός φαινομένου με την χρήση της διαθέσιμης θεωρίας μπορεί να φτάσει μέχρι ένα συγκεκριμένο σημείο το οποίο είναι συνήθως η συγκριτική ανάλυση των προσήμων ορισμένων μερικών παραγώγων, δηλαδή των συντελεστών ανηγμένης μορφής. Προκειμένου να εκτιμήσουμε όμως τις πραγματικές τιμές των συντελεστών χρειαζόμαστε ένα σύνολο δεδομένων για όλες τις μεταβλητές του υποδείγματος. Τα δεδομένα σχετικά με μια μελέτη περιγράφουν πλήρως τα γεγονότα που αφορούν τα φαινόμενα που ερευνώνται. Το σύνολο, λοιπόν, όλων των γεγονότων που εκφράζονται ποσοτικά αποτελούν σύμφωνα με τον Intriligator (1978) τα δεδομένα της μελέτης.

Η εκτίμηση οποιουδήποτε τύπου οικονομετρικού υποδείγματος προϋποθέτει την ύπαρξη αριθμητικών δεδομένων για όλες τις μεταβλητές που εμπλέκονται σε αυτό. Οι τιμές που λαμβάνουν οι ενδογενείς και οι εξωγενείς μεταβλητές με υστέρηση ή χωρίς είναι ζωτικής σημασίας για την αξιόπιστη εκτίμηση των παραμέτρων του υποδείγματος. Μια από τις σοβαρότερες παγίδες στην διενέργεια οικονομετρικής μελέτης είναι η έλλειψη δεδομένων. Η εξεύρεση αξιόπιστων δεδομένων σχετικά με το φαινόμενο υπό διερεύνηση αντιμετωπίζει συχνά αντικειμενικές δυσκολίες. Σε γενικές γραμμές, τα δεδομένα είτε είναι μη διαθέσιμα είτε προσφέρονται σε διαφορετική μορφή από αυτή που επιθυμούμε. Ως εκ τούτου, παρατηρείται συχνά η χρήση προσεγγιστικών μεταβλητών (proxies) για ορισμένες μεταβλητές του υποδείγματος. Επιπλέον, ο ερευνητής πρέπει να αποφασίσει εάν επιθυμεί να εκφράσει τα δεδομένα με την μορφή των ονομαστικών ή πραγματικών (αποπληθωρισμένων) μεγεθών, συνολικών ή κατά κεφαλή μεγεθών, με την μορφή που έχουν ή εκφρασμένα σε πρώτες διαφορές.

Τέλος, τα δεδομένα απαιτούν αρκετές φορές προκαταρκτική επεξεργασία με διαφορετικούς τρόπους προκειμένου να διορθωθούν πιθανά προβλήματα. Παραδείγματα μεθόδων αντιμετώπισης προβλημάτων είναι η απαλοιφή κάποιας τάσης (trend) και η χρήση της εποχικής διόρθωσης (seasonal adjustment) προκειμένου να καταστήσουμε συγκρίσιμα τα διάφορα δεδομένα και να εστιάσουμε την προσοχή μας στην μελέτη συγκεκριμένων φαινομένων.

1.5.1 Ποσοτικά έναντι ποιοτικών δεδομένων, ψευδομεταβλητές

Σύμφωνα με τον Intriligator (1978) τα δεδομένα μπορεί να είναι διαφορετικών τύπων και μπορούν να ομαδοποιηθούν με βάση αρκετά κριτήρια. Αυτό που αξίζει να αναφερθεί είναι ότι ενώ τα δεδομένα σύμφωνα με την στενή έννοια είναι ποσοτικά στην πραγματικότητα μπορούν να εκφράζουν είτε ποσοτικά είτε ποιοτικά γεγονότα. Τα ποσοτικά γεγονότα, που είναι ήδη εκφρασμένα σε αριθμούς οδηγούν άμεσα σε δεδομένα με την μορφή αυτών των αριθμών ή μέσω κάποιου κατάλληλου μετασχηματισμού. Έτσι, για παράδειγμα το υπόδειγμα της Αγοράς όταν εφαρμόζεται στην αγορά μετοχών να

περιλαμβάνει δεδομένα για τέτοια ποσοτικά γεγονότα, όπως οι αποδόσεις της μετοχής και οι αποδόσεις του χρηματιστηριακού δείκτη για μια δεδομένη χρονική περίοδο.

Από την άλλη πλευρά, τα ποιοτικά γεγονότα για τα οποία δεν υπάρχει κάποια έτοιμη αριθμητική μέτρηση, μπορούν να απεικονισθούν με την μορφή δεδομένων. Συνήθως, τα ποιοτικά γεγονότα αναφέρονται σε δυο μόνο εναλλακτικές καταστάσεις όπως κάτι έχει συμβεί ή όχι, άνδρας ή γυναίκα ή ακόμα και ποιοτικές μεταβολές στο χώρο ή το χρόνο π.χ. πολεμική περίοδος ή ειρηνική, αναπτυσσόμενες ή ανεπτυγμένες χώρες. Τα συγκεκριμένα είδη ποιοτικών γεγονότων ενσωματώνονται στο υπόδειγμα με την χρήση κατάλληλων ψευδομεταβλητών. Ένα παράδειγμα χρήσης ψευδομεταβλητής είναι η εξέταση της επίδρασης ενός φορολογικού κινήτρου επενδύσεων στην διαμόρφωση των συνολικών επενδύσεων της οικονομίας. Η χρησιμότητα των ψευδομεταβλητών στα πλαίσια της οικονομετρικής ανάλυσης περιγράφεται λεπτομερώς και με την παράθεση σχετικών εφαρμογών στο κεφάλαιο 7.

1.5.2 Μη πειραματικά έναντι πειραματικών δεδομένων

Μια ακόμα σημαντική διάκριση που μπορεί να γίνει είναι η διάκριση των δεδομένων ανάμεσα στα μη πειραματικά (nonexperimental data) και στα πειραματικά δεδομένα. Σύμφωνα με τον Intriligator (1978) τα μη πειραματικά δεδομένα προκύπτουν συνήθως από ένα σύστημα που δεν υπόκειται σε εμπειρικό έλεγχο, πρόκειται δηλαδή για ένα σύστημα το οποίο είναι απομονωμένο από εξωτερικές επιδράσεις. Αντίθετα, όταν είναι δυνατή η παρέμβαση στον μηχανισμό δημιουργίας των δεδομένων τότε προκύπτουν τα λεγόμενα πειραματικά δεδομένα.

Η παραπάνω διάκριση των δεδομένων συχνά χρησιμοποιείται και ως κριτήριο κατηγοριοποίησης μεταξύ κοινωνικών και φυσικών επιστημών. Συνήθως, τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται στις φυσικές επιστήμες είναι πειραματικά, δηλαδή προκύπτουν κάτω από ελεγχόμενες διαδικασίες ενώ στις κοινωνικές επιστήμες όπου απλά ο ερευνητής παρατηρεί και δεν μπορεί να παρέμβει στους μηχανισμούς και τις συνθήκες δημιουργίας των δεδομένων είναι μη πειραματικά. Ωστόσο, παρά το γεγονός ότι η παραπάνω διάκριση ισχύει

υπάρχουν και εξαιρέσεις. Έτσι, ενώ οι εργαστηριακές φυσικές επιστήμες είναι αυτές που συνήθως εκτελούν ελεγχόμενα πειράματα δεν ισχύει το ίδιο στην επιστήμη της αστροφυσικής όπου οι ερευνητές βασίζονται αποκλειστικά στην παρατήρηση φαινομένων χωρίς να μπορούν να παρέμβουν.

1.5.3 Διαχρονικά δεδομένα

Στην περίπτωση των διαχρονικών δεδομένων (time series) διαθέτουμε παρατηρήσεις για μία ή περισσότερες μεταβλητές σε διαφορετικές χρονικές περιόδους. Έτσι, τα διαχρονικά δεδομένα ή χρονοσειρές όπως αλλιώς αποκαλούνται τα συγκεκριμένου τύπου δεδομένα είναι τακτοποιημένα σε χρονολογική σειρά και μπορεί να είναι διαθέσιμα σε διαφορετικές συχνότητες π.χ. ετήσια, τριμηνιαία, μηνιαία, εβδομαδιαία κλπ. Παραδείγματα χρονολογικών σειρών είναι μεταξύ άλλων οι τιμές μετοχών, οι τιμές του ΑΕΠ μιας χώρας, η προσφορά χρήματος σε μια οικονομία, η ζήτηση ενός προϊόντος κλπ. Τα διαχρονικά δεδομένα συμβολίζονται συνήθως με τον δείκτη t . Έτσι, εάν για παράδειγμα μεταβλητή Y εκφράζει το ΑΕΠ μιας χώρας για την περίοδο 1990 έως 2002 τότε θα έχουμε:

$$Y_t \quad \text{για } t=1,2,3,\dots,T$$

όπου $t=1$ για το 1990 και $t=T=13$ για το 2002

Στα διαχρονικά δεδομένα ο χρόνος είναι μια πολύ σημαντική διάσταση αφενός επειδή τα παρελθόντα γεγονότα μπορούν να επηρεάσουν την εξέλιξη ενός φαινομένου και αφετέρου οι υστερήσεις στη συμπεριφορά είναι συνηθισμένο χαρακτηριστικό των κοινωνικών επιστημών. Έτσι, μια μεταβλητή η οποία εμφανίζει μια χρονική υστέρηση θα συμβολίζεται ως Y_{t-1} ενώ εάν η μεταβλητή αναφέρεται σε μια χρονική στιγμή k περιόδους μπροστά θα απεικονίζεται ως Y_{t+k} .

Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των διαχρονικών δεδομένων το οποίο καθιστά την επεξεργασία τους δυσκολότερη σε σχέση με τα διαστρωματικά δεδομένα είναι το γεγονός ότι τα δεδομένα οικονομικής/χρηματοοικονομικής φύσεως επιδεικνύουν διαχρονική εξάρτηση. Με άλλα λόγια, οι περισσότερες χρονολογικές σειρές σχετίζονται έντονα με τις παρελθούσες τιμές τους. Έτσι,

ενώ η πλειοψηφία των οικονομετρικών μεθόδων μπορούν να εφαρμοστούν τόσο σε διαστρωματικά όσο και σε διαχρονικά δεδομένα, στην περίπτωση των διαχρονικών δεδομένων ιδιαίτερα απαιτούνται επιπρόσθετες προσαρμογές για τον προσδιορισμό του καταλληλότερου οικονομετρικού υποδείγματος. Επιπρόσθετα, το γεγονός ότι αρκετές χρονοσειρές οικονομικής φύσεως επιδεικνύουν ξεκάθαρη διαχρονική τάση έχει οδηγήσει στην δημιουργία προηγμένων οικονομετρικών μεθόδων οι οποίες επιχειρούν να αντιμετωπίσουν τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά.

Τέλος, ένα ακόμα σημαντικό χαρακτηριστικό των διαχρονικών δεδομένων είναι η ύπαρξη σημαντικής εποχικής τάσης σε δεδομένα συγκεκριμένων συχνοτήτων. Το προαναφερθέν χαρακτηριστικό είναι συνηθισμένο κυρίως στα εβδομαδιαία, μηνιαία και τριμηνιαία διαχρονικά στοιχεία. Αξίζει να αναφερθεί πως τα διαχρονικά δεδομένα σχετίζονται κυρίως με μακροοικονομικές εφαρμογές.

Στον πίνακα 1 που ακολουθεί παρουσιάζεται ο ετήσιος ρυθμός μεταβολής του δείκτη τιμών για την περίοδο 1960-2010 για μια σειρά από χώρες.

Πίνακας 1
Ετήσια μεταβολή επιπέδου τιμών επιλεγμένων χωρών περίοδος 1960-2010

ΕΤΟΣ	ΕΛΛΑΔΑ	ΗΠΑ	ΓΕΡΜΑΝΙΑ	ΙΣΠΑΝΙΑ	ΙΤΑΛΙΑ	ΠΟΡΤΟΓΑΛΙΑ	ΙΡΛΑΝΔΙΑ
1960	3,70%	1,71%	0,75%	1,39%	2,44%	0,00%	
1961	-0,75%	0,67%	2,62%	0,95%	2,38%	9,09%	
1962	1,67%	1,33%	2,92%	9,92%	6,98%	0,00%	
1963	1,32%	1,64%	3,19%	5,47%	6,52%	0,00%	
1964	1,46%	0,97%	2,41%	12,68%	6,12%	8,33%	
1965	4,96%	1,92%	4,03%	9,35%	1,92%	0,00%	
1966	4,65%	3,46%	2,58%	5,27%	3,77%	7,69%	
1967	-1,31%	3,04%	0,94%	6,57%	1,82%	7,14%	
1968	2,66%	4,72%	2,18%	2,87%	1,79%	6,67%	
1969	2,16%	6,20%	2,13%	3,44%	3,51%	6,25%	
1970	3,66%	5,57%	3,88%	6,78%	6,78%	5,88%	10,39%
1971	2,92%	3,27%	5,46%	9,65%	3,17%	16,67%	8,24%
1972	6,60%	3,41%	6,27%	7,33%	7,69%	4,76%	8,70%
1973	30,65%	8,71%	7,95%	14,19%	12,86%	22,73%	12,00%
1974	13,46%	12,34%	5,70%	17,88%	24,05%	18,52%	19,64%
1975	15,66%	6,94%	5,39%	14,10%	11,22%	21,88%	17,16%
1976	11,74%	4,86%	3,84%	19,76%	21,10%	25,64%	21,02%
1977	12,77%	6,70%	3,29%	26,40%	13,64%	26,53%	10,53%
1978	11,52%	9,02%	2,58%	16,54%	12,00%	24,19%	8,10%
1979	24,75%	13,29%	5,43%	15,59%	18,45%	22,08%	15,86%
1980	26,23%	12,52%	5,51%	15,21%	19,60%	13,83%	18,25%
1981	22,49%	8,92%	6,62%	14,40%	18,49%	24,30%	23,15%
1982	19,05%	3,83%	4,58%	14,01%	16,31%	18,80%	12,27%
1983	20,15%	3,79%	2,66%	12,22%	12,20%	34,18%	10,47%
1984	18,05%	3,95%	1,98%	9,03%	9,51%	21,23%	6,74%
1985	24,82%	3,80%	1,64%	8,18%	8,68%	17,12%	4,93%
1986	17,01%	1,10%	-1,03%	8,25%	4,34%	10,63%	3,01%
1987	15,76%	4,43%	1,04%	4,60%	5,03%	8,71%	3,10%
1988	13,97%	4,42%	1,91%	5,84%	5,42%	11,60%	2,65%
1989	14,85%	4,65%	3,03%	6,89%	6,32%	11,63%	4,66%
1990	22,88%	6,11%	2,80%	6,55%	6,51%	13,75%	2,80%
1991	18,02%	3,06%	6,12%	5,53%	5,93%	8,19%	3,53%
1992	14,40%	2,90%	3,33%	5,35%	4,94%	9,01%	2,32%
1993	12,01%	2,75%	4,22%	4,93%	4,40%	6,61%	1,51%
1994	10,67%	2,67%	2,50%	4,34%	3,91%	4,34%	2,38%
1995	7,92%	2,54%	1,51%	4,32%	5,64%	3,42%	2,33%
1996	7,29%	3,32%	1,49%	3,21%	2,88%	3,45%	1,99%
1997	4,71%	1,70%	2,03%	2,01%	1,86%	2,50%	1,81%
1998	3,87%	1,61%	0,44%	1,41%	1,70%	3,12%	1,78%
1999	2,75%	2,68%	1,10%	2,92%	2,19%	1,97%	3,36%
2000	3,90%	3,39%	2,07%	3,96%	2,64%	3,99%	5,86%

2001	3,05%	1,55%	1,60%	2,71%	2,33%	3,59%	4,18%
2002	3,39%	2,38%	1,15%	4,00%	2,87%	4,19%	4,96%
2003	3,08%	1,88%	1,04%	2,60%	2,56%	2,30%	2,02%
2004	3,09%	3,26%	2,26%	3,23%	1,93%	2,47%	2,65%
2005	3,62%	3,42%	1,41%	3,74%	2,00%	2,63%	2,36%
2006	2,91%	2,54%	1,39%	2,67%	1,86%	2,45%	4,93%
2007	3,88%	4,08%	3,13%	4,22%	2,68%	2,71%	4,70%
2008	1,97%	0,09%	1,14%	1,43%	2,19%	0,81%	1,15%
2009	2,64%	2,72%	0,94%	0,79%	1,02%	-0,10%	-5,00%
2010	5,17%	1,50%	1,67%	2,99%	1,92%	2,52%	1,29%

Πηγή: Datastream

1.5.4 Διαστρωματικά δεδομένα (Cross-sectional data)

Ένα σύνολο διαστρωματικών δεδομένων (cross sectional) περιλαμβάνει παρατηρήσεις για ένα δείγμα ατόμων, νοικοκυριών, επιχειρήσεων, χωρών, περιοχών, πόλεων κλπ σε ένα προκαθορισμένο χρονικό σημείο. Υπάρχουν περιπτώσεις όπου τα δεδομένα των εξεταζόμενων μονάδων δεν αναφέρονται στην ίδια χρονική περίοδο. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε μια έρευνα η οποία αποτελείται από δεδομένα τα οποία συλλέγονται με την αποστολή ερωτηματολογίων σε οικογένειες σε διαφορετικές ημερομηνίες κατά την διάρκεια ενός μήνα. Σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να αγνοήσουμε τις μικρές χρονικές διαφορές στην συλλογή των δεδομένων και να θεωρήσουμε ότι πρόκειται για ένα σύνολο διαστρωματικών δεδομένων. Στα πλαίσια της οικονομετρικής ανάλυσης οι διαστρωματικές μεταβλητές συμβολίζονται συνήθως με τον δείκτη i με το i να λαμβάνει τιμές $1, 2, \dots, N$ όπου N είναι ο αριθμός των διαστρωματικών μονάδων. Έτσι, εάν για παράδειγμα η μεταβλητή Y συμβολίζει το διαθέσιμο εισόδημα για ένα σύνολο N ατόμων τότε η συγκεκριμένη μεταβλητή θα απεικονίζεται ως εξής:

Y_i για $i=1, 2, 3, \dots, N$

Αξίζει να σημειωθεί ότι μια βασική υπόθεση που υιοθετείται στην διαστρωματική ανάλυση είναι η ανεξαρτησία των μονάδων που λαμβάνουν

μέρος στην ανάλυση. Τα διαστρωματικά δεδομένα χρησιμοποιούνται ευρύτατα στην οικονομική επιστήμη αλλά και σε άλλες κοινωνικές επιστήμες. Στα πλαίσια της οικονομικής επιστήμης τα διαστρωματικά δεδομένα συναντώνται κυρίως στα πεδία της εφαρμοσμένης μικροοικονομικής ανάλυσης όπως τα οικονομικά της εργασίας, τα δημόσια οικονομικά, τα οικονομικά των επιχειρήσεων καθώς και τα οικονομικά της υγείας. Με την χρήση δεδομένων για ένα σύνολο ατόμων, νοικοκυριών, επιχειρήσεων, πόλεων και περιοχών σε μια δεδομένη χρονική στιγμή επιχειρείται ο έλεγχος συγκεκριμένων υποθέσεων και η αξιολόγηση συγκεκριμένων οικονομικών πολιτικών.

Ως ένα παράδειγμα διαστρωματικών δεδομένων μπορούμε να θεωρήσουμε τις ετήσιες αποδόσεις και τις αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις (σε ετήσια βάση) για τα ελληνικά μετοχικά Α/Κ εσωτερικού για το έτος 2008.

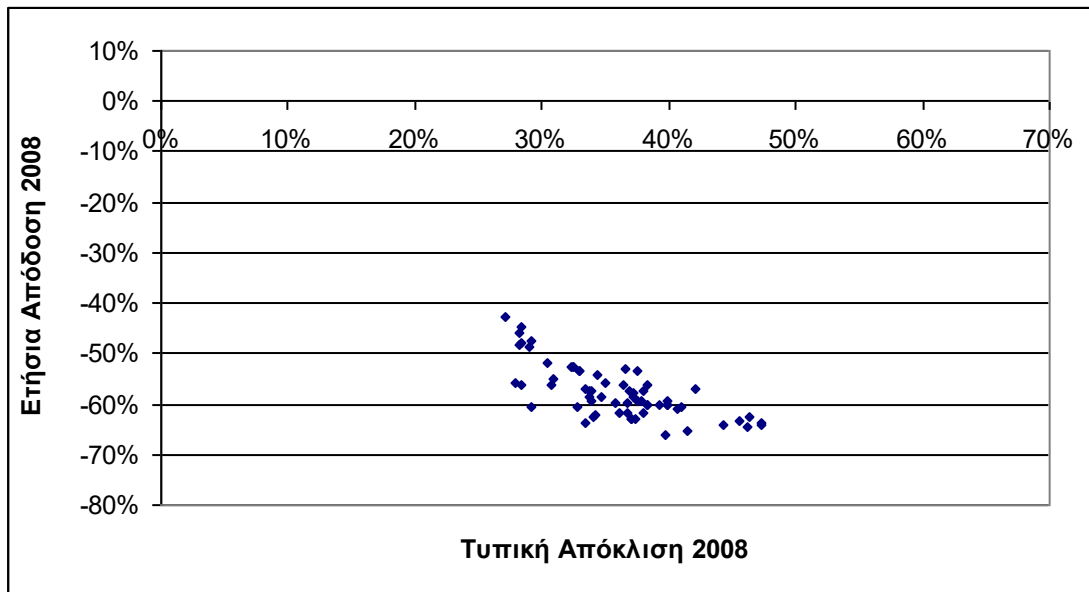
Πίνακας 2
Διαστρωματικά δεδομένα

Αμοιβαίο Κεφάλαιο	Απόδοση 2008	Τυπική Απόκλιση (ετησιοποιημένη)
ALPHA TRUST (Αναπτυξιακό Μετοχικό Εσωτ.)	-43,30%	27,19%
HSBC Αναπτυξιακό (Μετοχών Εσωτ.)	-44,93%	28,41%
ALPHA TRUST OPPORTUNITIES Μετοχικό Εσωτερικού	-46,37%	28,27%
HSBC A/K TOP 20 Μετοχών Εσωτ.	-48,01%	29,20%
ALPHA TRUST ΝΕΩΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ (Μετοχικό Εσωτ.)	-48,07%	28,34%
A/K GENIKI Επιλεγμένων Αξιών Μετοχικό Εσωτερικού	-48,44%	28,20%
ΑΤΤΙΚΗΣ Μετοχικό Εσωτερικού	-48,77%	28,99%
HSBC Μεσαίας Κεφαλαιοποίησης Μετοχών Εσωτερικού	-52,03%	30,50%
PROTON Μετοχικό Εσωτερικού	-52,73%	32,38%
ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΗ ΚΡΗΤΗΣ ΑΚ Μετοχικό Εσωτ.	-52,81%	32,52%
ΚΥΠΡΟΥ Ελληνικό Μετοχικό Εσωτ.	-53,10%	32,45%
Millennium Blue Chips Μετοχικό Εσωτερικού	-53,49%	36,63%
A/K ΑΤΕ ΜΕΤΟΧΙΚΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥ	-53,61%	32,95%
MARFIN ΟΛΥΜΠΙΑ Μετοχικό Εσωτερικού	-53,79%	37,50%
T.T. - ΕΛΤΑ Μετοχικό Εσωτερικού	-53,98%	32,95%
Π&Κ Μετοχικό Εσωτερικού	-54,20%	34,32%
INTERLIFE Μετοχικό Εσωτερικού	-55,22%	30,86%
ΔΗΛΟΣ Υποδομής & Κατασκευών (Μετοχικό Εσωτ.)	-55,47%	35,05%
METROLIFE ΑΝΑΠΤΥΞΙΑΚΟ Μετοχικό Εσωτερικού	-55,71%	27,83%
ΕΡΜΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟ Μετοχών Εσωτερικού	-56,33%	28,34%
ΔΗΛΟΣ Top-30 (Μετοχικό Εσωτερικού)	-56,35%	36,42%
MARFIN ΑΘΗΝΑ Δυναμικό Μετοχών Εσωτερικού	-56,38%	38,29%
INTERNATIONAL (Αναπτυξιακό Εσωτ.)	-56,41%	30,72%
ΔΗΛΟΣ Πληροφ.&Τεχνολ. (Hi-Tech) (Μετοχικό Εσωτ.)	-56,69%	33,39%
ALPHA Επιθετικής Στρατηγικής Μετοχικό Εσωτερικού	-57,20%	42,11%
INTERNATIONAL Δυναμικών Εταιρειών Μετοχικό Εσωτερικού	-57,65%	33,68%
PROBANK ΕΛΛΑΣ Μετοχικό Εσωτερικού	-57,78%	36,85%
ΔΗΛΟΣ Χρηματοοικονομικών Εταιριών (Financial) (Μετοχικό Εσωτ.)	-57,79%	37,28%
CitiFund Μετοχικό Εσωτερικού	-57,81%	37,93%
ΚΥΠΡΟΥ Ελληνικό Δυναμικό Μετοχικό Εσωτ.	-57,85%	33,89%
ALLIANZ Μετοχών Εσωτερικού	-58,86%	33,75%
INTERNATIONAL Επιλογής Μετοχικών Αξιών Μετοχικό Εσωτερικού	-58,91%	37,21%
ΑΑΑΒ Α.Κ. Επιλεγμένων Μετοχών Εσωτερικού	-59,03%	34,76%
ΔΗΛΟΣ (Blue Chips Μετοχικό Εσωτ.)	-59,17%	37,50%
NBG INTERNATIONAL FUNDS SICAV/HELLENIC ALLSTARS/B	-59,26%	38,29%

Αμοιβαίο Κεφάλαιο	Απόδοση 2008	Τυπική Απόκλιση (ετησιοποιημένη)
NBG INTERNATIONAL FUNDS SICAV/HELLENIC ALLSTARS/A	-59,28%	38,29%
A/K ΑΤΕ ΜΕΤΟΧΙΚΟ (ΜΕΣΑΙΑΣ & ΜΙΚΡΗΣ ΚΕΦΑΛ.) ΕΣΩΤ.	-59,36%	33,82%
ΕΛΛΗΝΙΚΗ TRUST Μετοχικό Εσωτερικού	-59,56%	37,79%
ALICO Μετοχικό Εσωτερικού	-59,56%	39,95%
Millennium Mid Cap Μετοχικό Εσωτερικού	-59,89%	36,78%
ALLIANZ Επιθετικής Στρατηγικής (Μετοχ. Εσωτ.)	-60,06%	35,84%
ING INTERNATIONAL GREECE EQUITY/ X shares	-60,34%	39,88%
ΕΡΜΗΣ Πρωτοπόρος Μετοχικό Εσωτερικού	-60,44%	29,20%
INTERAMERICAN Δυναμικό Μετοχικό Εσωτ.	-60,47%	32,74%
ING A/K Μετοχικό Εσωτερικού	-60,47%	39,30%
ALPHA Μετοχικό Εσωτερικού	-60,55%	39,88%
ΠΕΙΡΑΙΩΣ A/K Μετοχικό Εσωτερικού	-60,76%	41,03%
ALPHA Blue Chips A/K Μετοχικό Εσωτερικού	-61,31%	40,60%
ΔΗΛΟΣ Small Cap (Μετοχικό Εσωτ.)	-61,52%	34,18%
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΠΙΣΤΗ (Αναπτυξιακό Μετοχικό Εσωτ.)	-61,69%	36,13%
ING A/K Δυναμικών Επιχειρήσεων Μετοχικό Εσωτερικού	-61,80%	36,78%
ΠΕΙΡΑΙΩΣ A/K Δυναμικών Επιχειρήσεων Μετοχικό Εσωτερικού	-62,16%	38,00%
INTERAMERICAN Αναπτυσ. Εταιριών Μετοχ. Εσωτερικού	-62,75%	34,04%
EUROBANK EFG I (LF) EQUITY-MIDCAP PRIV SEC 50	-62,85%	37,07%
EUROBANK ΘΕΣΜΙΚΩΝ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ Μετοχικό Εσωτερικού	-63,02%	37,35%
EUROBANK EFG (LF) EQUITY-MIDCAP PRIV SEC 50	-63,05%	37,07%
ALICO Μετοχικό Εσωτερικού FTSE 20 Index Fund	-63,24%	46,30%
EUROBANK EFG (LF) EQUITY-INSTITUTIONAL PORT	-63,44%	45,50%
EUROBANK MIDCAP Private Sector 50 Index Fund Μετοχικό Εσωτ.	-63,59%	33,46%
Π&Κ ATHENS TOP-20 Index Fund Μετοχικό Εσωτερικού	-64,12%	46,15%
EUROBANK EFG I (LF) EQUITY-VALUE FTSE/ASE 20	-64,35%	47,23%
ALPHA Athens Index Fund Μετοχικό Εσωτερικού	-64,38%	44,35%
EUROBANK EFG (LF) EQUITY-VALUE FTSE/ASE 20	-64,73%	47,23%
EUROBANK Value FTSE/ASE 20 Index Fund Μετοχικό Εσωτερικού	-65,42%	41,46%
ALICO Μετοχικό Μεσαίας & Μικρής Κεφαλαιοποίησης	-66,05%	39,81%

Πηγή: ΕΘΕ, Επεξεργασία στοιχείων Ν Φίλιππας, 2009

Διάγραμμα 4
Η σχέση απόδοσης-κινδύνου για τα Μετοχικά Α/Κ Εσωτερικού για το 2008



Πηγή: Ε.Θ.Ε., Επεξεργασία στοιχείων Ν. Φίλιππας 2009

1.5.5 Συνδυασμός διαχρονικών και διαστρωματικών δεδομένων (panel data)

Η τελευταία κατηγορία στατιστικών δεδομένων περιλαμβάνει διαχρονικά στοιχεία (time series) για κάθε μονάδα (cross section) ενός διαθέσιμου συνόλου π.χ. μπορούμε να θεωρήσουμε τον αριθμό των πωλήσεων καθώς και τον αριθμό των εργαζόμενων για 50 επιχειρήσεις κατά την διάρκεια 5 ετών. Τα δεδομένα του συγκεκριμένου τύπου ονομάζονται και διδιάστατα και μπορούν να συγκεντρωθούν και σε γεωγραφική κλίμακα λ.χ. μπορούμε να συγκεντρώσουμε στοιχεία για το ΑΕΠ και την προσφορά χρήματος για ένα σύνολο 20 χωρών και για 20 έτη. Τα διδιάστατα δεδομένα απεικονίζονται συνήθως με την χρήση δυο δεικτών, το t για να δηλώσουμε την χρονική περίοδο και το i για να δηλώσουμε την διαστρωματική μονάδα. Έτσι, εάν θέλουμε να εκφράσουμε το ΑΕΠ για ένα σύνολο χωρών και για μια χρονική περίοδο θα έχουμε:

Y_{it} για $t=1,2,...,T$ και $i=1,2,...,N$

Προκειμένου να κατανοήσουμε καλύτερα την δομή των διδιάστατων δεδομένων μπορούμε να εκφράσουμε την διαστρωματική και την διαχρονική μεταβλητή ως έναν NX1 και TX1 πίνακα αντίστοιχα:

$$Y_t^{FRANCE} = \begin{pmatrix} 1996 \\ 1997 \\ 1998 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 2010 \end{pmatrix} \text{ και } Y_i^{1996} = \begin{pmatrix} FRANCE \\ GERMANY \\ ITALY \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ SPAIN \end{pmatrix}$$

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, η μεταβλητή Y_t^{FRANCE} εκφράζει το ΑΕΠ της Γαλλίας για την περίοδο 1996 έως 2010 ενώ η μεταβλητή Y_i^{1996} εκφράζει το ΑΕΠ του 1996 για 20 χώρες της Ευρώπης.

Η διδιάστατη μεταβλητή Y_{it} θα είναι ένας πίνακας NXT και θα έχει την παρακάτω μορφή:

$$Y_{it} = \begin{pmatrix} Y_{FRANCE,1996} & Y_{GERMANY,1996} & Y_{SPAIN,1996} \\ Y_{FRANCE,1997} & Y_{GERMANY,1997} & Y_{SPAIN,1997} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ Y_{FRANCE,2010} & Y_{GERMANY,2010} & Y_{SPAIN,2010} \end{pmatrix}$$

όπου ο χρόνος (t) απεικονίζεται κατακόρυφα και η διαστρωματική μονάδα (i) οριζόντια.

1.5.6. Προβλήματα με τα δεδομένα

Παρά το γεγονός ότι σε κάποιες περιπτώσεις μπορούμε να ελέγξουμε τον μηχανισμό δημιουργίας των δεδομένων (πειραματικά δεδομένα) τις περισσότερες φορές οι οικονομετρικές μελέτες στηρίζονται σε μη πειραματικά δεδομένα. Σύμφωνα και με τον Intriligator (1978) τα προβλήματα που συναντώνται στα δεδομένα αυτού του τύπου μπορούν να χαρακτηριστούν ως προβλήματα «κακής δράσης».

Αρχικά, υπάρχει το πρόβλημα των βαθμών ελευθερίας (degrees of freedom) το οποίο προκύπτει από το γεγονός ότι τα διαθέσιμα δεδομένα δεν περιλαμβάνουν ικανοποιητικό αριθμό παρατηρήσεων προκειμένου να εκτιμηθεί το υπόδειγμα επαρκώς. Στις περιπτώσεις όπου τα δεδομένα μας είναι μη πειραματικά είναι αδύνατον να επαναλάβουμε τις συνθήκες που τα έχουν δημιουργήσει προκειμένου να αποκτήσουμε πρόσθετα δεδομένα.

Δεύτερον, υπάρχει το πρόβλημα της πολυσυγγραμικότητας (multicollinearity) το οποίο συνίσταται στην τάση των δεδομένων να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Για παράδειγμα, στις χρονολογικές σειρές οι μεταβλητές τείνουν να παρουσιάζουν διαχρονικά την ίδια συμπεριφορά με την μορφή τάσεων. Στην περίπτωση των πειραματικών δεδομένων είναι δυνατόν να μεταβάλλουμε τις συνθήκες του πειράματος προκειμένου να επιτύχουμε μια ικανοποιητική μεταβλητότητα στο δείγμα. Στα μη πειραματικά δεδομένα κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό με αποτέλεσμα να είμαστε συχνά αντιμέτωποι με μεταβλητές οι οποίες εμφανίζουν σημαντικό βαθμό αλληλεξάρτησης.

Τρίτον, υπάρχει το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης (serial correlation) το οποίο εμφανίζεται στις χρονολογικές σειρές και μπορεί να περιγραφεί ως μια κατάσταση στην οποία οι θεμελιώδεις μεταβολές του εξεταζόμενου φαινομένου πραγματοποιούνται πολύ αργά με την πάροδο του χρόνου. Με άλλα λόγια, σε χρονικές περιόδους που βρίσκονται πολύ κοντά π.χ. t και $t+1$ οι συνθήκες τείνουν να είναι όμοιες. Συνήθως το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης εντοπίζεται στον στοχαστικό όρο του υποδείγματος ο οποίος παριστάνει τις συνθήκες που σχετίζονται με το υπόδειγμα αλλά δεν περιλαμβάνονται ρητά σε αυτό.

Τέταρτον είναι το πρόβλημα της διαθρωπικής μεταβολής το οποίο σημαίνει πως μπορεί να έχει συμβεί μια έκτακτη κατάσταση στον πραγματικό κόσμο με αποτέλεσμα τα δεδομένα να αναφέρονται σε διαφορετικούς πληθυσμούς. Ένα παράδειγμα για δεδομένα χρονολογικών σειρών είναι μια εμπόλεμη περίοδος η οποία είτε αποκλείεται από το δείγμα είτε εκφράζεται με την βοήθεια κάποιας ποιοτικής μεταβλητής (ψευδομεταβλητή).

Πέμπτον, υπάρχει το πρόβλημα των σφαλμάτων μέτρησης (errors-in-measurement) το οποίο προκύπτει από το γεγονός ότι κατά την διάρκεια συλλογής των δεδομένων μπορεί να συμβούν ανακρίβειες και μεροληπτικά σφάλματα. Αυτό που παρατηρείται συχνά στην πράξη είναι να αναθεωρούνται

τα δεδομένα ως συνέπεια της ανακάλυψης ύπαρξης ανακρίβειών και μεροληπτικών σφαλμάτων. Για παράδειγμα, οι λογαριασμοί του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος υφίστανται περιοδική αναθεώρηση λόγω π.χ. επαναπροσδιορισμού της έννοιας της κατανάλωσης.

Τα διάφορα προβλήματα που συναντώνται στα δεδομένα καθιστούν αναγκαία μια προκαταρκτική επεξεργασία των δεδομένων ή «ζύμωμα» όπως αποκαλείται αλλιώς προκειμένου τα δεδομένα να γίνουν συγκρίσιμα και συνεχή διαχρονικά. Όλα αυτά τα προβλήματα θα μας απασχολήσουν διεξοδικά σε επόμενα κεφάλαια.

Όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα, η ύπαρξη των προβλημάτων στα δεδομένα οδηγεί αναπόφευκτα σε κάποιο είδος επεξεργασίας των δεδομένων προτού να θεωρούνται πια αξιόπιστα προς χρήση. Ωστόσο, ο ερευνητής πρέπει να γνωρίζει πως καμμία μέθοδος δεν είναι πανάκεια και πρέπει να είναι προσεκτικός προκειμένου να κάνει την σωστή επιλογή. Μια επεξεργασία που βοηθάει να ξεπεραστεί μια αδυναμία των δεδομένων μπορεί να οξύνει κάποιο άλλο πρόβλημα. Για παράδειγμα, εάν αντικαταστήσουμε τα μηνιαία δεδομένα με ημερήσια αυξάνουμε μεν τον αριθμό των διαθέσιμων παρατηρήσεων αλλά υπάρχει περίπτωση να αυξηθεί ο κίνδυνος εμφάνισης πολυσυγγραμικότητας και αυτοσυσχέτισης.

1.5.7 Ακραίες τιμές (outliers)

Στη στατιστική, μια ακραία τιμή (outlier) είναι μια παρατήρηση που είναι αριθμητικά μακριά από το σύνολο των δεδομένων. Οι ακραίες τιμές μπορεί να εμφανιστούν τυχαία σε ένα δείγμα αλλά συχνά αποτελούν ένδειξη είτε κάποιου σφάλματος μέτρησης ή ότι το δείγμα προέρχεται από μια κατανομή με μακριά ουρά (heavy-tailed distribution). Στην πρώτη περίπτωση, ο ερευνητής μπορεί να αποκλείσει τις ακραίες τιμές από το διαθέσιμο δείγμα ή να χρησιμοποιήσει κατάλληλες στατιστικές τεχνικές οι οποίες είναι ανθεκτικές σε ακραίες τιμές, ενώ στην δεύτερη περίπτωση η ύπαρξη ακραίων τιμών αποκαλύπτει ότι η κατανομή έχει μεγάλη κύρτωση (μη συμμετρική) και ότι ο ερευνητής πρέπει να είναι πολύ προσεκτικός με τη χρήση εργαλείων που υποθέτουν κανονική κατανομή.

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, οι ακραίες τιμές που παρατηρούνται σε ένα δείγμα μπορεί να εμφανιστούν εξαιτίας αλλαγών στη συμπεριφορά του μηχανισμού γένεσης του δείγματος, ανθρώπινου λάθους, λανθασμένης μέτρησης, ενός απρόσμενου/έκτακτου γεγονότος ή απλά εξαιτίας των φυσικών αποκλίσεων στα χαρακτηριστικά ενός πληθυσμού. Επιπλέον, είναι πιθανό το δείγμα μας να έχει μολυνθεί με ξένα στοιχεία προς τον εξεταζόμενο πληθυσμό. Εναλλακτικά, μια ακραία τιμή θα μπορούσε να είναι το αποτέλεσμα ενός ελαττώματος στην διατυπωμένη θεωρία, η οποία απαιτεί περαιτέρω έρευνα από τον ερευνητή.

Δεν υπάρχει κάποιος σαφής μαθηματικός ορισμός του τι αποτελεί ακραία τιμή. Ο καθορισμός κατά πόσον ή όχι μια παρατήρηση αποτελεί ακραία τιμή είναι τελικά μια υποκειμενική ενέργεια. Ωστόσο, ο πιο συνηθισμένος τρόπος εντοπισμού ακραίων παρατηρήσεων είναι μέσω της απλής παρατήρησης ή γραφικής απεικόνισης των διαθέσιμων παρατηρήσεων π.χ. μέσω ενός ιστογράμματος. Η ύπαρξη ακραίων τιμών σε ένα δείγμα απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή από τον ερευνητή καθώς μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα και παραπλανητικά συμπεράσματα για την συμπεριφορά ενός φαινομένου. Για παράδειγμα, έστω μια μετοχή η οποία εμφανίζει τις ακόλουθες ημερήσιες αποδόσεις κατά την διάρκεια μιας εβδομάδας: 6%, 3%, 4%, 18% και 5%. Σε αυτή την περίπτωση, η μέση απόδοση της εβδομάδας για την μετοχή εάν χρησιμοποιήσουμε τον απλό αριθμητικό μέσο θα είναι 7,2% ενώ η μέση απόδοση της μετοχής εάν χρησιμοποιήσουμε την διάμεσο που είναι λιγότερο ευαίσθητη σε ακραίες τιμές του δείγματος θα είναι 5%. Συνεπώς, χρειάζεται αρκετή προσοχή όταν τα δεδομένα εμπεριέχουν τιμές οι οποίες αποκλίνουν σημαντικά από το σύνολο.

1.6 Πηγές δεδομένων

Οι βασικότερες εγχώριες πηγές δεδομένων οικονομικού και χρηματοοικονομικού τύπου είναι οι παρακάτω:

- **Ελληνική Στατιστική Αρχή (ΕΛ.ΣΤΑΤ.)** (www.statistics.gr)

Η Ελληνική Στατιστική Αρχή διαθέτει στοιχεία τα οποία καλύπτουν όλους σχεδόν τους τομείς δραστηριότητας της ελληνικής οικονομικής και κοινωνικής ζωής. Οι χρονοσειρές είναι διαθέσιμες σε διαφορετικές συχνότητες π.χ. μηνιαίες, τριμηνιαίες, ετήσιες, ανά 5ετία και ανά 10ετία. Πληθυσμιακά στοιχεία (πληθυσμός κατά διάφορες διακρίσεις, φυσική κίνηση πληθυσμού: γάμοι, γεννήσεις, θάνατοι), στοιχεία απασχόλησης και ανεργίας, στοιχεία που αφορούν στην υγεία και στην κοινωνική ασφάλιση, την παιδεία, τη δικαιοσύνη, την παραγωγική διαδικασία, τα δημόσια οικονομικά, τις τιμές, το εθνικό εισόδημα και τις πολιτιστικές δραστηριότητες, συνιστούν το βασικό υλικό από το οποίο προκύπτουν οι στατιστικοί πίνακες και οι διάφοροι δείκτες, που καταρτίζει η ΕΛ.ΣΤΑΤ., σε βραχυχρόνια και μακροχρόνια βάση.

- **Τράπεζα της Ελλάδος (www.bankofgreece.gr)**

Στους σκοπούς της Τράπεζας της Ελλάδος περιλαμβάνεται η παρακολούθηση και ανάλυση των οικονομικών εξελίξεων σε πληθώρα θεμάτων. Η Τράπεζα της Ελλάδος εκδίδει κάθε χρόνο την Έκθεση του Διοικητή και δύο Εκθέσεις για την Νομισματική Πολιτική, την Ετήσια Έκθεση Νομισματικής Πολιτικής και την Ενδιάμεση Έκθεση Νομισματικής Πολιτικής. Επιπλέον από τον Ιούνιο 2009, η Τράπεζα της Ελλάδος δημοσιεύει την Έκθεση για τη Χρηματοπιστωτική Σταθερότητα. Εκδίδει, επίσης, αριθμό περιοδικών εκδόσεων όπως το Οικονομικό Δελτίο, δύο σειρές Στατιστικών Δελτίων, το Στατιστικό Δελτίο Οικονομικής Συγκυρίας και το Δελτίο Περιφερειακής Οικονομικής Συγκυρίας Μακεδονίας-Θράκης. Στις προαναφερθείσες εκδόσεις υπάρχουν στοιχεία για τα κυριότερα μακροοικονομικά μεγέθη της ελληνικής οικονομίας, στοιχεία του τραπεζικού κλάδου καθώς και όλες οι εξελίξεις στις εγχώριες αγορές χρήματος και κεφαλαίου.

- **Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς (www.hcmc.gr)**

Η Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς είναι αρμόδια για την εποπτεία της εφαρμογής των διατάξεων της νομοθεσίας για την κεφαλαιαγορά. Στην Ετήσια Έκθεση της Επιτροπής Κεφαλαιαγοράς μπορούμε να αντλήσουμε στοιχεία για όλες τις

τρέχουσες εξελίξεις τόσο στην εγχώρια οικονομία όσο και στις αγορές χρήματος και κεφαλαίου γενικότερα. Επιπλέον, η Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς είναι αρμόδια για την έγκριση και δημοσιοποίηση ενημερωτικών δελτίων όσον αφορά τις ανάγκες πληροφόρησης του επενδυτικού κοινού κατά τη διενέργεια δημοσίων προσφορών και την εισαγωγή κινητών αξιών σε οργανωμένη αγορά.

- **Χρηματιστήριο Αξιών Αθηνών (Χ.Α.Α.)** (www.ase.gr)

Η συγκεκριμένη πηγή παρέχει πλήρη και εμπειριστατωμένη πληροφόρηση για όλες τις εξελίξεις στην εγχώρια κεφαλαιαγορά. Ο ερευνητής έχει πρόσβαση σε πληροφορίες σχετικά με την πορεία των τιμών και του όγκου συναλλαγών των εισηγμένων μετοχών, των δεικτών της εγχώριας κεφαλαιαγοράς, την σύνθεση και την πορεία των δεικτών, το προφίλ των εισηγμένων εταιρειών καθώς και σε μια σειρά από περιοδικές εκδόσεις όπως το ημερήσιο/μηνιαίο/ετήσιο δελτίο τιμών κλπ. Επιπλέον, η ιστοσελίδα του Χ.Α.Α. παρέχει στοιχεία για την πορεία και τις εξελίξεις της αγοράς των παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων.

- **Ένωση Θεσμικών Επενδυτών** (www.ethe.org.gr)

Αποτελεί την κυριότερη πηγή ενημέρωσης των εξελίξεων στην εγχώρια αγορά θεσμικών επενδύσεων. Στην συγκεκριμένη ιστοσελίδα ο ερευνητής έχει πρόσβαση σε ιστορικά ποσοτικά και ποιοτικά στοιχεία όπως καθαρές τιμές μεριδίων (NAVs), συνολικό ενεργητικό, εξαμηνιαίες εκθέσεις, αναλύσεις του κλάδου καθώς και όλες τις τρέχουσες εξελίξεις του κανονιστικού πλαισίου που αναφέρονται στο χώρο των εγχώριων συλλογικών επενδύσεων ανοικτού τύπου (mutual funds) και κλειστού τύπου (closed-end funds).

Άλλες σημαντικές εγχώριες πηγές δεδομένων είναι οι εξής:

- Οικονομικός Τύπος (Ναυτεμπορική, Ισοτιμία κ.λπ.) (www.euro2day.gr, www.naftemporiki.gr, www.capital.gr, www.isotimia.gr, www.bloomberg.com, www.reuters.com)

Τέλος, παραθέτουμε μερικές από τις πιο αξιόπιστες πηγές δεδομένων για βασικά μακροοικονομικά μεγέθη όπως Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν (ΑΕΠ), χρέος, έλλειμμα κλπ διεθνών οικονομιών:

- Ευρωπαϊκή Στατιστική Υπηρεσία (<http://epp.eurostat.ec.europa.eu>)
- Διεθνές Νομισματικό Ταμείο (www.imf.org)
- Παγκόσμια Τράπεζα (www.worldbank.org)
- Οργανισμός Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης (ΟΟΣΑ) (www.oecd.org)
- Συνδρομητικές βάσεις δεδομένων (Thomson Datastream, Bloomberg, Reuters κ.λπ.)

1.7 Στάδια εφαρμοσμένης οικονομετρικής έρευνας

Ολοκληρώνοντας το πρώτο εισαγωγικό κεφάλαιο είναι απαραίτητο να ανακεφαλαιώσουμε, περιγράφοντας με συνοπτικό τρόπο τα βασικά στάδια της εφαρμοσμένης οικονομετρικής έρευνας. Στο πρώτο στάδιο της οικονομετρικής ανάλυσης είναι απαραίτητο να διατυπωθεί η θεωρητική μορφή του οικονομετρικού υποδείγματος το οποίο πρέπει να συνάδει με την σχετική οικονομική θεωρία. Η διαδικασία εξειδίκευσης του υποδείγματος που πραγματοποιείται συνήθως στο συγκεκριμένο στάδιο περιλαμβάνει τον καθορισμό των διαφόρων μεταβλητών που θα περιληφθούν στο υπόδειγμα, τον διαχωρισμό των μεταβλητών καθώς και την διατύπωση της μαθηματικής σχέσης που θα συνδέει τις εξεταζόμενες μεταβλητές. Το συγκεκριμένο στάδιο θεωρείται ως το δυσκολότερο της οικονομετρικής ανάλυσης καθώς δεν υπάρχει κάποιος συγκεκριμένος κανόνας αναφορικά με την ακριβή επιλογή των μεταβλητών που θα περιλάβουμε στο υπόδειγμα καθώς και για το αν το υπόδειγμα θα πρέπει να είναι γραμμικό ή μη γραμμικό.

Η εκτίμηση των αγνώστων παραμέτρων του υποδείγματος με την χρήση των διαθέσιμων στατιστικών δεδομένων πραγματοποιείται στο αμέσως επόμενο στάδιο. Αξίζει να τονισθεί ότι για να επιτύχουμε ικανοποιητική προσέγγιση των πραγματικών τιμών των παραμέτρων του υποδείγματος θα πρέπει να επιλέξουμε και την ανάλογη αποτελεσματική μέθοδο εκτίμησης. Με άλλα λόγια, η επιτυχημένη επιλογή μιας μεθόδου εκτίμησης μπορεί να μας δώσει εκτιμήσεις που θα προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό τις αντίστοιχες τιμές των θεωρητικών παραμέτρων και κατά συνέπεια οι συγκεκριμένες εκτιμήσεις θα εμφανίζουν και την μικρότερη διακύμανση. Ως εκ τούτου πρέπει να γίνει

αντιληπτό ότι η ακρίβεια και η ορθότητα των εξαγόμενων εκτιμήσεων αποτελεί συνάρτηση της καταλληλότητας της μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε στην εκτίμηση των παραμέτρων του υποδείγματος.

Το τελευταίο στάδιο περιλαμβάνει την εκτέλεση των διαφόρων ελέγχων των εκτιμηθέντων αγνώστων παραμέτρων του υποδείγματος. Σκοπός του συγκεκριμένου σταδίου είναι να διαπιστώσουμε κατά κανόνα εάν το εκτιμημένο υπόδειγμα συμφωνεί με την ανάλογη οικονομική θεωρία. Με άλλα λόγια, επιθυμούμε να ξέρουμε εάν ένα υπόδειγμα προσεγγίζει με ακρίβεια την πραγματικότητα αναφορικά με μια ορισμένη οικονομική δραστηριότητα σύμφωνα και με τους κανόνες της οικονομικής θεωρίας που διέπουν την συγκεκριμένη δραστηριότητα. Για τον συγκεκριμένο έλεγχο χρησιμοποιούμε διάφορα στατιστικά και οικονομετρικά κριτήρια καθώς και ορισμένα κριτήρια που μας παρέχει η οικονομική θεωρία. Τα τελευταία κριτήρια μπορεί να αναφέρονται λ.χ στα πρόσημα των συντελεστών του υποδείγματος. Για παράδειγμα, ο εμπειρικός έλεγχος της ισχύς της θεωρίας του υποδείγματος αποτίμησης κεφαλαιακών στοιχείων συνίσταται στον έλεγχο της υπόθεσης ότι η σταθερά α είναι ίση με το μηδέν και ο συντελεστής κλίσεως είναι ίσος με την υπερβάλλουσα απόδοση της αγοράς.

Εάν διαπιστώσουμε μετά από τους σχετικούς ελέγχους ότι το υπόδειγμα μας δεν προσεγγίζει ικανοποιητικά την πραγματικότητα τότε πρέπει να επαναλάβουμε την διαδικασία από την αρχή, δηλαδή από το στάδιο της εξειδίκευσης επιχειρώντας να βελτιώσουμε την ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Χρησιμότητα Χρηματοοικονομικής Οικονομετρίας

2.1 *The Dividend Puzzle*

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η χρηματοοικονομική οικονομετρία αποτελεί τον κλάδο της οικονομετρικής επιστήμης που ασχολείται με την συστηματική μελέτη των χρηματοοικονομικών αγορών. Πιο συγκεκριμένα, η χρηματοοικονομική οικονομετρία συνιστά μια συστηματική αναζήτηση των υποδειγμάτων που περιγράφουν καλύτερα τις διάφορες χρηματοοικονομικές χρονοσειρές και τις σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ τους, όπως οι τιμές, οι αποδόσεις, τα επιτόκια, οι χρηματοοικονομικοί δείκτες, οι πιθανότητες χρεοκοπίας κλπ.

Το dividend puzzle αναφέρεται στην περίπτωση κατά την οποία οι εταιρείες που πληρώνουν μερίσματα επιβραβεύονται από τους επενδυτές με υψηλότερες αποτιμήσεις, παρά το γεγονός πως, σύμφωνα με την άποψη πολλών οικονομολόγων, η αξία μιας επιχείρησης δεν θα πρέπει να επηρεάζεται από την πρόθεση της εταιρείας να καταβάλλει μέρισμα ή όχι. Αυτό που αναμένουμε είναι πως οι επενδυτές, που ήδη κατέχουν ένα τμήμα της επιχείρησης, είναι αδιάφοροι είτε η επιχείρηση αποφασίσει να επιστρέψει σε αυτούς τμήμα των κερδών με την μορφή μερίσματος ή αποφασίσει να επανεπενδύσει τα κέρδη στην επιχείρηση.

Το παζλ αναπτύχθηκε με την δημοσίευση των πρωτότυπων εργασιών των Modigliani & Miller το 1959 και το 1961 σχετικά με την αξία μιας επιχείρησης. Σύμφωνα με το θεώρημα των Modigliani & Miller μια επιχείρηση εμφανίζει κάποια αξία ακόμα και όταν δεν καταβάλλει μέρισμα στους μετόχους. Πιο συγκεκριμένα, η επιχείρηση έχει την ίδια αξία ανεξάρτητα εάν πληρώνει μέρισμα ή όχι. Συνεπώς, η αξία μιας επιχείρησης δεν εξαρτάται από την ύπαρξη ή μη μερίσματος.

Συνοπτικά, οι λόγοι για τους οποίους παρατηρείται η συγκεκριμένη ανωμαλία αποδίδονται σε μια ποικιλία παραγόντων όπως η αβεβαιότητα, ψυχολογικοί ή και συμπεριφορικοί λόγοι των επενδυτών, φορολογικά θέματα καθώς και καταστάσεις ασύμμετρης πληροφόρησης.

Το dividend puzzle γίνεται καλύτερα κατανοητό με την βοήθεια του παρακάτω παραδείγματος. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι έχουμε έναν επενδυτή ο οποίος είναι αντιμέτωπος με τις δυο παρακάτω επενδυτικές επιλογές. Η πρώτη του αποφέρει ένα βέβαιο εισόδημα 2 ευρώ σήμερα και με πιθανότητα 50% και 50% θα εισπράξει 54 ή 50 ευρώ αύριο. Η δεύτερη επιλογή του αποφέρει μηδενικό εισόδημα σήμερα και με πιθανότητες 50% και 50% θα εισπράξει 56 ή 52 ευρώ αύριο. Ποια από τις δυο επιλογές θα προτιμούσε ο επενδυτής; Η απάντηση είναι καμμία από τις δυο. Αγνοώντας παράγοντες όπως το κόστος διακράτησης των 2 ευρώ καθώς και τον τόκο που μπορεί να αποφέρουν τα 2 ευρώ ο επενδυτής θα ήταν αδιάφορος μεταξύ των δυο επιλογών.

Η επιλογή μεταξύ της μετοχής μιας εταιρείας που πληρώνει μέρισμα και της μετοχής μιας εταιρείας που δεν πληρώνει καθόλου μέρισμα είναι παρόμοια εάν αγνοήσουμε, τουλάχιστον, τα διάφορα έξοδα συναλλαγών και τους φόρους. Η τιμή της μετοχής της εταιρείας που πληρώνει μέρισμα υποχωρεί κατά το ποσό του μερίσματος την πρώτη ημέρα συναλλαγής μετά την ημερομηνία ανακοίνωσης καταβολής του μερίσματος (ex-dividend date). Ο επενδυτής λοιπόν που εισπράττει 2 ευρώ μέρισμα για κάθε μετοχή θα βρεθεί να κατέχει μετοχές της εταιρείας οι οποίες θα αξίζουν 2 ευρώ λιγότερα από την τιμή της μετοχής εάν δεν είχε καταβληθεί τελικά το μέρισμα.

Στην πραγματικότητα, αυτή είναι η ουσία του θεωρήματος των Modigliani & Miller (1959,1961). Τα μερίσματα δηλαδή που καταβάλλει μια εταιρεία δεν επηρεάζουν τελικά την αξία της εταιρείας ή την απόδοση που λαμβάνουν οι επενδυτές επειδή όσο υψηλότερο είναι το μέρισμα που καταβάλλει τόσο λιγότερα εισπράττει ο επενδυτής μέσω της κεφαλαιακής ανατίμησης (capital appreciation) της μετοχής ανεξαρτήτως των επιχειρηματικών αποφάσεων της εταιρείας. Με άλλα λόγια, το επιπλέον εισόδημα που λαμβάνει ο επενδυτής με την μορφή μερίσματος αντισταθμίζεται πλήρως από την απώλεια του κεφαλαίου. Στην συνέχεια, παρουσιάζονται κάποιες εμπειρικές μελέτες που επιχειρούν να επιβεβαιώσουν την ισχύ των υποθέσεων αναφορικά με την επίδραση του μερίσματος στην αξία μιας μετοχής.

Οι υποθέσεις που γίνονται αναφορικά με τη μερισματική πολιτική των επιχειρήσεων, δύνανται να διαχωριστούν σε δύο κατηγορίες:

Σε ένα «κόσμο χωρίς φόρους», όπου μαθηματικά έχει αποδειχθεί ότι οι επενδυτές είναι αδιάφοροι για το εάν θα λάβουν το μέρισμα ή θα ρευστοποιήσουν αντίστοιχο κεφάλαιο από το χαρτοφυλάκιο τους. Εάν η εταιρεία παρακρατήσει το μέρισμα, η τιμή της μετοχής της θα αυξηθεί κατά το ίδιο ποσό, επομένως, αυτό είναι ισοδύναμο με τη λήψη του μερίσματος.

Σε ένα «κόσμο όπου υπάρχουν φόροι προσωπικού εισοδήματος», η μαθηματική επιστήμη, μας έχει δείξει ότι οι επενδυτές που φορολογούνται με υψηλότερους συντελεστές από εκείνους των κεφαλαιακών κερδών, η παρακράτηση κερδών είναι προτιμότερη από τη διανομή μερίσματος. Αυτό άμεσα μπορεί να εκφραστεί ως εξής: οι αποδόσεις των μετοχών θα πρέπει να είναι υψηλότερες, για τις μετοχές που πληρώνουν υψηλότερα μερίσματα, μετά από προσαρμογές για τις διαφορές στον κίνδυνο. Πρακτικά, αυτό σημαίνει ότι η πλειονότητα των εταιρειών, δεν θα έπρεπε να διανείμουν μέρισμα, καθώς οι περισσότεροι μέτοχοι φορολογούνται με υψηλότερους συντελεστές από εκείνους των επιχειρήσεων.

Το 1974, οι καθηγητές Black και Scholes, δημοσίευσαν μία εκτενή έρευνα, αναφορικά με τη σχέση των μερισμάτων και των αποδόσεων των μετοχών. Η υπόθεση που έκαναν ήταν ότι η απόδοση μιας μετοχής (R_i) θα εκφράζεται ως γραμμική συνάρτηση του κινδύνου της (ο οποίος εκτιμάται από μια μεταβλητή τη b_i) και τη ποσοστιαία διαφορά της μερισματικής της απόδοσης από τη μέση μερισματική απόδοση όλων των μετοχών στην αγορά (D_i). Η γραμμική αυτή συνάρτηση εκφράζεται οικονομικά ως εξής:

$$R_i = \alpha_0 + b_i(R_m - \alpha_0) + c_i D_i + u_i \quad (9)$$

όπου

το R_m αντιπροσωπεύει τη μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, όπου θα περιλαμβάνει όλες τις μετοχές,

οι συντελεστές α_0 και c_0 είναι συντελεστές παλινδρόμησης και το σφάλμα της παλινδρόμησης που σχετίζεται με τη μετοχή i στη διαστρωματική

παλινδρόμηση (cross-sectional regression). Ο συμβολισμός – εκφράζει ότι οι μεταβλητές των αποδόσεων της μετοχής και του μέσου όρου της αγοράς συμπεριφέρονται ως τυχαίες μεταβλητές.

Για τη μελέτη των Black και Scholes προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα:

Πίνακας 3
Αποτελέσματα εκτίμησης συντελεστών παλινδρόμησης μελέτης
Black-Scholes

Περίοδος	Συντελεστής c_i	t-statistic
1936-1966	0,0009	0,94
1947-1966	0,0009	0,90
1936-1946	0,0011	0,54
1947-1956	0,0002	0,19
1957-1966	0,0016	0,99
1940-1945	0,0018	0,34

Στον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι τα t-statistics των εκτιμήσεων του συντελεστή ευαισθησίας των υπερβαλλουσών μερισματικών αποδόσεων είναι πολύ μικροί για την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης, ότι η πραγματική τιμή του c_i για τον πληθυσμό είναι μηδέν. Συμπερασματικά κατέληξαν ότι δεν υπήρχαν σημαντικές ενδείξεις ότι η μερισματική απόδοση είναι στατιστικά σημαντική μεταβλητή που επηρεάζει τις αποδόσεις των μετοχών. Μάλιστα στο εξεταζόμενο δείγμα προέκυψε ότι παρά το γεγονός ότι όλοι οι συντελεστές c_i είναι θετικοί για τις περιόδους αυτές, διαφορετικές χρονικές περίοδοι περιελάμβαναν και αρνητικούς συντελεστές c_i .

Για την ανωτέρω μελέτη, οι Black και Scholes χώρισαν τις μετοχές αυτές σε χαρτοφυλάκια, πριν προβούν στην εκτίμηση των c_i . Η μέθοδος αυτή είναι ευρέως διαδεδομένη στη χρηματοοικονομική έρευνα, και εφαρμόζεται, για τη μείωση των σφαλμάτων υπολογισμού, και την επίτευξη μεγαλύτερης ακρίβειας στους υπολογισμούς. Εντούτοις, η διαδικασία αυτή μπορεί μεν να

βελτιώνει την ακρίβεια, αλλά μπορεί να μειώσει την αποτελεσματικότητα των στατιστικών ελέγχων, για την εύρεση στατιστικών διαφορών. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος οι καθηγητές Litzenberger και Ramaswamy το 1979, χρησιμοποίησαν οικονομετρικές προσαρμογές για να εντοπίσουν σφάλματα στην εκτίμηση, που προέρχονταν από αυξομειώσεις του κινδύνου μεταξύ διαφορετικών περιόδων. Οι μεθοδολογίες αυτές τους επέτρεψαν να χρησιμοποιήσουν από κοινού διαστρωματικά και χρονολογικά δεδομένα (time-series and cross-section data) για μεμονομένες μετοχές και να αυξήσουν την αποτελεσματικότητα των ελέγχων τους. Οι Litzenberger και Ramaswamy εκτίμησαν τους ακόλουθους συντελεστές ευαισθησίας για τον όρο της μερισματικής απόδοσης.

Πίνακας 4
Αποτελέσματα εκτίμησης συντελεστών παλινδρόμησης μελέτης
Litzenberger και Ramaswamy

Περίοδος	Συντελεστής c_i	t-statistic
1936-1940	0,335	2,64
1941-1947	0,408	7,35
1948-1954	0,158	4,37
1955-1961	0,018	0,32
1962-1968	0,171	2,33
1969-1977	0,329	6,00

Συνεπώς, τα αποτελέσματά τους καταδεικνύουν ότι εκτός από την περίοδο 1955-1961, ο συντελεστής ευαισθησίας της μερισματικής απόδοσης είναι θετικός και στατιστικά σημαντικός.

Ποιο όμως είναι το βασικό συμπέρασμα από τη μελέτη των δύο αυτών εμπειρικών μελετών για τη χρηματοοικονομική έρευνα; Πρώτον, οι διάφορες οικονομετρικές προσαρμογές θα εμφανίζονται ευρύτατα στις χρηματοοικονομικές μελέτες λόγω της αυξημένης ακρίβειας που απαιτείται. Κατά δεύτερον, οι ερευνητές θα πρέπει να είναι σε θέση να γνωρίζουν τους περιορισμούς των μεθοδολογιών αυτών, για τη βέλτιστη χρήση των

αποτελεσμάτων τους και την καλύτερη λήψη χρηματοοικονομικών αποφάσεων. Κατά τρίτον, Οι πλέον κρίσιμοι περιορισμοί είναι οι στατιστικές υποθέσεις που χρησιμοποιούν οι ερευνητές για την ανεξαρτησία μεταξύ των όρων σφάλματος, τόσο με τις μετοχές, όσο και με τις χρονικές περιόδους.

Οι εκτιμήσεις των συντελεστών beta – Τα Δύο Προβλήματα που Δημιουργούνται

Στις δύο εμπειρικές μελέτες που προηγήθηκαν, το μέτρο κινδύνου που χρησιμοποιήθηκε ήταν ο συντελεστής b_i , που στη διεθνή βιβλιογραφία είναι ευρέως διαδεδομένος ως “συντελεστής beta”. Ένα πολύ απλουστευτικός τρόπος, για την περιγραφή του συντελεστή beta είναι ότι αποτελεί ένα μέτρο εκτίμησης των σχετικών αποκλίσεων των αποδόσεων της μετοχής, σε σύγκριση με τις αποδόσεις της αγοράς. Για παράδειγμα, εάν ο δείκτης της αγοράς αυξηθεί κατά 10% και η τιμή μιας μετοχής αυξηθεί κατά 15%, και εάν η σχέση αυτή της μιάμιση φορές της αυξομείωσης διατηρηθεί τόσο για τις ανόδους όσο και για τις πτώσεις της αγοράς, τότε ο συντελεστής beta της μετοχής θα είναι 1,5.

Η ονομασία του συντελεστή beta, προέρχεται από το συντελεστή $\hat{b}$, της γραμμικής παλινδρόμησης των αποδόσεων μιας μετοχής για τη χρονική περίοδο t ($R_{s,t}$), σε σχέση με τις αποδόσεις της αγοράς ($R_{m,t}$), την ίδια χρονική περίοδο, όπου η εκτιμώμενη γραμμική σχέση είναι η

$$R_{s,t} = a + \hat{b}_s \cdot R_{m,t} \quad (10)$$

Ασφαλώς, μια καλύτερη προσέγγιση για την εκτίμηση του συντελεστή beta, από τη χρήση των απλών αποδόσεων, είναι η χρήση των υπερβαλλουσών αποδόσεων μιας μετοχής (δηλ. η απόδοση μιας μετοχής μείον το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο που αντιστοιχεί για την ίδια περίοδο). Η προσέγγιση αυτή εξαλείφει τη μεροληψία της εκτίμησης εάν το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο και οι αποδόσεις της αγοράς συσχετίζονται.

Ένα άλλο πρόβλημα που αντιμετωπίζουν οι ερευνητές στην εκτίμηση του συντελεστή beta είναι, όπως έδειξαν οι Friend και Blume το 1970, είναι η μεροληψία του ως προς τη συνέπεια, στην αξιολόγηση της επίδοσης χαρτοφυλακίων για μεγάλες περιόδους. Η μηνιαία επίδοση των χαρτοφυλακίων αναλύθηκε για 200 τυχαία επιλεγμένα χαρτοφυλάκια μετοχών, όπου απαρτίζονταν από 788 κοινές μετοχές, εισηγμένες στο NYSE, για την περίοδο Ιανουάριος 1960 – Ιούνιος 1968. Για την ανάλυση κάθε χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιήθηκαν τρία στατιστικά μέτρα επίδοσης προσαρμοσμένα στον κίνδυνο: α) ο δείκτης Sharpe Ratio, β) ο δείκτης του Treynor και γ) η υπερβάλλουσα απόδοση του Jensen. Όλα αυτά τα μέτρα επίδοσης άμεσα ή έμμεσα λαμβάνουν υπόψη τους συντελεστές beta των χαρτοφυλακίων, και επομένως κάθε ένα από τα μέτρα αυτά θα έπρεπε να είναι στατιστικά ανεξάρτητα από το συντελεστή beta. Τέτοια ανεξαρτησία είναι ισοδύναμη με την εξής έκφραση: «εάν εφαρμόζαμε ανάλυση παλινδρόμησης μεταξύ των τριών αυτών στατιστικών μέτρων επίδοσης και του συντελεστή beta (π.χ. $\text{Sharpe Ratio} = \alpha + \beta \cdot b_p$, όπου b_p είναι ο συντελεστής beta ενός χαρτοφυλακίου), τότε δεν θα έπρεπε να εντοπίσουμε κάποια σχέση μεταξύ των μεταβλητών αυτών.

Τα δύο ανωτέρω παραδείγματα αναδεικνύουν δύο βασικά ερωτήματα, αναφορικά με την εκτίμηση του συντελεστή beta:

- α) Το υπόδειγμα του μοναδικού συντελεστή beta παρουσιάζει κάποια χρησιμότητα;
- β) Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποιες μεθοδολογίες για να βελτιώσουμε το υπόδειγμα του μοναδικού συντελεστή beta;

Για την απάντηση στην πρώτη ερώτηση, είναι πολύ σημαντικό να λάβουμε υπόψη μας κάποια στοιχεία από τις έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί ιστορικά. Πριν το 1966, δεν υπήρχαν διαθέσιμες, συνεπείς διαδικασίες για την προσαρμογή στον κίνδυνο. Επομένως, εάν ένας διαχειριστής επιτύγχανε απόδοση 15%, όταν η αγορά παρουσίαζε άνοδο της τάξης του 10%, δεν υπήρχε τρόπος να ενημερωθούν οι επενδυτές, εάν ο διαχειριστής παρουσίαζε ικανότητες ή απλώς είχε αναλάβει μεγαλύτερο κίνδυνο, διακρατώντας μετοχές με υψηλή μεταβλητότητα (κίνδυνο). Η δεύτερη περίπτωση θα ήταν εμφανής

σε περιόδους όπου η αγορά ακολουθεί πτωτική πορεία! Συνεπώς η απάντηση στην πρώτη ερώτηση είναι ότι: «Ασφαλώς, εάν δεν υπάρχουν καλύτερα υποδείγματα και μέχρις ότου να δημιουργηθούν καλύτερα μέτρα, το υπόδειγμα του μοναδικού συντελεστή β παρουσιάζει χρησιμότητα.!»

Η απάντηση στη δεύτερη ερώτηση είναι σαφώς θετική, αφού η έρευνα συνεχώς εξελίσσεται. Η πλέον συνήθης μορφή της έρευνας και της κριτικής του υποδείγματος του μοναδικού β είναι η μελέτη του όρου των καταλοίπων (*residual error term ϵ_{it}*). Για παράδειγμα ο J. Farrell στη διδακτορική του διατριβή, χρησιμοποίησε μεθοδολογίες «αυτοδιδαχής» (*heuristic*) για την ομαδοποίηση μετοχών, βασισμένες στην τάση τους να παρουσιάζουν όμοια κατάλοιπα και χαρακτηριστικά διαχρονικά. Ο Farrell διαπίστωσε ότι τα κατάλοιπα των μηνιαίων αποδόσεων των 100 μεγαλύτερων μετοχών, για την περίοδο 1961-1969, τείνουν να ομαδοποιηθούν σε τέσσερις κατηγορίες μετοχών – «ανάπτυξης» (*growth*), «σταθερές» (*stable*), «κυκλικές» (*cyclical*) και *oil stocks*. Βάσει της ταξινόμησης αυτής, κατασκεύασε ένα δείκτη αναφοράς για κάθε μία από αυτές τις κατηγορίες και εν συνεχεία εξέτασε τη συσχέτιση των καταλοίπων για κάθε είδος μετοχής, με κάθε είδος δείκτη. Εάν τα κατάλοιπα παρουσιάζονταν να μην είναι ανεξάρτητα, υπέθετε ότι θα έπρεπε να συσχετίζονται με εκείνο το δείκτη που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη κατηγορία μετοχών. Αυτό το αποτέλεσμα θα έπρεπε να υποδηλώνεται από θετικούς και υψηλούς συντελεστές συσχέτισης.

Τα αποτελέσματα του Farrell, παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα και υποστηρίζουν ξεκάθαρα την υπόθεση που έθεσε ο Farrell για τη συσχέτιση των καταλοίπων. Ειδικότερα, οι μετοχές ανάπτυξης, είχαν μέσο συντελεστή συσχέτισης ίσο με 0,43, με το αντίστοιχο δείκτη μετοχών ανάπτυξης, ενώ αντίθετα σε σχέση με τους υπόλοιπους δείκτες παρουσιάζουν χαμηλές και αρνητικές συσχετίσεις. Ανάλογα είναι τα αποτελέσματα και για τις υπόλοιπες τρεις κατηγορίες μετοχών. Παράλληλα, οι στατιστικές t (*t-statistic*) των συσχετίσεων, για κάθε κατηγορία μετοχών παρουσιάζουν υψηλές τιμές, αποδεικνύοντας ότι οι υψηλοί και θετικοί συντελεστές συσχέτισης παρουσιάζουν στατιστική σημαντικότητα. Επιπρόσθετα, σε ένα άλλο μέρος της μελέτης του, για την ίδια περίοδο, ο Farrell έδειξε ότι ο συντελεστής β μπορεί να εξηγήσει μονάχα το 31% των αποδόσεων των μετοχών, όταν η

κατηγοριοποίηση που χρησιμοποίησε μπορούσε να εξηγήσει επιπλέον άλλο ένα 15%.

Πίνακας 5
Συντελεστές Συσχέτισης μεταξύ των Καταλοίπων,
των μέσων αποδόσεων των μετοχών και των Τεσσάρων Δεικτών¹
Περίοδος 1961-1969

Μέσος όρος	Δείκτης			
	Ανάπτυξης	Σταθερών	Κυκλικών	Oil
των 31 μετοχών «ανάπτυξης»	0,43* (5,04)	-0,05 (-0,56)	-0,05 (-0,61)	-0,17 (-1,79)
των 25 «σταθερών» μετοχών	-0,06 (-0,61)	0,38* (4,32)	-0,04 (-0,29)	-0,02 (-0,18)
των 36 «κυκλικών» μετοχών	-0,05 (-0,49)	-0,03* (-0,34)	0,37 (4,22)	-0,07 (-0,77)
των 8 oil stocks	-0,26 (-2,88)	-0,03* (-0,32)	-0,12 (-1,34)	0,64 (8,92)

Όπως αναλύθηκε και ανωτέρω ο Farrell έδειξε ότι τα κατάλοιπα δεν είναι ανεξάρτητα, και επομένως οι απλές εκτιμήσεις του συντελεστή beta, δύνανται να εντοπίσουν αποκλειστικά και μόνο μία «πηγή» των αποκλίσεων των αποδόσεων των μετοχών. Άλλα αίτια που προκαλούν τις διακυμάνσεις στις αποδόσεις των μετοχών, σύμφωνα με το Farrell είναι:

Οι αντίστοιχες αποδόσεις κάθε άλλης μετοχής: Εάν μία κατηγορία μετοχών παρουσιάσει πτώση συγκριτικά με τις υπόλοιπες, τότε οι επενδυτές μπορεί να πουλήσουν κάποιες μετοχές από τις κατηγορίες με υψηλότερες αποδόσεις και να αγοράσουν μετοχές από την κατηγορία που πέφτει («ρευστοποίηση κερδών» και «αναδιάρθρωση του χαρτοφυλακίου»). Αντιστρόφως, ακριβώς επειδή κάποιες μετοχές παρουσιάζουν πτώση, κάποιοι επενδυτές βασισμένοι στο συναίσθημα του φόβου, μπορεί να πουλήσουν ένα μέρος ή όλες τις μετοχές που έχουν στο χαρτοφυλάκιό τους. Ακόμα, κάποιοι επενδυτές

¹ Πηγή: J.L. Farrell, "Analyzing Covariation of Returns to Determine Homogenous Stock Grouping", Journal of Business, April 1974.

μπορούν να αναδιαρθρώσουν το χαρτοφυλάκιό τους για να επιτύχουν καλύτερη διαφοροποίηση, ενώ οποιαδήποτε δυνατή αντίδραση ή στρατηγική είναι πιθανή.

Μακροοικονομικοί Παράγοντες και Γεγονότα: Η κήρυξη πολέμου, μεταβολές στο πολιτικό σύστημα, τρομοκρατικά χτυπήματα και άλλα γεγονότα, θα επηρεάσουν το σύνολο των μετοχών. Επιπρόσθετα, όλες οι μετοχές επηρεάζονται από τις μεταβολές των επιτοκίων, τη φάση του οικονομικού κύκλου που βρίσκεται η οικονομία, το ποσοστό ανεργίας, το ύψος του πληθωρισμού κ.λπ.. Ο συντελεστής β πιθανώς να αντικατοπτρίζει την επίδραση τέτοιων παραγόντων.

Τα Θεμελιώδη Μεγέθη των Εταιρειών: Μια μη-αναμενόμενη αύξηση της κερδοφορίας της επιχείρησης, θα οδηγήσει ενδεχομένως σε άλμα της τιμής της μετοχής. Αντίστοιχα, παρόμοια επίδραση στην τιμή της μετοχής θα έχουν ευνοϊκές μεταβολές χρηματοοικονομικών δεικτών μιας εταιρείας, όπως ο δείκτης μερισματικής απόδοσης, ο δείκτης χρέους προς ίδια κεφάλαια κ.α.. Τέτοιοι παράγοντες και πληροφορίες, που αφορούν συγκεκριμένα μια εταιρεία, πιθανότατα δεν μπορούν να συμπεριληφθούν από την εκτίμηση του συντελεστή β .

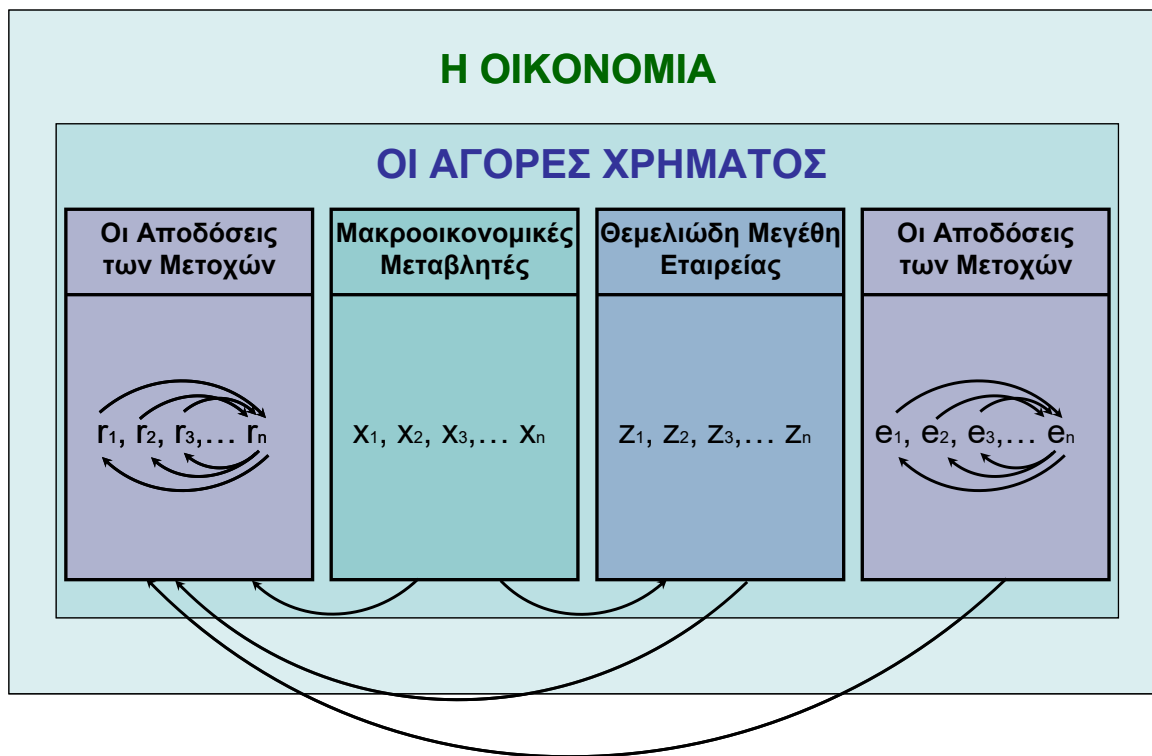
Απροσδόκητες/Απρόβλεπτες Μεταβλητές: Ακόμα και αν όλες οι ανωτέρω μεταβλητές ληφθούν υπόψη, οι αποδόσεις των μετοχών συμπεριφέρονται κατά ένα τρόπο πολύ πολύπλοκο, έτσι ώστε οι ερευνητές να επιτύχουν την τέλεια εξήγηση. Ωστόσο, οι απροσδόκητες αυτές μεταβλητές μπορεί συχνά να παρουσιάζουν συστηματική επίδραση στις αποδόσεις μιας μετοχής, οπότε οι μεταβλητές αυτές μπορούν να εντοπιστούν στον όρο σφάλματος της απλής παλινδρόμησης.

Το διάγραμμα 5 που ακολουθεί παρουσιάζει όλες τις ταυτόχρονες επιδράσεις, που μπορεί να υπάρχουν μεταξύ του κάθε είδους των μεταβλητών που παρουσιάστηκαν ανωτέρω για την αποσαφήνιση των υποθέσεων του υποδείγματος της αγοράς. Στο διάγραμμα 5, τα βέλη που παρουσιάζονται αντιπροσωπεύουν τις επιδράσεις στα υποδείγματα προσδιορισμού των αποδόσεων των μετοχών, ευρέως στη χρηματοοικονομική έρευνα. Άλλες επιδράσεις είναι πιο στερούνται βαρύτητας, όπως οι υποθέσεις που θέτει ο κάθε ερευνητής. Παράδειγμα τέτοιων υποθέσεων είναι ότι η πτώση των τιμών

των μετοχών, ωθεί τους ανθρώπους να περιορίσουν τις δαπάνες τους, επηρεάζοντας μακροοικονομικές μεταβλητές, όπως η κατανάλωση, το εισόδημα κ.λπ.. Επιπρόσθετα, οι μακροοικονομικές μεταβλητές (x_i) θεωρούνται ανεξάρτητες από τις υπόλοιπες μεταβλητές, όπως επίσης πολλές φορές συμβαίνει και για μεταβλητές που εκφράζουν τα θεμελιώδη μεγέθη των επιχειρήσεων (z_i). Η εκτίμηση του συντελεστή β υποθέτει ότι οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών, οι από κοινού επίδραση των εταιρικών θεμελιωδών μεγεθών και των αποδόσεων των μετοχών και όλων των υπολοίπων μεταβλητών με τις αποδόσεις των μετοχών, είναι τυχαίες και απρόβλεπτες. Για παράδειγμα, μπορούμε να προσδιορίσουμε έναν όρο σφάλματος, έτσι ώστε να μη συσχετίζεται με μακροοικονομικές μεταβλητές. Τότε ο συντελεστής β μπορεί να εντοπίσει τα μακροοικονομικά γεγονότα που επηρεάζουν όλες τις μετοχές.

Διάγραμμα 5

Οι Ταυτόχρονες Επίδρασεις που μπορεί να συνίστανται μεταξύ των διαφόρων ειδών μεταβλητών



Πηγή: H.R. Fogler & S. Ganapathy, "Financial Econometrics – For Researchers in Finance and Accounting"

2.2 Υποδείγματα Αποτίμησης Μετοχικών Τίτλων

Στο χώρο των θεωρητικών της Χρηματοοικονομικής επιστήμης θεωρείται αποδεκτό ότι οι τιμές των μετοχών εκφράζονται από την παρούσα αξία μιας σειράς χρηματικών ροών². Ωστόσο, διαφωνίες εγείρονται στον προσδιορισμό της φύσης των συγκεκριμένων χρηματικών ροών. Πιο συγκεκριμένα, τα ερωτήματα τα οποία ανακύπτουν είναι: ποια είναι η φύση των χρηματικών ροών τις οποίες δίνουν οι εταιρείες στους μετόχους τους, και ποιες είναι οι ροές τις οποίες πραγματικά κεφαλαιοποιούν οι αγορές.

Η επισκόπηση της διεθνούς βιβλιογραφίας αποκαλύπτει την διατύπωση εναλλακτικών υποδειγμάτων αποτίμησης μετοχών στα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί τέσσερις τουλάχιστον διαφορετικές κατηγορίες ταμειακών ροών:

- α) η ροή των μερισμάτων
- β) η ροή των κερδών
- γ) τα τρέχοντα κέρδη συν τις ταμειακές ροές, οι οποίες προέρχονται από μελλοντικές επενδυτικές ευκαιρίες
- δ) η προεξόφληση ταμειακών ροών, όπως στα υποδείγματα προϋπολογισμού δαπανών κεφαλαίου

Οι Miller & Modigliani (1961) σε ένα έξοχο άρθρο τους έδειξαν ότι οι διαφορετικές αυτές προσεγγίσεις είναι θεωρητικά ισοδύναμες και καταλήγουν στην ίδια αποτίμηση. Από τις προαναφερθείσες προσεγγίσεις τόσο η προσέγγιση της ροής των μερισμάτων, αλλά ιδιαίτερα η προσέγγιση της ροής των κερδών ενέχουν σημαντικό κίνδυνο αποπροσανατολισμού από τις κυρίαρχες πηγές αξίας της μετοχής μιας εταιρείας. Πράγματι στο παρελθόν, οι προσεγγίσεις αυτές οδήγησαν ορισμένους ερευνητές στην κατασκευή λανθασμένων εμπειρικά υποδειγμάτων αποτίμησης (D. Durand 1955-59, Walter 1959).

Αντίθετα, η προσέγγιση των επενδυτικών ευκαιριών προσδιορίζει με σαφήνεια και χωρίς κινδύνους αποπροσανατολισμού τις βασικές πηγές αξίας της μετοχής μιας εταιρείας, επιτρέποντας έτσι την κατασκευή εσωτερικά συνεπών εμπειρικά υποδειγμάτων αποτίμησης. Εξάλλου οι M-M (1961) υποστηρίζουν

² Williams J.B (1938)

ότι η προσέγγιση των επενδυτικών ευκαιριών είναι αυτή που εκφράζει καλύτερα την συμπεριφορά του τυπικού επενδυτή.

Για την παρουσίαση και καλύτερη κατανόηση της προσέγγισης είναι αναγκαία η εισαγωγή των παρακάτω εννοιών:

P_0 είναι η τρέχουσα τιμή της μετοχής της εταιρείας

e είναι το επίπεδο των σταθερών καθαρών κερδών ανά μετοχή, τα οποία αναμένονται από τα υπάρχοντα περιουσιακά στοιχεία της εταιρείας

R είναι το ποσό των καθαρών κερδών ανά μετοχή, το οποίο επανεπενδύεται ώστε να επιτευχθεί η G , όπου

G είναι η παρούσα αξία των κερδών ανά μετοχή, τα οποία αναμένονται από συγκεκριμένες ευκαιρίες για επενδύσεις κεφαλαίων σε υψηλότερους από το κανονικό βαθμούς απόδοσης,

d είναι τα αναμενόμενα μερίσματα από τις σταθερές ροές των κερδών και

k είναι το επιτόκιο κεφαλαιοποίησης

Για τους σκοπούς της ανάλυσης υιοθετούνται οι εξής (περιοριστικές) υποθέσεις:

α) η υπό εξέταση εταιρεία χρηματοδοτείται αποκλειστικά από τα ίδια κεφάλαιά της και ως εκ τούτου δεν έχει χρέη και

β) όλες οι παρούσες και μελλοντικές επενδύσεις είναι ομοιογενείς όσον αφορά την ποιότητα (κίνδυνο) των αποδόσεών τους, το δε επίπεδο αβεβαιότητας το οποίο συνεπάγεται αντανakλάται στο επιτόκιο κεφαλαιοποίησης k .

2.3 Ένα απλό Υπόδειγμα Μεγέθυνσης

Σύμφωνα με το υπόδειγμα αυτό, η εταιρεία έχει τη δυνατότητα επένδυσης σε περιορισμένες επενδυτικές ευκαιρίες, οι οποίες παρέχουν ένα βαθμό απόδοσης (r) ο οποίος είναι μεγαλύτερος του επιτοκίου κεφαλαιοποίησης k .

Η βασική υπόθεση του υποδείγματος είναι ότι η εταιρεία επανεπενδύει κάθε χρόνο ένα σταθερό ποσό των (σταθερών) κερδών της, το οποίο είναι ίσο με be ευρώ ανά μετοχή ($e_1 = e_2 = \dots = e_T = e$) όπου b είναι το ποσοστό παρακράτησης των κερδών.

Η προσέγγιση των επενδυτικών ευκαιριών θεωρεί ότι η τρέχουσα αξία της μετοχής της εταιρείας P_0 προκύπτει ως το άθροισμα δυο προεξοφλούμενων αξιών:

α) της παρούσας αξίας των σταθερών κερδών ανά μετοχή e , τα οποία αναμένονται από τα υπάρχοντα περιουσιακά στοιχεία της εταιρείας, προεξοφλούμενα στο διηνεκές, έστω ΠA_1 και

β) του αθροίσματος των καθαρών παρουσών αξιών των κερδών ανά μετοχή, τα οποία αναμένονται από τις μελλοντικές επενδυτικές ευκαιρίες, τις οποίες αξιοποιεί η εταιρεία έστω $K \Pi A_2$.

Η παρούσα αξία των σταθερών κερδών ανά μετοχή e , τα οποία αναμένονται από τα υπάρχοντα περιουσιακά στοιχεία της εταιρείας, προεξοφλούμενα στο διηνεκές είναι ίση με:

$$\Pi A_1 = \frac{e_1}{1+k} + \frac{e_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{e_T}{(1+k)^T} \quad (11)$$

Εξ υποθέσεως $e_1 = e_2 = \dots = e_T = e$ οπότε η παραπάνω σχέση γράφεται ως:

$$\begin{aligned} \Pi A_1 &= \frac{e}{1+k} + \frac{e}{(1+k)^2} + \dots + \frac{e}{(1+k)^T} = \\ &= e \left(\frac{1}{1+k} + \frac{1}{(1+k)^2} + \dots + \frac{1}{(1+k)^T} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

Ο εντός της αγκύλης όρος αποτελεί φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο με πρώτο όρο το $\frac{1}{1+k}$ και λόγο πάλι το $\frac{1}{1+k}$.

Δοθέντος ότι $\frac{1}{1+k} < 1$, ο εντός της αγκύλης όρος είναι ίσος με:

$$\frac{\frac{1}{1+k}}{1 - \frac{1}{1+k}} = \frac{1}{k} \quad (13)$$

και τελικά η σχέση (12) γράφεται:

$$\Pi A_1 = \frac{e}{k} \quad (14)$$

Η ακαθάριστη παρούσα αξία των κερδών ανά μετοχή G τα οποία αναμένονται από τις μελλοντικές επενδυτικές ευκαιρίες υπολογίζεται ως εξής: Η πρώτη επένδυση των be ευρώ ανά μετοχή επιφέρει εισροή επιπρόσθετων κερδών τα οποία είναι ίσα με ber ευρώ ανά μετοχή. Το ίδιο ποσό be ευρώ ανά μετοχή επενδύεται για κάθε ένα από τα επόμενα χρόνια το οποίο αποφέρει αντίστοιχα επιπρόσθετα κέρδη, τα οποία είναι ίσα με ber ευρώ ανά μετοχή.

Κάθε μια από τις ροές αυτές έχει μια παρούσα αξία η οποία είναι ίση με $\frac{ber}{k}$.

Τελικά προκύπτει μια σειρά επενδύσεων, κάθε μια από τις οποίες έχει μια ακαθάριστη παρούσα αξία ίση με $\frac{ber}{k}$ η οποία προεξοφλείται τη χρονική στιγμή την οποία έλαβε χώρα.

Η ακαθάριστη λοιπόν αξία G με βάση τα προαναφερθέντα είναι ίση με:

$$\begin{aligned} G &= \frac{\frac{ber}{k}}{1+k} + \frac{\frac{ber}{k}}{(1+k)^2} + \dots + \frac{\frac{ber}{k}}{(1+k)^T} = \\ &= \frac{ber}{k} \left(\frac{1}{1+k} + \frac{1}{(1+k)^2} + \dots + \frac{1}{(1+k)^T} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση (13) η προηγούμενη σχέση είναι ίση με:

$$G = \frac{\frac{ber}{k}}{k} = \frac{ber}{k^2} \quad (16)$$

ή δοθέντος ότι $r = mk$

$$G = \frac{bem}{k} \quad (17)$$

Για την αξιοποίηση των επενδυτικών ευκαιριών, οι οποίες αποφέρουν ακαθάριστη παρούσα αξία G ευρώ ανά μετοχή στην εταιρεία απαιτείται η επένδυση be ευρώ ανά μετοχή κάθε χρόνο.

Η παρούσα αξία των εκροών αυτών είναι ίση με:

$$G_0 = \frac{be}{1+k} + \frac{be}{(1+k)^2} + \dots + \frac{be}{(1+k)^T} \quad (18) \text{ η οποία τελικά είναι ίση με:}$$

$$G_0 = \frac{be}{k} \quad (19)$$

Με βάση τα προαναφερθέντα η καθαρά παρούσα αξία των κερδών ανά μετοχή τα οποία αναμένονται από τις μελλοντικές επενδυτικές ευκαιρίες τις οποίες αξιοποιεί η εταιρεία είναι ίση με:

$$ΚΠΑ_2 = \frac{bem}{k} - \frac{be}{k} \quad (20)$$

Η τρέχουσα αξία της μετοχής P_0 η οποία είναι ίση με το άθροισμα των δυο προεξοφλημένων αξιών ($P_0 = ΠΑ_1 + ΚΠΑ_2$) είναι ίση με:

$$P_0 = ΠΑ_1 + ΚΠΑ_2 = \frac{e}{k} + \frac{bem}{k} - \frac{be}{k} \quad (21)$$

$$P_0 = \frac{e(1-b)}{k} + \frac{bem}{k} \quad (22) \quad \text{ή}$$

$$P_0 = \frac{d}{k} + \frac{bem}{k} \quad (23)$$

Η τελευταία σχέση είναι ιδιαίτερου ενδιαφέροντος και αποτελεί την εκδοχή της αποτίμησης με βάση τα μερίσματα και τα κεφαλαιακά κέρδη. Σύμφωνα με την σχέση αυτή, οι δυο βασικές συνιστώσες της τρέχουσας τιμής της μετοχής είναι τα αναμενόμενα, από τις σταθερές ροές των κερδών μερίσματα και τα κεφαλαιακά κέρδη.

Το μέγεθος των κεφαλαιακών κερδών εξαρτάται από την ποσότητα των κεφαλαίων, τα οποία μπορούν να επενδυθούν σε υπάρχουσες επικερδείς ευκαιρίες (η οποία μετρείται με το b) καθώς επίσης και από την αποδοτικότητα των επενδύσεων αυτών. Στην πράξη, τα κεφαλαιακά κέρδη προσεγγίζονται με την μεταβλητή αύξηση των μερισμάτων ανά μετοχή.

Είναι όμως πιθανό η αγορά να αντλεί πληροφορίες για τα κεφαλαιακά κέρδη από τα παρακρατηθέντα κέρδη ανά μετοχή. Η αιτιολόγηση του γεγονότος αυτού είναι ότι οι εταιρείες παρακρατούν ένα τμήμα των συνολικών τους κερδών με σκοπό να χρηματοδοτήσουν επενδύσεις, οι οποίες πρόκειται να αποφέρουν νέα μερίσματα επιπλέον των τρεχόντων μερισμάτων.

Η προηγούμενη ανάλυση βασίστηκε σε δυο περιοριστικές υποθέσεις:

- α) ότι η εταιρεία χρησιμοποιεί αποκλειστικά ίδια κεφάλαια για την χρηματοδότηση των επενδύσεών της και
- β) ότι όλες οι παρούσες και μελλοντικές επενδύσεις είναι ομοιογενείς όσον αφορά την ποιότητα (κίνδυνο) των αποδόσεών τους.

Ωστόσο, στην πραγματικότητα η εταιρεία για να χρηματοδοτήσει τις επενδύσεις της καταφεύγει σε δανεισμό εκδίδοντας συνήθως χρεόγραφα σταθερού κόστους. Ο κίνδυνος των αναμενόμενων ροών των καθαρών λειτουργικών κερδών εξαρτάται από παράγοντες όπως: γενικές προσδοκίες αναφορικά με τις υπάρχουσες πολιτικές και οικονομικές τάσεις και εξελίξεις, προσδοκίες αναφορικά με τις συγκεκριμένες αγορές στις οποίες η εταιρεία αγοράζει πρώτες ύλες και εμπορεύεται τα προϊόντα της καθώς επίσης και από την ικανότητα της διοίκησης της εταιρείας να προσαρμόζεται στις διακυμάνσεις της αγοράς. Οι παράγοντες αυτοί επιδρούν και προσδιορίζουν το επίπεδο του επιχειρηματικού κινδύνου ο οποίος ενσωματώνεται στα καθαρά λειτουργικά κέρδη.

Ο επιχειρηματικός κίνδυνος λοιπόν αναφέρεται στην αδυναμία ακριβούς πρόβλεψης δραστηριοτήτων της εταιρείας όπως πωλήσεις, έξοδα και συνεπώς κέρδη συνήθως δε εκφράζεται από την μεταβλητότητα της απόδοσης μιας επένδυσης ή μιας ομάδας επενδύσεων. Ο επιπρόσθετος κίνδυνος ο οποίος προκαλείται από τη χρηματοδοτική πολιτική της εταιρείας ονομάζεται χρηματοοικονομικός κίνδυνος. Είναι προφανές ότι εάν η εταιρεία χρηματοδοτεί τις επενδύσεις της μόνο με μετοχικό κεφάλαιο τα κέρδη ανά μετοχή θα υπόκεινται μόνο στον επιχειρηματικό κίνδυνο.

Όπως είναι γνωστό, για ένα δεδομένο επίπεδο εισοδήματος, οι επενδυτές οι οποίοι αποστρέφονται τον κίνδυνο προτιμούν λιγότερο κίνδυνο. Επιπροσθέτως, για οποιοδήποτε επίπεδο κεφαλαιακής διάρθρωσης όσο μεγαλύτερη είναι η διακύμανση της κατανομής των δυνητικών κερδών τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα χρεοκοπίας της.

Για τους δυο προηγούμενους λόγους, η σταθερότητα της απόδοσης της μετοχής είναι ένα επιθυμητό χαρακτηριστικό και δεδομένων των άλλων παραγόντων σταθερών, η ύπαρξή του θα τείνει να αυξήσει την ζήτηση της μετοχής της συγκεκριμένης εταιρείας. Αναμένεται λοιπόν όπως ο επιχειρηματικός κίνδυνος να επιδρά αρνητικά στην διαμόρφωση της τιμής της μετοχής.

Η προηγηθείσα οικονομική ανάλυση υπαινίσσεται ότι η τιμή μιας μετοχής είναι συνάρτηση των εξής χρηματοοικονομικών μεταβλητών:

$$P = f(D, GR, VAR, LEV) \quad (24)$$

όπου

P είναι η τιμή της μετοχής,

D είναι το μέρισμα ανά μετοχή,

GR είναι η μεταβλητή αύξησης ή τα παρακρατηθέντα κέρδη,

VAR είναι ο επιχειρηματικός κίνδυνος και

LEV είναι ο χρηματοοικονομικός κίνδυνος

Αν πληρούνται οι υποθέσεις του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων (CAPM) η τιμή μιας μετοχής είναι συνάρτηση των εξής χρηματοοικονομικών μεταβλητών:

$$P = f(D, GR, SPR, BETA, LEV) \quad (25)$$

των ανεξάρτητων μεταβλητών είναι στατιστικά σημαντική. Ο συντελεστής R^2 δηλώνει το ποσοστό των διαφορών των δεικτών PE των εταιρειών το οποίο ερμηνεύεται από τις ανεξάρτητες μεταβλητές. Όπως φαίνεται και από το πρόσημο των συντελεστών ευαισθησίας των μεταβλητών, ο κίνδυνος της μετοχής όπως αποτυπώνεται στην τυπική απόκλιση των αποδόσεων επηρεάζει αρνητικά την αποτίμηση της μετοχής ενώ αντίθετα η αναμενόμενη ανάπτυξη των κερδών επηρεάζει θετικά την αποτίμηση της μετοχής.

Τέλος, το παραπάνω εκτιμημένο οικονομετρικό υπόδειγμα μας επιτρέπει να λάβουμε προβλέψεις για τον δείκτη PE των εξεταζόμενων εταιρειών. Έτσι, για παράδειγμα ο προβλεπόμενος λόγος PE για την εταιρεία Coca Cola προκύπτει εάν στην παραπάνω σχέση αντικαταστήσουμε την τυπική απόκλιση των αποδόσεων (0,3551) και την αναμενόμενη αύξηση των κερδών (0,19) της εταιρείας, δηλαδή:

$$\text{Προβλεπόμενο PE} = 20,87 - 63,98(0,3551) + 183,24(0,19) = 32,97$$

Στην συγκεκριμένη περίπτωση, επειδή το πραγματικό PE της εταιρείας είναι 44,33 η παραπάνω σχέση υποδηλώνει ότι η μετοχή είναι υπερτιμημένη δεδομένου του τρόπου με τον οποίο τιμολογείται ο κλάδος.

Εφαρμογή: «Z - Score»: Το μέτρο που αποκαλύπτει τις 2 όψεις του Χ.Α.Α.³

Οι θεωρητικοί της Χρηματοοικονομικής επιστήμης έχουν αναπτύξει σημαντικά υποδείγματα πρόβλεψης της χρεοκοπίας των εισηγμένων στις χρηματιστηριακές αγορές. Ίσως το σημαντικότερο από αυτά είναι το κριτήριο Z το οποίο αναπτύχθηκε το 1968 από τον καθηγητή Edward I. Altman.

Το συγκεκριμένο κριτήριο είναι ένας γραμμικός συνδυασμός πέντε επιμέρους δεικτών, με διαφορετικά ποσοστά συμμετοχής τα οποία έχουν προσδιορισθεί εκ των προτέρων από τον Καθηγητή Altman. Πιο συγκεκριμένα οι επιμέρους δείκτες είναι οι εξής: κεφάλαιο κίνησης / σύνολο ενεργητικού (X_1), παρακρατούμενα κέρδη / σύνολο ενεργητικού (X_2), κέρδη προ φόρων και

³ Η συγκεκριμένη εφαρμογή έχει δημοσιευθεί στην Καθημερινή στις 5 Δεκεμβρίου 2004 από τον συγγραφέα και τον φοιτητή Καραντζίκο Θ.

τόκων / σύνολο ενεργητικού (X_3), χρηματιστηριακή αξία μετοχών / σύνολο υποχρεώσεων (X_4) και πωλήσεις / σύνολο ενεργητικού (X_5).

Έτσι ο δείκτης Z διαμορφώνεται ως εξής:

$$Z = 1,2X_1 + 1,4X_2 + 3,3X_3 + 0,6X_4 + 0,999X_5 \quad (26)$$

Σύμφωνα με τον Altman, εταιρίες που έχουν z -score πάνω από 3,00 θεωρούνται υγιείς, ενώ όσες έχουν κάτω από 1,80 αντιμετωπίζουν ή θα αντιμετωπίσουν με σημαντικές πιθανότητες (80–90%) ενδεχόμενο πτώχευσης μέσα στα επόμενα δύο χρόνια. Εταιρίες των οποίων το συγκεκριμένο κριτήριο βρίσκεται ανάμεσα στο διάστημα 1,81 και στο 2,70 έχουν αρκετές πιθανότητες μέσα στα επόμενα δύο χρόνια από τη δημοσίευση του ισολογισμού τους να βρεθούν σε οικονομική δυσχέρεια. Τέλος, εταιρίες των οποίων ο δείκτης Z κυμαίνεται από 2,71 έως 2,99 πρέπει να λάβουν μέτρα ώστε να αποφύγουν μελλοντικά οικονομικά προβλήματα.

Στη παρούσα εφαρμογή παρουσιάζονται τα πρώτα αποτελέσματα μιας ενδιαφέρουσας μελέτης αναφορικά με την υπολογισμό του κριτηρίου Z για όλες τις εισηγμένες στο ΧΑΑ εταιρίες. Στην ανάλυση, η οποία αφορά τις λογιστικές καταστάσεις του έτους 2002, δεν περιελήφθησαν οι τραπεζικές, οι ασφαλιστικές και οι εταιρίες συμμετοχών, λόγω των ιδιομορφιών στην κατάρτιση του ισολογισμού τους. Στις παραπάνω εταιρίες ο δείκτης Z δεν έχει εφαρμογή.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης ήταν ιδιαίτερα διαφωτιστικά, αλλά και σε ένα βαθμό ανησυχητικά. Πιο συγκεκριμένα, το 40% των εταιριών που εξετάστηκαν, δηλαδή 91 σε σύνολο 228 εταιριών είχαν τιμή δείκτη Z κάτω από 1,8. Στον αντίποδα, μόλις 73 εταιρίες ή ποσοστό 32,01%, είχαν υγιή τιμή πάνω από το 3.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι ο δείκτης Z μπόρεσε να προβλέψει την μετέπειτα χρηματιστηριακή ή και οικονομική αρνητική πορεία ορισμένων εισηγμένων εταιρειών. Ειδικότερα, οι εταιρίες που βρίσκονται σήμερα υπό καθεστώς επιτήρησης ή υπό αναστολή διαπραγμάτευσης, παρουσίασαν το έτος 2002 εξαιρετικά χαμηλούς δείκτες Z . Τα στοιχεία που παρουσιάζονται στον πίνακα 7 είναι εξόχως διαφωτιστικά. Οι εταιρίες STABILTON, TEXNODOMH, DATAMEDIA, ΜΟΥΡΙΑΔΗΣ, ΙΝΤΕΡΣΑΤ, οι οποίες βρέθηκαν

εκ των υστέρων υπό αναστολή διαπραγμάτευσης, είχαν ιδιαίτερα χαμηλό δείκτη Z για το εξεταζόμενο έτος 2002, η τιμή του οποίου ήταν κάτω από τη μονάδα .

Αρκετές εταιρίες των οποίων τα οικονομικά προβλήματα έχουν αποκαλυφθεί σήμερα παρουσίαζαν χαμηλούς δείκτες Z στο παρελθόν. Όπως, όμως, προκύπτει από την προσεκτική επισκόπηση του πίνακα 7, η μεταβλητή Z «αδυνατεί» να προβλέψει την απόδοση της μετοχής την επόμενη χρονιά. Η έλλειψη πληροφόρησης για την πραγματική οικονομική κατάσταση των επιχειρήσεων, σε συνδυασμό με τις αδυναμίες της εγχώριας χρηματιστηριακής αγοράς, δημιούργησε τις παρατηρηθείσες αποκλίσεις μεταξύ της πραγματικής κατάστασης της εταιρίας και της χρηματιστηριακής της συμπεριφοράς. Τα παραδείγματα των ΚΛ. ΝΑΟΥΣΗΣ, της ΦΑΝΚΟ της ΒΙΟΣΩΛ και της OLYMPIC CATERING είναι ιδιαίτερα αποκαλυπτικά.

Όπως γίνεται εύκολα κατανοητό ο δείκτης Z ενσωματώνει σημαντικές πληροφορίες για το επενδυτικό κοινό, τους συμβούλους επενδύσεων αλλά και τους ευρύτερους φορείς της Κεφαλαιαγοράς. Όμως, όπως και κάθε άλλος δείκτης θα πρέπει να χρησιμοποιείται με πολλή προσοχή.

Πίνακας 7		
ΟΙ ΕΙΣΗΓΜΕΝΕΣ ΜΕ ΤΟ ΧΑΜΗΛΟΤΕΡΟ Z - SCORE		
ΕΤΑΙΡΙΑ	Z-score 2002	Απόδοση 2003
ΜΟΥΡΙΑΔΗΣ Α.Ε.	-2,93	2,00%
ΠΛΙΑΣ Α.Β.Ε.Ε.	-0,46	-52,69%
ΕΛΛΑΤΕΞ Α.Ε.	-0,11	-8,14%
ΠΕΤΖΕΤΑΚΙΣ	-0,08	79,71%
ΣΩΛΗΝΟΥΡΓΙΑ ΚΟΡΙΝΘΟΥ	-0,05	-7,76%
DATAMEDIA Α.Ε.	-0,01	6,94%
OLYMPIC CATERING	0,00	110,53%
ALFA ALFA ENERGY	0,03	-1,18%
ΜΙΝΩΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ Α.Ν.Ε.	0,08	81,48%
ΒΙΟΣΩΛ Α.Β.Ε.	0,10	86,36%
ΚΛΩΣΤΗΡΙΑ ΝΑΟΥΣΗΣ Α.Ε.	0,12	273,33%
Ν.Ε.Λ. Α.Ε.	0,23	6,15%
MICROLAND COMPUTERS	0,29	-33,80%
Ο. ΔΑΡΙΓΚ & ΣΙΑ	0,30	-41,67%
ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ Α.Ε.	0,39	23,24%
STABILTON Α.Ε.	0,44	-42,86%
ΦΑΝΚΟ Α.Ε.	0,46	46,82%
ΤΕΧΝΟΔΟΜΗ Α.Ε.	0,51	-9,09%
ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ Α.Τ.Ε.	0,51	-6,96%
INTERSAT	0,53	13,33%
ΣΠΥΡΟΣ ΤΑΣΟΓΛΟΥ	0,93	34,15%

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Βασικές στατιστικές έννοιες

3.1 Εισαγωγή

Προκειμένου να περιγράψουμε συνοπτικά τις αποδόσεις, τις τιμές ή τις συναλλαγές των διαφόρων περιουσιακών στοιχείων χρησιμοποιούμε μέτρα θέσεως ή αλλιώς κεντρικής τάσης (measures of location or central tendency), μέτρα διασποράς (measures of dispersion), μέτρα ασυμμετρίας (skewness) και μέτρα κύρτωσης (kurtosis).

Ο μέσος όρος ενός συνόλου παρατηρήσεων αποτελεί ένα συνοπτικό μέτρο της κεντρικής ή πιο συνηθισμένης τιμής. Τα μέτρα διασποράς δηλώνουν τον βαθμό συγκέντρωσης ή διασποράς των παρατηρήσεων γύρω από την μέση τιμή της κατανομής.

Τα μέτρα ασυμμετρίας εκφράζουν σε ποιο βαθμό οι διαθέσιμες παρατηρήσεις κατανέμονται συμμετρικά γύρω από την μέση τιμή ενώ τα μέτρα κύρτωσης μας πληροφορούν για τον βαθμό που μια κατανομή εμφανίζει υψηλή κορυφή (λεπτόκυρτη) ή χαμηλή σχετικά κορυφή (πλατύκυρτη).

Η χρήση όλων των παραπάνω μέτρων, όπως θα δούμε αναλυτικά στην συνέχεια του κεφαλαίου, είναι ζωτικής σημασίας στην προσπάθεια του χρηματοοικονομικού ερευνητή να προσεγγίσει και να ερμηνεύσει την συμπεριφορά των υπό εξέταση φαινομένων. Για παράδειγμα, η ύπαρξη ασυμμετρίας ή κύρτωσης στην κατανομή των παρατηρήσεων υποδεικνύει την παραβίαση μιας από τις σημαντικότερες υποθέσεις της χρηματοοικονομικής οικονομετρίας που είναι η υπόθεση της κανονικότητας.

Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε την έννοια των ροπών. Η ροπή k τάξης γύρω από μια ποσότητα A δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - A)^k}{n} \quad (27)$$

Εάν $A=0$ και $k=1$ τότε ο παραπάνω τύπος εκφράζει τον αριθμητικό μέσο. Έτσι ο αριθμητικός μέσος συχνά αποκαλείται ως η πρώτη ροπή γύρω από το μηδέν. Στην περίπτωση που το A είναι ο αριθμητικός μέσος και $k=2$ προκύπτει η δεύτερη ροπή γύρω από τον μέσο που είναι η γνωστή μας διακύμανση η οποία αποτελεί μέτρο διασποράς. Αντίστοιχα, εάν το A είναι ο αριθμητικός μέσος και $k=3$ προκύπτει η τρίτη ροπή γύρω από το μέσο η οποία μετράει την συμμετρία της κατανομής και αν $k=4$ θα έχουμε τον συντελεστή κύρτωσης.

Πίνακας 8
Υπολογισμός δειγματικών ροπών

Ροπή	Δειγματική ροπή
Μέσος	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
Διακύμανση	$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
Ασυμμετρία	$\hat{\zeta} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{(s^2)^{\frac{3}{2}}}$
Κύρτωση	$\hat{\kappa} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{(s^2)^2}$

Πίνακας 9
Ροπές διακριτών και συνεχών τυχαίων μεταβλητών

Παράμετρος	Διακριτή συνάρτηση πιθανότητας	Συνεχής συνάρτηση πιθανότητας
Μέσος	$EX = \sum_i x_i P(X = x_i)$	$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$
Διακύμανση	$VX = \sum (x_i - EX)^2 P(X = x_i)$	$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - EX)^2 f(x)dx$
Ασυμμετρία	$\varsigma = \frac{E(X - EX)^3}{(VX)^{\frac{3}{2}}}$	$\varsigma = \frac{E(X - EX)^3}{(VX)^{\frac{3}{2}}}$
Κύρτωση	$\kappa = \frac{E(X - EX)^4}{(VX)^2}$	$\kappa = \frac{E(X - EX)^4}{(VX)^2}$

3.2 Μέτρα θέσεως ή κεντρικής τάσης (Measures of central tendency)

3.2.1 Αριθμητικός Μέσος (Arithmetic mean)

Ο αριθμητικός μέσος, μιας σειράς παρατηρήσεων, ορίζεται ως το άθροισμα των επί μέρους τιμών X_i δια του αριθμού των παρατηρήσεων N :

$$\text{Αριθμητικός Μέσος} = \frac{\sum_i^N X_i}{N} \quad (28)$$

Αξίζει να αναφερθεί ότι ο αριθμητικός μέσος ενός πληθυσμού συμβολίζεται ως μ ενώ ο αριθμητικός μέσος ενός δείγματος συμβολίζεται ως $\bar{X}$. Θα πρέπει να

επισημανθεί ότι ο αριθμητικός μέσος χρησιμοποιείται με επιτυχία ως μέτρο της κεντρικής τιμής μόνον σε καταστάσεις όπου οι επί μέρους τιμές δεν παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις.

Παράδειγμα

Ένας φοιτητής συγκέντρωσε κατά την διάρκεια ενός ακαδημαϊκού έτους τους παρακάτω βαθμούς σε 10 μαθήματα: 6,5,7,8,6,7,5,9,10 και 9. Ο μέσος όρος της βαθμολογίας του συγκεκριμένο φοιτητή για το συγκεκριμένο έτος θα είναι ίσος με:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{6+5+7+8+6+7+5+9+10}{10} = 6,3$$

3.2.2 Γεωμετρικός μέσος (Geometric mean)

Ένα εναλλακτικό μέτρο μέσης τιμής τα οποίο χρησιμοποιείται συχνά για την προσέγγιση του μέσου ρυθμού ανάπτυξης μιας επένδυσης είναι ο γεωμετρικός μέσος. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι ένας χρηματιστηριακός δείκτης παρουσίασε τις παρακάτω ετήσιες αποδόσεις για 5 διαδοχικά έτη: +10%, +20%, +15%, -30%, +20%. Σε αυτή την περίπτωση ο απλός αριθμητικός μέσος θα ήταν +35/5=7%. Ωστόσο, εάν επενδύαμε 100 χρηματικές μονάδες στην αρχή του πρώτου έτους στον συγκεκριμένο δείκτη με συνεχή ανατοκισμό το συγκεκριμένο ποσό θα ήταν ίσο με: 110 (=100 x (1+10%)) στο τέλος του πρώτου έτους, 132 στο τέλος του δεύτερου έτους, 151,8, στο τέλος του τρίτου έτους, 106,26 στο τέλος του τέταρτου έτους και 127,51 στο τέλος του πέμπτου έτους. Έτσι εάν συγκρίνουμε τις 100 αρχικές χρηματικές μονάδες με τις 127,51 στο τέλος του πέμπτου έτους προκύπτει μια συνολική αύξηση της τάξης του 27,5% και εάν διαιρέσουμε τη συνολική αύξηση με τα 5 έτη προκύπτει μια μέση ετήσια αύξηση 5,5%. Είναι όμως σωστή η συγκεκριμένη απάντηση; Στην πραγματικότητα η συγκεκριμένη απάντηση είναι λανθασμένη. Αυτό που χρειαζόμαστε είναι ένα απλό μέτρο ρυθμού αύξησης το οποίο όταν επαναλαμβάνεται η φορές μετατρέπει την

αρχική αξία σε τελική αξία. Το σωστό μέτρο περιοδικού ρυθμού αύξησης προκύπτει από την χρήση του γεωμετρικού μέσου. Το κατάλληλο μέτρο για τον υπολογισμό του ετήσιου ρυθμού αύξησης για n έτη δίνεται μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\bar{X}_g = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n} - 1 \quad (29)$$

όπου οι μεταβλητές X_i ισούνται με $1+r$ και r είναι ο ρυθμός αύξησης. Χρησιμοποιώντας τα προηγούμενα δεδομένα ο γεωμετρικός μέσος ρυθμός αύξησης για 5 έτη θα είναι ίσος με:

$$\begin{aligned} \bar{X}_g &= \sqrt[5]{(1,1)x(1,2)x(1,15)x(0,7)x(1,2)} - 1 \\ &= 1,0498 - 1 = 4,98\% \end{aligned}$$

Παρατηρούμε λοιπόν ότι ο αριθμητικός μέσος υπερεκτιμά το μέσο ετήσιο ρυθμό αύξησης στο συγκεκριμένο παράδειγμα ενώ η χρήση του γεωμετρικού μέσου παρέχει το σωστό ρυθμό αύξησης.

3.2.3 Διάμεσος (median)

Ένα εναλλακτικό μέτρο θέσεως εκτός από τον μέσο το οποίο δεν είναι ευαίσθητο στις ακραίες τιμές του δείγματος είναι η διάμεσος. Η διάμεσος αποτελεί την μεσαία παρατήρηση σε ένα διατεταγμένο με αύξουσα σειρά δείγμα παρατηρήσεων.

Για παράδειγμα, προκειμένου να υπολογίσουμε την διάμεσο σε ένα δείγμα μη ταξινομημένων δεδομένων πρέπει πρώτα να τοποθετήσουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά. Εάν για παράδειγμα, θεωρήσουμε τα παρακάτω δεδομένα τα οποία αποτελούν τις ημερήσιες τιμές κλεισίματος μιας μετοχής για 15 ημέρες τότε η διάμεσος τιμή θα είναι ίση με την μεσαία παρατήρηση. Καθώς υπάρχουν 15 παρατηρήσεις η διάμεσος τιμή θα είναι η όγδοη παρατήρηση δηλαδή η τιμή 11. Εάν ο αριθμός των παρατηρήσεων ήταν ζυγός δεν θα υπήρχε ενδιάμεση παρατήρηση οπότε η μεσαία

παρατήρηση θα προέκυπτε προσθέτοντας τις δυο μεσαίες παρατηρήσεις και διαιρώντας το άθροισμα με 2. Σε αυτήν την περίπτωση θα προέκυπτε μια διάμεσος τιμή η οποία δεν θα υπήρχε στο πραγματικό δείγμα παρατηρήσεων.

Μη διατεταγμένο δείγμα: 10,12,9,8,10,15,14,12,11,10,12,12,10,12,11

Διατεταγμένο δείγμα: 8,9,10,10,10,10,11,**11**,12,12,12,12,12,14,15



διάμεσος

3.2.4 Επικρατούσα τιμή (mode)

Η επικρατούσα τιμή αποτελεί την τιμή της εξεταζόμενης μεταβλητής που εμφανίζεται πιο συχνά. Εάν θεωρήσουμε τις παρακάτω τιμές κλεισίματος μιας μετοχής για μια περίοδο 15 ημερών:

10,12,9,8,10,15,14,12,11,10,12,12,10,12,11 τότε η πιο συχνά εμφανιζόμενη παρατήρηση είναι η τιμή 12.

3.3 Μέτρα Διασποράς (Measures of dispersion)

3.3.1 Τυπική απόκλιση

Προκειμένου να αξιολογήσει ένας επενδυτής το επίπεδο κινδύνου μιας επένδυσης χρειάζεται ένα αξιόπιστο μέτρο. Πως μπορεί όμως να ποσοτικοποιηθεί ο κίνδυνος μιας επένδυσης? Οι επενδυτές ταυτίζουν την έννοια του κινδύνου με την πιθανότητα απώλειας μέρους του κεφαλαίου τους. Ωστόσο, οι επενδυτικές αποφάσεις λαμβάνονται πριν γίνει γνωστό το επενδυτικό αποτέλεσμα. Επομένως, η χρηματοοικονομική θεωρία προτείνει

όπως οι επενδυτές καταγράφουν τις ιστορικές αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων και καθορίζουν την πιθανότητα απώλειας. Η πιθανότητα απώλειας εξαρτάται από την μεταβλητότητα των αποδόσεων. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι το μέγεθος της μεταβλητότητας της χρηματιστηριακής αγοράς προσεγγίζεται από το ύψος των διακυμάνσεων των τιμών των μετοχών. Για παράδειγμα, εάν μια μετοχή έχει τιμή 30 ευρώ και η συγκεκριμένη τιμή δεν μεταβάλλεται τότε η συγκεκριμένη μετοχή θα εμφάνιζε μηδενική μεταβλητότητα. Με άλλα λόγια, δεν θα υπήρχε πιθανότητα απώλειας για έναν επενδυτή από την διακράτηση της συγκεκριμένης μετοχής. Ωστόσο, η μετοχή αυτή η οποία διαπραγματεύεται μόνιμα στη συγκεκριμένη τιμή εκτός από την απουσία πιθανότητας απώλειας θα εμφάνιζε και μηδενική προοπτική κέρδους. Εκείνο που αναζητούν οι επενδυτές, λοιπόν, είναι επενδυτικές ευκαιρίες οι οποίες προσφέρουν για δεδομένο επίπεδο κινδύνου την μέγιστη δυνατή απόδοση και για δεδομένη απόδοση εμφανίζουν τον ελάχιστο κίνδυνο.

Ένα πολύ κοινό μέτρο της μεταβλητότητας των αποδόσεων είναι η τυπική απόκλιση (σ) των αποδόσεων ενός περιουσιακού στοιχείου. Η τυπική απόκλιση εκφράζεται σε ποσοστιαία βάση και υπολογίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης της ετήσιας απόδοσης της επένδυσης. Ο τύπος για τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης είναι ο εξής:

$$\sigma_{it} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (r_{it} - \bar{r}_i)^2} \quad (30)$$

όπου:

r_{it} η απόδοση (ημερήσια, εβδομαδιαία, μηνιαία κ.λπ.) του περιουσιακού στοιχείου i , μέσα σε μια χρονική περίοδο,

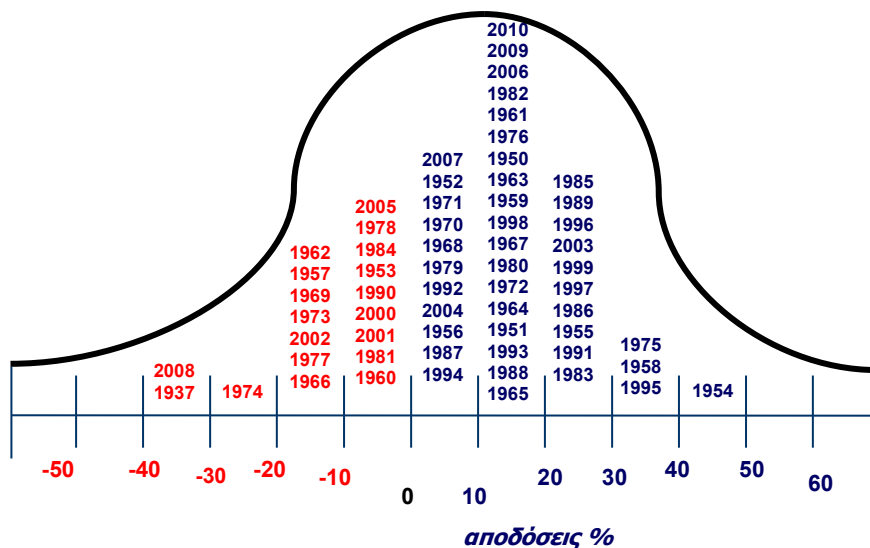
$\bar{r}_i$ η μέση απόδοση του περιουσιακού στοιχείου για την εξεταζόμενη χρονική περίοδο και

n ο αριθμός των παρατηρήσεων.

Η εξήγηση για το παραπάνω τύπο είναι σχετικά απλή: Η μεταβλητότητα των αποδόσεων ενός περιουσιακού στοιχείου προέρχεται από τις ανοδικές και καθοδικές κινήσεις της τιμής του συγκεκριμένου περιουσιακού στοιχείου. Το πρόβλημα των αρνητικών και θετικών αποκλίσεων οι οποίες αλληλοεξουδετερώνονται και το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε υποεκτίμηση του κινδύνου αντιμετωπίζεται υψώνοντας τις αποκλίσεις από την μέση απόδοση στο τετράγωνο και υπολογίζοντας στην συνέχεια την τετραγωνική ρίζα της συγκεκριμένης διαφοράς.

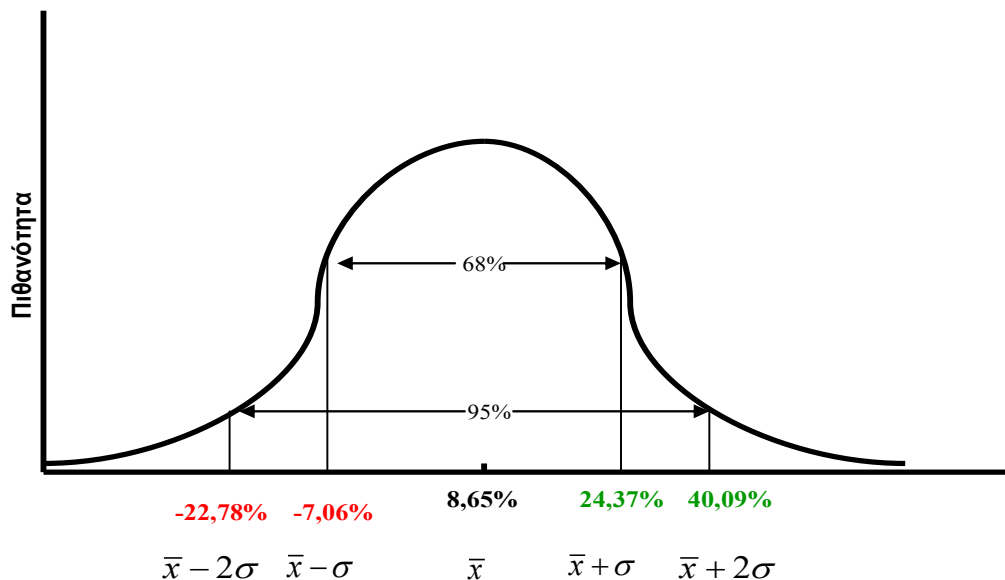
Διάγραμμα 6

Κατανομή των ετήσιων αποδόσεων του δείκτη Dow Jones σε ονομαστικές τιμές 1950-2010



Επεξεργασία στοιχείων: Ν Φίλιππας

Διάγραμμα 7
Κατανομή Αποδόσεων του Δείκτη Dow Jones Industrials
για την περίοδο 1930-2007 (ετήσια στοιχεία)

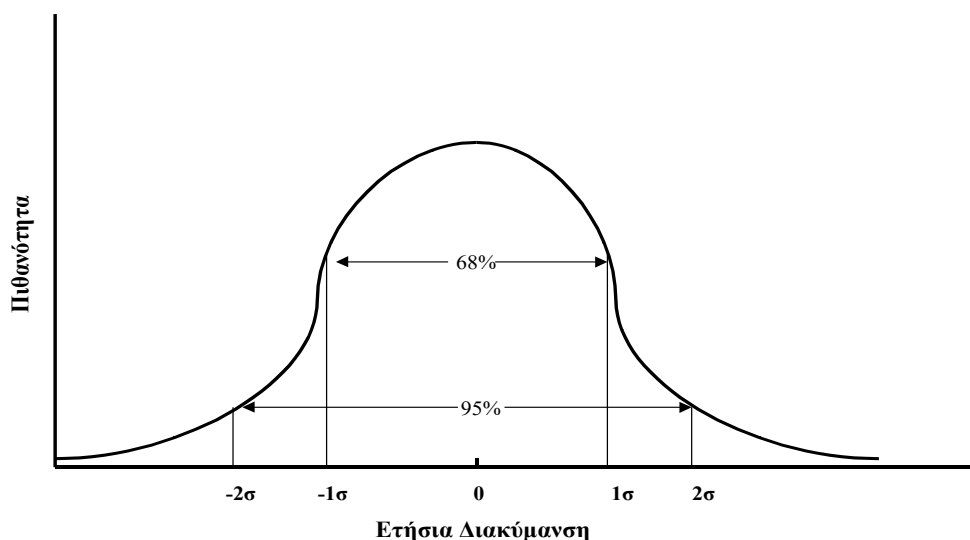


Πηγή: Φίλιππας Ν., 2010

Ας υποθέσουμε ότι οι αποδόσεις της χρηματιστηριακής αγοράς των ΗΠΑ για την περίοδο 1930-2007 είχαν, σε ετήσια βάση, τυπική απόκλιση 15,72% και μέσο 8,65%. Τί σημαίνουν τα στοιχεία αυτά στην πράξη; Εάν οι αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή, τότε σημαίνει ότι με πιθανότητα 68%, οι ετήσιες διακυμάνσεις της χρηματιστηριακής αγοράς θα βρίσκονται στο διάστημα (-7,06%, 24,37%) (μέσος ± 1 τυπική απόκλιση). Με άλλα λόγια, μια επένδυση € 100 σε μια τυπική μετοχή θα βρίσκεται, με πιθανότητα 68%, στο εύρος των τιμών 92,94 και 124,37. Με την ίδια συλλογιστική, η ίδια επένδυση με πιθανότητα 95% θα κυμαίνεται στα όρια των 77,22 – 140,09 (μέσος ± 2 τυπικές αποκλίσεις)-βλέπε διάγραμμα 7.

Διάγραμμα 8

Τυπική Απόκλιση των Αποδόσεων μιας Χρηματιστηριακής Αγοράς



Το πλεονέκτημα της τυπικής απόκλισης, ως μέτρο κινδύνου, είναι η άμεση σύγκριση εναλλακτικών επενδύσεων. Όμως, η χρησιμοποίηση της τυπικής απόκλισης, όπως και οποιωνδήποτε τεχνικών μέτρησης του κινδύνου, παρουσιάζει ορισμένους περιορισμούς. Η τυπική απόκλιση έχει νόημα μόνο όταν συγκρίνεται με τη μέση τιμή, στην οποία αντιστοιχεί. Επιπλέον, βασίζεται στην υπόθεση της κανονικής κατανομής, που σημαίνει ότι υπάρχουν ίσες διακυμάνσεις για κάθε πλευρά από τον μέσο της. Η υπόθεση αυτή συνήθως δεν πληρείται στις χρηματιστηριακές αγορές, οι οποίες δείχνουν μια γενική μακροπρόθεσμη ανοδική τάση.

Παρά τους προαναφερθέντες περιορισμούς, η τυπική απόκλιση χρησιμοποιείται ευρύτατα από τους επαγγελματίες του χώρου της Χρηματοοικονομικής.

Στον πίνακα 10 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι ετήσιες αποδόσεις του Dow Jones & DJ Wilshire 5000 για την αγορά των ΗΠΑ, ο δείκτης MSCI EAFE για τις ανεπτυγμένες αγορές, ο δείκτης αναδυόμενων αγορών της MSCI και τέλος

οι αποδόσεις του Χ.Α.Α σε όρους ευρώ και σε όρους δολλαρίου για την χρονική περίοδο 1988-2007. Ο χρηματιστηριακός δείκτης Dow Jones Industrial Average (DJIA) αποτελείται από 30 μετοχές, οι οποίες αποτελούν σχεδόν το 30% της συνολικής κεφαλαιοποίησης της Αμερικάνικης χρηματιστηριακής αγοράς. Ο συγκεκριμένος δείκτης μετοχών δημιουργήθηκε το 1884 περιλαμβάνοντας μόλις 11 μετοχές και πρόκειται για ένα σταθμισμένο με τη χρηματιστηριακή τιμή δείκτη. Ο Dow Jones Wilshire 5000 Composite Index αποτελεί το πιο ακριβές μέτρο προσέγγισης ολόκληρης της αμερικάνικης χρηματιστηριακής αγοράς. Ο δείκτης δημιουργήθηκε το 1974 από τον ιδρυτή της Wilshire Associates και πήρε το όνομά του από τις 5.000 μετοχές που τον απάρτιζαν. Σήμερα αποτελείται από μεταβλητό αριθμό μετοχών που αντιπροσωπεύουν τις αντίστοιχες μεταβολές του αριθμού των μετοχών που διαπραγματεύονται στις Η.Π.Α. Ο δείκτης MSCI EAFE (Europe, Australasia, Far East) υπολογίζεται ανελλιπώς από τις 31/12/1969 και περιλαμβάνει τις μετοχές που είναι εισηγμένες σε 21 ανεπτυγμένες χρηματιστηριακές αγορές εκτός από αυτές των ΗΠΑ και του Καναδά.

Πρόκειται για τον πιο γνωστό δείκτη διεθνών επενδύσεων ο οποίος είναι σταθμισμένος με βάση την χρηματιστηριακή αξία των μετοχών που τον απαρτίζουν. Τέλος, ο δείκτης MSCI Emerging Markets είναι ένας χρηματιστηριακός δείκτης σταθμισμένος με βάση την χρηματιστηριακή αξία και ο οποίος καλύπτει συνολικά 26 αναδυόμενες χρηματιστηριακές αγορές (emerging market). Ο συγκεκριμένος δείκτης αποτελεί ένα αξιόπιστο μέτρο επίδοσης των χρηματιστηριακών αγορών των αναδυόμενων αγορών σε παγκόσμια κλίμακα.

Από τα στοιχεία του πίνακα αξίζει να σημειωθεί ότι ο συνολικός κίνδυνος του ελληνικού χρηματιστηρίου σε όρους τυπικής απόκλισης (45,15%) είναι σχεδόν τριπλάσιος από τον αντίστοιχο του δείκτη Dow Jones (13,85%).

Πίνακας 10

Οι ετήσιες αποδόσεις των χρηματιστηρίων ανεπτυγμένων αγορών εμφανίζουν μικρότερη μεταβλητότητα από αυτή των αναπτυσσόμενων

	Dow Jones Industrial Average	DJ Wilshire 5.000	MSCI EAFE	MSCI Emerging Markets	Athens Stock Exchange	Athens Stock Exchange (\$)
1988	11.85%	18.00%	28.60%	34.90%	6.35%	-9.45%
1989	26.96%	29.10%	10.80%	59.20%	64.29%	66.59%
1990	-4.34%	-6.20%	-23.30%	-13.80%	102.86%	133.00%
1991	20.32%	34.30%	12.50%	56.00%	-13.12%	-14.96%
1992	4.17%	9.00%	-11.80%	9.10%	-16.97%	-25.19%
1993	13.72%	11.20%	32.90%	71.30%	42.59%	31.95%
1994	2.14%	-0.10%	8.10%	-8.70%	-9.36%	-0.31%
1995	33.45%	36.40%	11.60%	-6.90%	5.19%	9.85%
1996	26.01%	21.30%	6.40%	3.90%	2.13%	-0.22%
1997	22.64%	31.30%	2.10%	-13.40%	58.51%	39.45%
1998	16.10%	23.40%	20.30%	-27.50%	85.02%	97.37%
1999	25.22%	23.60%	25.30%	63.70%	101.31%	71.83%
2000	-6.18%	-10.90%	-15.20%	-31.80%	-40.66%	-44.41%
2001	-7.10%	-11.00%	-22.60%	-4.90%	-23.53%	-27.48%
2002	-16.76%	-20.90%	-17.50%	-8.00%	-32.53%	-20.49%
2003	25.32%	31.60%	35.30%	51.60%	29.46%	55.62%
2004	3.15%	12.50%	17.60%	22.50%	23.09%	32.64%
2005	-0.61%	6.40%	10.90%	30.30%	31.50%	14.12%
2006	16.29%	13.90%	23.47%	29.18%	19.93%	34.07%
2007	6.43%	3.94%	8.62%	36.48%	17.86%	30.68%
Μέση Απόδοση	10.94%	12.84%	8.20%	17.66%	22.70%	23.73%
Τυπική Απόκλιση	13.85%	16.60%	18.00%	32.02%	42.39%	45.15%
Μέγιστη Απόδοση	33.45%	36.40%	35.30%	71.30%	102.86%	133.00%
Ελάχιστη Απόδοση	-16.76%	-20.90%	-23.30%	-31.80%	-40.66%	-44.41%

Πηγή: Ν. Φίλιππας, 2008

Εφαρμογή⁴: «Μαύρη Δευτέρα και Μαύροι Κύκνοι»

Η ευκολία που τα “τοξικά απόβλητα” διοχετεύτηκαν σε όλα σχεδόν τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα ανά τον κόσμο, ανέδειξε την έλλειψη προστασίας και ελέγχου καθώς και τους νέους κινδύνους που ελλοχεύουν στα πλαίσια ενός παγκοσμιοποιημένου χρηματοπιστωτικού συστήματος.

⁴ Το συγκεκριμένο άρθρο δημοσιεύθηκε από τον συγγραφέα με τίτλο «Μαύρη Δευτέρα και Μαύροι Κύκνοι» στην Ελευθεροτυπία στο ένθετο Οικονομία στις 7/12/2008.

Σαν αποτέλεσμα των παραπάνω εξελίξεων, τους τελευταίους δεκαοχτώ μήνες γίναμε μάρτυρες μιας έντονης μεταβλητότητας όλων των χρηματιστηριακών αγορών, ακόμα και αυτών των πιο ανεπτυγμένων όπως αυτής της Νέας Υόρκης.

Η μεταβλητότητα αυτή είναι αποτέλεσμα ουσιαστικών αλλαγών στην φύση και στην δομή της χρηματιστηριακής αγοράς της Νέας Υόρκης, καθώς και μιας ριζικής αλλαγής της συμπεριφοράς των συμμετεχόντων. Οι αλλαγές αυτές καθιστούν εντυπωσιακά μη αναμενόμενες διαταραχές των αγορών χρήματος και κεφαλαίου ακόμα πιο πιθανές. Ενδεικτικό της μεταβλητότητας των τιμών των μετοχών είναι ότι ενώ κατά την δεκαετία του '50 και του '60 η ημερήσια μεταβολή των τιμών των μετοχών υπερέβαινε το 2% μόνο 3 ή 4 φορές το χρόνο, κατά το δεύτερο ήμισυ του 2007 μόνο, σημειώθηκαν 14 παρόμοιες ημερήσιες μεταβολές- 9 πτώσεις και 5 ανόδους- και το 2008 53 φορές - 31 πτώσεις και 22 ανόδους (διάγραμμα 9 και 10). Εάν λοιπόν προσπαθούσαμε να προβλέψουμε το μέλλον με βάση το παρελθόν η πιθανότητα εμφάνισης ακραίων ημερήσιων μεταβολών θα ήταν σχεδόν μηδενική.

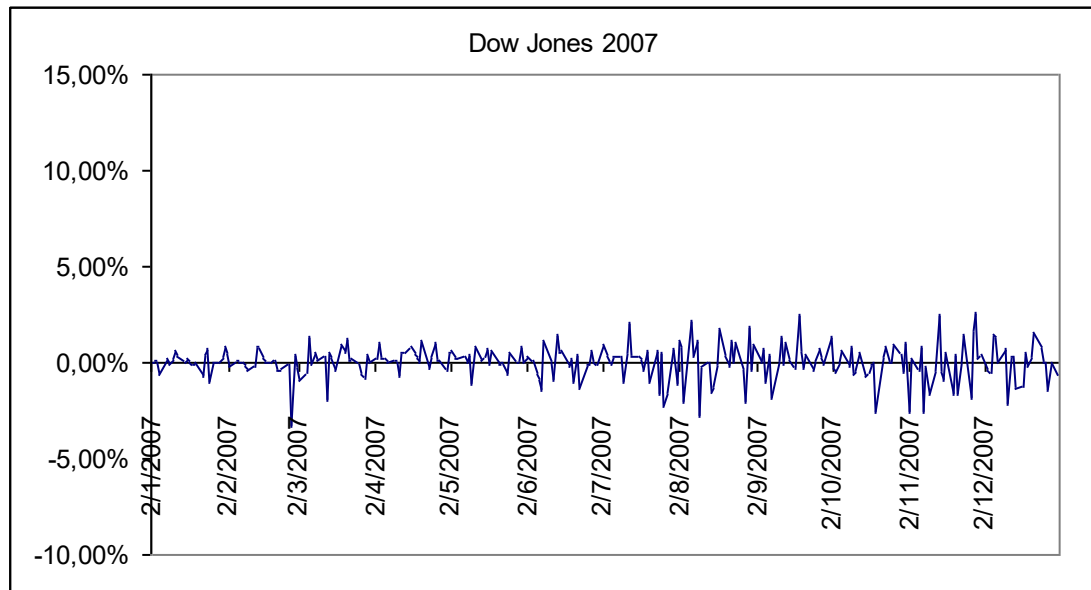
Σύμφωνα με τον John Bogle (2008), η 20^η επέτειος της Μαύρης Δευτέρας για το Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης αποτελεί μια ανεπανάληπτη ευκαιρία επανεκτίμησης του ρόλου του κινδύνου στις αγορές χρήματος και κεφαλαίου. Στις 19 Οκτωβρίου 1987 ο δείκτης Dow Jones υποχώρησε από τις 2246 μονάδες στις 1738, μια εντυπωσιακή ημερήσια πτώση περίπου 25%! Μερικές δεκαετίες πριν, στις 24 Οκτωβρίου 1929 μία μικρότερη πτώση κατά 13% του δείκτη, η οποία είναι γνωστή και ως Μαύρη Πέμπτη, αποδείχθηκε ιδιαίτερα προβλεπτική για την Μεγάλη Ύφεση που ακολούθησε.

Η εντυπωσιακά μεγάλη ημερήσια πτώση του 1987 συγκλόνισε σχεδόν όλους τους συμμετέχοντες στην αγορά, παρά το γεγονός ότι για ορισμένους έμπειρους επενδυτές δεν αποτέλεσε έκπληξη. Για παράδειγμα, ο Άλαν Γκρινμπεργκ, πρώην πρόεδρος της εταιρείας Bear Sterns, είχε δηλώσει κυνικά στις εφημερίδες για την Μαύρη Δευτέρα: «Τελικά υπάρχουν διακυμάνσεις στις αγορές και δεν καταλαβαίνω που είναι το νέο». Επιπλέον, ένα χρόνο πριν την Μαύρη Δευτέρα ο Bogle είχε επισημάνει στους αναλυτές της Vanguard ότι ακόμα και μια πτώση 100 μονάδων του δείκτη Dow –κάτι το

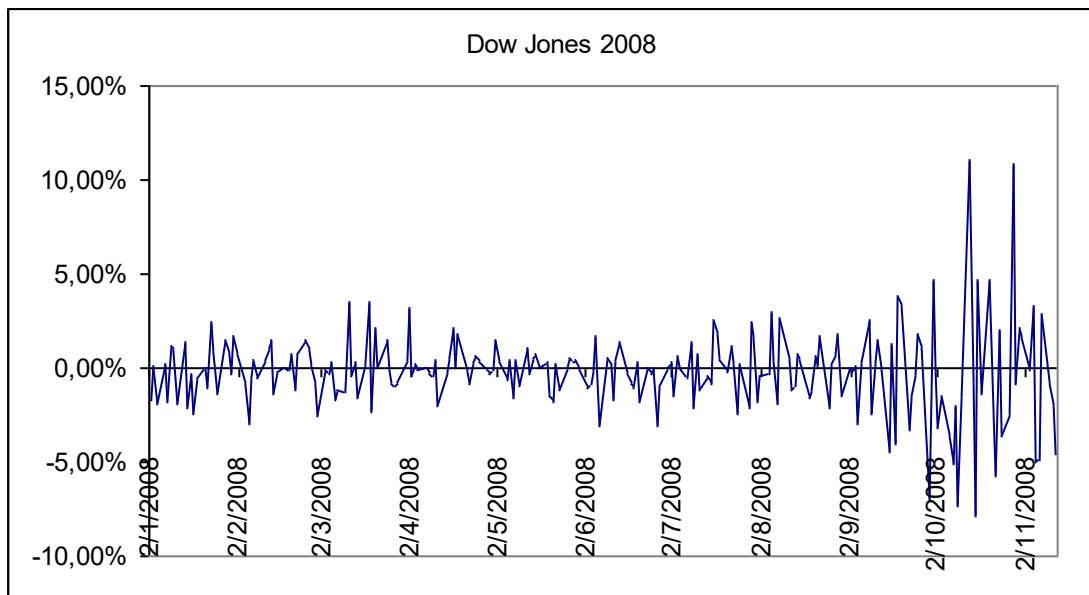
οποίο δεν είχε συμβεί ποτέ στο παρελθόν- ήταν πιθανό. Γιατί; Επειδή στην χρηματιστηριακή αγορά τελικά μπορεί να συμβεί οτιδήποτε.

Διάγραμμα 9

Ημερήσιες Αποδόσεις του Dow Jones Industrial Average 2007 και 2008



Διάγραμμα 10



Η κλασική προσέγγιση της χρηματοοικονομικής, σύμφωνα με την οποία εφαρμόζουμε τον νόμο των πιθανοτήτων στις αγορές είναι τελείως λανθασμένη. Πράγματι σύμφωνα με αυτά τα ακραία φαινόμενα που έχουμε βιώσει το τελευταίο διάστημα στις αγορές φθάνουμε στο αυτονόητο συμπέρασμα ότι το γεγονός ότι ένα συμβάν δεν έχει πραγματοποιηθεί ποτέ κατά το παρελθόν στις αγορές, δεν αποτελεί λόγο μη εμφάνισης του στο μέλλον. Όπως παρατηρεί εύστοχα ο Bogle, το γεγονός ότι μέχρι σήμερα οι μόνοι κύκνοι που έχουν παρατηρηθεί είναι άσπρου χρώματος δεν αποδεικνύει σε καμία περίπτωση ότι δεν υπάρχουν μαύροι κύκνοι.

Η Μαύρη Δευτέρα λοιπόν με την σπανιότητά της, με την ακρότητά της και την αναδρομική προβλεψιμότητά της ήταν ένας μαύρος κύκνος. Σε αντίθεση με την προηγούμενη Μαύρη Πέμπτη του 1929, τελικά η Μαύρη Δευτέρα δεν αποδείχθηκε προάγγελος αρνητικών γεγονότων. Αντιθέτως, οι αγορές γνώρισαν μεγάλη άνθηση στην εικοσαετία που ακολούθησε.

Αυτό που είναι ιδιαίτερα ανησυχητικό για τον Bogle είναι ότι παρά τις σοβαρές αλλαγές και την τρομακτική μεταβλητότητα των αγορών, οι επενδυτές παραμένουν αθεράπευτα αισιόδοξοι, θεωρώντας ότι οι παρελθούσες αποδόσεις θα επαναληφθούν και στο μέλλον...

3.3.2 Συντελεστής μεταβλητότητας

Η τυπική απόκλιση αποτελεί ένα απόλυτο μέτρο κινδύνου ενώ ένα πολύ χρήσιμο σχετικό μέτρο κινδύνου είναι ο συντελεστής μεταβλητότητας ο οποίος εκφράζει την σχέση απόδοσης και κινδύνου ενός περιουσιακού στοιχείου. Για τον υπολογισμό του συντελεστή μεταβλητότητας χρησιμοποιείται η παρακάτω σχέση:

$$CV = \frac{s}{\bar{X}} \quad (31)$$

όπου s είναι η τυπική απόκλιση μιας εξεταζόμενης μεταβλητής και $\bar{X}$ είναι ο δειγματικός μέσος της μεταβλητής αντίστοιχα

Στην περίπτωση που επιθυμούμε να υπολογίσουμε τον συντελεστή μεταβλητότητας ενός περιουσιακού στοιχείου θα χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω σχέση:

$$CV = \frac{\text{Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων}}{\text{Μέση Απόδοση}} \quad (32)$$

Ο συντελεστής μεταβλητότητας εκφράζει τον κίνδυνο ανά μονάδα μέσης απόδοσης μιας επένδυσης. Μικρές τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας είναι προτιμότερες καθώς υποδηλώνουν καλύτερη σχέση κινδύνου και απόδοσης. Ωστόσο, απαιτείται προσοχή στην χρήση του συγκεκριμένου μέτρου σχετικού κινδύνου καθώς στηρίζεται στην έννοια του απλού αριθμητικού μέσου των αποδόσεων.

Παράδειγμα

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα δίνονται οι ετήσιες αποδόσεις δυο μετοχών για μια περίοδο 5 ετών. Ζητείται να υπολογιστεί ο συντελεστής μεταβλητότητας για κάθε μετοχή καθώς και να αναλυθεί η χρησιμότητα του συγκεκριμένου μέτρου.

Απάντηση

Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του παρακάτω πίνακα προκύπτει

$$CV_1 = \frac{4,56 \text{ μονάδες}}{0,6 \text{ μονάδες}} = 7,60$$

$$CV_2 = \frac{3,11 \text{ μονάδες}}{-0,8 \text{ μονάδες}} = -3,89$$

Πίνακας 11

Έτος	Μετοχή 1	Μετοχή 2
1	4	3
2	2	-4
3	-2	2
4	5	-3
5	-6	-2
$\bar{X}$	0,6	-0,8
s	4,56	3,11
CV	7,60	-3,89

Ο συντελεστής μεταβλητότητας προσεγγίζει την σχετική μεταβλητότητα ενός συνόλου παρατηρήσεων και εκφράζεται ως καθαρός αριθμός απαλλαγμένος από μονάδες μέτρησης σε αντίθεση με την τυπική απόκλιση. Έτσι, ο συντελεστής μεταβλητότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την σύγκριση της σχετικής διασποράς δυο ή περισσότερων κατανομών οι οποίες εκφράζονται σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης καθώς και όταν διαφέρουν οι πραγματικοί μέσοι όροι των κατανομών.

3.4 Μέτρα συσχέτισης (Measures of association)

3.4.1 Συνδιακύμανση

Όπως θα δούμε και στην συνέχεια, στα πλαίσια της σύγχρονης θεωρίας χαρτοφυλακίου που θεμελιώθηκε και αναπτύχθηκε από τον Markowitz (1952, 1959) οι επενδυτές κατασκευάζουν χαρτοφυλάκια περιουσιακών στοιχείων με διαφορετικά χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης ανάλογα με τις προτιμήσεις τους απέναντι στον κίνδυνο. Σύμφωνα με τον Markowitz λοιπόν ο κίνδυνος που αντιμετωπίζουν οι επενδυτές αποτελείται αφενός από τον μεμονωμένο κίνδυνο των περιουσιακών στοιχείων που περιέχονται στο χαρτοφυλάκιο και αφετέρου από την συνδιακύμανση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων του χαρτοφυλακίου.

Το συγκεκριμένο μέτρο προσεγγίζει το βαθμό στον οποίο οι αποδόσεις μεταξύ διαφορετικών περιουσιακών στοιχείων κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση (ανοδικά ή καθοδικά).

Γενικά η συνδιακύμανση μεταξύ δυο μεταβλητών X και Y δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n-1} \quad (33)$$

όπου $\bar{X}$, $\bar{Y}$ είναι η μέση τιμή των μεταβλητών X και Y αντίστοιχα

Η συνδιακύμανση δυο οποιοδήποτε περιουσιακών στοιχείων i και j υπολογίζεται με την βοήθεια της παρακάτω σχέσης:

$$\text{Συνδιακύμανση}_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^N (\text{Απόδοση}_{it} - \text{ΜέσηΑπόδοση}_i) \times (\text{Απόδοση}_{jt} - \text{ΜέσηΑπόδοση}_j)}{N} \quad (34)$$

όπου i & j είναι διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία.

3.4.2 Συντελεστής συσχέτισης του Pearson

Εκτός από την συνδιακύμανση ένα ακόμα χρήσιμο μέτρο της ομόρροπης κίνησης δυο μεταβλητών αποτελεί το στατιστικό κριτήριο του συντελεστή συσχέτισης(ρ_{ij}).

Ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης μεταξύ δυο οποιοδήποτε μεταβλητών X και Y υπολογίζεται μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\rho_{XY} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (35)$$

όπου

$\text{cov}(X,Y)$ η συνδιακύμανση των μεταβλητών X, Y

και σ_X, σ_Y η τυπική απόκλιση των μεταβλητών X και Y αντίστοιχα

Όταν πρόκειται για οποιαδήποτε δυο περιουσιακά στοιχεία ισχύει αντίστοιχα:

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}_{ij}}{\sigma_i \times \sigma_j} \quad (36)$$

όπου

cov_{ij} είναι η συνδιακύμανση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων i και j

σ_i, σ_j είναι η τυπική απόκλιση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων i και j αντίστοιχα

Ο συντελεστής συσχέτισης αποτελεί ένα σχετικό μέτρο ομόρροπης γραμμικής κίνησης δυο μεταβλητών και κυμαίνεται μεταξύ του -1 και 1. Συντελεστές συσχέτισης κοντά στη μονάδα (+1) υποδηλώνουν ισχυρή, παράλληλη και ομόρροπη κίνηση μεταξύ των εξεταζομένων μεταβλητών, ενώ τιμές κοντά στο -1, δείχνουν ισχυρή, παράλληλη, αλλά αντίθετης κατεύθυνσης κίνηση. Τέλος,

τιμές του ρ κοντά στο μηδέν, υποδηλώνουν ότι οι δύο υπό εξέταση μεταβλητές κινούνται ανεξάρτητα η μία από την άλλη. Οι επενδυτές που επιθυμούν τα οφέλη της διαφοροποίησης αναζητούν επενδύσεις με υψηλές αναμενόμενες αποδόσεις οι οποίες συσχετίζονται αρνητικά.

Εφαρμογή: Διαφοροποίηση χαρτοφυλακίου με την χρήση του συντελεστή συσχέτισεως

Για την κατανόηση της διαδικασίας της διαφοροποίησης κατά Markowitz⁵, απαιτείται η εισαγωγή ορισμένων βασικών εννοιών όπως αυτές της αναμενόμενης απόδοσης και του κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

Ας υποθέσουμε για λόγους απλούστευσης της ανάλυσης, ότι το χαρτοφυλάκιό μας αποτελείται μόνον από δύο μετοχές μόνο. Έστω X_i ($i = 1,2$) το ποσοστό των χρημάτων που θα επενδυθούν στη μετοχή i και $E(R_i)$ η αναμενόμενη απόδοσή της.

Ως γνωστό, η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μας $E(R_p)$, θα είναι ίση με:

$$E(R_p) = X_1 \times E(R_1) + X_2 \times E(R_2) = \sum_{i=1}^2 X_i \times E(R_i) \quad (37)$$

$$X_1 + X_2 = 1 \quad (38)$$

Ο δε κίνδυνος του χαρτοφυλακίου δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$Var(R_p) = X_1^2 \times Var(R_1) + X_2^2 \times Var(R_2) + 2 \times X_1 \times X_2 \times Cov(R_1, R_2) \quad (39)$$

όπου $Var(R_i)$ είναι η διακύμανση (κίνδυνος) των αποδόσεων της μετοχής i και $Cov(R_1, R_2)$ είναι η συνδιακύμανση των αποδόσεων των μετοχών 1 και 2.

Είναι γνωστό από τη Στατιστική ότι η συνδιακύμανση δύο μεταβλητών $Cov(R_1, R_2)$ δίνεται από την παρακάτω σχέση:

⁵ Markowitz (1952, '1959)

$$\text{cov}(R_1, R_2) = \rho_{1,2} \times \sigma_1 \times \sigma_2 \quad (40)$$

όπου $\rho_{1,2}$ = ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient) και σ_1 και σ_2 είναι οι τυπικές αποκλίσεις των αποδόσεων των μετοχών 1 και 2 και είναι απλά οι τετραγωνικές ρίζες των αντίστοιχων διακυμάνσεων τους. Αντικαθιστώντας την σχέση (40) στην (39), προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$\text{var}(R_p) = x_1^2 \times \text{var}(R_1) + x_2^2 \times \text{var}(R_2) + 2 \times x_1 \times x_2 \times \rho_{1,2} \times \sigma_1 \times \sigma_2 \quad (41)$$

Η επισκόπηση της σχέσης (41) αποκαλύπτει ότι, όσο μεγαλύτερη είναι η συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών που περιέχονται στο χαρτοφυλάκιο τόσο μεγαλύτερος καθίσταται ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου.

Αν όμως ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των μετοχών 1 και 2 είναι μηδέν, τότε ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου γίνεται:

$$\text{Var}(R_p) = X_1^2 \times \text{Var}(R_1) + X_2^2 \times \text{Var}(R_2) \quad (42)$$

Τέλος, εάν ο συντελεστής συσχέτισης είναι αρνητικός, ο συνολικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου γίνεται ακόμα πιο μικρός.

Τα παραπάνω θα γίνουν κατανοητά με τη χρήση ενός παραδείγματος.

Έστω, λοιπόν, τα παρακάτω χαρακτηριστικά δύο μετοχών:

	Απόδοση	Τυπική Απόκλιση (σ)	Διακύμανση (σ ²)
Μετοχή 1	0,15	0,4	0,16
Μετοχή 2	0,10	0,3	0,09

Ας υποθέσουμε επιπλέον ότι τοποθετούμε το 60% των χρημάτων μας (X_1) στη μετοχή 1 και το υπόλοιπο 40% (X_2) στη μετοχή 2.

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει: $X_1 + X_2 = 1$

Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου μας θα είναι:

$$R_p = 0,6 \times 0,15 + 0,4 \times 0,10 = 0,13$$

ο δε κίνδυνός του θα είναι ίσος με:

$$\begin{aligned} Var(R_p) &= X_1^2 \times Var(R_1) + X_2^2 \times Var(R_2) + 2 \times X_1 \times X_2 \times \rho_{1,2} \times \sigma_1 \times \sigma_2 = \\ &= 0,36 \times 0,16 + 0,16 \times 0,09 + 2 \times 0,60 \times 0,40 \times 0,40 \times 0,30 \times \rho_{1,2} \\ &= 0,072 + 0,058 \times \rho_{1,2} \end{aligned}$$

Ας εξετάσουμε τώρα τις τρεις ακραίες καταστάσεις, όπου ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τις τιμές: +1, 0, -1.

Περίπτωση 1^η : $\rho_{12} = +1$

Στην περίπτωση αυτή, η διακύμανση του χαρτοφυλακίου λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της (0,13). Παρατηρούμε ότι η διακύμανση του χαρτοφυλακίου είναι ίση με τη διακύμανση των επί μέρους μετοχών. Είναι φανερό ότι η διαφοροποίηση στην περίπτωση αυτή, δεν προκαλεί μείωση του κινδύνου του χαρτοφυλακίου.

Περίπτωση 2^η : $\rho_{12} = 0$

Στην περίπτωση αυτή, η διακύμανση του χαρτοφυλακίου μειώνεται δραστικά και παίρνει την τιμή 0,072. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η διαφοροποίηση στην περίπτωση αυτή, μειώνει πράγματι τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου δραστικά και ως εκ τούτου ενδείκνυται.

Περίπτωση 3^η : $\rho_{12} = -1$

Στην ακραία αυτή περίπτωση, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου σχεδόν μηδενίζεται (0,01)!!!

Φυσικά, πρέπει να σημειώσουμε ότι τέλεια αρνητική συσχέτιση μεταξύ αποδόσεων μετοχικών τίτλων είναι κάτι παραπάνω από σπάνια. Μελέτες στο χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης αλλά και αλλού, έχουν δείξει ότι οι μετοχές

γενικά κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση και σπάνια παρουσιάζουν σημαντικά αρνητικούς συντελεστές συσχέτισης.

Εφαρμογή: Διερεύνηση ύπαρξης επικαλύψεων στα πλαίσια χαρτοφυλακίων A/K

Στον πίνακα 12 που ακολουθεί παρουσιάζονται οι συσχετίσεις των μηνιαίων αποδόσεων 4 δεικτών FTSE 20, FTSE 40, FTSE 80 και FTSE 140 της ελληνικής χρηματιστηριακής αγοράς για μια συγκεκριμένη πρόσφατη χρονική περίοδο πέντε ετών, 30/4/2003-30/4/2008. Απο τα στοιχεία του πίνακα παρατηρούμε ότι υπάρχει μια έντονη θετική σχέση μεταξύ των αποδόσεων των δεικτών γεγονός που υποδηλώνει πως εάν ένα A/K επενδύει σε μετοχές των συγκεκριμένων δεικτών ενδεχομένως να αντιμετωπίζει το πρόβλημα επικαλυπτόμενων περιουσιακών στοιχείων. Για παράδειγμα, εάν μια ΑΕΔΑΚ προσφέρει μια οικογένεια A/K τα οποία επενδύουν στον δείκτη FTSE 20, FTSE 40, FTSE 80 και FTSE 140 αντίστοιχα τότε ένας επενδυτής εφόσον επιλέξει κάποια από τα συγκεκριμένα A/K δεν θα έχει επιτύχει αποτελεσματική διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου του σύμφωνα με την κλασική θεωρία χαρτοφυλακίου.

Πίνακας 12
Συσχετίσεις αποδόσεων δεικτών FTSE
για την χρονική περίοδο 30/4/2003-30/4/2008

	ATHX140	FTASE20	FTASE40	FTASE80
ATHX140	1.00	0.99	0.91	0.80
FTASE20	0.99	1.00	0.85	0.72
FTASE40	0.91	0.85	1.00	0.87
FTASE80	0.80	0.72	0.87	1.00

3.4.3 Συντελεστής συσχέτισης κατατάξεων του Spearman (1904)

Ένα ακόμα χρήσιμο κριτήριο ελέγχου της συσχέτισης μεταξύ δυο μεταβλητών είναι ο συντελεστής συσχέτισης του Spearman (1904). Ο συντελεστής συσχέτισης κατατάξεων είναι κατάλληλο κριτήριο στατιστικού ελέγχου συσχέτισης μεταβλητών, οι οποίες τοποθετούνται κατά αύξουσα (ή φθίνουσα) σειρά. Το κριτήριο αυτό δίνεται από τον τύπο:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)} \quad (43)$$

όπου:

n: ο αριθμός των παρατηρήσεων

d: η διαφορά της κατάταξης της απόδοσης ή του κινδύνου των A/K μεταξύ των περιόδων 1 και 2.

Τα όρια τιμών του συντελεστή αυτού είναι τα ίδια με του απλού συντελεστή συσχέτισης ($-1 < r_s < 1$). Επίσης παρόμοια είναι και η ερμηνεία του συντελεστή. Έτσι, αν ο συντελεστής αυτός τείνει στο -1 οι δυο εξεταζόμενες μεταβλητές συσχετίζονται αρνητικά, ενώ αν τείνει στο +1 συσχετίζονται θετικά.

Τέλος, εάν ο συντελεστής τείνει στο μηδέν, οι δυο μεταβλητές είναι ασυσχέτιστες.

Για τον έλεγχο της στατιστικής σημαντικότητας του συντελεστή του Spearman, απαιτείται ο υπολογισμός της παρακάτω στατιστικής t:

$$t_{r_s} = \frac{r_s \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_s^2}} \quad (44)$$

και η σύγκρισή του με την αντίστοιχη θεωρητική με n-2 βαθμούς ελευθερίας.

Εφαρμογή: Έλεγχος επαναληπτικότητας επίδοσης μετοχικών Α/Κ εσωτερικού

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι απλές αποδόσεις 12 μετοχικών Α/Κ εσωτερικού σε δυο διαδοχικές περιόδους 2000-3/2003 η οποία χαρακτηρίζεται από έντονη πτώση των τιμών των μετοχών (bear market) και 4/2003-2008 η οποία χαρακτηρίζεται από αντίστοιχη έντονη ανοδική τάση στην χρηματιστηριακή αγορά (bull market).

Πίνακας 13
Απλές αποδόσεις μετοχικών Α/Κ εσωτερικού

Αμοιβαίο Κεφάλαιο	2000-3/2003	4/2003-2008
1 HSBC (Αναπτυξιακό Μετοχών Εσωτ)	-67,63%	87,24%
2 Marfin ΟΛΥΜΠΙΑ (Αναπτυξιακό Μετοχών Εσωτ)	-69,88%	38,11%
3 ALPHA TRUST (Αναπτυξιακό Μετοχικό Εσωτ)	-81,18%	87,95%
4 ALPHA Μετοχικό Εσωτερικού	-75,66%	36,19%
5 INTERAMERICAN Δυναμικό Α/Κ Μετοχικό Εσωτ	-71,21%	15,50%
6 ALPHA Blue Chips Α/Κ Μετοχικό Εσωτερικού	-69,22%	31,38%
7 ING ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α/Κ Μετοχικό Εσωτ	-72,47%	11,21%
8 ΔΗΛΟΣ (Blue Chips Μετοχικό Εσωτ)	-75,58%	31,27%
9 ΕΡΜΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟ Μετοχών Εσωτερικού	-75,94%	37,92%
10 ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΠΙΣΤΗ (Αναπτυξιακό Μετοχικό Εσωτ)	-71,80%	20,61%
11 PROTON Μετοχικό Εσωτερικού	-68,30%	11,26%
12 Α/Κ ΑΤΕ Μετοχικό Εσωτερικού	-74,00%	21,39%
Γενικός Δείκτης Χ.Α.Α.	-74,31%	21,75%

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης εφαρμογής θα επιχειρήσουμε να διερευνήσουμε την ύπαρξη συσχέτισης μεταξύ των κατατάξεων των Α/Κ χρησιμοποιώντας το συντελεστή συσχέτισης κατατάξεων του Spearman (1904). Με άλλα λόγια, ενδιαφερόμαστε να εξετάσουμε την ύπαρξη τάσης των καλών ή κακών διαχειριστών να επαναλαμβάνουν τις καλές ή κακές επιδόσεις διαχρονικά. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό στη σχετική βιβλιογραφία ως επαναληπτικότητα της επίδοσης των διαχειριστών Α/Κ. Εάν λοιπόν εντοπίσουμε θετική συσχέτιση μεταξύ των κατατάξεων αυτό θα σήμαινε ότι οι καλοί (κακοί) διαχειριστές της πρώτης περιόδου παραμένουν καλοί (κακοί) και την επόμενη ενώ εάν προκύψει αρνητική συσχέτιση τότε έχουμε αντιστροφή της επίδοσης οι καλοί (κακοί) διαχειριστές της πρώτης περιόδου μετατρέπονται σε κακούς (καλούς) την δεύτερη. Για τον συγκεκριμένο έλεγχο θα χρησιμοποιήσουμε το συντελεστή συσχέτισης του Spearman. Το κριτήριο αυτό δίνεται από τον τύπο:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

όπου:

n: ο αριθμός των παρατηρήσεων

$d_i = X_i - Y_i$: η διαφορά της κατάταξης των Α/Κ μεταξύ των περιόδων 1 και 2.

Στο πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι κατατάξεις των Α/Κ με βάση την απλή απόδοση στις δυο υπό εξέταση περιόδους. Στην προτελευταία στήλη του πίνακα έχουμε υπολογίσει τις τιμές για την μεταβλητή $d_i = X_i - Y_i$ και χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα και εάν θεωρήσουμε $n=12$ προκύπτει ότι τιμή του συντελεστή συσχέτισης κατατάξεων του Spearman είναι:

$$r_s = 1 - \frac{6 \times 350}{12 \times (144 - 1)} = 1 - 1,22 = -0,22$$

Πίνακας 14

Κατατάξεις μετοχικών Αμοιβαίων Κεφαλαίων σε δυο διαδοχικές χρονικές περιόδους

A/A	Κατάταξη περιόδου 2000- 3/2003 (X _i)	Κατάταξη περιόδου 4/2003- 2008 (Y _i)	D _i =X _i -Y _i	D _i ²
1	1	2	-1	1
2	2	11	-9	81
3	3	6	-3	9
4	4	3	1	1
5	5	10	-5	25
6	6	9	-3	9
7	7	12	-5	25
8	8	8	0	0
9	9	7	2	4
10	10	5	5	25
11	11	4	7	49
12	12	1	11	121
				$\sum D_i^2 = 350$

Η τιμή του συντελεστή συσχέτισης του Spearman δηλώνει αρχικά την ύπαρξη μιας αρνητικής σχέσης μεταξύ των κατατάξεων για τις δυο διαδοχικές περιόδους.

Ωστόσο μπορούμε να ελέγξουμε εάν το παραπάνω αποτέλεσμα είναι στατιστικά σημαντικό υπολογίζοντας την παρακάτω στατιστική t και συγκρίνοντας την τιμή αυτή με την αντίστοιχη θεωρητική με n-2 βαθμούς ελευθερίας.

$$t_{r_s} = \frac{r_s \sqrt{n-2}}{\sqrt{(1-r_s^2)}} = \frac{-0,22 \times \sqrt{12}}{\sqrt{(1-(0,22)^2)}} = -0,78$$

επειδή η συγκεκριμένη τιμή του t_{r_s} δεν υπερβαίνει την τιμή 2 σε απόλυτες τιμές συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική σχέση μεταξύ των κατατάξεων των Α/Κ των δυο υπό εξέταση περιόδων.

3.5 Πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης

Συχνά, η συνδιακύμανση μεταξύ διαφορετικών μεταβλητών ανά ζεύγη απεικονίζεται σε έναν πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης. Για παράδειγμα, ο πίνακας που ακολουθεί απεικονίζει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς συνδιακυμάνσεων για τρία διαφορετικά περιουσιακά στοιχεία.

Πίνακας 15

Πίνακας συνδιακυμάνσεων δυο περιουσιακών στοιχείων

	X	Y	Z
X	xx	xy	xz
Y	yx	yy	yz
Z	zx	zy	zz
	X	Y	Z
X	xx		
Y	yx	yy	
Z	zx	zy	zz

Τα πιθανά ζεύγη των τριών περιουσιακών στοιχείων στο παραπάνω παράδειγμα είναι XX,XY,XZ,YX,YY,YZ,ZX,ZY και ZZ. Στον παραπάνω πίνακα οι συνδιακυμάνσεις απεικονίζονται με μικρά γράμματα. Έτσι η συνδιακύμανση μεταξύ των περιουσιακών στοιχείων X και Y είναι xy. Παρατηρούμε ότι η συγκεκριμένη συνδιακύμανση είναι ίδια με την yx. Με άλλα λόγια, όλες οι συνδιακυμάνσεις που βρίσκονται κάτω και αριστερά από την κυρία διαγώνιο είναι ίδιες με αυτές που είναι πάνω και δεξιά από την κύρια διαγώνιο. Οι συνδιακυμάνσεις που βρίσκονται πάνω στην κύρια διαγώνιο απεικονίζουν την συνδιακύμανση κάθε περιουσιακού στοιχείου με τον εαυτό του. Η συνδιακύμανση μιας μεταβλητής με τον εαυτό της αποτελεί την διακύμανση της μεταβλητής. Για την απόδειξη της παραπάνω πρότασης εφαρμόζουμε τον γνωστό τύπο της συνδιακύμανσης για ένα περιουσιακό στοιχείο με τον εαυτό του.

$$\text{cov}_{xx} = \frac{\sum (X_i - \bar{X}) \times (X_i - \bar{X})}{n-1} \quad (45)$$

Ο αριθμητής της παραπάνω σχέσης ισούται όπως είναι προφανές με $(X_i - \bar{X})^2$ οπότε η παραπάνω εξίσωση μετατρέπεται τελικά σε:

$$\text{cov}_{XX} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \sigma^2_X \quad (46)$$

η οποία είναι η γνωστή σχέση για την διακύμανση.

3.6 Η έννοια του *Downside/Upside Risk*

Σχεδόν μισό αιώνα πριν, ο Markowitz (1952) έθεσε τις βάσεις της σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου (Modern Portfolio Theory) η οποία αναφέρεται στην ποσοτικοποίηση της σχέσης απόδοσης/κινδύνου για την κατασκευή χαρτοφυλακίων με άριστα χαρακτηριστικά κινδύνου και απόδοσης. Το οικοδόμημα όμως της σύγχρονης Θεωρίας Χαρτοφυλακίου στηρίζεται σε δυο βασικές μεν, αλλά περιοριστικές υποθέσεις: 1) οι επενδυτές ενδιαφέρονται για την μέση τιμή, την διακύμανση και συνδιακύμανση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων 2) οι αποδόσεις όλων των αξιογράφων ακολουθούν την κανονική κατανομή. Ωστόσο, όπως αποδεικνύεται εμπειρικά, σπάνια παρατηρούνται κανονικές κατανομές αποδόσεων στις χρηματιστηριακές αγορές.

Με άλλα λόγια, η σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου στηρίζεται σε μέτρα κινδύνου και απόδοσης τα οποία δεν αντιπροσωπεύουν επαρκώς την πραγματικότητα στις χρηματιστηριακές αγορές. Η χρήση της τυπικής απόκλισης υποθέτει ότι οι μεγαλύτερες από τις αναμενόμενες αποδόσεις είναι εξίσου επικίνδυνες με τις χαμηλότερες από τον μέσο όρο μια υπόθεση που φυσικά δεν ικανοποιείται. Επιπρόσθετα, τα σύγχρονα επενδυτικά προϊόντα όπως τεχνικές αντιστάθμισης κινδύνου, συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης (ΣΜΕ), δικαιώματα προαίρεσης (options) και hedge funds χαρακτηρίζονται εκ κατασκευής από ασύμμετρη κατανομή αποδόσεων. Επιπλέον, είναι γνωστό άλλωστε ότι οι επενδυτές θεωρούν ότι ο επενδυτικός κίνδυνος σχετίζεται με τα άσχημα αποτελέσματα (αποδόσεις μικρότερες από κάποιο προκαθορισμένο

στόχο) και αποδίδουν βαρύτερη σημασία στα αρνητικά επενδυτικά αποτελέσματα.

Η σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου μπορεί λοιπόν να θεωρηθεί ως μια συμμετρική υποπερίπτωση της μετα-μοντέρνας Θεωρίας Χαρτοφυλακίου. Επομένως, η χρήση των παραδοσιακών τεχνικών ποσοτικοποίησης της σχέσης απόδοσης/κινδύνου καθώς και τεχνικών αξιολόγησης της επίδοσης χαρτοφυλακίων που προτάθηκαν από την σύγχρονη Θεωρία Χαρτοφυλακίου είναι πιθανό να οδηγήσουν σε παραπλανητικά αποτελέσματα. Άρα απαιτείται μια διαφορετική προσέγγιση του κινδύνου η οποία θα προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την πραγματικότητα. Μια τέτοια προσέγγιση λοιπόν συνίσταται στον υπολογισμό ενός μέτρου μεταβλητότητας το οποίο θα λαμβάνει υπόψη του τις παρατηρήσεις που βρίσκονται κάτω ή πάνω από ένα προκαθορισμένο σημείο της κατανομής. Παρά το γεγονός ότι ο Markowitz (1959) ανέφερε για πρώτη φορά την έννοια της ημιδιακύμανσης (semivariance), η χρήση του συγκεκριμένου μέτρου ήταν δύσκολη για πρακτικούς λόγους εξαιτίας των πολύπλοκων υπολογισμών που απαιτούντο.

Έτσι το 1987 το Pension Research Institute στο San Francisco State University ανέπτυξε μια σειρά από πρακτικούς μαθηματικούς αλγορίθμους οι οποίοι χρησιμοποιούνται σήμερα όλο και περισσότερο. Οι συγκεκριμένες μέθοδοι παρέχουν το πλαίσιο μέσα στο οποίο αναγνωρίζεται τόσο η προτίμηση των επενδυτών για την μεταβλητότητα των αποδόσεων πάνω από ένα συγκεκριμένο όριο (upside volatility) όσο και η αποστροφή τους προς τον κίνδυνο απωλειών κάτω από ένα προκαθορισμένο όριο (downside risk). Ο πιο γνωστός τρόπος προσέγγισης του κινδύνου απωλειών κάτω από ένα όριο ανοχής είναι μέσω του υπολογισμού της ημι-διακύμανσης (semi-variance) και της ημι-τυπικής απόκλισης (semi-standard deviation).

Όταν η κατανομή των αποδόσεων είναι συμμετρική όπως συμβαίνει στην περίπτωση που οι αποδόσεις μας προέρχονται από μια κανονική κατανομή τότε η ημι-διακύμανση ισούται με το μισό της διακύμανσης των αποδόσεων και δεν υπάρχει καμία διαφορά στην προσέγγιση του κινδύνου με το ένα ή το άλλο μέτρο. Εάν, όμως η κατανομή των αποδόσεων εμφανίζει ασυμμετρία τότε τα δυο μέτρα δεν είναι ισοδύναμα και η χρήση της διακύμανσης έναντι της ημι-διακύμανσης δεν είναι επιστημονικά ορθή. Η χρήση της ημι-διακύμανσης προτείνεται ιδιαίτερα σε περιπτώσεις όπου το εξεταζόμενο

χαρτοφυλάκιο περιέχει παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα των οποίων οι αποδόσεις συνήθως επιδεικνύουν έντονη ασυμμετρία.

Η φιλοσοφία της ημι-τυπικής απόκλισης λοιπόν, είναι ο υπολογισμός του κινδύνου απωλείας ενός επενδυτή από την επένδυση σε ένα αξιόγραφο ή χαρτοφυλάκιο λαμβάνοντας υπόψη πιθανή ασυμμετρία της κατανομής των αποδόσεων.

Υπάρχουν τρεις εναλλακτικές μέθοδοι υπολογισμού της ημι-τυπικής απόκλισης ανάλογα με το επιθυμητό όριο ανοχής του επενδυτή:

Ο υπολογισμός της με βάση τις αποδόσεις που είναι μικρότερες από την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου (expected return of the portfolio)

Ο υπολογισμός της με βάση τις αποδόσεις που είναι μικρότερες από το δείκτη αναφοράς (benchmark)

Ο υπολογισμός της με βάση τις αποδόσεις που είναι μικρότερες από την απόδοση χωρίς κίνδυνο (risk-free rate, συνήθως απόδοση των 3-μηνων Ε.Γ.Ε.Δ.)

Ο τύπος υπολογισμού της ημι-τυπικής απόκλισης δίνεται από την σχέση που ακολουθεί:

$$\text{Ημι-τυπική απόκλιση} = \sqrt{\text{Ημι-διακύμανση}} \quad (47) \text{ όπου}$$

$$\text{Ημι-διακύμανση} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \{\min[0, (R_t - R_k)]\}^2 \quad (48)$$

όπου R_t είναι η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου R_k : μπορεί να είναι το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου (risk-free rate), η μέση απόδοση της αγοράς ή αναμενόμενη απόδοση του ίδιου του χαρτοφυλακίου και T ο αριθμός των παρατηρήσεων. Στον υπολογισμό της ημι-διακύμανσης οι αποδόσεις που υπερβαίνουν το προκαθορισμένο επίπεδο απόδοσης συμμετέχουν ως μηδενικές.

Στους πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται παραδείγματα με πραγματικά δεδομένα αποδόσεων του δείκτη Dow Jones υπολογισμού αρχικά της τυπικής απόκλισης και στην συνέχεια της ημι-τυπικής απόκλισης σε

περίπτωση κινδύνου κάτω και πάνω από ένα προκαθορισμένο όριο αντίστοιχα.

Πίνακας 16
Παράδειγμα υπολογισμού τυπικής απόκλισης

ΕΤΟΣ	Dow Jones Industrial Average (%)	Rp-E(Rp)	(Rp-E(Rp))²
1988	11,85	0,91	0,83
1989	26,96	16,02	256,62
1990	-4,34	-15,28	233,53
1991	20,32	9,38	87,99
1992	4,17	-6,77	45,77
1993	13,72	2,78	7,74
1994	2,14	-8,80	77,43
1995	33,45	22,51	506,77
1996	26,01	15,07	227,21
1997	22,64	11,70	136,93
1998	16,10	5,16	26,62
1999	25,22	14,28	203,96
2000	-6,18	-17,12	293,02
2001	-7,10	-18,04	325,27
2002	-16,76	-27,70	767,43
2003	25,32	14,38	206,85
2004	3,15	-7,79	60,71
2005	-0,61	-11,55	133,34
2006	16,29	5,35	28,60
2007	6,43	-4,51	20,32
E(Rp)	10,94	Άθροισμα τετραγώνων αποκλίσεων	3646,96
		Διακύμανση	191,95
		Τυπική απόκλιση	13,85

Πίνακας 17

Παράδειγμα υπολογισμού semi-standard deviation σε περίπτωση downside risk

ΕΤΟΣ	Dow Jones Industrial Average (%)	$R_p - E(R_p)$	$\min[R_p - E(R_p), 0]$	$-\min [R_p - E(R_p), 0]$	$[\min [R_p - E(R_p), 0]]^2$
1988	11,85	0,91	0,00	0,00	0,00
1989	26,96	16,02	0,00	0,00	0,00
1990	-4,34	-15,28	-15,28	15,28	233,48
1991	20,32	9,38	0,00	0,00	0,00
1992	4,17	-6,77	-6,77	6,77	45,83
1993	13,72	2,78	0,00	0,00	0,00
1994	2,14	-8,80	-8,80	8,80	77,44
1995	33,45	22,51	0,00	0,00	0,00
1996	26,01	15,07	0,00	0,00	0,00
1997	22,64	11,70	0,00	0,00	0,00
1998	16,10	5,16	0,00	0,00	0,00
1999	25,22	14,28	0,00	0,00	0,00
2000	-6,18	-17,12	-17,12	17,12	293,09
2001	-7,10	-18,04	-18,04	18,04	325,44
2002	-16,76	-27,70	-27,70	27,70	767,29
2003	25,32	14,38	0,00	0,00	0,00
2004	3,15	-7,79	-7,79	7,79	60,68
2005	-0,61	-11,55	-11,55	11,55	133,40
2006	16,29	5,35	0,00	0,00	0,00
2007	6,43	-4,51	-4,51	4,51	20,34
	E(Rp)	10,94		Άθροισμα τετραγώνων αποκλίσεων	1957,00
				Ημι διακύμανση	103,00
				Ημι-Τυπική Απόκλιση	10,15

Πίνακας 18

Παράδειγμα υπολογισμού semi-standard deviation σε περίπτωση upside risk

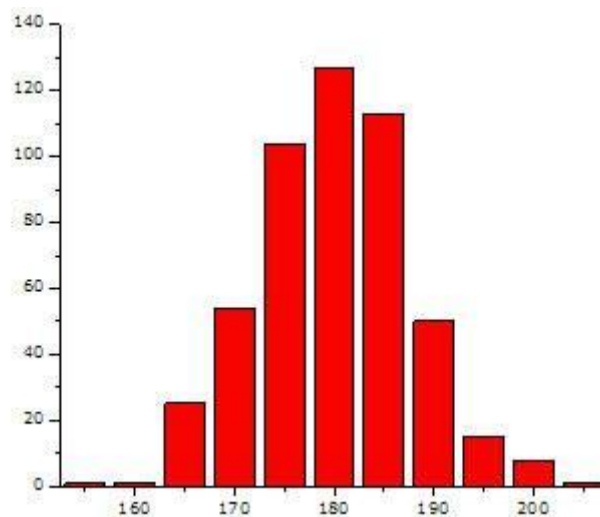
ΕΤΟΣ	Dow Jones Industrial Average (%)	Rp-E(Rp)	max[Rp-E(Rp),0]	[max[Rp-E(Rp),0]]²
1988	11,85	0,91	0,91	0,83
1989	26,96	16,02	16,02	256,62
1990	-4,34	-15,28	0,00	0,00
1991	20,32	9,38	9,38	87,99
1992	4,17	-6,77	0,00	0,00
1993	13,72	2,78	2,78	7,74
1994	2,14	-8,80	0,00	0,00
1995	33,45	22,51	22,51	506,77
1996	26,01	15,07	15,07	227,21
1997	22,64	11,70	11,70	136,93
1998	16,10	5,16	5,16	26,62
1999	25,22	14,28	14,28	203,96
2000	-6,18	-17,12	0,00	0,00
2001	-7,10	-18,04	0,00	0,00
2002	-16,76	-27,70	0,00	0,00
2003	25,32	14,38	14,38	206,85
2004	3,15	-7,79	0,00	0,00
2005	-0,61	-11,55	0,00	0,00
2006	16,29	5,35	5,35	28,60
2007	6,43	-4,51	0,00	0,00
	E(Rp)	10,94	Άθροισμα τετραγώνων αποκλίσεων	1690,12
			Ημι διακύμανση	88,95
			Ημι-Τυπική Απόκλιση	9,43

3.7 Ασυμμετρία (Skewness)

Ένα πολύ σημαντικό ζήτημα για τον χρηματοοικονομικό ερευνητή είναι να ελέγξει την ύπαρξη κανονικότητας των δεδομένων του. Μια σημαντική παραβίαση της κανονικότητας η οποία εμφανίζεται συχνά στα δεδομένα είναι η ύπαρξη μεροληψίας στην διασπορά (dispersion) των διαθέσιμων δεδομένων. Η ύπαρξη της συγκεκριμένης μεροληψίας γίνεται αντιληπτή από την εμφάνιση ασυμμετρίας στη κατανομή των δεδομένων. Η ασυμμετρία διακρίνεται σε θετική και αρνητική.

Ο έλεγχος ύπαρξης ασυμμετρίας πραγματοποιείται σε σχέση με την κανονική κατανομή η οποία είναι συμμετρική εμφανίζει ίσο αριθμό θετικών και αρνητικών τιμών και λαμβάνεται ως δείκτης αναφοράς. Σε μια συμμετρική κατανομή ο μέσος, η διάμεσος (median) και η επικρατούσα τιμή (mode) λαμβάνουν την ίδια τιμή.

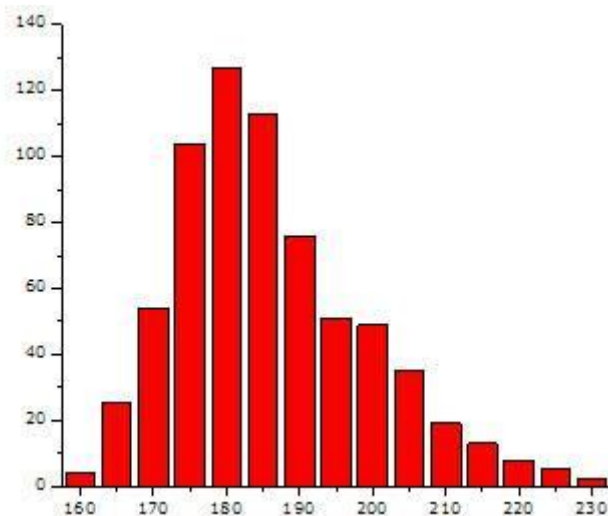
Διάγραμμα 11
Συμμετρική κατανομή



Στην περίπτωση της θετικής ασυμμετρίας η κατανομή των δεδομένων εμφανίζει μια μακριά ουρά προς τα δεξιά (long right tail). Το γεγονός αυτό σημαίνει μια μεγαλύτερη του φυσιολογικού (σε σχέση με την κανονική κατανομή) συγκέντρωση θετικών τιμών στην υπό εξέταση κατανομή. Σε αυτή

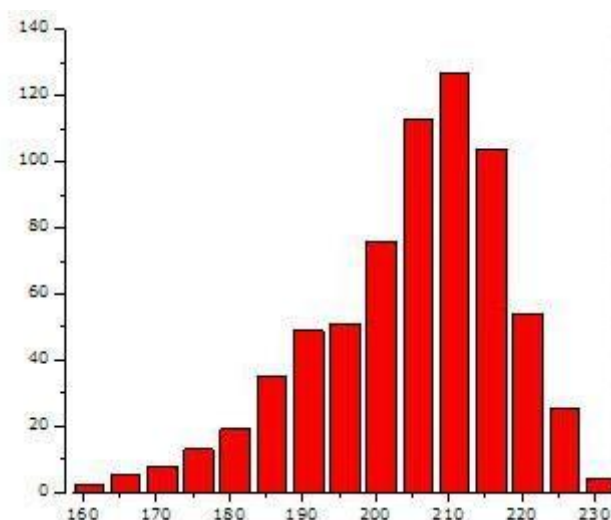
την περίπτωση η μέση τιμή είναι μεγαλύτερη από την διάμεσο η οποία με την σειρά της είναι μεγαλύτερη από την επικρατούσα τιμή. Ο μέσος είναι μεγαλύτερος από την διάμεσο και την επικρατούσα τιμή επειδή επηρεάζεται προς τα πάνω από τις λίγες ιδιαίτερες υψηλές παρατηρήσεις.

Διάγραμμα 12
Κατανομή με θετική ασυμμετρία



Η αρνητική ασυμμετρία έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση μιας μακριάς ουράς (long left tail) στα αριστερά της κατανομής. Σε αυτή την περίπτωση ο μέσος εμφανίζεται μικρότερος από την διάμεσο και την επικρατούσα τιμή. Ανάλογα με την περίπτωση της θετικής ασυμμετρίας, ο μέσος στην συγκεκριμένη περίπτωση μειώνεται σημαντικά από τις λίγες πολύ μικρές παρατηρήσεις.

Διάγραμμα 13
Κατανομή με αρνητική ασυμμετρία



Το πιο συνηθισμένο μέτρο προσέγγισης της ασυμμετρίας μιας κατανομής είναι ο συντελεστής ασυμμετρίας, ο οποίος προκύπτει ως το πηλίκο της τρίτης κεντρικής ροπής γύρω από τον μέσο και της τυπικής απόκλισης υψωμένης στον κύβο.

Δηλαδή:

$$\text{Συντελεστής Ασυμμετρίας} = \frac{\left[\frac{\sum (X_i - \bar{X})^3}{n-1} \right]}{\left(\sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \right)^3} \quad (49)$$

3.8 Κυρτότητα (Kurtosis)

Ενώ η ασυμμετρία αποκαλύπτει την συμμετρία της κατανομής των τιμών η κυρτότητα εκφράζει το ύψος της κατανομής. Οι κατανομές που εμφανίζουν υψηλότερη κορυφή από την κανονική κατανομή αποκαλούνται λεπτόκυρτες ενώ οι κατανομές που είναι πιο επίπεδες σε σχέση με την κανονική κατανομή αναφέρονται ως πλατύκυρτες.

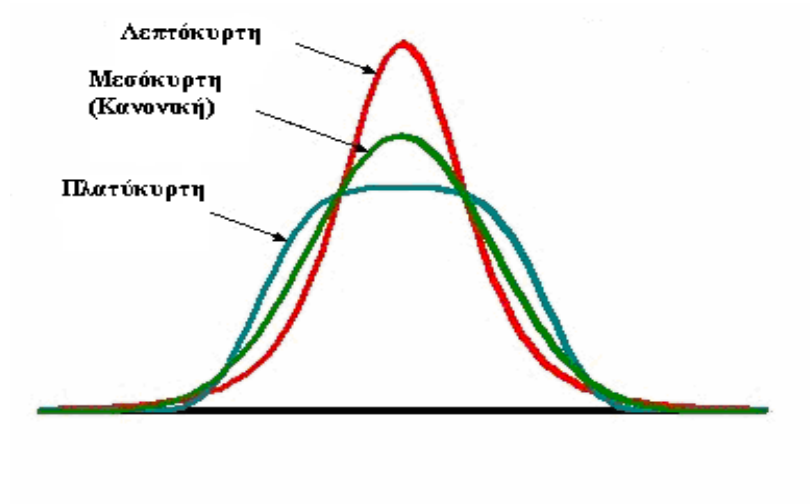
Στην χρηματοοικονομική επιστήμη είναι συνηθισμένο φαινόμενο να παρατηρούνται λεπτόκυρτες κατανομές ιδιαίτερα στις κατανομές των αποδόσεων των διαφόρων περιουσιακών στοιχείων όπου εντοπίζονται περιοδικές απότομες μεταβολές στις τιμές των περιουσιακών στοιχείων. Οι προαναφερθείσες απότομες μεταβολές στις τιμές είναι πιθανότερο να εμφανίζονται σε αγορές όπου παρατηρούνται διακεκομμένες συναλλαγές αξιογράφων λόγω της διακοπής των συναλλαγών κατά την διάρκεια της νύχτας ή λόγω του σαββατοκύριακου. Ο λόγος είναι ότι οι πληροφορίες που επηρεάζουν τις τιμές των αξιογράφων αλλά δημοσιεύονται μετά την ολοκλήρωση των συναλλαγών θα έχουν επίδραση στις τιμές όταν επανεκκινήσουν οι συναλλαγές την επόμενη μέρα με αποτέλεσμα να παρατηρείται μια σημαντική μεταβολή μεταξύ της τιμής κλεισίματος και της τιμής ανοίγματος. Αυτή η μεταβολή στις τιμές των αξιογράφων η οποία παρατηρείται συχνότερα στα ημερήσια ή στα εβδομαδιαία δεδομένα θα οδηγήσει σε υψηλότερη συχνότητα εμφάνισης των μεγάλων αρνητικών ή θετικών αποδόσεων σε σχέση με τις συχνότητες που θα αναμέναμε εάν οι συναλλαγές ήταν συνεχείς.

Ο πιο συνηθισμένος τρόπος προσέγγισης της κυρτότητας μιας κατανομής είναι μέσω του συντελεστή κυρτότητας ο οποίος προκύπτει ως το πηλίκο της τέταρτης κεντρικής ροπής γύρω από τον μέσο και της τυπικής απόκλισης υψωμένης στην τέταρτη δύναμη.

$$\text{Συντελεστής Κυρτότητας} = \frac{\left[\frac{\sum (X_i - \bar{X})^4}{n-1} \right]}{\left(\sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \right)^4} \quad (50)$$

Διάγραμμα 14

Είδη κατανομής ανάλογα με τον βαθμό κυρτότητας



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Στατιστική επαγωγή: διαστήματα εμπιστοσύνης & έλεγχος υποθέσεων

4.1 Εισαγωγή

Τα δεδομένα με τα οποία εργαζόμαστε μπορεί να συνθέτουν ολόκληρο τον πληθυσμό και σε αυτή την περίπτωση ενδιαφερόμαστε για τις πληθυσμιακές παραμέτρους. Εναλλακτικά, τα διαθέσιμα δεδομένα μπορεί να αντιπροσωπεύουν μόνο ένα μικρό δείγμα των συνολικών παρατηρήσεων της συγκεκριμένης μεταβλητής οπότε σε αυτή την περίπτωση ενδιαφερόμαστε για τις δειγματικές παραμέτρους (τον δειγματικό μέσο $\bar{X}$ και την δειγματική διακύμανση S^2).

Η Στατιστική Ανάλυση μπορεί γενικά να χωριστεί σε δυο μεγάλα τμήματα: την Περιγραφική και την Επαγωγική Στατιστική.

Το αντικείμενο της επαγωγικής στατιστικής εμφανίζει δυο μεγάλες περιοχές εφαρμογής, την εκτιμητική και τον έλεγχο υποθέσεων. Η εκτιμητική εφαρμόζεται σε περιπτώσεις όπου δεν έχουμε εκ των προτέρων γνώση του μεγέθους των πληθυσμιακών παραμέτρων. Κάτω από αυτές τις περιστάσεις μπορούμε να κατασκευάσουμε διαστήματα εμπιστοσύνης προκειμένου να εκτιμήσουμε την πραγματική τιμή της πληθυσμιακής παραμέτρου καθώς και να προσφέρουμε ένα μέτρο ακρίβειας της εκτίμησής μας.

Όταν διαθέτουμε εκ των προτέρων γνώση αναφορικά με την πληθυσμιακή παράμετρο που μας ενδιαφέρει η συγκεκριμένη γνώση μπορεί να διατυπωθεί με τον έλεγχο της ισχύς μιας υπόθεσης. Για παράδειγμα, μπορούμε να ελέγξουμε την υπόθεση ότι η πληθυσμιακή παράμετρος κυμαίνεται σε ένα συγκεκριμένο εύρος τιμών.

Οι δυο προαναφερθείσες χρήσεις της στατιστικής επαγωγής, η εκτιμητική και ο έλεγχος υποθέσεων θα αποτελέσουν το αντικείμενο του παρόντος κεφαλαίου.

Σε αυτό το σημείο κρίνεται απαραίτητο να εισάγουμε την σημειογραφία η οποία διαφοροποιεί τις πληθυσμιακές παραμέτρους από τις αντίστοιχες δειγματικές ως εξής:

μ = πληθυσμιακός μέσος

$\bar{X}$ = δειγματικός μέσος

σ = πληθυσμιακή τυπική απόκλιση

s = δειγματική τυπική απόκλιση

Εάν είμαστε αρκετά τυχεροί να μπορούμε να εργαστούμε με τα πληθυσμιακά δεδομένα τότε είναι ξεκάθαρο καθώς έχουμε λάβει υπόψη όλη την πιθανή πληροφόρηση ότι η πληθυσμιακή παράμετρος θα είναι η πραγματική παράμετρος. Σε αυτή την περίπτωση δεν απαιτείται ούτε επαγωγή ούτε η διαδικασία εκτίμησης άγνωστων παραμέτρων. Ωστόσο, στις οικονομικές επιστήμες γενικά και ειδικότερα στο χώρο της χρηματοοικονομικής επιστήμης είναι ασυνήθιστο να διαθέτουμε δεδομένα για ολόκληρο τον πληθυσμό. Πρέπει να εργαστούμε με δείγματα και ασφαλώς δεν γνωρίζουμε εάν η δειγματική παράμετρος συμπίπτει με την πραγματική πληθυσμιακή ή είναι σημαντικά διαφορετική από αυτή. Επομένως χρειάζεται να αναπτύξουμε κατάλληλες τεχνικές προκειμένου να καθορίσουμε τον βαθμό εμπιστοσύνης στα πλαίσια του οποίου μπορούμε να εξάγουμε την πραγματική πληθυσμιακή παράμετρο από την αντίστοιχη δειγματική.

4.2 Θεωρία δειγματοληψίας

Όταν εργαζόμαστε με δείγματα παρατηρήσεων χρειάζεται να στηριχθούμε στην θεωρία δειγματοληψίας προκειμένου να εξάγουμε την κατανομή πιθανότητας των συγκεκριμένων δειγματικών παραμέτρων της κατανομής που «γέννησε» τα δεδομένα μας. Αυτή η κατανομή πιθανότητας είναι γνωστή ως δειγματική κατανομή.

Διαισθητικά η έννοια της δειγματικής κατανομής μπορεί να γίνει κατανοητή μέσω του παρακάτω παραδείγματος. Ας θεωρήσουμε λοιπόν την λήψη των σφαιριδίων από ένα καλάθι για τους σκοπούς της κλήρωσης ενός λαχείου. Όταν επιλέγουμε μια σφαίρα και καταγράφεται ο σχετικός αριθμός, στην συνέχεια η σφαίρα επανατοποθετείται στο καλάθι με αποτέλεσμα να είναι πιθανή η επανεμφάνιση του συγκεκριμένου αριθμού. Σε αυτή τη περίπτωση έχουμε μια τυχαία δειγματοληψία με επανατοποθέτηση και πρόκειται για την μορφή δειγματοληψίας που υποθέτουμε στο συγκεκριμένο κεφάλαιο καθώς η συγκεκριμένη δειγματοληψία ταιριάζει για μεγάλους πληθυσμούς ή πληθυσμούς με δειγματικό μέγεθος που τείνει στο άπειρο.

Για να εφαρμόσουμε την συγκεκριμένη μορφή δειγματοληψίας στην στατιστική ας θεωρήσουμε την λήψη 50 δειγμάτων, όπου το καθένα να αποτελείται από 20 σφαίρες από το καλάθι και την επανατοποθέτησή τους μέσα στο καλάθι. Στην συνέχεια, μπορούμε να υπολογίσουμε τον μέσο για κάθε δείγμα. Τότε θα παρατηρήσουμε ότι οι υπολογισθείσες τιμές του δειγματικού μέσου θα διαφέρουν ελαφρώς μεταξύ τους αλλά όλες θα συγκεντρώνονται γύρω από τον πραγματικό μέσο, κάποιες θα βρίσκονται πάνω από αυτόν και κάποιες κάτω από αυτόν. Καθώς τα διάφορα δείγματα υποθέτουμε ότι λαμβάνονται τυχαία οι διάφορες δειγματικές παράμετροι θα συμπεριφέρονται ως τυχαίες μεταβλητές. Η συνεχής δειγματοληψία με επανατοποθέτηση επιτρέπει την δημιουργία μιας κατανομής πιθανότητας της δειγματικής παραμέτρου η οποία είναι γνωστή ως δειγματική κατανομή της συγκεκριμένης παραμέτρου του δείγματος. Η γνώση της δειγματικής κατανομής της κάθε παραμέτρου μας επιτρέπει να εξάγουμε την τιμή της αντίστοιχης πληθυσμιακής παραμέτρου μέσω της δειγματικής παραμέτρου.

Οι κατανομές για τις οποίες ενδιαφερόμαστε προκειμένου να εξάγουμε αξιόπιστα συμπεράσματα είναι η κανονική κατανομή και η κατανομή student-t για τους δειγματικούς μέσους, η χ^2 κατανομή για τις δειγματικές διακυμάνσεις και η κατανομή F για τους συντελεστές προσδιορισμού.

4.3 Δειγματικές κατανομές παραμέτρων κατανομής

4.3.1 Δειγματική κατανομή του δειγματικού μέσου

Εάν λάβουμε διαδοχικά τυχαία δείγματα από έναν πληθυσμό και επιχειρήσουμε στην συνέχεια να υπολογίσουμε το μέσο όρο του κάθε δείγματος θα καταλήξουμε ότι οι περισσότεροι δειγματικοί μέσοι, $\bar{X}$ διαφέρουν μεταξύ τους. Η κατανομή πιθανότητας των συγκεκριμένων δειγματικών μέσων ονομάζεται δειγματική κατανομή του δειγματικού μέσου. Ωστόσο, η δειγματική κατανομή του μέσου εμφανίζει έναν μέσο όρο που συμβολίζεται με $\mu_{\bar{X}}$ και μια τυπική απόκλιση ή αλλιώς τυπικό σφάλμα του μέσου, $\sigma_{\bar{X}}$. Δυο σημαντικά θεωρήματα συνδέουν την δειγματική κατανομή του μέσου με την κατανομή που δημιουργήσε τα δεδομένα.

Θεώρημα 1: Εάν λάβουμε διαδοχικά τυχαία δείγματα μεγέθους n από έναν αρχικό πληθυσμό τότε θα ισχύει:

$$\mu_{\bar{X}} = \mu \quad \text{και} \quad \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (51)$$

Θεώρημα 2: Καθώς το μέγεθος των ληφθέντων δειγμάτων από τον αρχικό πληθυσμό αυξάνει (δηλαδή, $n \rightarrow \infty$) τότε η δειγματική κατανομή του μέσου προσεγγίζει την κανονική κατανομή ανεξάρτητα από το είδος της κατανομής που «γέννησε» τα δεδομένα. Η προσέγγιση ισχύει για $n \geq 30$. Το συγκεκριμένο θεώρημα είναι γνωστό ως Κεντρικό Οριακό Θεώρημα.

Σε διαφορετική περίπτωση, όπου δεν ισχύει $n \geq 30$ η κατανομή του δειγματικού μέσου θα είναι η student-t.

Ανακεφαλαιώνοντας, είδαμε ότι η αναμενόμενη τιμή όλων των μέσων που προκύπτουν από κάθε διαθέσιμο δείγμα $\mu_{\bar{X}}$ ισούται με τον πληθυσμιακό μέσο μ . Η τυπική απόκλιση των δειγματικών μέσων είναι γνωστή ως το τυπικό σφάλμα (standard error, SE) και υπολογίζεται ως το πηλίκο της πληθυσμιακής τυπικής απόκλισης και της τετραγωνικής ρίζας του μεγέθους του δείγματος.

Τυπικά, το συγκεκριμένο πηλίκο αποκαλείται τυπικό σφάλμα του μέσου και υπολογίζεται μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (52)$$

όπου

σ είναι η πληθυσμιακή τυπική απόκλιση και

n είναι το μέγεθος του δείγματος

Έτσι, το τυπικό σφάλμα του δειγματικού μέσου υπολογίζεται από την τυπική απόκλιση του αρχικού πληθυσμού διαιρούμενη με την τετραγωνική ρίζα του δειγματικού μεγέθους. Ωστόσο, η πληθυσμιακή τυπική απόκλιση μας είναι άγνωστη επομένως χρησιμοποιούμε την δειγματική εκτίμηση s . Έτσι τελικά το τυπικό σφάλμα του δειγματικού μέσου εκτιμάται με την βοήθεια της παρακάτω σχέσης:

$$SE = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (53)$$

Επομένως, με την συνδρομή του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος είμαστε σε θέση να ισχυριστούμε ότι η μέση τιμή ενός μεγάλου δείγματος ακολουθεί για μεγάλα μεγέθη του δείγματος ($n \geq 30$) την κανονική κατανομή με μέση τιμή ίση με τον πληθυσμιακό μέσο και τυπική απόκλιση ίση με το τυπικό σφάλμα του μέσου. Τυπικά αυτό εκφράζεται ως εξής:

$$\bar{X} \approx N\left(\mu, \frac{s^2}{n}\right) \quad (54)$$

Σε περιπτώσεις μικρού δείγματος που προέρχονται από κανονική κατανομή η αβεβαιότητα που προκύπτει από την χρήση του s αντί της πραγματικής, πληθυσμιακής τυπικής απόκλισης αντιμετωπίζεται με την χρήση της κατανομής t-student.

4.3.2 Δειγματική κατανομή της δειγματικής διακύμανσης

Η κατανομή της δειγματικής διακύμανσης είναι η χ^2 κατανομή (chi square). Η συγκεκριμένη κατανομή εμφανίζει διαφορετικό σχήμα ανάλογα με τους βαθμούς ελευθερίας. Στην περίπτωση της δειγματικής διακύμανσης είναι απαραίτητο να τυποποιήσουμε την δειγματική διακύμανση για τους κατάλληλους βαθμούς ελευθερίας. Δηλαδή:

$$X^2_{n-1} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \quad (55)$$

Ο δείκτης $n-1$ στην παραπάνω σχέση υποδηλώνει τους βαθμούς ελευθερίας οι οποίοι στην περίπτωση της χ^2 κατανομής υπολογίζονται ως ο αριθμός των παρατηρήσεων μείον 1. Στην περίπτωση μικρού δείγματος το σχήμα της κατανομής πιθανότητας εμφανίζει μια δεξιά μακριά ουρά, αλλά καθώς μεγαλώνει το δείγμα η κατανομή γίνεται πιο συμμετρική.

Επομένως εάν η μέση τιμή της μεταβλητής μας ακολουθεί την κανονική κατανομή τότε η ποσότητα $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ θα ακολουθεί την χ^2 κατανομή με $n-1$ βαθμούς ελευθερίας. Στον παραπάνω τύπο παρατηρούμε ότι η ποσότητα σ είναι άγνωστη αλλά το συγκεκριμένο αποτέλεσμα χρησιμεύει στον έλεγχο υποθέσεων σχετικά με πιθανές τιμές της σ καθώς και στην κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης.

4.4 Εκτιμητική και διαστήματα εμπιστοσύνης

Εφοδιασμένοι με τις δειγματικές παραμέτρους της κατανομής καθώς και την γνώση της δειγματικής κατανομής των συγκεκριμένων παραμέτρων είμαστε σε θέση να προχωρήσουμε στην εκτίμηση των πληθυσμιακών παραμέτρων των υπό εξέταση δεδομένων. Όταν χρησιμοποιούμε τις δειγματικές

παραμέτρους για να εκτιμήσουμε τις αντίστοιχες πληθυσμιακές παραμέτρους τότε οι δειγματικές παράμετροι αποκαλούνται ως εκτιμητές. Είναι επιθυμητό οι συγκεκριμένοι εκτιμητές να είναι BLUE (Best, linear, unbiased estimators). Δηλαδή, οι εκτιμητές πρέπει να είναι άριστοι (Best), γραμμικοί (Linear) και αμερόληπτοι (Unbiased). Ας δούμε συνοπτικά τι σημαίνει κάθε ένας από τους παραπάνω χαρακτηρισμούς για τους εκτιμητές των πληθυσμιακών παραμέτρων.

Άριστοι (Best): αναφέρεται στην ιδιότητα των εκτιμητών να έχουν την μικρότερη διακύμανση από όλους τους πιθανούς αμερόληπτους εκτιμητές.

Γραμμικοί (Linear): αναφέρεται στην ιδιότητα των εκτιμητών να αποτελούν γραμμική συνάρτηση των παρατηρήσεων του δείγματος. Για παράδειγμα

$$\hat{\theta} = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_n X_n \quad (56)$$

όπου c είναι σταθερές

Η σπουδαιότητα της συγκεκριμένης ιδιότητας μπορεί να μην είναι και τόσο προφανής, ωστόσο αρκεί να πούμε ότι οι μαθηματικές ιδιότητες ενός γραμμικού εκτιμητή μπορούν να αναλυθούν αρκετά ευκολότερα.

Αμερόληπτοι (Unbiased): η συγκεκριμένη ιδιότητα αναφέρεται στο γεγονός ότι η αναμενόμενη τιμή του εκτιμητή της παραμέτρου ισούται με την πληθυσμιακή παράμετρο. Δηλαδή ισχύει:

$$E(\hat{\beta}) = \beta \quad (57)$$

$$\text{Μεροληψία} = E(\hat{\beta}) - \beta$$

όπου μεροληψία είναι η απόσταση της αναμενόμενης τιμής του εκτιμητή από την πραγματική παράμετρο

Έτσι όταν παίρνουμε πολλά δείγματα ενός εκτιμητή κάποια θα βρίσκονται υψηλότερα από την πληθυσμιακή παράμετρο μερικά θα βρίσκονται χαμηλότερα αλλά ο μέσος όρος θα είναι ίδιος με την παράμετρο. Αντίθετα,

ένας μεροληπτικός εκτιμητής είναι εκείνος του οποίου η μέση τιμή θα βρίσκεται πάνω ή κάτω από την πληθυσμιακή παράμετρο.

Σε αυτό το σημείο, αξίζει να σημειωθεί ότι οι εκτιμητές που είναι αμερόληπτοι και ταυτόχρονα εμφανίζουν την μικρότερη διακύμανση αποκαλούνται αποτελεσματικοί (efficient).

Εάν ένας εκτιμητής είναι μεροληπτικός ή/και αναποτελεσματικός είναι επιθυμητό σε αυτή την περίπτωση να διαθέτει ασυμπτωτικές ιδιότητες.

Ασυμπτωτική αμεροληψία: αναφέρεται στην ιδιότητα όπου οποιαδήποτε μεροληψία η οποία εμφανίζεται σε μικρά δείγματα, δηλαδή για μεγέθη δείγματος μικρότερα του 30, θα γίνεται μικρότερη καθώς το μέγεθος του δείγματος μεγαλώνει και τελικά εκμηδενίζεται καθώς το μέγεθος του δείγματος τείνει στο άπειρο.

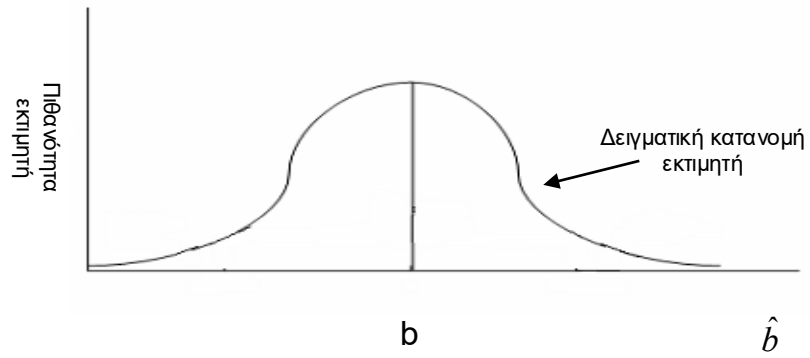
Ασυμπτωτική αποτελεσματικότητα: αναφέρεται στην ιδιότητα όπου ο εκτιμητής είναι ταυτόχρονα συνεπής και εμφανίζει την μικρότερη ασυμπτωτική διακύμανση σε σχέση με οποιοδήποτε άλλο συνεπή εκτιμητή.

Η συνέπεια (consistency) συνδέεται με την ιδιότητα όπου η διακύμανση του εκτιμητή εκμηδενίζεται καθώς το μέγεθος το δείγματος τείνει στο άπειρο. Ισχύει δηλαδή:

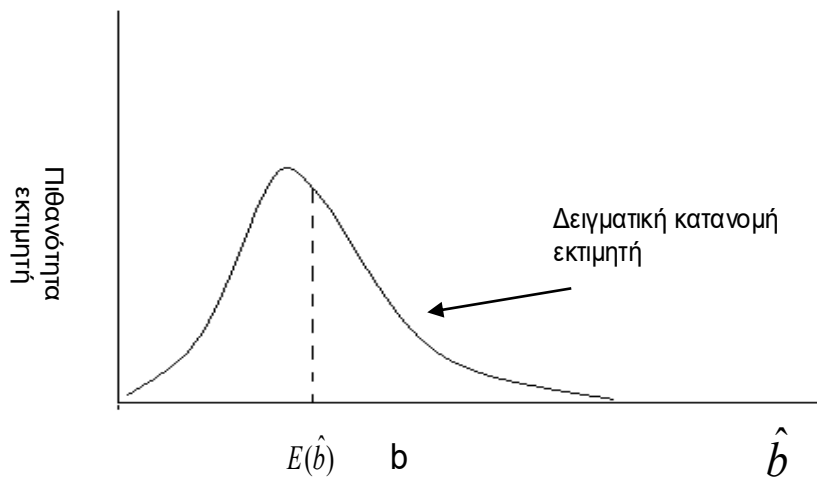
$$p \lim_{n \rightarrow \infty} \hat{\beta} = \beta \quad (58)$$

Στα διαγράμματα 15 έως 18 που ακολουθούν παρουσιάζεται η δειγματική κατανομή ενός αμερόληπτου, μεροληπτικού, αποτελεσματικού και αναποτελεσματικού εκτιμητή αντίστοιχα.

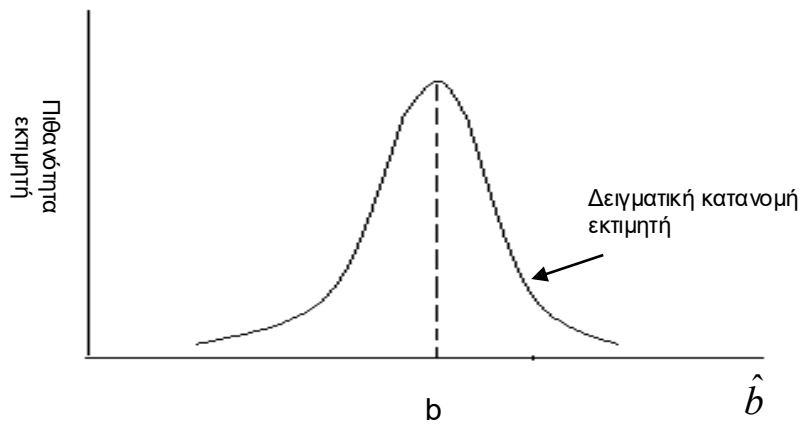
Διάγραμμα 15
Αμερόληπτος εκτιμητής



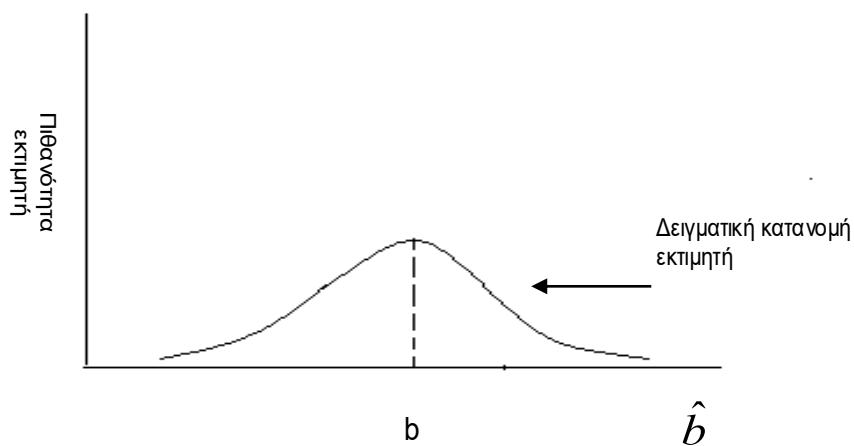
Διάγραμμα 16
Μεροληπτικός εκτιμητής



Διάγραμμα 17
Αποτελεσματικός εκτιμητής



Διάγραμμα 18
Αναποτελεσματικός εκτιμητής



Εφαρμογή: Μέσο τετραγωνικό σφάλμα εκτιμητή

α) Ποια είναι η χρησιμότητα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (mean square error) ενός εκτιμητή. Πότε και γιατί είναι χρήσιμος ο κανόνας ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος.

β) Αποδείξτε ότι το μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμητή ισούται με την διακύμανση συν το τετράγωνο της μεροληψίας του εκτιμητή

Απάντηση

α) Ο κανόνας ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις κατά τις οποίες ο ερευνητής είναι αντιμέτωπος με έναν εκτιμητή ελαφρά μεροληπτικό αλλά με μικρότερη διακύμανση από οποιοδήποτε αμερόληπτο εκτιμητή. Σε αυτή την περίπτωση ο ερευνητής επιλέγει τον εκτιμητή με το μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα. Ο συγκεκριμένος κανόνας «τιμωρεί» εξίσου τόσο την μεγάλη διακύμανση όσο και τη μεγάλη μεροληψία του εκτιμητή. Ωστόσο, χρησιμοποιείται μόνο σε περιπτώσεις κατά τις οποίες ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων εμφανίζει σημαντικά μεγάλη διακύμανση.

β) Επιθυμούμε να αποδείξουμε την εξής ισότητα:

$$MSE(\hat{b}) = E(\hat{b} - b)^2 = \text{var } \hat{b} + (\text{bias } \hat{b})^2$$

$$MSE(\hat{b}) = E(\hat{b} - b)^2 = E[\hat{b} - E(\hat{b}) + E(\hat{b}) - b]^2 =$$

$$= E[\hat{b} - E(\hat{b})]^2 + [E(\hat{b}) - b]^2 + 2E\{[\hat{b} - E(\hat{b})][E(\hat{b}) - b]\}$$

$$= \text{var}(\hat{b}) + \text{bias}(\hat{b})^2$$

επειδή ισχύει $E[\hat{b} - E(\hat{b})]^2 = \text{var}(\hat{b})$ και $[E(\hat{b}) - b]^2 = \text{bias}(\hat{b})^2$

Επιπλέον $E\{[\hat{b} - E(\hat{b})][E(\hat{b}) - b]\} = 0$ επειδή η έκφραση είναι ίση με

$$E\{\hat{b}E(\hat{b}) - [E(\hat{b})]^2 - b\hat{b} + bE(\hat{b})\} = [E(\hat{b})]^2 - [E(\hat{b})]^2 - bE(\hat{b}) + bE(\hat{b}) = 0$$

4.5 Διαστήματα εμπιστοσύνης (confidence intervals)

Η διαδικασία υπολογισμού των δειγματικών παραμέτρων ως εκτιμήσεις των αντίστοιχων πληθυσμιακών παραμέτρων μας οδηγεί στις λεγόμενες σημειακές εκτιμήσεις των παραμέτρων μιας κατανομής. Ωστόσο, είναι γνωστό ότι οι συγκεκριμένες εκτιμήσεις προκύπτουν με κάποιο σφάλμα εκτίμησης. Επομένως, χρειαζόμαστε έναν μηχανισμό ο οποίος θα μας παρέχει βαθιά γνώση για τον βαθμό εμπιστοσύνης για τις συγκεκριμένες σημειακές εκτιμήσεις. Έτσι οδηγούμαστε στα διαστήματα εμπιστοσύνης.

4.5.1 Διαστήματα εμπιστοσύνης για τον μέσο (μεγάλα δείγματα)

Αρχικά, ας θυμηθούμε ότι το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε είναι ότι δεν γνωρίζουμε τον πληθυσμιακό μέσο (μ), αλλά μόνο τον δειγματικό μέσο $\bar{X}$. Ωστόσο, κάνοντας χρήση του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος καταλήγουμε ότι η δειγματική κατανομή του μέσου εμφανίζει έναν μέσο ίσο με τον πληθυσμιακό και τυπική απόκλιση ίση με $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ όπου σ είναι η πληθυσμιακή τυπική απόκλιση.

Τώρα, ένα ακόμα πρόβλημα που δημιουργείται είναι ότι δεν γνωρίζουμε την πληθυσμιακή τυπική απόκλιση αλλά μόνο την αντίστοιχη δειγματική. Ωστόσο, μπορούμε να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα αυτό χρησιμοποιώντας ένα άλλο τμήμα την θεωρίας δειγματοληψίας το οποίο δηλώνει ότι ο άριστος εκτιμητής του σ είναι:

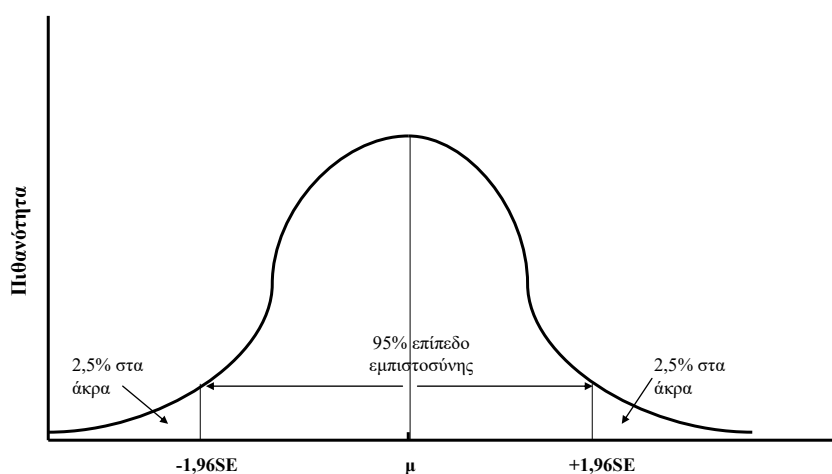
$$s = \sqrt{\frac{(X - \bar{X}^2)}{n-1}} \quad (59)$$

Με άλλα λόγια, η ποσότητα s η οποία υπολογίζεται με την βοήθεια του παραπάνω τύπου και με παρανομαστή το $n-1$ αποτελεί αμερόληπτο εκτιμητή της πληθυσμιακής τυπικής απόκλισης.

Γνωρίζουμε, λοιπόν, ότι για μια μεταβλητή η οποία ακολουθεί την κανονική κατανομή το 95% των παρατηρήσεων θα βρίσκονται σε ένα διάστημα $\pm 1,96$ τυπικές αποκλίσεις από τον μέσο όπως φαίνεται και στο διάγραμμα 19 που ακολουθεί. Καθώς η τυπική απόκλιση των δειγματικών κατανομών είναι τα τυπικά σφάλματα (standard errors) μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ο δειγματικός μέσος θα βρίσκεται σε ένα διάστημα $\pm 1,96$ τυπικά σφάλματα γύρω από τον δειγματικό μέσο τις 95 από τις 100 φορές.

Διάγραμμα 19

Ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τον δειγματικό μέσο



Τυπικά, το διάστημα εμπιστοσύνης θα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$\mu \pm 1,96 \frac{s}{\sqrt{n}}$ όπου s είναι η δειγματική τυπική απόκλιση

$$P(\mu - 1,96 \frac{s}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \mu + 1,96 \frac{s}{\sqrt{n}}) = 0,95 \quad (60)$$

Με λίγες αλγεβρικές πράξεις προκύπτει

$$P(\bar{X} - 1,96 \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1,96 \frac{s}{\sqrt{n}}) = 0,95 \quad (61)$$

Εφαρμογή: Διαστήματα εμπιστοσύνης για την μέση απόδοση χρηματιστηρίου

Για την καλύτερη κατανόηση των διαστημάτων εμπιστοσύνης ας θεωρήσουμε το παρακάτω παράδειγμα. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε 60 μηνιαίες παρατηρήσεις (αποδόσεις) για τον δείκτη FTSE 100 του χρηματιστηρίου του Λονδίνου. Η δειγματική μέση μηνιαία απόδοση είναι 1,125%, η δειγματική τυπική απόκλιση είναι 2,5% ενώ το μέγεθος του δείγματος είναι 60 ($n=60$). Επιθυμούμε λοιπόν να κατασκευάσουμε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τον δειγματικό μέσο $\bar{X}$.

Αρχικά, χρειάζεται να υπολογίσουμε το τυπικό σφάλμα του δειγματικού μέσου με την βοήθεια της παραπάνω σχέσης

$$SE = \frac{2,5}{\sqrt{60}} = 0,3227$$

Το διάστημα εμπιστοσύνης θα είναι σε αυτή την περίπτωση

$$\mu = 1,125 \pm 1,96 \times 0,3227 \text{ δηλαδή}$$

$$1,125 - 0,6325 \leq \mu \leq 1,125 + 0,6325$$

$$0,4925 \leq \mu \leq 1,7575$$

Αντίστοιχα, σε όρους πιθανότητας το συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$P(\bar{X} - (1,96 \times 0,3227) \leq \mu \leq \bar{X} + (1,96 \times 0,3227)) = 0,95$$

$$P((1,125 - 0,6325) \leq \mu \leq (1,125 + 0,6325)) = 0,95$$

$$P(0,4925 \leq \mu \leq 1,7575) = 0,95$$

Ποια είναι όμως η πρακτική σημασία του παραπάνω διαστήματος εμπιστοσύνης για τον χρηματοοικονομικό αναλυτή. Ο αναλυτής θα πρέπει να αποφασίσει εάν το διάστημα μέσα στο οποίο κυμαίνεται ο δειγματικός μέσος προσφέρει κάποια χρήσιμη πληροφορία. Για παράδειγμα, το παραπάνω διάστημα εμπιστοσύνης κυμαίνεται από 0,4925 έως 1,7575, ένα εύρος ίσο με 1,265 το οποίο υπερβαίνει ακόμα και την εκτίμηση του δειγματικού μέσου.

Είναι προφανές ότι ο αναλυτής προκειμένου να εξάγει αξιόπιστα και ακριβή συμπεράσματα για την συμπεριφορά της υπό εξέταση παραμέτρου δεν επιθυμεί ένα μεγάλο εύρος του διαστήματος εμπιστοσύνης. Δεδομένου ότι ο δειγματικός μέσος είναι προκαθορισμένος και η ποσότητα 1,96 σχετίζεται με τον βαθμό εμπιστοσύνης 95% η μόνη παράμετρος που μπορεί να επηρεάσει το εύρος του διαστήματος είναι το τυπικό σφάλμα. Το τυπικό σφάλμα του δειγματικού μέσου (SE) αποτελεί συνάρτηση της δειγματικής τυπικής απόκλισης και του μεγέθους του δείγματος. Έτσι ένας τρόπος να μειωθεί το επίπεδο του τυπικού σφάλματος του δειγματικού μέσου είναι να αυξηθεί το μέγεθος του δείγματος. Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό με την βοήθεια ενός παραδείγματος.

Ας υποθέσουμε ότι στα πλαίσια του παραπάνω παραδείγματος το δείγμα αυξήθηκε σε 120 και η δειγματική τυπική απόκλιση παρέμεινε αμετάβλητη σε 2,5. Σε αυτή την περίπτωση το τυπικό σφάλμα θα είναι ίσο με

$$SE = \frac{2,5}{\sqrt{120}} = \frac{2,5}{10,95} = 0,2282 \quad \text{και το διάστημα εμπιστοσύνης θα είναι}$$

$$\mu = 1,125 \pm 1,96 \times 0,2282 \quad \text{δηλαδή}$$

$$1,125 - 0,4473 \leq \mu \leq 1,125 + 0,4473$$

$$0,6777 \leq \mu \leq 1,5723 \quad \text{με ένα εύρος μόνο } 0,8946.$$

4.5.2 Διαστήματα εμπιστοσύνης για τον μέσο (μικρά δείγματα)

Το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την στήριξη της υπόθεσης ότι ο μέσος ενός δείγματος ακολουθεί την κανονική κατανομή στην περίπτωση που το μέγεθος του δείγματος υπερβαίνει το 30. Στην περίπτωση που έχουμε μικρά δείγματα πρέπει να είμαστε σε θέση να υποθέσουμε ότι το δείγμα μας προέρχεται από μια κανονική κατανομή προκειμένου να μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ο δειγματικός μέσος κατανέμεται κανονικά. Επιπλέον, ένα μικρό μέγεθος δείγματος έχει επιπτώσεις στην αξιοπιστία της εκτίμησης της δειγματικής τυπικής απόκλισης. Σε αυτές τις περιπτώσεις η κατανομή t-student επιτρέπει την ύπαρξη αυτής της επιπρόσθετης μεταβλητότητας.

Όπως στην περίπτωση της κανονικής κατανομής, η κατανομή t είναι συμμετρική αν και είναι πιο επίπεδη. Το πραγματικό σχήμα της κατανομής εξαρτάται από τους βαθμούς ελευθερίας ενώ καθώς το δείγμα μεγαλώνει η κατανομή t προσεγγίζει την κανονική κατανομή.

Το διάστημα εμπιστοσύνης για τον δειγματικό μέσο σε περίπτωση μικρού δείγματος θα είναι

$$(\bar{X} - t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}) \quad (62)$$

όπου

s είναι η δειγματική τυπική απόκλιση,

t_{n-1} είναι η τιμή που δίνεται από τους πίνακες της t κατανομής για μέγεθος δείγματος n και $n-1$ βαθμούς ελευθερίας,

α είναι το προεπιλεγμένο επίπεδο σημαντικότητας.

Αντίστοιχα, σε όρους πιθανότητας το συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$P(\bar{X} - t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha \quad (63)$$

Για να δείξουμε την χρήση της κατανομής t student ας θεωρήσουμε ότι επιθυμούμε να ελέγξουμε δηλαδή τον δειγματικό μέσο των τριμηνιαίων αποδόσεων των χαρτοφυλακίων ενός συγκεκριμένου αριθμού διαχειριστών Α/Κ. Από τις 20 διαθέσιμες παρατηρήσεις προκύπτει ότι έχουμε 19 βαθμούς ελευθερίας (n-1) και ο δειγματικός μέσος είναι 4,5%. Η δειγματική τυπική απόκλιση ισούται με 5%. Σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% το διάστημα εμπιστοσύνης θα είναι ίσο με:

$$\begin{aligned}\bar{X} - 2,093 \times \frac{5}{\sqrt{20}} &\leq \mu \leq \bar{X} + 2,093 \times \frac{5}{\sqrt{20}} \\ 4,5 - (2,093 \times 1,119) &\leq \mu \leq 4,5 + (2,093 \times 1,119) \\ 4,5 - 2,342 &\leq \mu \leq 4,5 + 2,342 \\ 2,158 &\leq \mu \leq 6,842\end{aligned}$$

Σε όρους πιθανότητας το συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\begin{aligned}P(4,5 - (2,093 \times 1,119) \leq \mu \leq 4,5 + (2,093 \times 1,119)) &= 95\% \\ P(4,5 - 2,342 \leq \mu \leq 4,5 + 2,342) &= 95\% \\ P(2,158 \leq \mu \leq 6,842) &= 95\%\end{aligned}$$

4.5.3 Διαστήματα εμπιστοσύνης για την διακύμανση

Όπως είναι γνωστό η δειγματική κατανομή της διακύμανσης είναι μετά από κατάλληλο μετασχηματισμό η χ^2 κατανομή. Προκειμένου να κατασκευάσουμε διάστημα εμπιστοσύνης για την διακύμανση δεν ενδιαφερόμαστε για τη δειγματική κατανομή της διακύμανσης αλλά για την δειγματική κατανομή της παρακάτω τυποποιημένης μεταβλητής:

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \approx \chi^2_{n-1} \quad (64)$$

Για να κατασκευάσουμε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την σημειακή εκτίμηση της διακύμανσης χρειάζεται να καθορίσουμε τις τιμές της χ^2 κατανομής οι οποίες εξηγούν πιθανότητα ίση με 2,5% για κάθε ουρά της συγκεκριμένης κατανομής. Με άλλα λόγια, χρειαζόμαστε μια τιμή της χ^2 κατανομής η οποία υποθέτει ότι το 97,5% των τιμών βρίσκονται στα δεξιά και μια ακόμα τιμή η οποία υποθέτει ότι το υπόλοιπο 2,5 βρίσκεται στα αριστερά της κατανομής. Εάν αναφερόμαστε στο βαθμό εμπιστοσύνης ως $1-\alpha$, πρέπει να καθορίσουμε τις τιμές $\chi^2_{1-\alpha/2}$ και $\chi^2_{\alpha/2}$. Στην περίπτωση που επιλέξουμε 95% ως επίπεδο εμπιστοσύνης τότε η τιμή του α θα είναι 0,05 και οι σχετικές τιμές της χ^2 κατανομής θα είναι $\chi^2_{n-1,0,975}$ και $\chi^2_{n-1,0,025}$.

Το διάστημα εμπιστοσύνης για την διακύμανση θα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}} \right] \quad (65)$$

Και για την τυπική απόκλιση αντίστοιχα

$$\left[\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}}} \right] \quad (66)$$

Σε όρους πιθανότητας το συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$P \left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}} \right] = 1 - \alpha \quad (67)$$

και για την τυπική απόκλιση

$$P \left[\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1, \alpha/2}}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1, 1-\alpha/2}}} \right] = 1 - \alpha \quad (68)$$

Εφαρμογή: Διαστήματα εμπιστοσύνης μέσης απόδοσης και διακύμανσης για το χρηματιστήριο της Ελλάδος και των ΗΠΑ

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θα χρησιμοποιήσουμε τις μηνιαίες αποδόσεις του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών και του δείκτη Dow Jones των ΗΠΑ για την περίοδο 2007-08 προκειμένου να κατασκευάσουμε διαστήματα εμπιστοσύνης για την μέση μηνιαία απόδοση και την διακύμανση των αποδόσεων. Όπως παρατηρούμε και από τον πίνακα που ακολουθεί και για τους δυο δείκτες η μέση μηνιαία απόδοση ήταν αρνητική, πιο συγκεκριμένα η μέση μηνιαία απόδοση για τον ΓΔΧΑΑ ήταν -3,301% ενώ για το ίδιο χρονικό διάστημα η απόδοση του δείκτη των Αμερικάνικων blue chips ήταν σαφώς καλύτερη, αν και αρνητική, ίση με -1,346%. Αναφορικά με την τυπική απόκλιση των αποδόσεων, όπως είναι αναμενόμενο ο ΓΔΧΑΑ είναι σαφώς πιο επικίνδυνος και εμφανίζει σχεδόν διπλάσια τυπική απόκλιση σε σχέση με τον Dow Jones (8,385% έναντι 4,562%).

Πίνακας 19

Μηνιαίες αποδόσεις ΓΔΧΑΑ και Dow Jones

	ΓΔΧΑΑ	DJ 30
31/1/2007	7,194%	1,272%
28/2/2007	-4,379%	-2,797%
30/3/2007	3,090%	0,699%
30/4/2007	2,018%	5,735%
31/5/2007	4,969%	4,323%
29/6/2007	-2,583%	-1,607%
31/7/2007	1,522%	-1,466%
31/8/2007	-0,101%	1,103%
28/9/2007	4,292%	4,027%
31/10/2007	4,121%	0,247%
30/11/2007	-5,261%	-4,008%
31/12/2007	2,473%	-0,799%
31/1/2008	-15,757%	-4,632%

29/2/2008	-5,266%	-3,035%
31/3/2008	-3,558%	-0,029%
30/4/2008	5,725%	4,544%
30/5/2008	-0,893%	-1,418%
30/6/2008	-17,642%	-10,194%
31/7/2008	-1,310%	0,247%
29/8/2008	-3,003%	1,455%
30/9/2008	-13,248%	-6,002%
31/10/2008	-27,872%	-14,060%
28/11/2008	-7,125%	-5,319%
31/12/2008	-6,638%	-0,596%
$\bar{X}$	-3,301%	-1,346%
s	8,385%	4,562%
SE	1,712%	0,931%
n	24	24

Για να κατασκευάσουμε λοιπόν ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την μέση απόδοση θα χρησιμοποιήσουμε την κατανομή t-student καθώς το δείγμα μας είναι μικρότερο από 30. Το διάστημα εμπιστοσύνης για τον δειγματικό μέσο θα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$(\bar{X} - t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{n-1, \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}})$$

..

Για τον ΓΔΧΑΑ θα έχουμε:

$\bar{X} = -3,301\%$, $SE = 1,712\%$, $\alpha = 0,05$ και $t_{23, 0,025} = 2,064$ οπότε

$$\begin{aligned} \bar{X} - 2,064 \times \frac{8,385}{\sqrt{24}} &\leq \mu \leq \bar{X} + 2,064 \times \frac{8,385}{\sqrt{24}} \\ -3,301 - (2,064 \times 1,712) &\leq \mu \leq -3,301 + (2,064 \times 1,712) \\ -3,301 - 3,534 &\leq \mu \leq -3,301 + 3,534 \\ -6,835 &\leq \mu \leq 0,233 \end{aligned}$$

Επομένως, για το εξεταζόμενο χρονικό διάστημα η μέση μηνιαία απόδοση του δείκτη του ελληνικού χρηματιστηρίου θα κυμαίνεται με πιθανότητα 95% στο διάστημα -6,835 έως 0,233%.

Αντίστοιχα για τον δείκτη Dow Jones θα έχουμε

$\bar{X} = -1,346\%$, $SE = 0,931\%$, $\alpha = 0,05$ και $t_{23,0,025} = 2,064$ οπότε

$$\begin{aligned}\bar{X} - 2,064 \times \frac{4,562}{\sqrt{24}} &\leq \mu \leq \bar{X} + 2,064 \times \frac{4,562}{\sqrt{24}} \\ -1,346 - (2,064 \times 0,931) &\leq \mu \leq -1,346 + (2,064 \times 0,931) \\ -1,346 - 1,922 &\leq \mu \leq -1,346 + 1,922 \\ -3,268 &\leq \mu \leq 0,576\end{aligned}$$

Επομένως η μέση μηνιαία απόδοση του δείκτη Dow Jones θα κυμαίνεται σε ένα αρκετά μικρότερο εύρος σε σχέση με τον ΓΔΧΧΑ γεγονός το οποίο αποκαλύπτει σε πρώτη φάση και την μικρότερη μεταβλητότητα του συγκεκριμένου δείκτη.

Στην συνέχεια για να κατασκευάσουμε λοιπόν ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την διακύμανση των αποδόσεων θα χρησιμοποιήσουμε την κατανομή χ^2 και την παρακάτω σχέση

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}} \right]$$

Στην περίπτωση του ΓΔΧΑΑ θα έχουμε:

$$s^2 = 70,308, \chi^2_{24,0,975} = 12,401, \chi^2_{24,0,025} = 39,364$$

και ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την διακύμανση θα είναι ίσο με

$$\begin{aligned}\left[\frac{23 \times 70,308}{39,364} \leq \sigma^2 \leq \frac{23 \times 70,308}{12,401} \right] &= \\ [41,08 \leq \sigma^2 \leq 130,39] &\end{aligned}$$

ενώ αντίστοιχα για την τυπική απόκλιση θα ισχύει

$$[6,41 \leq \sigma \leq 11,42]$$

Στην περίπτωση του Dow Jones θα έχουμε:

$$s^2=20,81, \chi^2_{24,0,975}=12,401, \chi^2_{24,0,025}=39,364$$

και ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την διακύμανση θα είναι ίσο με

$$\left[\frac{23 \times 20,81}{39,364} \leq \sigma^2 \leq \frac{23 \times 20,81}{12,401} \right] =$$
$$[12,16 \leq \sigma^2 \leq 38,60]$$

ενώ αντίστοιχα για την τυπική απόκλιση θα ισχύει

$$[3,49 \leq \sigma \leq 6,21]$$

Από την προηγούμενη ανάλυση προκύπτει ένα πολύ σημαντικό εύρημα αναφορικά με την επικινδυνότητα των υπό εξέταση χρηματιστηριακών αγορών. Ειδικότερα, παρατηρώντας το εύρος τιμών των διαστημάτων εμπιστοσύνης της τυπικής απόκλισης για τον ΓΔΧΑΑ (6,41-11,42) και τον Dow Jones (3,49-6,21) αντίστοιχα επιβεβαιώνεται η υψηλότερη επικινδυνότητα του ελληνικού χρηματιστηρίου για την εξεταζόμενη περίοδο.

4.6 Σφάλματα Τύπου I και Τύπου II

Προτού προχωρήσουμε με την περιγραφή των πιθανών σφαλμάτων που σχετίζονται με τον στατιστικό έλεγχο υποθέσεων πρέπει να ορίσουμε τις έννοιες της μηδενικής (H_0) και της εναλλακτικής υπόθεσης. Για την εξαγωγή αξιόπιστων συμπερασμάτων, προϋπόθεση είναι η σωστή διατύπωση της υπόθεσης που πρόκειται να ελεγχθεί και η ισχύ των προϋποθέσεων κάτω από τις οποίες ισχύει το κριτήριο. Σε κάθε ελεγχόμενη υπόθεση H_0 υπάρχει και η εναλλακτική H_1 . Πρόκειται για την πρόταση η οποία θα γίνει αποδεκτή σε περίπτωση που απορριφθεί η ελεγχόμενη υπόθεση. Η εναλλακτική υπόθεση

εκφράζει το αποτέλεσμα που αναμένεται να προκύψει από τον σχετικό έλεγχο. Η απόφαση για την εκτίμηση ενός υποδείγματος λαμβάνεται κάτω από την προσδοκία ότι τούτο ερμηνεύει το φαινόμενο το οποίο ερευνούμε. Στην αντίθετη περίπτωση, η όλη προσπάθεια δεν θα είχε κανένα νόημα.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η διατύπωση της ελεγχόμενης υπόθεσης H_0 πρέπει να γίνει κατά τρόπο που να υποδηλώνει ότι οι ερμηνευτικές μεταβλητές δεν ασκούν καμμία επίδραση στην διαμόρφωση της συμπεριφοράς της εξαρτημένης μεταβλητής.. Έτσι, η απόρριψή της θα οδηγούσε στην παραδοχή της εναλλακτικής υπόθεσης H_1 , γεγονός που θα σήμαινε ότι οι διακυμάνσεις της εξαρτημένης μεταβλητής ερμηνεύονται πράγματι από αντίστοιχες διακυμάνσεις των ανεξάρτητων μεταβλητών.

Αυτό, με τη σειρά του, θα σήμαινε ότι το υπόδειγμα ερμηνεύει ικανοποιητικά το υπό διερεύνηση φαινόμενο. Έστω για παράδειγμα το υπόδειγμα:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_\lambda X_{\lambda i} + u_i \quad (69)$$

Η ελεγχόμενη υπόθεση διατυπώνεται ως εξής;

$$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_\lambda = 0 \quad (70)$$

Ενώ η εναλλακτική είναι:

$$H_1: \text{όχι όλα τα } \beta_j \text{ ίσα με το μηδέν} \quad (71) \quad j=1,2,3,\dots,\lambda$$

Η υπόθεση H_0 είναι γνωστή στη βιβλιογραφία και ως μηδενική υπόθεση. Ο παραπάνω τρόπος διατύπωσης της υπό έλεγχο και της εναλλακτικής υπόθεσης στηρίζεται στην βασική αρχή της επιστημονικής μεθοδολογίας, σύμφωνα με την οποία μπορούμε να απορρίψουμε μια πρόταση, ουδέποτε όμως είμαστε σε θέση να αποδείξουμε απευθείας την αλήθεια της. Αυτό σημαίνει ότι εάν οι υποθέσεις (70) και (71) είχαν διατυπωθεί αντίστροφα, ο έλεγχος της σημαντικότητας του υποδείγματος θα ήταν προβληματικός.

Όταν πραγματοποιούμε τον έλεγχο μιας υπόθεσης υπάρχει η πιθανότητα να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση ενώ στην πραγματικότητα θα έπρεπε να την αποδεχθούμε. Σε αυτήν την περίπτωση θα έχουμε διαπράξει ένα σφάλμα Τύπου I. Η πιθανότητα να υποπέσουμε σε σφάλμα αυτού του είδους ονομάζεται επίπεδο σημαντικότητας (significance level) του ελέγχου. Επομένως, όταν επιλέγουμε επίπεδο σημαντικότητας 5% για τον έλεγχο μας αναλαμβάνουμε με πιθανότητα 5% τον κίνδυνο να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση ενώ η υπόθεση είναι αληθινή.

Το δεύτερο είδος σφάλματος που εμπεριέχεται σε έναν κλασικό έλεγχο υποθέσεων συνίσταται στην αποδοχή της μηδενικής υπόθεσης ενώ στην πραγματικότητα θα έπρεπε να την απορρίψουμε. Σε αυτήν την περίπτωση θα έχουμε διαπράξει ένα σφάλμα Τύπου II.

Για μια διαισθητική ερμηνεία της σχέσης μεταξύ των δυο ειδών σφάλματος μπορούμε να θεωρήσουμε την αναλογία με την διαδικασία απόδοσης δικαιοσύνης με το σύστημα των ενόρκων η οποία απεικονίζεται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 20
Σφάλμα Τύπου I και Τύπου II

	H₀ αληθινή Κατηγορούμενος αθώος	H₀ λανθασμένη Κατηγορούμενος ένοχος
H₀ αποδεκτή Κατηγορούμενος απαλλάσσεται	✓	Σφάλμα Τύπου II
H₀ απορρίπτεται Κατηγορούμενος τιμωρείται	Σφάλμα Τύπου I	✓

Πιο συγκεκριμένα, ο κατηγορούμενος μπορεί να είναι είτε αθώος, είτε ένοχος. Οι ένορκοι μπορεί να κρίνουν τον κατηγορούμενο ένοχο ή αθώο μετά την ολοκλήρωση της δίκης. Το σύστημα της δικαιοσύνης καλείται να ελέγξει την μηδενική υπόθεση ότι ο κατηγορούμενος δεν είναι ένοχος. Εάν λοιπόν, οι ένορκοι κρίνουν τον κατηγορούμενο ένοχο, ενώ είναι στην πραγματικότητα ένοχος τότε δεν διαπράττουν κάποιο σφάλμα. Εάν πάλι ο κατηγορούμενος κριθεί αθώος ενώ στην πραγματικότητα είναι αθώος τότε και σε αυτήν την περίπτωση δεν διαπράττεται κάποιο σφάλμα. Τι συμβαίνει όμως στην

περίπτωση που ο κατηγορούμενος είναι αθώος αλλά οι ένοχοι τον κρίνουν ως ένοχο, δηλαδή απορρίπτουν την μηδενική υπόθεση ενώ στην πραγματικότητα η μηδενική υπόθεση είναι ορθή. Σε αυτήν την περίπτωση διαπράττεται ένα σοβαρότατο λάθος, πρόκειται για σφάλμα Τύπου Ι και στο οποίο κανείς δεν επιθυμεί να υποπέσει. Για τον λόγο αυτό ορίζουμε το επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου (συνήθως 5% ή 1%) προκειμένου να ελαχιστοποιήσουμε την πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος Τύπου Ι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Το Κλασικό Γραμμικό Υπόδειγμα

5.1 Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων

Σε αυτό το σημείο θα εφαρμόσουμε την μέθοδο της ανάλυσης παλινδρόμησης σε μια απλή γραμμική σχέση μεταξύ μιας εξαρτημένης μεταβλητής Y και μιας ανεξάρτητης μεταβλητής X . Με τον όρο γραμμική σχέση εννοούμε ότι η μεταβλητή Y επηρεάζεται από την X μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$Y = a + \beta X + u \quad (72)$$

Ο συντελεστής της σειράς που καλείται a , είναι ο σταθερός όρος (intercept) της παλινδρόμησης, ερμηνεύεται δε ως το επίπεδο βάσης της πρόβλεψης αυτής όταν η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι μηδέν. Ο συντελεστής β (slope coefficient) ερμηνεύεται ως η γωνία της σχέσης μεταξύ της αντίστοιχης εξαρτημένης μεταβλητής και της ανεξάρτητης μεταβλητής. Ο συντελεστής β εκφράζει με άλλα λόγια την επίδραση που θα επιφέρει μιας μεταβολή της ανεξάρτητης μεταβλητής κατά μια μονάδα στην εξαρτημένη μεταβλητή.

Ο όρος u ονομάζεται διαταρακτικός ή στοχαστικός όρος και αντανακλά το γεγονός ότι η μεταβολή της μεταβλητής Y δεν εξηγείται πλήρως από την μεταβολή της ανεξάρτητης μεταβλητής. Υπάρχουν και άλλοι παράγοντες οι οποίοι δεν ερμηνεύονται από το υπόδειγμα. Πρόκειται με άλλα λόγια για ένα μέτρο της ακρίβειας του υποδείγματός μας το οποίο καθορίζει την ακρίβεια της προσέγγισης της πραγματικότητας μέσω των υποθέσεων του υποδείγματός μας. Στην περίπτωση που οι υποθέσεις του υποδείγματός μας προσεγγίζουν την πραγματικότητα σε μεγάλο βαθμό η τιμή του στοχαστικού όρου θα είναι ασήμαντη και κοντά στο μηδέν.

Προκειμένου να εξετάσει κάποιος τη σχέση μεταξύ της εξαρτημένης και ανεξάρτητης μεταβλητής είναι απαραίτητο να προσδιοριστούν οι τιμές των a , β και u στη σχέση (72). Η μέθοδος εκτίμησης θα πρέπει να είναι τέτοια έτσι

ώστε ο εκτιμητής που θα χρησιμοποιήσουμε να είναι ο καλύτερος, γραμμικός και αμερόληπτος από το σύνολο των διαθέσιμων εκτιμητών (Best Linear Unbiased Estimator, BLUE).

Ο όρος καλύτερος αναφέρεται στην επιθυμία μας οι εκτιμητές των παραμέτρων να είναι οι πιο αποτελεσματικοί. Δηλαδή, οι διακυμάνσεις γύρω από τους εκτιμητές των παραμέτρων να είναι οι μικρότερες δυνατές και ως εκ τούτου πιο αξιόπιστες. Αυτό επιτυγχάνεται επιλέγοντας εκείνες τις εκτιμήσεις των α και β που ελαχιστοποιούν το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων. Ο όρος γραμμικός υποδηλώνει απλά ότι η σχέση είναι γραμμική. Ο όρος αμερόληπτος ορίζει ότι οι αναμενόμενες τιμές των εκτιμητών των συντελεστών της παλινδρόμησης θα είναι ίσες με τις πραγματικές τιμές των συντελεστών.

Εάν λοιπόν τα δεδομένα μας πληρούν τις υποθέσεις που αναφέρονται παρακάτω η πιο διαδεδομένη μέθοδος οι οποίοι μας παρέχει εκτιμητές BLUE είναι η Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων (OLS). Το όνομα της προκύπτει από την προσαρμογή μιας ευθείας γραμμής η οποία περνάει όσο το δυνατόν εγγύτερα από τα διαθέσιμα ζεύγη παρατηρήσεων. Ο υπολογισμός της ευθείας γραμμής προκύπτει μέσω της ελαχιστοποίησης των σφαλμάτων (u_i) τα οποία προκύπτουν από τις θεωρητικές τιμές της μεταβλητής Y , $\hat{Y}$ μέσω της ευθείας γραμμής και των πραγματικών τιμών της Y .

5.2 Στατιστικές υποθέσεις Μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων

Προκειμένου να εφαρμόσουμε την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων σε ένα σύνολο παρατηρήσεων και να είμαστε σε θέση να ελέγξουμε την σχέση μεταξύ των μεταβλητών πρέπει τα δεδομένα μας να ικανοποιούν τις υποθέσεις του συγκεκριμένου υποδείγματος. Οι υποθέσεις αναφέρονται κυρίως στην συμπεριφορά του στοχαστικού όρου u_i και είναι οι εξής:

1. Η μαθηματική μορφή της σχέσης μεταξύ της πραγματικής εξαρτημένης μεταβλητής Y και της ανεξάρτητης μεταβλητής X , είναι

$$Y = \alpha + \beta X + u \quad (72.1)$$

Σε αυτό το σημείο είναι χρήσιμο να διακρίνουμε μεταξύ ενός ντετερμινιστικού υποδείγματος και ενός πιθανοθεωρητικού. Τα ντετερμινιστικά υποδείγματα είναι εκείνα στα οποία η γνώση των τιμών της X προσδιορίζει την ακριβή γνώση των τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής. Για παράδειγμα, το εισόδημα ενός πωλητή καθορίζεται από ένα σταθερό μισθό ίσο με την σταθερά a και ένα επιπλέον bonus το οποίο εκφράζεται ως $\beta\%$ της αξίας των πωλήσεων που πραγματοποιεί. Εάν γνωρίζουμε την αξία των πωλήσεων μπορούμε να καθορίσουμε το ύψος του εισοδήματος του ατόμου. Δεν χρειάζεται σε αυτή την περίπτωση να εφαρμόσουμε ανάλυση παλινδρόμησης.

Η πιο συνηθισμένη περίπτωση ωστόσο είναι να θεωρούμε την Y ως τυχαία μεταβλητή. Εάν γνωρίζουμε το σύνολο των τιμών της X τότε έχουμε μια συνάρτηση πιθανότητας για την Y . Σε αυτή την περίπτωση το υπόδειγμά μας είναι στοχαστικό και δίνεται από την σχέση (72.1).

2. Ο στοχαστικός όρος u_i ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή μηδέν και σταθερή διακύμανση.

$$\text{Δηλαδή } E(u_i) = 0 \text{ και } \text{var}(u_i) = \sigma_u^2 \quad (72.2)$$

3. Τα κατάλοιπα είναι μεταξύ τους ασυσχέιστα μεταξύ διαδοχικών χρονικών περιόδων δηλαδή $\text{cov}(u_i, u_j) = 0 \quad \forall i \neq j$ (72.3)

4. Η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι ασυσχέιστη με τον στοχαστικό όρο δηλαδή

$$\text{cov}(u_i, X) = 0 \quad (72.4)$$

Η δεύτερη υπόθεση υπαινίσσεται ότι παρά το γεγονός ότι υπάρχει ένας κύριος παράγοντας που καθορίζει την τιμή της Y υπάρχουν και άλλοι παράγοντες μικρότερης σημασίας κάποιοι από τους οποίους θα έχουν θετική επίδραση και κάποιοι άλλοι αρνητική.

Η υπόθεση της σταθερής διακύμανσης του στοχαστικού όρου σημαίνει ότι παρά την μεγάλη ή μικρή τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής X η απόκλιση των τιμών του στοχαστικού όρου είναι σταθερή και σε αυτή την περίπτωση ο στοχαστικός όρος αποκαλείται ομοσκεδαστικός. Σε διαφορετική περίπτωση όταν η απόκλιση των τιμών του στοχαστικού όρου δεν είναι διαχρονικά σταθερή τότε ο στοχαστικός όρος θα αποκαλείται ετεροσκεδαστικός.

Η τρίτη υπόθεση ότι οι τιμές του στοχαστικού όρου είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες σημαίνει ότι δεν μπορώ να χρησιμοποιήσω την τιμή του στοχαστικού όρου τη χρονική στιγμή t για να προβλέψω ποια θα είναι η τιμή του στοχαστικού όρου την επόμενη χρονική περίοδο. Εάν οι τιμές του στοχαστικού όρου δεν είναι ασυσχέτιστες τότε λέμε ότι τα δεδομένα επιδεικνύουν αυτοσυσχέτιση (autocorrelation).

Καθώς η μεταβλητή Y συνδέεται γραμμικά με τον στοχαστικό όρο e συνεπάγεται ότι η εξαρτημένη μεταβλητή Y θα είναι τυχαία μεταβλητή. Για όλες τις τιμές της X η μεταβλητή Y θα ακολουθεί την κανονική κατανομή και η στατιστική κατανομή της Y θα περιγράφεται πλήρως από τον μέσο και την διακύμανση, δηλαδή:

$$E(Y_i) = E(\alpha + \beta_i X_i + u_i) \quad (73)$$

Επειδή τα α και β είναι σταθερές και η μεταβλητή X είναι μη στοχαστική τότε

$$E(Y_i) = \alpha + \beta_i X_i + E(u_i) \quad (74)$$

Επειδή η μέση τιμή του στοχαστικού όρου είναι μηδέν τότε η παραπάνω σχέση θα είναι ίση με:

$$E(Y_i) = \alpha + \beta_i X_i \quad (75)$$

Αναφορικά με την διακύμανση της Y έχουμε να πούμε ότι θα είναι ίση με την διακύμανση του στοχαστικού όρου u η οποία θα είναι ίση με $E(u_i^2)$ καθώς η αναμενόμενη τιμή του στοχαστικού όρου είναι ως γνωστό μηδέν.

$$\text{Τελικά ισχύει } Y_i \approx N(\alpha + \beta_i X_i, \sigma^2) \quad (76)$$

5.3 Προσαρμογή της Γραμμής Παλινδρόμησης στα δεδομένα

Η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων είναι μια τεχνική η οποία συνίσταται στην προσαρμογή μιας ευθείας γραμμής που προσεγγίζει καλύτερα τα ζεύγη παρατηρήσεων των μεταβλητών X και Y . Η συγκεκριμένη μέθοδος περιλαμβάνει την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγώνων των αποκλίσεων των πραγματικών τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής από την προσαρμοσμένη γραμμή. Δηλαδή:

$$\min \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (77)$$

Οι τιμές των συντελεστών α και β οι οποίες ελαχιστοποιούν το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων το οποίο αναφέρθηκε παραπάνω προκύπτουν μέσω των παρακάτω σχέσεων:

$$\hat{\beta} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\text{var}_X} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad (78)$$

όπου $\text{cov}(X, Y)$ είναι η συνδιακύμανση μεταξύ

των μεταβλητών.

Ισοδύναμα ο εκτιμητής του συντελεστή κλίσεως δίνεται από την σχέση

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad \text{ή}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{\sum x_i^2} \sqrt{\sum y_i^2}} \quad (79) \quad \text{όπου } x_i = X_i - \bar{X} \text{ και } y_i = Y_i - \bar{Y}$$

$$\text{και } \hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X} \quad (80)$$

Ας δούμε αναλυτικότερα πως καταλήγουμε στις παραπάνω σχέσεις για τους συντελεστές του υποδείγματος. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, οι εκτιμητές των παραμέτρων προκύπτουν μέσω της ελαχιστοποίησης του αθροίσματος των τετραγώνων του στοχαστικού όρου u_i . Ο στοχαστικός όρος ο οποίος εκφράζει την άγνοιά μας για τους παράγοντες που διαμορφώνουν την εξαρτημένη μεταβλητή ορίζεται ως εξής:

$$u_i = (Y_i - \hat{Y}_i) \quad (81)$$

όπου Y_i είναι η πραγματική τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής και $\hat{Y}_i$ η θεωρητική τιμή που προκύπτει μέσω του υποδείγματος ή με άλλα λόγια η γνώση μας για τους παράγοντες που διαμορφώνουν την εξαρτημένη μεταβλητή του φαινομένου που εξετάζουμε.

Το άθροισμα τετραγώνων των καταλοίπων υπολογίζεται με την βοήθεια της παρακάτω σχέσης:

$$SS = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i)^2 \quad (82)$$

όπου $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ είναι οι παράμετροι προς εκτίμηση.

Στην συνέχεια, παίρνουμε την πρώτη παράγωγο του αθροίσματος τετραγώνων διαδοχικά ως προς κάθε παράμετρο προς εκτίμηση για να προκύψουν τελικά οι κανονικές εξισώσεις, δηλαδή:

$$\frac{\partial SS}{\partial \hat{\alpha}} = \sum (-2(Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i)) \quad \text{και} \quad (83)$$

$$\frac{\partial SS}{\partial \hat{\beta}} = \sum (-2X_i(Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i)) \quad (84)$$

Το άθροισμα των τετραγώνων ελαχιστοποιείται όταν οι παραπάνω μερικές παράγωγοι ισούνται με το μηδέν, όταν δηλαδή ισχύει:

$$\sum (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i) = 0$$

$$\sum X_i(Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i) = 0$$

Αυτό επιτυγχάνεται όταν

$$\sum Y_i = n\hat{\alpha} + \hat{\beta}\sum X_i \quad (85)$$

$$\sum X_i Y_i = \hat{\alpha}\sum X_i + \hat{\beta}\sum X_i^2 \quad (86)$$

Τώρα πρέπει να λύσουμε ένα σύστημα εξισώσεων με δυο αγνώστους τα $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$. Αρχικά πολλαπλασιάζουμε την πρώτη εξίσωση με $\sum X_i$ και την δεύτερη με n :

$$\sum X_i Y_i = n\hat{\alpha}\sum X_i + \hat{\beta}(\sum X_i)^2$$

$$n\sum X_i Y_i = n\hat{\alpha}\sum X_i + n\hat{\beta}\sum X_i^2$$

Αφαιρώντας την πρώτη εξίσωση από την δεύτερη προκύπτει:

$$n\sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i = n\hat{\beta}\sum X_i^2 - \hat{\beta}(\sum X_i)^2 = \hat{\beta}(n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2)$$

$$\text{Επομένως } \hat{\beta} = \frac{n\sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (87)$$

Η σχέση που μας παρέχει την εκτίμηση του συντελεστή $\hat{\alpha}$ προκύπτει εάν διαιρέσουμε την εξίσωση (85) με n θα έχουμε δηλαδή

$$\frac{\sum Y_i}{n} = \frac{n\hat{\alpha} + \hat{\beta}\sum X_i}{n} \text{ το οποίο είναι ισοδύναμο με}$$

$$\bar{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\bar{X}$$

και τελικά λύνοντας την τελευταία εξίσωση ως προς το $\hat{\alpha}$ λαμβάνουμε

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X} \quad (88)$$

Εφαρμογή: Υπολογισμός συντελεστών παλινδρόμησης

Α. Με βάση τα παρακάτω στοιχεία για την συνολική κατανάλωση και το διαθέσιμο εισόδημα να υπολογίσετε τους συντελεστές α και β της παλινδρόμησης της κατανάλωσης ως προς το διαθέσιμο εισόδημα.

Πίνακας 21
Συνολική Κατανάλωση και Διαθέσιμο Εισόδημα

n	Y_i	X_i	$X_i Y_i$	X_i^2
1	102	114	11628	12996
2	106	118	12508	13924
3	108	126	13608	15876
4	110	130	14300	16900
5	122	136	16592	18496
6	124	140	17360	19600
7	128	148	18944	21904
8	130	156	20280	24336
9	142	160	22720	25600
10	148	164	24272	26896
11	150	170	25500	28900
12	154	178	27412	31684
n=12	$\Sigma Y_i=1524$ $\bar{Y} = 127$	$\Sigma X_i=1740$ $\bar{X} = 145$	$\Sigma X_i Y_i=225124$	$\Sigma X_i^2=257112$

Απάντηση

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μεταβλητών που έχουν υπολογιστεί στον παραπάνω πίνακα στους γνωστούς τύπους προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

$$\beta = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} = \frac{(12)(225124) - (1740)(1524)}{(12)(257112) - (1740)^2} = \frac{49728}{57744} = 0,86$$

$$\alpha = \bar{Y} - \beta \bar{X} = 127 - 0,86(145) = 127 - 124,7 = 2,3$$

Επομένως η εξίσωση της γραμμής παλινδρόμησης θα είναι η παρακάτω:

$$\hat{Y}_i = 2,3 + 0,86X_i$$

Β. Στην συνέχεια, με βάση τα στοιχεία του παραπάνω πίνακα υπολογίστε τον συντελεστή β της γραμμής παλινδρόμησης όταν οι μεταβλητές μετρώνται με τις αποκλίσεις από τον αντίστοιχο μέσο τους.

Πίνακας 22
Συνολική Κατανάλωση και Διαθέσιμο Εισόδημα: Εναλλακτικοί υπολογισμοί

n	Y _i	X _i	y _i	x _i	x _i y _i	x _i ²
1	102	114	-25	-31	775	961
2	106	118	-21	-27	567	729
3	108	126	-19	-19	361	361
4	110	130	-17	-15	255	225
5	122	136	-5	-9	45	81
6	124	140	-3	-5	15	25
7	128	148	1	3	3	9
8	130	156	3	11	33	121
9	142	160	15	15	225	225
10	148	164	21	19	399	361
11	150	170	23	25	575	625
12	154	178	27	33	891	1089
			$\sum y_i = 0$	$\sum x_i = 0$	$\sum x_i y_i = 4144$	$\sum x_i^2 = 4812$

Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση που οι μεταβλητές εκφράζονται ως αποκλίσεις από τον αντίστοιχο μέσο ισχύει $\sum y_i = \sum x_i = 0$.

$$\beta = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{4144}{4812} = 0,86$$

5.4 Ερμηνεία της εξίσωσης παλινδρόμησης

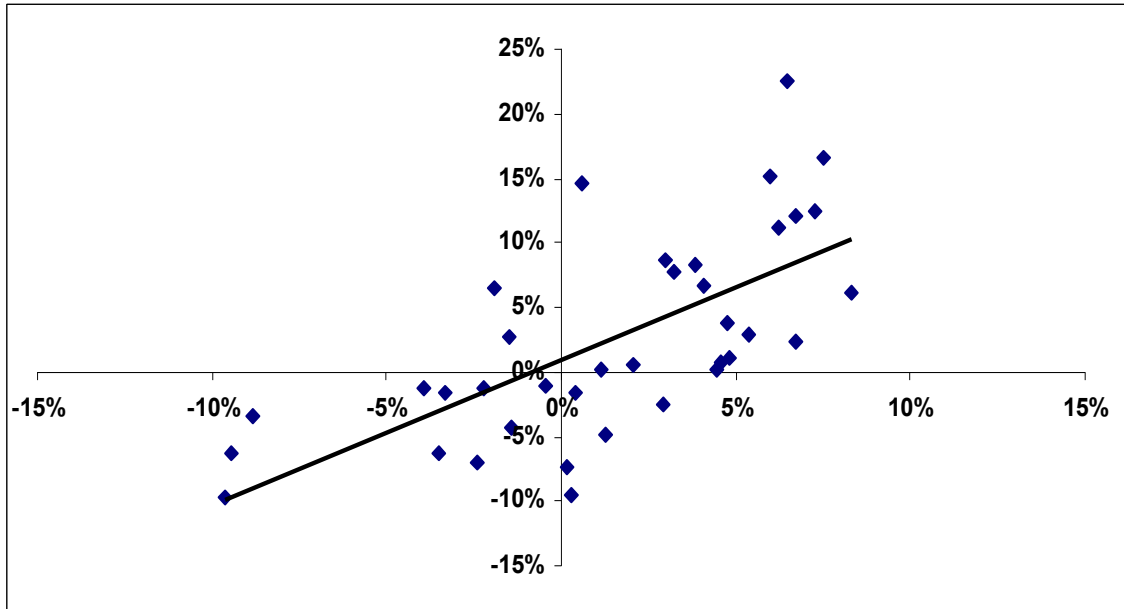
Ας υποθέσουμε ότι η εφαρμογή της γραμμής παλινδρόμησης για ένα δείγμα παρατηρήσεων των μεταβλητών X και Y μας έδωσε την παρακάτω εξίσωση:

$$\hat{Y} = 0,87 + 1,118X \quad (89)$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα ερμηνεύεται λέγοντας ότι η προβλεφθείσα τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής ($\hat{Y}$) ισούται με ένα σταθερό ποσό ίσο με 0,87 συν 1,118 για κάθε μονάδα μεταβολής της ανεξάρτητης μεταβλητής X . Η σταθερά αντιπροσωπεύει την τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής όταν η ανεξάρτητη μεταβλητή λαμβάνει την τιμή 0, παραμένει δηλαδή αμετάβλητη. Διαγραμματικά η σταθερά a απεικονίζεται ως η κάθετη απόσταση μεταξύ της αρχής των αξόνων και του σημείου όπου η ευθεία τέμνει τον κάθετο άξονα.

Διάγραμμα 20

Προσαρμογή ευθείας γραμμής στα δεδομένα



5.5 Κατάλοιπα

Πρωταρχικό ρόλο στην κατασκευή, εκτίμηση και έλεγχο κάθε υποδείγματος διαδραματίζουν τα κατάλοιπα ή αλλιώς σφάλματα τα οποία προσεγγίζουν την αβεβαιότητα μας σχετικά με ένα τμήμα της συμπεριφοράς των εξεταζόμενων μεταβλητών. Για παράδειγμα, στο υπόδειγμα της αγοράς, υποθέτουμε ότι ο όρος του σφάλματος λαμβάνει υπόψη την αβεβαιότητα που σχετίζεται με την εξαρτημένη μεταβλητή, δηλαδή τις αποδόσεις της μετοχής, ενώ η ανεξάρτητη μεταβλητή, δηλαδή οι αποδόσεις της αγοράς, θα θεωρούνται εξωγενείς – οι αποδόσεις της αγοράς θεωρούνται μη-τυχαίες ή δεδομένες.

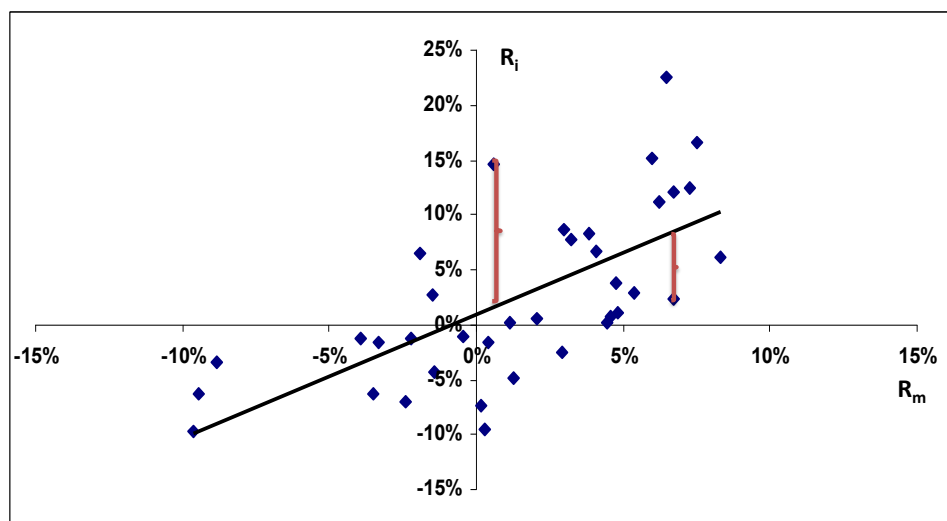
Το σφάλμα προκύπτει ως η διαφορά μεταξύ της παρατηρούμενης και της προβλεπόμενης (fitted) τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής και δίνεται, όπως έχουμε ήδη αναφέρει από την παρακάτω σχέση

$$u_i = (Y_i - \hat{Y}_i) \quad (90)$$

όπου Y_i είναι η πραγματική τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής και $\hat{Y}_i$ η θεωρητική τιμή που προκύπτει μέσω του υποδείγματος.

Σε αντιπαράθεση με τη υποτιθέμενο ως πραγματικό υπόδειγμα όπως αποτυπώνεται από τη θεωρητική σχέση π.χ $R_{it} = \alpha + \beta R_{mt} + u_{it}$, το εκτιμημένο υπόδειγμα δηλαδή το $\hat{R}_{it} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} R_{mt} + u_{it}$, φέρει καπέλα (^). Διαγραμματικά, το σφάλμα απεικονίζεται από την κάθετη απόσταση της παρατηρούμενης τιμής από την προσαρμοσμένη χαρακτηριστική γραμμή όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.

Διάγραμμα 21
Γραφική απεικόνιση καταλοίπων



Ο όρος σφάλματος u_{it} μπορεί να είναι θετικός ή αρνητικός, εξαρτώμενος από το εάν η πραγματοποίηση της απόδοσης της μετοχής βρίσκεται αντίστοιχα πάνω ή κάτω από τη χαρακτηριστική γραμμή του διαγράμματος 21.

Τώρα το λογικό ερώτημα που προκύπτει είναι: «πως λάβαμε τη χαρακτηριστική γραμμή;». Η απάντηση είναι με τη «Μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων – Ordinary Least Squares (OLS)». Με τη μέθοδο αυτή η χαρακτηριστική γραμμή επιλέγεται με τέτοιο τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων u_{it} (Sum of Squares for Error - SSE).

$$\min\{\text{Το Άθροισμα των Τετραγώνων των Καταλοίπων - SSE}\} = \sum u_{it}^2 = \sum (R_{it} - \hat{R}_{it})^2$$

(91)

Στους δυο πίνακες που ακολουθούν παρουσιάζονται κατά σειρά οι παρατηρούμενες (actual) αποδόσεις δυο μετοχών Χ και Υ, οι προβλεφθείσες με βάση το υπόδειγμα της Αγοράς και στην τελευταία στήλη απεικονίζονται τα σφάλματα τα οποία προκύπτουν ως η διαφορά των δυο προαναφερθέντων τιμών.

Πίνακας των Πραγματικών, των Προσαρμοσμένων Αποδόσεων της μετοχής Χ με το Υπόδειγμα της Αγοράς και των Τυπικών Σφαλμάτων του Υποδείγματος

Actual	Fitted	Residual	Residual Plot
6.36000	9.76752	-3.40752	* .
-0.39000	1.48174	-1.87174	. * .
-1.45000	-3.56752	2.11752	. * .
14.6000	8.19853	6.40147	. . *
-0.53000	-4.10237	3.57237	. *
-5.82000	-3.29284	-2.52716	. * .
-0.94000	-1.05650	0.11650	. * .
1.45000	0.24898	1.20102	. * .
8.94000	1.26656	7.67344	. . *
11.7400	9.08231	2.65769	. * .
6.22000	8.76098	-2.54098	. * .
4.46000	6.64850	-2.18850	. * .
6.53000	6.46527	0.06473	. * .
11.4300	10.0741	1.35587	. * .
-9.45000	-10.9145	1.46451	. * .
-0.09000	1.10574	-1.19574	. * .
5.22000	4.45184	0.76816	. * .
2.36000	4.75440	-2.39440	. * .
7.55000	9.06059	-1.51059	. * .
-0.26000	-1.00776	0.74776	. * .
10.5600	6.28714	4.27286	. . *
-2.35000	-2.21596	-0.13404	. * .
2.09000	5.54953	-3.45953	* .
8.43000	8.51866	-0.08866	. * .
4.49000	11.1332	-6.64325	* . .
14.8900	7.52586	7.36414	. . *
-10.2200	-1.85496	-8.36504	* . .
1.44000	1.04771	0.39229	. * .
-15.3900	-11.0550	-4.33499	* . .
-0.54000	-1.44445	0.90445	. * .
-1.48000	2.33702	-3.81702	* .

6.50000	4.50581	1.99419	.		*	.	
4.75000	2.51739	2.23261	.		*	.	
4.78000	6.74389	-1.96389	.		*	.	
-2.63000	3.27580	-5.90580	*	.		.	
0.81000	5.61479	-4.80479	*	.		.	
13.7400	9.43039	4.30961	.		.	*	
-1.49000	-4.90723	3.41723	.		.	*	
1.52000	4.34645	-2.82645	.		*	.	
3.98000	3.01797	0.96203	.		*	.	
7.51000	6.67370	0.83630	.		*	.	
-4.45000	-2.68122	-1.76878	.		*	.	
2.35000	2.40367	-0.05367	.		*	.	
0.60000	0.39298	0.20702	.		*	.	
2.38000	5.83495	-3.45495	*		.	.	
7.33000	5.62365	1.70635	.		*	.	
-4.34000	-5.99899	1.65899	.		*	.	
2.36000	3.58133	-1.22133	.		*	.	
-14.4300	-19.0027	4.57267	.		.	*	
-9.94000	-6.00604	-3.93396	*		.	.	
-7.70000	-3.88984	-3.81016	*		.	.	
6.41000	7.61041	-1.20041	.		*	.	
6.76000	-0.58862	7.34862	.		.	*	
-21.5900	-21.3370	-0.25296	.		*	.	
6.50000	-1.10506	7.60506	.		.	*	
-0.59000	-3.20241	2.61241	.		*	.	
-7.59000	-15.8943	8.30428	.		.	*	
-38.9300	-34.0113	-4.91872	*		.	.	
-13.4500	-8.30820	-5.14180	*		.	.	
-10.8100	-7.70469	-3.10531	.		*	.	

Πίνακας των Πραγματικών, των Προσαρμοσμένων Αποδόσεων της μετοχής Υ με το Υπόδειγμα της Αγοράς και των Τυπικών Σφαλμάτων του Υποδείγματος

Actual	Fitted	Residual	Residual Plot				
-2.06061	3.55657	-5.61718	.		*	.	
-3.09406	0.00194	-3.09600	.		*	.	
-0.12771	-2.16421	2.03650	.		*	.	
-1.66240	2.88347	-4.54588	.		*	.	
6.63199	-2.39366	9.02565	.		*	.	
-2.07317	-2.04637	-0.02680	.		*	.	
3.36239	-1.08698	4.44937	.		*	.	
-0.84337	-0.52692	-0.31645	.		*	.	
-12.7582	-0.09037	-12.6678	*		.	.	
-19.2201	3.26261	-22.4827	*		.	.	
-1.55172	3.12476	-4.67649	.		*	.	
2.45184	2.21850	0.23334	.		*	.	
-1.88034	2.13990	-4.02024	.		*	.	
9.75610	3.68811	6.06799	.		*	.	
7.30159	-5.31610	12.6177	.		*	.	
-0.14793	-0.15936	0.01144	.		*	.	
1.92593	1.27612	0.64980	.		*	.	

-8.43023	1.40592	-9.83616	*		.	
-0.15873	3.25330	-3.41203	.	*		.
-9.22099	-1.06606	-8.15492	.	*		.
20.3152	2.06348	18.2518	.		.	*
-0.72780	-1.58439	0.85659	.	*	.	
-1.17302	1.74704	-2.92006	.	*		.
3.11573	3.02080	0.09492	.	*	.	
0.28777	4.14248	-3.85471	.	*		.
21.9512	2.59489	19.3563	.		.	*
11.7647	-1.42952	13.1942	.		.	*
0.52632	-0.18426	0.71058	.	*	.	
-3.76963	-5.37637	1.60674	.	*	.	
-2.06746	-1.25341	-0.81406	.	*	.	
2.77778	0.36886	2.40892	.		*	.
-0.86486	1.29928	-2.16414	.	*		.
12.3228	0.44624	11.8766	.		.	*
1.45631	2.25942	-0.80311	.	*	.	
0.47847	0.77160	-0.29313	.	*	.	
39.0476	1.77503	37.2726	.		.	*
7.53425	3.41194	4.12231	.		*	.
-4.52229	-2.73895	-1.78334	.	*		.
-6.60440	1.23091	-7.83532	.	*		.
-1.21429	0.66099	-1.87527	.	*		.
-10.1952	2.22931	-12.4245	*		.	
-3.78422	-1.78399	-2.00023	.	*		.
-2.51046	0.39745	-2.90791	.	*		.
-0.25751	-0.46514	0.20763	.	*	.	
3.78657	1.86948	1.91709	.		*	.
-4.06302	1.77884	-5.84186	.	*		.
-10.1124	-3.20732	-6.90504	.	*		.
-2.11538	0.90267	-3.01806	.	*		.
-6.97446	-8.78595	1.81149	.		*	.
7.07497	-3.21035	10.2853	.		*	
-3.84615	-2.30249	-1.54366	.	*	.	
0.00000	2.63116	-2.63116	.	*		.
12.8205	-0.88625	13.7068	.		.	*
-5.00000	-9.78741	4.78741	.		*	.
-6.22010	-1.10781	-5.11229	.	*		.
0.40816	-2.00758	2.41574	.		*	.
-0.91463	-7.45244	6.53781	.		*	.
-24.6154	-15.2247	-9.39068	*		.	
-7.75510	-4.19798	-3.55712	.	*		.
-33.9233	-3.93908	-29.9842	*	.		.

Από τη γραφική απεικόνιση των καταλοίπων παρατηρούμε ότι τα κατάλοιπα της μετοχής Υ παρουσιάζουν υψηλότερη μεταβλητότητα σε σχέση με τα κατάλοιπα της μετοχής Χ. Το γεγονός αυτό θα έχει επιπτώσεις, όπως είναι αναμενόμενο στην προσαρμογή του γραμμικού υποδείγματος στα δεδομένα

της μετοχής Y το οποίο με τη σειρά θα εκφραστεί με ένα χαμηλό συντελεστή προσδιορισμού R^2 .

5.6 Έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας συντελεστών υποδείγματος

Για τον έλεγχο των θεωριών και την αξιολόγηση της εμπειρικής σημαντικότητας και της ακρίβειας των επιμέρους παραμέτρων, με σκοπό τη χρησιμοποίησή τους στην άσκηση πολιτικής, είναι αναγκαίο να γίνει έλεγχος της σημαντικότητας των συντελεστών. Ο έλεγχος της συνολικής ερμηνευτικής ικανότητας ενός υποδείγματος αποτελεί το πρώτο μόνο βήμα.

Πριν προχωρήσουμε στον έλεγχο της στατιστικής σημαντικότητας των εκτιμηθέντων παραμέτρων χρειάζεται να υπολογίσουμε τα τυπικά σφάλματα των εκτιμητών.

Τα τυπικά σφάλματα είναι η τυπική απόκλιση των εκτιμηθέντων συντελεστών και μετρούν την στατιστική αξιοπιστία των συντελεστών παλινδρόμησης (όσο μικρότερα τα τυπικά σφάλματα, τόσο πιο αξιόπιστοι είναι οι συντελεστές παλινδρόμησης).

Το τυπικό σφάλμα της σταθεράς της παλινδρόμησης είναι ίσο με

$$SE_{\hat{\alpha}} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y})^2}{n-2} \frac{\sum X_i^2}{n \sum (X_i - \bar{X})^2}} \quad (92)$$

ενώ το τυπικό σφάλμα της εκτίμησης του συντελεστή κλίσεως υπολογίζεται μέσω της σχέσης

$$SE_{\hat{\beta}} = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}} \quad (93)$$

όπου $\frac{\sum (Y_i - \hat{Y})^2}{n-2}$ είναι το τυπικό σφάλμα της παλινδρόμησης και το οποίο είναι ένα συνοπτικό μέτρο του μεγέθους των σφαλμάτων πρόβλεψης. Το τυπικό σφάλμα της παλινδρόμησης λοιπόν υπολογίζεται με την βοήθεια της παρακάτω σχέσης;

$$SE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{n-2}} \quad (94)$$

όπου $\sum_{i=1}^n u_i^2$ είναι το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων και
n ο αριθμός των παρατηρήσεων

Αξίζει να σημειωθεί ότι στον παραπάνω τύπο ο παρανομαστής είναι n-2 και εκφράζει τους βαθμούς ελευθερίας από την εκτίμηση του υποδείγματος καθώς απαιτείται η εκτίμηση δυο παραμέτρων ($\hat{\alpha}, \hat{\beta}$) για τον υπολογισμό των καταλοίπων. Όταν πρόκειται για ένα χαρτοφυλάκιο ή μετοχή το τυπικό σφάλμα της παλινδρόμησης εκφράζει τον μη συστηματικό κίνδυνο του περιουσιακού στοιχείου και επιθυμούμε να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο.

Γνωρίζουμε ότι για δεδομένα τα οποία προέρχονται από μια κανονική κατανομή η διαφορά μεταξύ μιας τυχαίας μεταβλητής και του μέσου της διαιρεμένη με μια εκτίμηση της τυπικής απόκλισης ακολουθεί μια κατανομή t-student. Έτσι εάν διαιρέσουμε τις εκτιμήσεις των συντελεστών της παλινδρόμησης με τα αντίστοιχα τυπικά τους σφάλματα θα προκύψει μια ποσότητα η οποία ακολουθεί την κατανομή t-student με n-2 βαθμούς ελευθερίας. Με αυτή την πληροφορία είμαστε σε θέση να κατασκευάσουμε διαστήματα εμπιστοσύνης γύρω από τις σημειακές εκτιμήσεις των συντελεστών.

Έστω ότι 1-c συμβολίζει το επίπεδο εμπιστοσύνης όπου c είναι η πιθανότητα να βρίσκεται η τυχαία μεταβλητή στα άκρα της κατανομής. Τότε θα ισχύει:

$$P(-t_{n-2, c/2} \leq \frac{\hat{\alpha} - a}{SE_a} \leq t_{n-2, c/2}) = 1 - c \quad (95)$$

$$P(-t_{n-2,c/2} \leq \frac{\hat{\beta} - \beta}{SE_{\beta}} \leq t_{n-2,c/2}) = 1 - c \quad (96)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτουν τα διαστήματα εμπιστοσύνης των συντελεστών της παλινδρόμησης ως εξής:

$$P(\hat{\alpha} - SE_{\alpha} t_{n-2,c/2} \leq \alpha \leq \hat{\alpha} + SE_{\alpha} t_{n-2,c/2}) = 1 - c \quad (97)$$

$$P(\hat{\beta} - SE_{\beta} t_{n-2,c/2} \leq \beta \leq \hat{\beta} + SE_{\beta} t_{n-2,c/2}) = 1 - c \quad (98)$$

Έτσι υπάρχει πιθανότητα ίση με $1-c$ ότι η πραγματική τιμή των συντελεστών περιέχεται στο προκαθορισμένο διάστημα. Εάν το συγκεκριμένο διάστημα περιλαμβάνει την τιμή μηδέν τότε οι συντελεστές δεν είναι στατιστικά διαφορετικοί του μηδενός.

Σύμφωνα με τη θεωρία της παλινδρόμησης λοιπόν με πιθανότητα 66% οι πραγματικοί συντελεστές παλινδρόμησης θα βρίσκονται σ'ένα εύρος ενός τυπικού σφάλματος των αναφερόμενων συντελεστών ($\hat{\beta} - 1 * SE_{\beta} < \beta < \hat{\beta} + 1 * SE_{\beta}$) και με 95% πιθανότητα να βρίσκονται σ'ένα εύρος δυο τυπικών σφαλμάτων ($\hat{\beta} - 2 * SE_{\beta} < \beta < \hat{\beta} + 2 * SE_{\beta}$). Στην όλη διαδικασία ελέγχου της σημαντικότητας ενός συντελεστή, αποφασιστικό ρόλο διαδραματίζει ο τρόπος που θα διατυπωθούν η ελεγχόμενη και η εναλλακτική υπόθεση. Αναφορικά με τη σημαντικότητα ενός συντελεστή, δυο είναι τα ενδεχόμενα: (i) να μην είναι στατιστικά σημαντικός και (ii) να είναι στατιστικά σημαντικός. Ο όρος «στατιστικά» υποδηλώνει ότι η σχετική απόφαση θα ληφθεί σε όρους πιθανότητας, όπως είναι σωστό να γίνεται στις περιπτώσεις των στοχαστικών υποδειγμάτων.

Τα παραπάνω θα μπορούσαν να διατυπωθούν συμβολικά ως εξής:

$$\begin{aligned} H_0 : \hat{\beta}_i &= 0 \\ H_1 : \hat{\beta}_i &\neq 0 \end{aligned} \quad (99)$$

Όπου $\hat{\beta}_j$ η παράμετρος της οποίας επιθυμούμε να ελέγξουμε τη σημαντικότητα. Για τον έλεγχο αυτό χρησιμοποιείται είτε το κριτήριο της

τυποποιημένης κανονικής κατανομής, είτε το κριτήριο t του student. Όμως, επειδή το κριτήριο της τυποποιημένης κανονικής κατανομής προϋποθέτει την γνώση της τυπικής απόκλισης που ως γνωστό υπολογίζεται ως η θετική τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης η πρακτική εφαρμογή του κριτηρίου αυτού αντιμετωπίζει προβλήματα όταν το δείγμα είναι μικρό. Γι αυτό στην πράξη, κατά κανόνα, χρησιμοποιείται το κριτήριο t του student.

Ειδικότερα η τιμή του t υπολογίζεται από τον τύπο:

$$t_j = \frac{\hat{\beta}_j}{S_{\hat{\beta}_j}} \quad (100)$$

όπου

$\hat{\beta}_j$ η εκτίμηση της παραμέτρου β_j

$S_{\hat{\beta}_j}$ = τυπικό σφάλμα του συντελεστή $\hat{\beta}_j$ και

m = οι βαθμοί ελευθερίας

Σημειώνεται ότι το τυπικό σφάλμα αποτελεί εκτίμηση της τυπικής απόκλισης, η οποία είναι θεωρητική έννοια. Αν η τιμή του t_j είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη κριτική τιμή που προκύπτει από τους πίνακες για ορισμένο επίπεδο σημαντικότητας, τότε λέμε ότι η παράμετρος β_j είναι στατιστικά διαφορετική από το μηδέν. Στην αντίθετη περίπτωση θα συναχθεί αντίθετο συμπέρασμα.

Αξίζει να τονισθεί ότι κατά την διατύπωση της μηδενικής υπόθεσης δεν είναι απαραίτητο το β_j να τίθεται πάντοτε ίσο με το μηδέν. Η παράμετρος είναι δυνατό να λάβει οποιαδήποτε τιμή. Όμως, είναι αναγκαίο η τιμή αυτή να είναι συγκεκριμένη. Για παράδειγμα, μπορεί να τεθεί:

$$H_0 : \hat{\beta}_j = 1$$

$$H_1 : \hat{\beta}_j \neq 1 \quad (101)$$

Στην περίπτωση αυτή ο τύπος υπολογισμού του κριτηρίου t statistic γράφεται:

$$t_m = \frac{\hat{\beta}_j - 1}{S_{\hat{\beta}_j}} \quad (102)$$

Εξάλλου η διατύπωση της (101) υποδηλώνει ότι το β μπορεί να λάβει είτε θετική είτε αρνητική τιμή. Ωστόσο, σε πάρα πολλά προβλήματα της πραγματικής ζωής το πρόσημο του $\hat{\beta}_j$ είναι προσδιορισμένο (θετικό ή αρνητικό). Συνήθως ο έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών πραγματοποιείται σε επίπεδο σημαντικότητας 95 ή 95%. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει 95 ή 99% πιθανότητα αντίστοιχα οι πραγματικές τιμές των συντελεστών α και β δεν οφείλονται στην τύχη.

5.7 Έλεγχοι καταλληλότητας του υποδείγματος

Τα κριτήρια που χρησιμοποιούνται συνήθως για τον έλεγχο της συνολικής ερμηνευτικής ικανότητας ενός υποδείγματος, μπορούν να διακριθούν σε δυο κατηγορίες: α) στα περιγραφικά και β) στα αναλυτικά ή στατιστικά. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν η ανερμήνευτη διακύμανση (residual variance) S^2 , και ο συντελεστής προσδιορισμού (coefficient of determination) R^2 . Το πρώτο αποτελεί μέτρο του βαθμού της συνολικής ερμηνευτικής ικανότητας του υποδείγματος σε απόλυτους όρους, ενώ το δεύτερο μετράει το ίδιο πράγμα σε σχετικούς όρους. Έτσι, η τιμή της ανερμήνευτης διακύμανσης εξαρτάται από τις μονάδες μέτρησης των μεταβλητών, γεγονός που εμποδίζει τις απευθείας συγκρίσεις μεταξύ εναλλακτικών υποδειγμάτων. Οι συγκρίσεις αυτές θα έχουν νόημα μόνον εφόσον οι μεταβλητές στα υπό σύγκριση υποδείγματα έχουν εκφραστεί στις ίδιες μονάδες. Σε αντίθεση με το S^2 ο συντελεστής

προσδιορισμού είναι απαλλαγμένος από τις μονάδες στις οποίες μετρώνται οι μεταβλητές.

Τα κριτήρια S^2 και R^2 χαρακτηρίζονται ως περιγραφικά, διότι οι αποφάσεις περί της ερμηνευτικής ικανότητας του υποδείγματος λαμβάνονται ανάλογα με το μέγεθος της αριθμητικής τους τιμής. Όσο πιο μικρή είναι η τιμή του S^2 ή όσο πιο μεγάλη είναι η τιμή του R^2 , τόσο καλύτερη θεωρείται η προσαρμοστική ικανότητα του υποδείγματος στα δεδομένα. Με άλλα λόγια, οι σχετικές αποφάσεις δεν λαμβάνονται σε όρους πιθανότητας όπως απαιτεί η στοχαστική φύση των οικονομετρικών υποδειγμάτων. Αποφάσεις σε όρους πιθανότητας λαμβάνονται μόνο με τα αναλυτικά κριτήρια, όπως είναι το κριτήριο F και το κριτήριο ελέγχου της προβλεπτικής ικανότητας του υποδείγματος.

5.7.1 Η ανερμήνευτη διακύμανση

Η ανερμήνευτη διακύμανση αποτελεί μέτρο της διασποράς των παρατηρούμενων τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής γύρω από την εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$S_u^2 = \frac{\sum u_i^2}{n - \lambda} = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - \lambda} \quad (103)$$

όπου τα u_i παριστάνουν τα ανερμήνευτα κατάλοιπα της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων, n = το μέγεθος του δείγματος, λ = τον αριθμό των προς εκτίμηση παραμέτρων και $n-\lambda$ = τους βαθμούς ελευθερίας.

Εξάλλου τα Y_i και $\hat{Y}_i$ παριστάνουν τις πραγματικές και τις θεωρητικές (εκτιμημένες) τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής, αντίστοιχα.

Η προσαρμοστικότητα του υποδείγματος είναι αντιστρόφως ανάλογη με το μέγεθος της τιμής του S_u^2 . Και τούτο διότι, όπως συνάγεται από την σχέση (103) η τιμή τούτου εξαρτάται από το ανερμήνευτο μέρος (τα κατάλοιπα u_i) της συνολικής μεταβλητικότητας των τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής. Όσο μικρότερο είναι το μέρος αυτό, τόσο ικανοποιητικότερη είναι η ερμηνευτική

ικανότητα του υποδείγματος. Αξίζει να σημειωθεί ότι η διαίρεση του αθροίσματος των καταλοίπων με τους βαθμούς ελευθερίας και όχι με το μέγεθος του δείγματος, είναι αναγκαία στα μικρά δείγματα (δηλαδή $n < 30$). Οι βαθμοί ελευθερίας είναι $(n-l)$ διότι από το σύνολο των n καταλοίπων (u_i) μόνο τα $(n-l)$ παίρνουν ανεξάρτητες τιμές.

5.7.2 Ο συντελεστής προσδιορισμού

Όπως είναι γνωστό, ο συντελεστής προσδιορισμού μετράει το ποσοστό της συνολικής μεταβλητικότητας στις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής που ερμηνεύεται από το υπόδειγμα και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{\text{Ερμηνευόμενο μέρος}}{\text{Συνολική μεταβλητότητα της } Y} \quad (104)$$

Αξίζει να τονιστεί ότι ο υπολογισμός του R^2 από τον παραπάνω τύπο είναι σωστός μόνον εφόσον στο υπόδειγμα υπάρχει σταθερός όρος.

Η συνολική διακύμανση της εξαρτημένης μεταβλητής εκφράζεται με το συνολικό άθροισμα τετραγώνων (sum of squares total):

$$SST = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad (105)$$

Το άθροισμα τετραγώνων της παλινδρόμησης (sum of squares of regression) ορίζεται ως:

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 \quad (106)$$

το οποίο εκφράζει το τμήμα της ερμηνευθείσας διακύμανσης της εξαρτημένης μεταβλητής μέσω της παλινδρόμησης.

Το άθροισμα τετραγώνων των καταλοίπων (sum of squares of errors) προκύπτει ως η απόκλιση των πραγματικών τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής και των αντίστοιχων θεωρητικών $\hat{Y}$. Μια μικρή τιμή του συγκεκριμένου αθροίσματος υποδηλώνει πως η προσαρμογή του υποδείγματος στην πραγματικότητα είναι ικανοποιητική.

$$SSE = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n u_i^2 \quad (107)$$

Ξεκινώντας από την βασική εξίσωση των επιμέρους αθροισμάτων η οποία αποδεικνύεται σχετικά εύκολα μπορούμε να καταλήξουμε στον τύπο υπολογισμού του συντελεστή προσδιορισμού.

$$SST = SSR + SSE \quad (108)$$

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (109)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i^2 = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 + \sum_{i=1}^n u_i^2 \quad (110)$$

Διαιρώντας και τα δυο μέλη της εξίσωσης (110) με $\sum_{i=1}^n y_i^2$ προκύπτει

$$\frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} + \frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} \quad (111)$$

$$1 = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} + \frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} \quad (112)$$

$$\text{Επομένως } R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2} \quad (113)$$

Το R^2 λοιπόν είναι ένα μέτρο καλής προσαρμογής του υποδείγματος και τα όρια τιμών του βρίσκονται στο διάστημα από 0 έως 1 . Εάν η παλινδρόμηση αναπαραγάγει ικανοποιητικά την πραγματικότητα τότε όπως φαίνεται απο την σχέση (113) η τιμή του στοχαστικού όρου u_i θα τείνει στο μηδέν και η τιμή του R^2 τείνει στο 1 . Στην αντίθετη περίπτωση η τιμή του R^2 τείνει στο μηδέν . Πρέπει να σημειωθεί ότι είναι δυνατόν το R^2 να είναι αρνητικό εάν η παλινδρόμηση δεν περιλαμβάνει έναν σταθερό όρο ή εάν χρησιμοποιείται η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων σε δυο στάδια (2SLS).

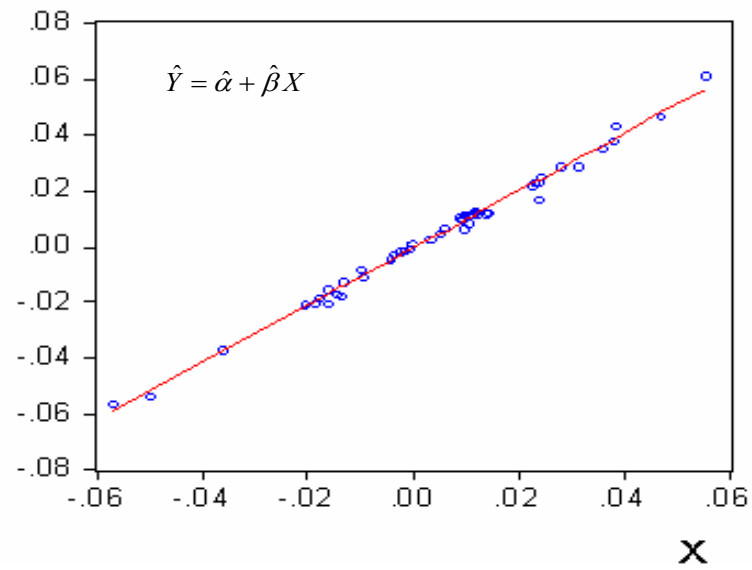
Ο συντελεστής προσδιορισμού στην χρηματοοικονομική επιστήμη έχει μια πολύ σημαντική ερμηνεία. Εκφράζει το ποσοστό των μεταβολών της εξαρτημένης μεταβλητής που οφείλονται σε μεταβολές της ανεξάρτητης μεταβλητής. Με άλλα λόγια, εκφράζει το ποσοστό του συνολικού κινδύνου μιας μετοχής ή χαρτοφυλακίου που είναι συστηματικός ενώ το υπόλοιπο $1-R^2$ εκφράζει το μη συστηματικό κίνδυνο του περιουσιακού στοιχείου. Για παράδειγμα, εάν παλινδρομήσουμε τις αποδόσεις ενός μετοχικού χαρτοφυλακίου με τις αποδόσεις ενός κατάλληλου δείκτη αναφοράς και προκύψει ένας συντελεστής προσδιορισμού 85% σημαίνει ότι το 85% του κινδύνου είναι συστηματικός, οφείλεται δηλαδή σε όλους εκείνους τους παράγοντες που επηρεάζουν συνολικά τις αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων και το υπόλοιπο 15% οφείλεται σε μη συστηματικούς παράγοντες.

Στην συνέχεια, παρουσιάζονται δυο διαγράμματα τα οποία απεικονίζουν μια περίπτωση καλής προσαρμογής της ευθείας παλινδρόμησης στα δεδομένα και μια περίπτωση όπου η προσαρμογή της ευθείας γραμμής δεν εξηγεί επαρκώς της συμπεριφορά της εξαρτημένη μεταβλητή.

Διάγραμμα 22
Προσαρμογή υποδείγματος στα δεδομένα

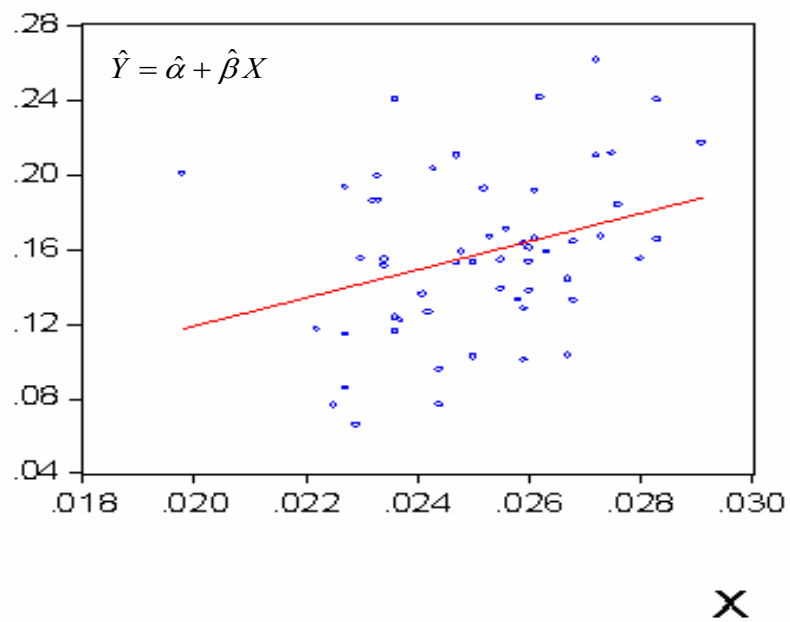
A.

Y



B.

Y



5.7.3 Το κριτήριο F

Το κριτήριο F δίνει απάντηση στο ερώτημα σχετικά με την συνολική ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος σε όρους πιθανότητας. Αυτό προκύπτει ως ο λόγος της ερμηνευόμενης προς την ανερμήνευτη διακύμανση της εξαρτημένης μεταβλητής διαιρούμενου με τους αντίστοιχους βαθμούς ελευθερίας. Στην περίπτωση της παλινδρόμησης ελαχίστων τετραγώνων το στατιστικό κριτήριο δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$F = \frac{\frac{R^2}{k-1}}{\frac{1-R^2}{n-k}} \quad (114)$$

όπου

R^2 είναι ο συντελεστής προσδιορισμού του υποδείγματος

k είναι ο αριθμός των παραμέτρων προς εκτίμηση και

n είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων

Κάτω από την μηδενική υπόθεση της κανονικής κατανομής των καταλοίπων το στατιστικό κριτήριο ακολουθεί την κατανομή F με $k-1$ βαθμούς ελευθερίας του αριθμητή και $n-k$ βαθμούς ελευθερίας του παρανομαστή.

Για την εξαγωγή αξιόπιστων συμπερασμάτων, προϋπόθεση είναι η σωστή διατύπωση της υπόθεσης που πρόκειται να ελεγχθεί και η ισχύ των προϋποθέσεων κάτω από τις οποίες ισχύει το κριτήριο. Σε κάθε ελεγχόμενη υπόθεση H_0 υπάρχει και η εναλλακτική H_1 . Πρόκειται για την πρόταση η οποία θα γίνει αποδεκτή σε περίπτωση που απορριφθεί η ελεγχόμενη υπόθεση. Η εναλλακτική υπόθεση εκφράζει το αποτέλεσμα που αναμένεται να προκύψει από τον σχετικό έλεγχο. Η απόφαση για την εκτίμηση ενός υποδείγματος λαμβάνεται κάτω από την προσδοκία ότι τούτο ερμηνεύει το φαινόμενο το οποίο ερευνούμε. Στην αντίθετη περίπτωση, η όλη προσπάθεια δεν θα είχε κανένα νόημα.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η διατύπωση της ελεγχόμενης υπόθεσης H_0 πρέπει να γίνει κατά τρόπο που να υποδηλώνει ότι οι ερμηνευτικές μεταβλητές δεν ασκούν καμία επίδραση στην διαμόρφωση της συμπεριφοράς της εξαρτημένης μεταβλητής. Έτσι, η απόρριψή της θα οδηγούσε στην παραδοχή της εναλλακτικής υπόθεσης H_1 , γεγονός που θα σήμαινε ότι οι διακυμάνσεις της εξαρτημένης μεταβλητής ερμηνεύονται πράγματι από αντίστοιχες διακυμάνσεις των ανεξάρτητων μεταβλητών. Αυτό, με τη σειρά του, θα σήμαινε ότι το υπόδειγμα ερμηνεύει ικανοποιητικά το υπό διερεύνηση φαινόμενο.

5.8 Προβλέψεις μέσω του κλασικού γραμμικού υποδείγματος

Έχει ήδη αναφερθεί ότι ένας από τους βασικούς σκοπούς εκτίμησης των οικονομετρικών υποδειγμάτων είναι η πρόβλεψη των τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής σε περιοχές εντός και εκτός της περιοχής αναφοράς του δείγματος. Στην περίπτωση των χρονολογικών σειρών, αυτό σημαίνει ότι η πρόβλεψη αναφέρεται σε μελλοντικές περιόδους. Βεβαίως, οι προβλέψεις είναι δυνατόν να αφορούν και το παρελθόν. Εξάλλου, στην περίπτωση των διακλαδικών ή διαστρωματικών δεδομένων η πρόβλεψη αφορά άλλους κλάδους, άλλα στρώματα ή άλλες περιοχές. Για να είναι χρήσιμη στην λήψη αποφάσεων και την άσκηση πολιτικής, η πρόβλεψη πρέπει να είναι ποσοτικής φύσεως και επαληθεύσιμη. Αυτό σημαίνει ότι η ακρίβειά της θα είναι δυνατό να επιβεβαιωθεί ή να διαψευσθεί από τα πραγματικά γεγονότα.

Οι προβλέψεις, όπως φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα, διακρίνονται σε εντός του δείγματος προβλέψεις (in-sample) και εκτός του δείγματος (out-of-sample). Έτσι, εάν το δείγμα μας αναφέρεται στην περίοδο π.χ. 1990-2010 και χρησιμοποιήσουμε το διαθέσιμο δείγμα και την εξίσωση που προκύπτει από την εκτίμηση του υποδείγματος για να υπολογίσουμε τις θεωρητικές τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής $\hat{Y}_T$ όπου $T=1990-2010$ τότε εκτελούμε προβλέψεις εντός του δείγματος. Από την άλλη πλευρά, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εκτιμηθείσα σχέση και να προβλέψουμε την συμπεριφορά της εξαρτημένης μεταβλητής $\hat{Y}_T$ για τιμές $T+1$, $T+2$, κ.λπ. πραγματοποιώντας προβλέψεις εκτός του δείγματος.

Διάγραμμα 23

Εντός και εκτός του δείγματος προβλέψεις

Χρόνος	Περίοδος ανάλυσης	
	Προβλέψεις εντός δείγματος	Προβλέψεις εκτός δείγματος

Όταν το υπόδειγμα πρόκειται να χρησιμοποιηθεί για προβλέψεις, η αξιολόγηση της καταλληλότητας του γίνεται όχι με βάση το βαθμό της προσαρμοστικής του ικανότητας, αλλά με κριτήριο την προβλεπτική του ικανότητα. Βεβαίως, ένα υπόδειγμα που εμφανίζει υψηλό βαθμό προσαρμογής στα δεδομένα, αναμένεται να οδηγήσει σε ικανοποιητικές προβλέψεις. Όμως αυτό δεν συμβαίνει πάντοτε, και τούτο διότι κατά την διενέργεια των προβλέψεων υπεισέρχονται σφάλματα, πέρα από εκείνα που αφορούν την περίοδο εκτίμησης του υποδείγματος. Τα σημαντικότερα αό αυτά προέρχονται: (i) από τυχόν μεροληψίες που υπάρχουν στους εκτιμηθέντες συντελεστές, (ii) από διαρθρωτικές μεταβολές που σημειώνονται στο υπόδειγμα κατά την περίοδο της πρόβλεψης, (iii) από σφάλματα που γίνονται κατά την πρόβλεψη των εξωγενών (ερμηνευτικών) μεταβλητών και (iv) από σφάλματα που διαπράττονται κατά την εκτίμηση των μελλοντικών τιμών, που αναμένεται να πάρει ο στοχαστικός όρος.

Ο έλεγχος της προβλεπτικής ικανότητας του υποδείγματος μπορεί να αναφέρεται: α) στον έλεγχο συγκεκριμένης τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής και β) στον συνολικό έλεγχο μιας σειράς τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής. Στην πρώτη κατηγορία διακρίνουμε την περίπτωση κατά την οποία η πραγματική μελλοντική τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής είναι γνωστή και στην περίπτωση που αυτή είναι άγνωστη. Με σκοπό την καλύτερη κατανόηση, χρησιμοποιούμε το ακόλουθο απλό υπόδειγμα:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t \quad (115)$$

Y_t = συνολικές εισαγωγές

X_t = εθνικό εισόδημα

Έστω ότι το υπόδειγμα εκτιμάται για την περίοδο 1980-2005. Οι προβλέψεις των τιμών της Y μετά το 2005 θα γίνουν με βάση το εκτιμημένο υπόδειγμα:

$$\hat{Y}_{T+1} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_{T+1} + \hat{u}_{T+1} \quad (116)$$

Εξάλλου η πραγματική τιμή της Y το έτος $T+1$ θα είναι Y_{T+1} . Υποθέτουμε ότι το Y_{T+1} αναφέρεται στο έτος μετά την λήξη της περιόδου ανάλυσης για το οποίο ήδη οι συνολικές εισαγωγές και το εθνικό εισόδημα είναι γνωστά, δηλ. τα Y_{T+1} και X_{T+1} . Στην περίπτωση αυτή ο έλεγχος της προβλεπτικής ικανότητας του υποδείγματος γίνεται με βάση τον τύπο:

$$t = \frac{Y_{T+1} - \hat{Y}_{T+1}}{S_F} \approx t_{n-2} \quad (117)$$

όπου $S_F = \sqrt{S^2_F}$ και S^2_F = αμερόληπτη εκτίμηση του σφάλματος πρόβλεψης η οποία υπολογίζεται μέσω της σχέσης:

$$S^2_F = S^2 \left[1 + \frac{1}{T} + \frac{(X_{T+1} - \bar{X})^2}{\sum (X_t - \bar{X})^2} \right] \quad (118)$$

όπου T = μέγεθος του δείγματος και S^2 = αμερόληπτη εκτίμηση της σ^2_u

Με άλλα λόγια, ο σχετικός έλεγχος γίνεται με βάση τις τιμές του κριτηρίου t του student. Εάν η τιμή που θα προκύψει από τον παραπάνω τύπο είναι μικρότερη από την κριτική τιμή του t σε ορισμένο επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας, τότε συμπεραίνουμε ότι η παρατηρούμενη διαφορά μεταξύ της πραγματικής τιμής της Y_{T+1} και εκείνης που προβλέπεται με βάση το υπόδειγμα, δηλ. της $\hat{Y}_{T+1}$ δεν είναι στατιστικά σημαντική. Αυτό σημαίνει ότι η προβλεπτική ικανότητα του υποδείγματος είναι ικανοποιητική. Το αντίθετο συμπέρασμα θα συναχθεί όταν η τιμή που θα προκύψει από τον παραπάνω τύπο είναι μεγαλύτερη της κριτικής τιμής.

Εάν το Y_{T+1} αφορούσε το 2007, η πραγματική του τιμή θα ήταν άγνωστη. Ωστόσο, αν έχουμε κάποια πρόβλεψη για το $\hat{Y}_{T+1}$, τότε μπορούμε να κατασκευάσουμε όρια εμπιστοσύνης μέσα στα οποία αναμένεται να βρίσκεται η τιμή της Y κατά την περίοδο $T+1$. Ο σχετικός τύπος είναι:

$$\hat{Y}_{T+1} - S_F t_{n-2, \alpha/2} \leq Y_{T+1} \leq \hat{Y}_{T+1} + S_F t_{n-2, \alpha/2} \quad (119)$$

Για τον συνολικό έλεγχο της ακρίβειας πολλών προβλέψεων, χρησιμοποιείται ο συντελεστής ανισότητας του Theil. Αυτός υπολογίζεται από τον τύπο:

$$U_T = \frac{\sqrt{\frac{1}{m} \sum (A_{Ti} - F_{Ti})^2}}{\sqrt{\frac{1}{m} \sum A_{Ti}^2}} \quad (120)$$

όπου

U_T = ο συντελεστής ανισότητας

A_{Ti} = η ποσοστιαία μεταβολή στις πραγματικές τιμές της Y

F_{Ti} = η ποσοστιαία μεταβολή στις προβλεπόμενες τιμές της Y

m = ο αριθμός περιόδων για τις οποίες έχουν γίνει προβλέψεις.

Όταν $A_{Ti} = F_{Ti}$ για όλα τα i , έχουμε την περίπτωση των ιδανικών προβλέψεων. Σε αυτή την περίπτωση το U_T ισούται με το μηδέν. Εξάλλου, όταν $F_{Ti} = 0$ για όλα τα i , τότε $U_T = 1$. Είναι φανερό ότι όσο περισσότερο οι τιμές του U_T πλησιάζουν το μηδέν, τόσο ικανοποιητικότερη είναι η προβλεπτική ικανότητα

του υποδείγματος. Τέλος, η τιμή του U_T είναι πιθανό να υπερβαίνει την μονάδα. Σε αυτή την περίπτωση οι προβλέψεις είναι ιδιαίτερα κακές.

5.9 Παραβίαση Υποθέσεων Γραμμικού Υποδείγματος

Η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων προϋποθέτει την υιοθέτηση αρκετά περιοριστικών υποθέσεων οι οποίες πρέπει να ελέγχονται εμπειρικά. Οι υποθέσεις αυτές αφορούν κυρίως αλλά όχι αποκλειστικά την συμπεριφορά του στοχαστικού όρου.

Εάν παραβιάζεται η υπόθεση της ανεξαρτησίας των καταλοίπων (ύπαρξη αυτοσυσχέτισης) και εκτιμήσουμε το υπόδειγμα της αγοράς με την απλή μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων οι συντελεστές του υποδείγματος θα είναι αμερόληπτοι μεν πλην όμως δεν θα είναι αποτελεσματικοί. Επιπρόσθετα, και ίσως το πιο σημαντικό, οι δειγματικές διακυμάνσεις των εκτιμηθέντων συντελεστών θα είναι μεροληπτικές με αποτέλεσμα οι συνήθεις έλεγχοι στατιστικής σημαντικότητας και η κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης να μην είναι έγκυρη.

Τις ίδιες ακριβώς επιπτώσεις θα έχουμε εάν παραβιάζεται η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας και εμείς εκτιμήσουμε το υπόδειγμα της αγοράς με την απλή μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Η παραβίαση της υπόθεσης της ανεξαρτησίας της ερμηνευτικής μεταβλητής και του στοχαστικού όρου δημιουργεί σοβαρά οικονομετρικά προβλήματα στον βαθμό που οι εκτιμηθέντες συντελεστές με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων είναι μεροληπτικοί και ασυνεπείς. Η παραβίαση της υπόθεσης του μηδενικού μέσου του στοχαστικού όρου όπως και η παραβίαση της υπόθεσης της κανονικότητας του στοχαστικού όρου δεν έχουν σημαντικές επιπτώσεις στην συνέπεια και στην ασυμπτωτική αποτελεσματικότητα των εκτιμητών των ελαχίστων τετραγώνων. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα όταν το μέγεθος του δείγματος είναι μεγάλο. Πρέπει όμως να σημειώσουμε ότι η παραβίαση της υπόθεσης περί κανονικής κατανομής των καταλοίπων έχει μεγάλη σημασία κατά την διατύπωση συμπερασμάτων αναφορικά με τον βαθμό αξιοπιστίας των

εκτιμηθέντων συντελεστών του υποδείγματος. Όπως είναι γνωστό τα κλασσικά κριτήρια στατιστικού ελέγχου της σημαντικότητας των διαφόρων υποθέσεων βασίζονται στην υπόθεση της κανονικότητας. Κατά συνέπεια αυτά δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο των εκτιμηθέντων συντελεστών και την κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης όταν τα u_i δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Η προηγούμενη ανάλυση καθιστά φανερό ότι η εκτίμηση του υποδείγματος της αγοράς πρέπει να γίνεται προσεκτικά εξετάζοντας αναλυτικά την παραβίαση των περιοριστικών υποθέσεων οι οποίες γίνονται παραδεκτές. Πιο αναλυτικά το συγκεκριμένο θέμα θα αναλυθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

5.10 Σχέση μεταξύ συντελεστή προσδιορισμού και του συντελεστή συσχέτισης του Pearson

Ο συντελεστής προσδιορισμού (R^2) και ο συντελεστής συσχέτισης του Pearson (r) συνδέονται στα πλαίσια του κλασικού μονοπαραγοντικού υποδείγματος. Η γραμμική εξίσωση που περιγράφει καλύτερα την σχέση μεταξύ των μεταβλητών X και Y υπολογίζεται μέσω της εξίσωσης της γραμμής παλινδρόμησης. Όπως είναι γνωστό, η συγκεκριμένη εξίσωση μπορεί να χρησιμεύσει για την πρόβλεψη των τιμών της μιας μεταβλητής (Y) μέσω της γνώσης της τιμής της άλλης (X). Έτσι, για κάθε τιμή της μεταβλητής X η συγκεκριμένη εξίσωση μας παρέχει μια τιμή για την Y η οποία αποτελεί την καλύτερη εκτίμηση της Y με βάση τα διαθέσιμα στοιχεία. Η προβλεπόμενη τιμή της μεταβλητής Y συμβολίζεται με $\hat{Y}$.

Οποιαδήποτε τιμή της Y μπορεί να οριστεί λοιπόν ως το άθροισμα της προβλεπόμενης τιμής $\hat{Y}$ και της διαφοράς της πραγματικής από την προβλεπόμενη τιμή όπως φαίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$Y = \hat{Y} + (Y - \hat{Y}) \quad (121)$$

Ο δεύτερος όρος στο δεξί τμήμα της παραπάνω σχέσης αντιπροσωπεύει όπως είναι γνωστό το κατάλοιπο (residual) της παλινδρόμησης το οποίο συμβολίζεται συνήθως με u . Η διακύμανση της μεταβλητής Y θα ισούται με το άθροισμα της διακύμανσης των δυο επιμέρους συστατικών, δηλαδή:

$$s_y^2 = s_{\hat{y}}^2 + s_u^2 \quad (122)$$

Γνωρίζουμε ήδη ότι ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 υπολογίζεται με την βοήθεια της παρακάτω σχέσης:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{s_u^2}{s_y^2} \quad (123) \text{ από όπου προκύπτει η παρακάτω σχέση}$$

$$s_u^2 = (1 - R^2)s_y^2 \quad (124) \text{ και συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις θα έχουμε:}$$

$$R^2 = r^2 = \frac{s_{\hat{y}}^2}{s_y^2} \quad (125)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Πολυμεταβλητή Παλινδρόμηση

6.1 Εισαγωγή

Σχεδόν όλα τα ερωτήματα που απασχολούν τόσο την οικονομική επιστήμη όσο και την χρηματοοικονομική είναι αρκετά περίπλοκα έτσι ώστε να απαιτούν την χρήση πολλών ανεξάρτητων μεταβλητών προκειμένου να ερμηνευθεί η συμπεριφορά του υπό εξέταση φαινομένου. Σύμφωνα με το Υπόδειγμα της Αγοράς (Market Model) η μοναδική μεταβλητή που επηρεάζει την απόδοση μιας μετοχής ή ενός περιουσιακού στοιχείου είναι οι αποδόσεις του Γενικού Δείκτη του υπό εξέταση χρηματιστηρίου. Εάν ίσχυε αυτό στην πράξη τότε η ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος θα αναμέναμε να είναι υψηλή. Όμως αυτό που παρατηρείται συνήθως στην πράξη είναι μια σχετικά χαμηλή τιμή του συντελεστή προσδιορισμού (R^2) γεγονός που ερμηνεύεται ότι υπάρχουν κάποιες άλλες μεταβλητές οι οποίες δεν συμπεριλήφθηκαν στο υπόδειγμα και είναι υπεύθυνες για το τμήμα της μεταβλητότητας των αποδόσεων της μετοχής που δεν οφείλεται στην διακύμανση της Αγοράς. Όπως θα διαπιστώσει ο αναγνώστης το συγκεκριμένο κεφάλαιο ασχολείται με θέματα τα οποία έχουν ήδη συζητηθεί και αναλυθεί στα προηγούμενα κεφάλαια σχετικά με το κλασικό μονοπαραγοντικό υπόδειγμα και τις υποθέσεις του. Ωστόσο, στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα συναντήσουμε δυο βασικές διαφορές: i) υπάρχουν περισσότερες από μια ανεξάρτητες ερμηνευτικές μεταβλητές και ii) χρησιμοποιείται εκτενώς η άλγεβρα πινάκων προκειμένου να γίνει η παρουσίαση των υποδειγμάτων πιο συνοπτική.

6.2 Το Πολυμεταβλητό Υπόδειγμα

Η χρήση υποδειγμάτων τα οποία περιλαμβάνουν δυο ή περισσότερες ερμηνευτικές μεταβλητές απαιτεί την κατανόηση της ανάλυσης πολυμεταβλητής παλινδρόμησης. Ας υποθέσουμε αρχικά ότι υπάρχουν m τον αριθμό μεταβλητές $(X_1, X_2, \dots, X_m)$ οι οποίες θεωρούμε ότι είναι ικανές να εξηγήσουν τις μεταβολές της εξαρτημένης μεταβλητής, δηλαδή ισχύει $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m)$. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι διαθέτουμε N τον αριθμό παρατηρήσεις για κάθε μια από τις μεταβλητές. Υποθέτοντας μια γραμμική σχέση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής Y και των ερμηνευτικών μεταβλητών προκύπτει το παρακάτω υπόδειγμα:

$$Y_t = \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_m X_{mt} + u_t = \sum_{k=1}^m \beta_k X_{kt} + u_t \quad \text{για } k=1, 2, \dots, m \quad (126)$$

το οποίο σε μορφή μητρώων μπορεί να γραφεί ως εξής:

$y = X\beta + u$ όπου y, u είναι τα $N \times 1$ διανύσματα της εξαρτημένης μεταβλητής και του στοχαστικού όρου αντίστοιχα και

X είναι η $N \times m$ μήτρα με τις παρατηρήσεις των ανεξάρτητων μεταβλητών και β είναι το $m \times 1$ διάνυσμα των συντελεστών προς εκτίμηση

Στον Πίνακα 23 που ακολουθεί απεικονίζεται η επαυξημένη μορφή της παραπάνω εξίσωσης (126) καθώς και αναλυτικοί ορισμοί των μεταβλητών y, X και β .

Πίνακας 23
Το Πολυμεταβλητό Υπόδειγμα σε δυο Ισοδύναμες Μορφές

Αρχική Διάταξη	Μορφή Μητρών
<u>Πραγματικό υπόδειγμα</u> $Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{21} + \dots + \beta_m X_{m1} + u_1$ $Y_2 = \beta_0 + \beta_1 X_{12} + \beta_2 X_{22} + \dots + \beta_m X_{m2} + u_2$ $\vdots$ $Y_n = \beta_0 + \beta_1 X_{1n} + \beta_2 X_{2n} + \dots + \beta_m X_{mn} + u_n$	<u>Πραγματικό υπόδειγμα</u> $Y = X\beta + u$ όπου $Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \dots & X_{m1} \\ X_{12} & X_{22} & \dots & X_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{mn} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$
<u>Υπόδειγμα Παλινδρόμησης</u> $Y_1 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{11} + \hat{\beta}_2 X_{21} + \dots + \hat{\beta}_m X_{m1} + \hat{u}_1$ $Y_2 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{12} + \hat{\beta}_2 X_{22} + \dots + \hat{\beta}_m X_{m2} + \hat{u}_2$ $\vdots$ $Y_n = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1n} + \hat{\beta}_2 X_{2n} + \dots + \hat{\beta}_m X_{mn} + \hat{u}_n$	<u>Υπόδειγμα Παλινδρόμησης</u> $Y = X\hat{\beta} + \hat{u}$ όπου $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0 \hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2 \dots \hat{\beta}_m)$ $\hat{u} = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \vdots \\ \hat{u}_n \end{bmatrix}$

Πριν προχωρήσουμε στην συζήτηση σχετικά με την εκτίμηση των συντελεστών παλινδρόμησης στην περίπτωση της πολυμεταβλητής ανάλυσης χρειαζόμαστε δυο επιπρόσθετες υποθέσεις σε σχέση με το κλασικό μονομεταβλητό γραμμικό υπόδειγμα.

Η πρώτη υπόθεση είναι ότι οι ερμηνευτικές μεταβλητές είναι μεταξύ τους ανεξάρτητες. Η συγκεκριμένη υπόθεση της ανεξαρτησίας είναι απαραίτητη για την ακριβή εκτίμηση του μεγέθους του τυπικού σφάλματος παρά το γεγονός ότι οι εκτιμηθέντες συντελεστές ευαισθησίας θα εξακολουθούν να είναι αμερόληπτοι. Η δεύτερη υπόθεση απαιτεί όπως ο αριθμός των παρατηρήσεων N να είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών M η οποία αντανάκλα την προφανή ανάγκη για την ύπαρξη M ανεξάρτητων εξισώσεων προκειμένου να εκτιμηθούν M άγνωστοι συντελεστές.

Η εκτίμηση των συντελεστών με την χρήση κατάλληλων οικονομετρικών πακέτων (Econometric Views) είναι μια σχετικά απλή διαδικασία. Το εκτιμώμενο υπόδειγμα παλινδρόμησης όπως απεικονίζεται και στον Πίνακα Χ είναι:

$$y = X\hat{\beta} + \hat{u} \quad (127)$$

Οι εκτιμήσεις των αγνώστων συντελεστών $\hat{\beta}$ του υποδείγματος προκύπτουν με την εφαρμογή της γνωστής μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων. Το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων (SSE) μπορεί να εκφρασθεί με την χρήση μητρών ως εξής:

$$SSE = \sum \hat{u}_i^2 \quad (128)$$

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος τετραγώνων των καταλοίπων μας δίνει την εκτίμηση των συντελεστών του υποδείγματος οι οποίο εκφράζονται μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y \quad (129)$$

ενώ ο πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης (variance-covariance matrix) του $\hat{\beta}$ θα δίνεται από:

$$V(\hat{\beta}) = \sigma_u^2 (X'X)^{-1} \quad (130)$$

Στην περίπτωση ενός υποδείγματος με τρεις ερμηνευτικές μεταβλητές ο πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης θα έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{bmatrix} V(\hat{\beta}_1) & \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_3) \\ \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & V(\hat{\beta}_2) & \text{cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3) \\ \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_3) & \text{cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3) & V(\hat{\beta}_3) \end{bmatrix}$$

Ο συγκεκριμένος συμμετρικός πίνακας περιέχει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς της σχέσης μεταξύ της διακύμανσης και της συνδιακύμανσης μεταξύ των τριών μεταβλητών. Η τετραγωνική ρίζα των στοιχείων της κυρίας διαγώνιου του πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης αποτελούν τα τυπικά σφάλματα των αντίστοιχων συντελεστών παλινδρόμησης. Η σύνδεση του συγκεκριμένου υποδείγματος με την περίπτωση του μονοπαραγοντικού υποδείγματος επιτρέπει την βαθύτερη κατανόηση της συγκεκριμένης δομής. Ας θυμηθούμε ότι ο συντελεστής β_0 στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι ισοδύναμος με την σταθερά α του μονοπαραγοντικού υποδείγματος και έτσι ο αντίστοιχος πίνακας διακύμανσης-συνδιακύμανσης ήταν ο εξής:

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{\beta}) &= \begin{bmatrix} V(\hat{\alpha}) & \text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \\ \text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) & V(\hat{\beta}) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_u^2 \frac{\sum R_{mt}^2}{n \sum (R_{mt} - \bar{R}_m)^2} & \frac{-R_m \sigma_u^2}{\sum (R_{mt} - \bar{R}_m)^2} \\ \frac{-R_m \sigma_u^2}{\sum (R_{mt} - \bar{R}_m)^2} & \frac{\sigma_u^2}{\sum (R_{mt} - \bar{R}_m)^2} \end{bmatrix} \\ &= \sigma_u^2 \begin{bmatrix} \frac{\sum R_{mt}^2}{n \sum (R_{mt} - \bar{R}_m)^2} & \frac{-R_m}{\sum (R_{mt} - \bar{R}_m)^2} \\ \frac{-R_m}{\sum (R_{mt} - \bar{R}_m)^2} & \frac{1}{\sum (R_{mt} - \bar{R}_m)^2} \end{bmatrix} \quad (131) \end{aligned}$$

Όπως στην περίπτωση του κλασικού μονοπαραγοντικού υποδείγματος ο υπολογισμός του πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης δεν είναι δυνατός χωρίς την εκτίμηση της παραμέτρου που εκφράζει την διακύμανση του στοχαστικού όρου σ^2_u . Αποδεικνύεται ότι η δειγματική διακύμανση δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$s_u^2 = \frac{\hat{u}'\hat{u}}{N-M} \quad (132)$$

όπου N είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων και M είναι ο αριθμός των ανεξάρτητων μεταβλητών και η συγκεκριμένη ποσότητα είναι ένας αμερόληπτος εκτιμητής του σ^2_u .

6.3 Ερμηνευθείσα μεταβλητότητα και Προσαρμοσμένος Συντελεστής R^2 (Adjusted R-Squared)

Ένα ακόμα αποτέλεσμα το οποίο είναι παρόμοιο με την ανάλυση που αναφέρθηκε στο κλασικό μονοπαραγοντικό υπόδειγμα είναι ότι ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 εκφράζεται ως το πηλίκο της ερμηνευθείσας μεταβλητότητας προς τη συνολική διακύμανση της εξαρτημένης μεταβλητής Y . Δηλαδή,

$$R^2 = \frac{\text{Ερμηνευθείσα μεταβλητότητα}}{\text{Συνολική μεταβλητότητα}} \quad (133)$$

$$= \frac{\hat{\beta}'Xy - \frac{1}{n}(\sum Y_t)^2}{y'y - \frac{1}{n}(\sum Y_t)^2}$$

Παρά το γεγονός ότι η παραπάνω έκφραση μπορεί αρχικά να φαίνεται επιβλητική, τα επιμέρους συστατικά της μπορεί να γίνουν εύκολα κατανοητά εάν θυμηθούμε ότι η συνολική μεταβλητότητα της εξαρτημένης μεταβλητής Y διακρίνεται σε δυο τμήματα: 1) στο τμήμα εκείνο που ερμηνεύεται μέσω της

εκτίμησης της γραμμής παλινδρόμησης και 2) στο τμήμα εκείνο που παραμένει ανερμήνευτο. Η συγκεκριμένη διάκριση είναι ισοδύναμη όπως έχουμε ήδη δείξει με την παρακάτω έκφραση:

Συνολική μεταβλητότητα = Ερμηνευθείσα μεταβλητότητα + Ανερμήνευτη μεταβλητότητα

$$\sum (Y_t - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2 + \sum \hat{u}_t^2 \quad (134)$$

Επιπλέον, η συνολική μεταβλητότητα μπορεί να διακριθεί σε μικρότερα κομμάτια για υπολογιστικούς σκοπούς όπως για παράδειγμα

$$\begin{aligned} \sum (Y_t - \bar{Y})^2 &= \sum Y_t^2 - 2\bar{Y} \sum Y_t + \sum \bar{Y}^2 \\ &= \sum Y_t^2 - 2/n (\sum Y_t)^2 + 1/n (\sum Y_t)^2 \\ &= \sum Y_t^2 - 1/n (\sum Y_t)^2 \\ &= y'y - 1/n (\sum Y_t)^2 \end{aligned} \quad (135)$$

Αντίστοιχα με την περίπτωση του μονοπαραγοντικού υποδείγματος ο συντελεστής προσδιορισμού παρέχει ένα μέτρο της καλής προσαρμογής του υποδείγματος στην πραγματικότητα. Στο συγκεκριμένο στατιστικό μέτρο πρέπει να γίνει η κατάλληλη προσαρμογή για τους βαθμούς ελευθερίας. Όπως έχει ήδη αναφερθεί ο συντελεστής προσδιορισμού προκύπτει μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{\sum (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\sum (Y_t - \bar{Y}_t)^2} = 1 - \frac{\sum \hat{u}_t^2}{\sum (Y_t - \bar{Y}_t)^2} \quad (136)$$

Η προσαρμογή για τους βαθμούς ελευθερίας είναι απαραίτητη επειδή η εισαγωγή στο υπόδειγμα επιπρόσθετων ερμηνευτικών μεταβλητών οδηγεί σε μείωση του αθροίσματος τετραγώνων των καταλοίπων ($\sum \hat{u}_t^2$) ενώ

ταυτόχρονα το άθροισμα που βρίσκεται στον παρανομαστή του παραπάνω πηλίκου $(\sum (Y_i - \bar{Y})^2)$ παραμένει σταθερό με αποτέλεσμα να προκύπτει τελικά μια πλασματική αύξηση των τιμών του συντελεστή προσδιορισμού ανεξάρτητα με το εάν οι επιπρόσθετες ανεξάρτητες μεταβλητές βελτιώνουν πραγματικά την ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος. Η πλασματική αυτή αύξηση των τιμών του R^2 λαμβάνει χώρα επειδή η παραπάνω εξίσωση δεν λαμβάνει υπόψη της τους βαθμούς ελευθερίας που σχετίζονται με το άθροισμα τετραγώνων των καταλοίπων. Πιο συγκεκριμένα, η ποσότητα $\sum \hat{u}_i^2$ έχει $N-M$ βαθμούς ελευθερίας καθώς το άθροισμα υπολογίζεται με την χρήση των N παρατηρήσεων της Y και των M εκτιμήσεων των συντελεστών ευαισθησίας. Με την ίδια λογική οι βαθμοί ελευθερίας για το άθροισμα της συνολικής μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής $\sum (Y_i - \bar{Y})^2$ είναι $N-1$. Όπως ορίζεται στον τύπο (136) η τιμή του R^2 είναι μη φθίνουσα συνάρτηση του αριθμού των ανεξάρτητων μεταβλητών. Αυτό σημαίνει ότι το R^2 δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αξιόπιστο κριτήριο επιλογής μεταξύ υποδειγμάτων, τα οποία διαθέτουν διαφορετικό αριθμό ερμηνευτικών μεταβλητών. Γι αυτό, ως κριτήριο επιλογής τελικά χρησιμοποιείται ο προσαρμοσμένος συντελεστής προσδιορισμού $\bar{R}^2$, ο οποίος είναι διορθωμένος με τους αντίστοιχους βαθμούς ελευθερίας και υπολογίζεται μέσω του παρακάτω τύπου:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{\sum \hat{u}_i^2 / (n - \lambda)}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / (n - 1)} = 1 - \left(\frac{\nu - 1}{n - \lambda}\right)(1 - R^2) \quad (137)$$

Ενώ η τιμή του R^2 δεν μειώνεται ποτέ με την προσθήκη νέων μεταβλητών στο υπόδειγμα, δεν συμβαίνει το ίδιο και με την τιμή του $\bar{R}^2$. Αυτή μπορεί να μειωθεί μετά από την προσθήκη μιας νέας ερμηνευτικής μεταβλητής. Επίσης, η τιμή του R^2 είναι πάντοτε θετική και βρίσκεται στο διάστημα $[0,1]$. Αντίθετα, το $\bar{R}^2$ μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές. Αυτό θα συμβεί όταν η τιμή του R^2 είναι σχετικά μικρή.

Εφόσον, ο συντελεστής προσδιορισμού αποτελεί μέτρο του βαθμού προσαρμογής του υποδείγματος στα δεδομένα του δείγματος, η τιμή του χρησιμοποιείται ως κριτήριο επιλογής: (i) μεταξύ ανταγωνιζόμενων

υποδειγμάτων με διαφορετικό αριθμό ερμηνευτικών μεταβλητών και (ii) μεταξύ υποδειγμάτων διαφορετικών αλγεβρικών μορφών. Ωστόσο, μια τέτοια χρησιμοποίηση του $\bar{R}^2$ πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή. Ακόμη, η τιμή του R^2 δεν είναι σωστό να ερμηνεύεται πάντοτε ως προσδιοριστική του βαθμού προσαρμογής (goodness of fit) της αιτιοκρατικής σχέσης μεταξύ των μεταβλητών. Επειδή το σημείο τούτο είναι πολύ σημαντικό, θα αναφερθούμε σε αυτό πιο αναλυτικά:

- (i) Όταν για τη εκτίμηση του υποδείγματος χρησιμοποιούνται στοιχεία χρονολογικών σειρών, οι τιμές που παίρνουμε για το R^2 , κατά κανόνα, είναι πολύ υψηλές. Αντίθετα, αν το ίδιο υπόδειγμα εκτιμηθεί με στοιχεία διαστρωματικά, οι τιμές του συντελεστή προσδιορισμού συνήθως είναι αισθητά χαμηλότερες. Για παράδειγμα, εκτίμηση της συνάρτησης παραγωγής για την βιομηχανία με διαχρονικά στοιχεία, στις περισσότερες περιπτώσεις δίνει τιμή του R^2 μεγαλύτερη του 0,90, ενώ αν η ίδια συνάρτηση εκτιμηθεί με διαστρωματικά στοιχεία, η τιμή του συντελεστή προσδιορισμού που θα προκύψει σπάνια υπερβαίνει το 0,70. Αυτό δεν σημαίνει ότι η χρησιμοποίηση χρονολογικών σειρών δίνει καλύτερα αποτελέσματα από τις διαστρωματικές παρατηρήσεις. Ένας έμπειρος ερευνητής ίσως αισθανθεί πιο ευτυχής με το 0,70 από διαστρωματικές παρατηρήσεις, παρά με το 0,90 από στοιχεία χρονολογικών σειρών.
- (ii) Χαμηλή τιμή του συντελεστή προσδιορισμού δεν υποδηλώνει πάντοτε κα χαμηλό βαθμό αιτιοκρατικής εξάρτησης μεταξύ των μεταβλητών. Η χαμηλή τιμή πιθανώς να οφείλεται στην χρησιμοποίηση ακατάλληλης αλγεβρικής μορφής. Για παράδειγμα, εάν κατά την εκτίμηση της σχέσης μεταξύ μέσου κόστους και επιπέδου παραγωγής επιλεγεί η γραμμική συνάρτηση, η τιμή του συντελεστή προσδιορισμού είναι πολύ πιθανό να μην διαφέρει σημαντικά από το μηδέν. Αν όμως αντί της γραμμικής χρησιμοποιηθεί πολυώνυμο δευτέρου βαθμού, η προσαρμοστική ικανότητα του υποδείγματος σίγουρα θα είναι υψηλότερη. Και αυτό

διότι η καμπύλη δευτέρου βαθμού προσεγγίζει καλύτερα την πραγματική συμπεριφορά της καμπύλης του μέσου κόστους.

- (iii) Έστω ότι αντικείμενο μελέτης είναι η διερεύνηση της ποσοτικής σχέσης ανάμεσα στη ζήτηση ενός διαρκούς καταναλωτικού αγαθού (Y) και του διαθέσιμου εισοδήματος (X). Μια πιθανή εξιδίκευση της σχέσης αυτής είναι η εξής:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma Y_{t-1} + u_t \quad (138)$$

Η παραπάνω σχέση δηλώνει ότι η ζητούμενη ποσότητα του αγαθού την περίοδο t εξαρτάται γραμμικά από το εισόδημα της ίδιας περιόδου (X) και το απόθεμα του διαρκούς αγαθού της προηγούμενης περιόδου (Y_{t-1}). Όμως, εάν ο ερευνητής επιθυμεί να προβλέψει τις μεταβολές στο Y_t τότε το υπόδειγμα που πρέπει να χρησιμοποιήσει είναι:

$$(Y_t - Y_{t-1}) = \alpha + \beta X_t + \gamma Y_{t-1} + u_t \quad (139)$$

Παρά το γεγονός ότι το δεξιό μέλος είναι το ίδιο και στα δυο υποδείγματα, η τιμή του συντελεστή προσδιορισμού από το υπόδειγμα (138) κατά κανόνα θα είναι μεγαλύτερη από αυτή που θα προκύψει από το (139). Αυτό δεν μπορεί να ερμηνευθεί ότι το (138) είναι καταλληλότερο σε σύγκριση με το (139). Στην πρώτη περίπτωση ο συντελεστής προσδιορισμού μετράει το ποσοστό της ερμηνευτικής μεταβλητικότητας στις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής, ενώ στην δεύτερη μετράει το αντίστοιχο ποσοστό στις τιμές του όρου $(Y_t - Y_{t-1})$.

- (iv) Αξίζει να αναφερθεί ότι, υψηλός βαθμός συσχέτισης δεν σημαίνει αναγκαστικά και αιτιώδη εξάρτηση. Η αιτιώδης εξάρτηση πρέπει να θεμελιωθεί από τον ερευνητή με βάση τη θεωρία ή την συσσωρευμένη εμπειρία. Τέλος, αν αντικείμενο έρευνας είναι η αναζήτηση εμπειρικού νόμου ή σχέσης μεταξύ μεταβλητών, ο ερευνητής πρέπει να είναι σε θέση να εξηγήσει και θεωρητικά τα αποτελέσματα που θα προκύψουν.

6.4 Έλεγχοι σημαντικότητας

Οι έλεγχοι μέσω της κατανομής του t-student για τους συντελεστές παλινδρόμησης καθώς και το F-test για τον έλεγχο της ισχύς του υποδείγματος ως σύνολο που παρουσιάστηκαν και αναλύθηκαν στην περίπτωση του μονοπαραγοντικού υποδείγματος χρησιμοποιούνται και στο πολυμεταβλητό υπόδειγμα. Ωστόσο, απαιτείται μια προσαρμογή για τους βαθμούς ελευθερίας που σχετίζονται με τις εκτιμήσεις μέσω της πολυμεταβλητής παλινδρόμησης.

t-tests:

Προκειμένου να ελέγξουμε εάν η εκτίμηση ενός συντελεστή της παλινδρόμησης είναι διαφορετική του μηδενός κατασκευάζουμε την παρακάτω υπόθεση:

$$H_0 : \hat{\beta}_j \neq 0 \quad (140)$$

ενώ το κατάλληλο στατιστικό κριτήριο για τον έλεγχο της παραπάνω υπόθεσης είναι

$$t = \frac{\hat{\beta}_j - 0}{V(\hat{\beta}_j)} = \frac{\hat{\beta}_j}{V(\hat{\beta}_j)} \quad (141)$$

Για τον υπολογισμό του τυπικού σφάλματος εκτίμησης της παραμέτρου $\hat{\beta}_j$ χρειάζεται να αναζητήσουμε το σχετικό διαγώνιο στοιχείο στον πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης των συντελεστών ευαισθησίας του υποδείγματος. Οι βαθμοί ελευθερίας σε αυτή την περίπτωση θα είναι ίσοι με τον αριθμό των παρατηρήσεων μετά την αφαίρεση του αριθμού των ερμηνευτικών μεταβλητών συμπεριλαμβανομένου της σταθεράς της παλινδρόμησης. Η τελική απόφαση αναφορικά με την ισχύ της παραπάνω

υπόθεσης εξαρτάται από το απαιτούμενο επίπεδο σημαντικότητας που θέτει ο ερευνητής.

F-tests:

Αντί να ελέγχουμε ξεχωριστά την υπόθεση στατιστικής σημαντικότητας για καθένα συντελεστή μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν έλεγχο μέσω της F κατανομής για να εξετάσουμε την ισχύ της γραμμικής εξάρτησης των μεταβλητών συνολικά. Μέσω της συγκεκριμένης μεθόδου ελέγχουμε εάν όλοι οι συντελεστές της παλινδρόμησης είναι από κοινού διαφορετικοί του μηδενός. Για την εφαρμογή του συγκεκριμένου ελέγχου χρησιμοποιούμε το παρακάτω στατιστικό κριτήριο (Johnston, 1972):

$$F_{M-1, N-M} = \frac{R^2 / M - 1}{(1 - R^2) / (N - M)} = \frac{\hat{\beta}' X' y / M - 1}{e' e / (N - M)} \quad (142)$$

όπου N είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων και M ο αριθμός των ερμηνευτικών μεταβλητών συμπεριλαμβανομένου της σταθεράς του υποδείγματος (εάν υπάρχει).

Με απλά λόγια, ο έλεγχος F σε αυτή την περίπτωση μας επιτρέπει να συγκρίνουμε την εξηγούμενη μεταβλητότητα με το τμήμα της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής που παραμένει ανερμήνευτο. Προκειμένου να αποδείξουμε την ισχύ μιας συνολικής σχέσης μεταξύ των εξεταζόμενων μεταβλητών απαιτείται να δείξουμε ότι η εξηγούμενη μεταβλητότητα είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την ανερμήνευτη.

Ο έλεγχος F είναι αρκετά γενικός με την έννοια ότι αρκετά προβλήματα μπορούν τελικά να διατυπωθούν με την ερώτηση εάν η εξηγούμενη μεταβλητότητα είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την ανερμήνευτη. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε την σύγκριση των παρακάτω δυο γραμμικών υποδειγμάτων:

Υπόδειγμα I:

$$Y_t = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_m X_m$$
$$(SSE)_I = \sum e^2_{t,I} \quad (143)$$

Υπόδειγμα II:

$$Y_t = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \dots + \alpha_m X_m + \alpha_{m+1} X_{m+1} + \alpha_{m+q} X_{m+q}$$
$$(SSE)_{II} = \sum e^2_{t,II} \quad (144)$$

Το δεύτερο υπόδειγμα έχει q περισσότερες ερμηνευτικές μεταβλητές σε σχέση με το πρώτο υπόδειγμα. Για να ελέγξουμε εάν οι επιπρόσθετες μεταβλητές, X_{m+1} έως X_{m+q} του δεύτερου υποδείγματος προσθέτουν οποιαδήποτε στατιστικά σημαντική ερμηνευτική ικανότητα σε σχέση με τις μεταβλητές του πρώτου υποδείγματος μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το παρακάτω στατιστικό κριτήριο F:

$$\frac{[(SSE)_I - (SSE)_{II}] / q}{(SSE)_{II} / (N - M - q)} \approx F_{q, (N - M - q)} \quad (145)$$

Ο όρος $[(SSE)_I - (SSE)_{II}]$ αντιπροσωπεύει την μείωση της μη εξηγούμενης μεταβλητότητας του πρώτου υποδείγματος ή αντίστροφα την βελτίωση στην εξηγούμενη μεταβλητότητα. Επομένως, ο συγκεκριμένος έλεγχος εγκλωβίζει οποιαδήποτε σημαντική μείωση της μη συστηματικής μεταβλητότητας η οποία οφείλεται στην προσθήκη επιπρόσθετων μεταβλητών (ή αντίστροφα οποιαδήποτε αύξηση της συστηματικής μεταβλητότητας).

Πίνακας 24
Η Πολυμεταβλητή Παλινδρόμηση με μια ματιά

Εξίσωση Παλινδρόμησης

$$Y_t = \hat{\beta}_1 X_{1t} + \hat{\beta}_2 X_{2t} + \hat{\beta}_3 X_{3t} + \dots + \hat{\beta}_M X_{Mt} + \hat{u}_t$$

M = αριθμός ανεξάρτητων μεταβλητών

$t=1,2,\dots,N$

Εκτιμηθέντες συντελεστές

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y = (\hat{\beta}_1 \hat{\beta}_2 \dots \hat{\beta}_M)$$

Διακύμανση εκτιμηθέντων συντελεστών

$$V(\hat{\beta}) = \sigma_u^2 (X'X)^{-1} = \hat{s}^2 (X'X)^{-1}$$

Αμερόληπτος εκτιμητής του σ_u^2

$$\hat{s}_u^2 = \frac{\sum \hat{u}_t^2}{N-M} = \frac{\hat{u}'\hat{u}}{N-M}$$

Τυπικό σφάλμα των εκτιμήσεων των συντελεστών παλινδρόμησης

$$SE(\hat{\beta}_i) = \sqrt{V(\hat{\beta}_i)}$$

R^2 και $\bar{R}^2$

$$R^2 = \frac{\hat{\beta}' X'y - \frac{1}{n} (\sum Y_t)^2}{y'y - \frac{1}{n} (\sum Y_t)^2}$$

$$\text{Προσαρμοσμένο } R^2, \bar{R}^2 = 1 - \frac{N-1}{N-M} (1 - R^2)$$

t-Test συντελεστές

$$H_0 : \hat{\beta}_i \neq 0 \quad \frac{\hat{\beta}_i}{SE(\hat{\beta}_i)} \approx t_{N-M}$$

F-Test για την Ερμηνευτική Ικανότητα του Γραμμικού Υποδείγματος

$$F = \frac{R^2 / M - 1}{(1 - R^2) / (N - M)} \approx F_{M-1, N-M}$$

6.5 Κριτήρια Πληροφόρησης

Όταν χρησιμοποιούμε τα γραμμικά πολυμεταβλητά υποδείγματα όπου μια εξαρτημένη μεταβλητή συνδέεται με περισσότερες από μια ανεξάρτητες μεταβλητές μέσω μιας γραμμικής σχέσης χρειαζόμαστε ένα κριτήριο για να επιλέξουμε τον άριστο αριθμό ερμηνευτικών μεταβλητών. Ισοδύναμα όταν ενδιαφερόμαστε να εξετάσουμε εάν η προσθήκη μιας ή περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών βελτιώνει την ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος χρησιμοποιούμε κατάλληλα πληροφοριακά κριτήρια όπως το κριτήριο του Akaike (1973) ή το κριτήριο του Schwarz (1981). Το κριτήριο πληροφόρησης του Akaike υπολογίζεται με την βοήθεια του παρακάτω τύπου:

$$AIC = -2\left(\frac{l}{T}\right) + 2\left(\frac{k}{T}\right) \quad (146)$$

ενώ το κριτήριο του Schwarz δίνεται από τον τύπο:

$$SC = -2\left(\frac{l}{T}\right) + \frac{\kappa \log(T)}{T} \quad (147)$$

όπου l είναι ο λογάριθμος της συνάρτησης πιθανοφάνειας με k εκτιμηθέντες παραμέτρους και T είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων.

Μεταξύ εναλλακτικών υποδειγμάτων επιλέγουμε εκείνο που εμφανίζει την μικρότερη τιμή για οποιοδήποτε από τα δυο προαναφερθέντα κριτήρια.

6.6 Προβλήματα της μεθόδου ανάλυσης παλινδρόμησης

6.6.1 Πολυσυγγραμικότητα (Multicollinearity)

Η πολυσυγγραμικότητα αναφέρεται στην περίπτωση κατά την οποία δυο ή περισσότερες επεξηγηματικές μεταβλητές του υποδείγματος εμφανίζουν υψηλή συσχέτιση. Σε καταστάσεις τέλειας πολυσυγγραμικότητας, δυο ή περισσότερες ανεξάρτητες μεταβλητές μπορούν να εκφραστούν με την μορφή ενός γραμμικού συνδυασμού. Σε αυτή την περίπτωση, είναι πολύ δύσκολο έως αδύνατο να απομονώσουμε τις επιμέρους επιδράσεις της κάθε ερμηνευτικής μεταβλητής στην εξαρτημένη μεταβλητή. Η ύπαρξη πολυσυγγραμικότητας μπορεί να οδηγήσει σε στατιστικά ασήμαντες εκτιμήσεις των παραμέτρων μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων ή και σε εκτιμήσεις με λανθασμένα πρόσημα ακόμα και όταν το υπόδειγμα εμφανίζει υψηλό συντελεστή προσδιορισμού (R^2). Το πρόβλημα της πολυσυγγραμικότητας μπορεί να αντιμετωπιστεί ή να περιορισθεί με την συγκέντρωση περισσότερων παρατηρήσεων, με τον κατάλληλο μετασχηματισμό των μεταβλητών ή με την παράλειψη των μεταβλητών που εμφανίζουν μεταξύ τους υψηλή συσχέτιση. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος έχουν προταθεί διάφοροι τρόποι όπως η αφαίρεση από το υπόδειγμα των ερμηνευτικών μεταβλητών που εμφανίζουν υψηλή συσχέτιση, η προσθήκη ασυσχέτιστων μεταβλητών, ο συνδυασμός διαχρονικών και διαστρωματικών δεδομένων (panel data). Η τελευταία τεχνική αντιμετώπισης του προβλήματος η οποία είναι γνωστή και ως ορθογωνιοποίηση (orthogonalization) συνίσταται στην εκτίμηση ενός συντελεστή με την χρήση μιας διαστρωματικής παλινδρόμησης και την χρησιμοποίηση του αργότερα στην διαχρονική παλινδρόμηση.

Παράδειγμα: Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται το επίπεδο των εισαγωγών Y , το ΑΕΠ των ΗΠΑ, X_1 εκφρασμένα και τα δυο μεγέθη σε δις \$ καθώς και ο δείκτης τιμών καταναλωτή X_2 για μια περίοδο 16 ετών. Σύμφωνα

με την σχετική θεωρία αναμένεται όπως το επίπεδο των εισαγωγών να είναι μεγαλύτερο καθώς το ΑΕΠ και οι εγχώριες τιμές ακολουθούν ανοδική πορεία. Παλινδρομώντας την μεταβλητή Y πάνω στις δυο ερμηνευτικές μεταβλητές X_1 και X_2 προκύπτει:

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= -101,49 + 0,08X_1 + 0,76X_2 & R^2 &= 0,97 \\ & (1,40) \quad (1,00) & \bar{R}^2 &= 0,985 \\ & & r_{12} &= 0,997\end{aligned}$$

(Οι εντός παρενθέσεων τιμές αναφέρονται στο στατιστικό κριτήριο του t student των συντελεστών)

Καθώς και οι δυο συντελεστές ευαισθησίας είναι στατιστικά ασήμαντοι σε επίπεδο σημαντικότητας 5% ενώ ταυτόχρονα παρατηρείται πολύ υψηλός συντελεστής προσδιορισμού $R^2=0,99$ υπάρχουν ξεκάθαρες ενδείξεις σοβαρού προβλήματος πολυσυγγραμικότητας μεταξύ των ερμηνευτικών μεταβλητών X_1 και X_2 . Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται από τον υψηλό συντελεστή συσχέτισεως μεταξύ των δυο μεταβλητών ($r_{12} = 0,997$). Επανεκτιμώντας την παλινδρόμηση παραλείποντας σε κάθε περίπτωση μια από τις δυο ερμηνευτικές μεταβλητές προκύπτει:

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= -69,03 + 0,13X_1 & R^2 &= 0,986 \\ & (-12,00) \quad (31,87)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= -146,52 + 1,82X_2 & R^2 &= 0,985 \\ & (-17,58) \quad (30,79)\end{aligned}$$

(Οι εντός παρενθέσεων τιμές αναφέρονται στο στατιστικό κριτήριο του t student)

Παρατηρούμε ότι στις μεμονωμένες παλινδρομήσεις και οι δυο ερμηνευτικές μεταβλητές εμφανίζουν στατιστικά σημαντική επίδραση στην εξαρτημένη

μεταβλητή σε επίπεδο σημαντικότητας 1%. Ωστόσο, η παράλειψη της μιας ερμηνευτικής μεταβλητής σε κάθε παλινδρόμηση οδηγεί σε μεροληπτικές εκτιμήσεις μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων, επειδή η οικονομική θεωρία υποδεικνύει ότι τόσο το ΑΕΠ όσο και οι τιμές πρέπει να συμπεριλαμβάνονται στην εκτίμηση της συνάρτησης των εισαγωγών.

Πίνακας 25

Εισαγωγές και ΑΕΠ (σε δις) και Δείκτης Τιμών Καταναλωτή για τις ΗΠΑ

Έτος	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	28,4	32,0	37,7	40,6	47,7	52,9	58,5	64,0
X ₁	635,7	688,1	753,0	796,3	868,5	935,5	982,4	1063,4
X ₂	92,9	94,5	97,2	100,0	104,2	109,8	116,3	121,3
Έτος	9	10	11	12	13	14	15	16
Y	75,9	94,4	131,9	126,9	155,4	185,8	217,5	260,9
X ₁	1171,1	1306,6	1412,9	1528,8	1702,2	1899,5	2127,6	2368,5
X ₂	125,3	133,1	147,7	161,2	170,5	151,5	195,4	217,4

Πηγή: Salvatore D., (1981)

6.6.2 Ετεροσκεδαστικότητα

Μια πολύ βασική υπόθεση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων είναι η υπόθεση της σταθερής διακύμανσης του στοχαστικού όρου σε όλο το εύρος των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Όταν λοιπόν ο στοχαστικός όρος εμφανίζει σταθερή διακύμανση θα λέμε ότι είναι ομοσκεδαστικός (homoskedastic). Στην περίπτωση που παραβιάζεται η συγκεκριμένη υπόθεση δηλαδή $E(u_i^2) \neq \sigma_u^2$ τότε είμαστε αντιμέτωποι με το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας. Το πρόβλημα της ετεροσκεδαστικότητας είναι πολύ συνηθισμένο στην ανάλυση διαστρωματικών δεδομένων.

Επιπτώσεις ετεροσκεδαστικότητας στους εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων

Ας θεωρήσουμε το κλασικό γραμμικό μοντέλο παλινδρόμησης

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i \quad (148)$$

Οι επιπτώσεις στον εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων $\hat{\beta}$ της παραπάνω σχέσης από την παραβίαση της υπόθεσης ομοσκεδαστικότητας συνοψίζονται παρακάτω:

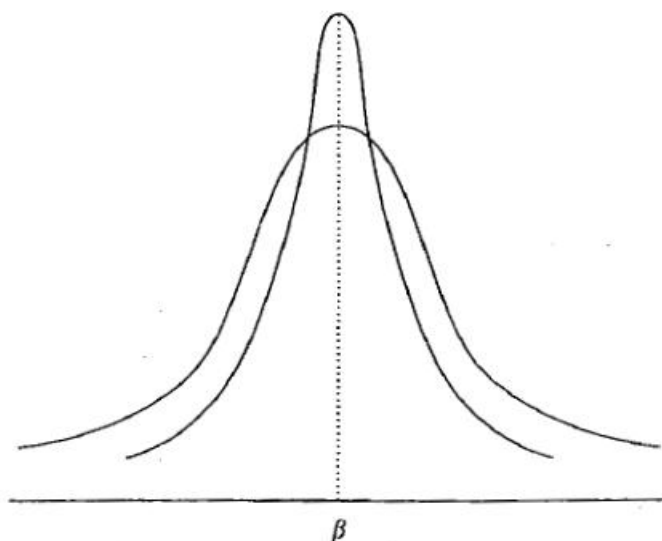
1. Ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων $\hat{\beta}$ παραμένει αμερόληπτος και συνεπής επειδή καθώς η ανεξάρτητη μεταβλητή X εξακολουθεί να είναι ασυσχέτιστη με τον στοχαστικό όρο u_i . Επομένως, η παρουσία ετεροσκεδαστικότητας σε ένα κατάλληλα προσδιορισμένο υπόδειγμα εξακολουθεί να μας δίνει σχετικά ικανοποιητικές εκτιμήσεις των αγνώστων παραμέτρων.

2. Η παρουσία ετεροσκεδαστικότητας επηρεάζει την κατανομή των εκτιμητών ελαχίστων τετραγώνων ($\hat{\beta}$) οδηγώντας σε διόγκωση της διακύμανσης της κατανομής τους με αποτέλεσμα οι συγκεκριμένοι εκτιμητές να είναι τελικά αναποτελεσματικοί. Προκειμένου να κατανοήσουμε καλύτερα την επίδραση της ετεροσκεδαστικότητας στο διάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η κατανομή ενός εκτιμητή με την παρουσία ετεροσκεδαστικότητας και ενός εκτιμητή που προέρχεται από ένα υπόδειγμα με ομοσκεδαστικό στοχαστικό όρο. Είναι προφανές ότι η ετεροσκεδαστικότητα δεν οδηγεί σε μεροληψία (bias) του εκτιμητή καθώς η κατανομή του εξακολουθεί να είναι συμμετρική γύρω από την παράμετρο β ($E(\hat{\beta}) = \beta$). Ωστόσο, καθώς η κατανομή του εκτιμητή γίνεται πιο πλατιά οδηγούμαστε στο συμπέρασμα πως ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων δεν παρουσιάζει πια την ελάχιστη διακύμανση.

3. Τέλος, η παρουσία ετεροσκεδαστικότητας επηρεάζει την διακύμανση και κατ'επέκταση το τυπικό σφάλμα των εκτιμηθέντων συντελεστών του υποδείγματος. Το γεγονός αυτό έχει άμεσες επιπτώσεις στην εξαγωγή αξιόπιστων συμπερασμάτων μέσω των κλασικών ελέγχων υποθέσεων. Στην πραγματικότητα, η παρουσία ετεροσκεδαστικότητας οδηγεί σε υποεκτίμηση της διακύμανσης και του τυπικού σφάλματος των εκτιμήσεων μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων με αποτέλεσμα να καταλήγουμε σε υψηλότερες από τις αναμενόμενες τιμές των καθιερωμένων στατιστικών κριτηρίων (t-statistic και F-statistic). Ως εκ τούτου, η ετεροσκεδαστικότητα

επηρεάζει σημαντικά την αξιοπιστία του ελέγχου υποθέσεων μέσω των κλασικών κριτήριων καθώς μπορεί εσφαλμένα να μας οδηγήσει στην απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης H_0 συχνότερα από ότι ισχύει στην πραγματικότητα.

Διάγραμμα 24
Κατανομή εκτιμήτριας συνάρτησης συντελεστή β



Σε καταστάσεις όπου παραβιάζεται η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας του στοχαστικού όρου διακρίνουμε δυο περιπτώσεις: την περίπτωση αυξανόμενης διακύμανσης και την περίπτωση της μειούμενης διακύμανσης αντίστοιχα. Ένα παράδειγμα αυξανόμενης διακύμανσης μπορεί να εκφρασθεί σε όρους εισοδήματος και κατανάλωσης των ατόμων. Τα άτομα που διαθέτουν χαμηλό εισόδημα δεν εμφανίζουν ιδιαίτερη ευελιξία στον τρόπο που καταναλώνουν. Ένα σημαντικό τμήμα του εισοδήματός τους διατίθεται στην αγορά βασικών ειδών διατροφής, ένδυσης και μετακίνησης επομένως στα χαμηλά εισοδήματα παρατηρείται μικρή μεταβλητότητα της κατανάλωσης. Από την άλλη πλευρά, τα άτομα με υψηλά εισοδήματα διαθέτουν μεγαλύτερη ευελιξία και περισσότερες επιλογές στην κατανάλωση. Κάποιοι μπορεί να καταναλώνουν περισσότερο ενώ κάποιοι άλλοι μπορεί να προτιμούν την αποταμίευση ή να επενδύουν στο χρηματιστήριο με αποτέλεσμα η μέση κατανάλωση όπως εκφράζεται από την γραμμή παλινδρόμησης να διαφέρει

σημαντικά από την πραγματική κατανάλωση. Ως εκ τούτου, η μεταβλητότητα της κατανάλωσης θα αυξάνει καθώς αυξάνει το διαθέσιμο εισόδημα. Αντίθετα, η διακύμανση του στοχαστικού όρου ενός υποδείγματος μπορεί να εμφανίζει πτωτική τάση σε καταστάσεις όπου παρατηρούνται σημαντικές βελτιώσεις στον τρόπο συλλογής των δεδομένων με αποτέλεσμα να ελαχιστοποιείται η πιθανότητα εσφαλμένης μέτρησης.

Στην περίπτωση του απλού γραμμικού μοντέλου παλινδρόμησης είναι εύκολο να δείξουμε πως η διακύμανση του εκτιμητή του γωνιακού συντελεστή $\hat{\beta}$ επηρεάζεται από την παραβίαση της υπόθεσης της ομοσκεδαστικότητας του στοχαστικού όρου. Η διακύμανση του εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων του συντελεστή β δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \sum \left(\frac{x_i}{\sum x_i^2} \right)^2 \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \sigma^2}{(\sum x_i^2)^2} = \sigma^2 \frac{1}{\sum x_i^2} \quad (149)$$

Παρατηρώντας την σχέση (149) συμπεραίνουμε πως η διακύμανση του εκτιμητή δίνεται από την παραπάνω σχέση μόνο στην περίπτωση που ο στοχαστικός όρος εμφανίζει σταθερή μεταβλητότητα ίση με σ^2 . Σε καταστάσεις όμως που παραβιάζεται η υπόθεση της σταθερής διακύμανσης του στοχαστικού όρου, η διακύμανση θα μεταβάλλεται σε κάθε παρατήρηση με αποτέλεσμα η διακύμανση του $\hat{\beta}$ να ισούται με:

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \sum \left(\frac{x_i}{\sum x_i^2} \right)^2 \sigma_i^2 = \frac{\sum x_i^2 \sigma_i^2}{(\sum x_i^2)^2} \quad (150)$$

Συνεπώς, εάν ο στοχαστικός όρος του υποδείγματος επιδεικνύει μεταβαλλόμενη διακύμανση και υπολογίσουμε την διακύμανση του $\hat{\beta}$ χρησιμοποιώντας την σχέση (149) αντί για την σωστή (150) τότε είναι σίγουρο πως θα οδηγηθούμε σε υποεκτίμηση της πραγματικής μεταβλητότητας και κατ'επέκταση του τυπικού σφάλματος του εκτιμητή $\hat{\beta}$. Ως εκ τούτου, θα προκύψουν λανθασμένα υψηλές τιμές του t-statistic οδηγώντας στο εσφαλμένο συμπέρασμα πως η επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής

στην εξαρτημένη μεταβλητή είναι ουσιώδης ενώ στην πραγματικότητα οι υπό εξέταση μεταβλητές είναι ασυσχέτιστες. Επιπλέον, τα διαστήματα εμπιστοσύνης της υπό εκτίμηση παραμέτρου β θα είναι μεροληπτικά παρέχοντας μη αξιόπιστα συμπεράσματα για το εύρος διακύμανσης της πραγματικής τιμής της παραμέτρου.

Στην συνέχεια, θα παρουσιάσουμε πως η παρουσία ετεροσκεδαστικότητας επηρεάζει την μορφή της μήτρας διακύμανσης-συνδιακύμανσης των καταλοίπων στο κλασικό μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης. Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη τις υποθέσεις του κλασικού γραμμικού μοντέλου η μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης των καταλοίπων δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$E(uu') = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{pmatrix} = \sigma^2 I_n \quad (151)$$

όπου I_n είναι ένας $n \times n$ μοναδιαίος πίνακας.

Ωστόσο, εάν θεωρήσουμε πως η διακύμανση του στοχαστικού όρου δεν παραμένει σταθερή αλλά μεταβάλλεται τότε η μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης του στοχαστικού όρου θα είναι ως εξής:

$$E(uu') = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} = \Omega \quad (152)$$

Τέλος, θα εξετάσουμε την επίδραση της ετεροσκεδαστικότητας στους εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων των συντελεστών ενός πολυμεταβλητού γραμμικού μοντέλου παλινδρόμησης. Γνωρίζουμε πως η μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης των εκτιμητών μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων δίνεται μέσω της παρακάτω σχέσης:

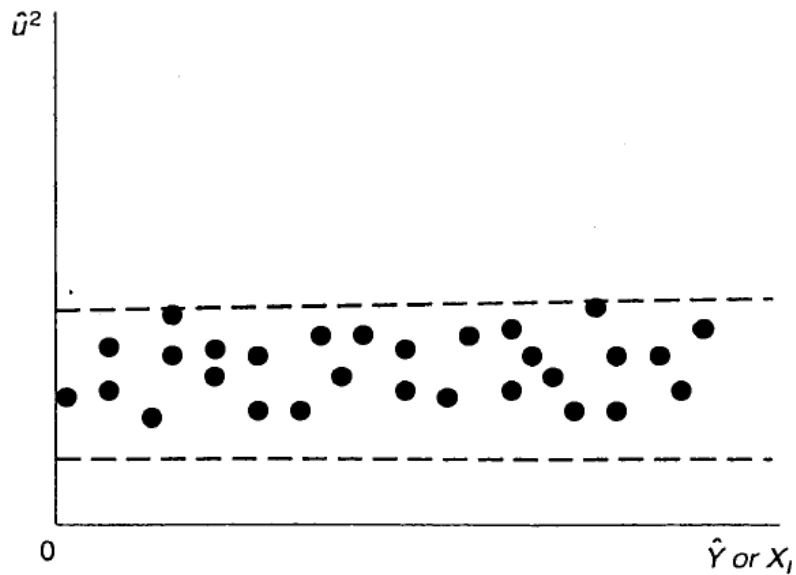
$$\begin{aligned}
\text{cov}(\hat{\beta}) &= E[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'] \\
&= E[(X'X)^{-1}X'u][(X'X)^{-1}X'u'] \\
&= E[(X'X)^{-1}X'uu'X(X'X)^{-1}] \\
&= (X'X)^{-1}X'Euu'X(X'X)^{-1} \\
&= (X'X)^{-1}X'\Omega X(X'X)^{-1}
\end{aligned} \tag{153}$$

το οποίο είναι τελείως διαφορετικό από το $\sigma^2(X'X)^{-1}$ που εκφράζει την μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης των συντελεστών στην περίπτωση που έχουμε ομοσκεδαστικό στοχαστικό όρο. Επομένως, θα ήταν λάθος να χρησιμοποιήσουμε την κλασική σχέση υπολογισμού της διακύμανσης, του τυπικού σφάλματος και του t-statistic των εκτιμηθέντων συντελεστών. Η παραπάνω σχέση αποτελεί την βάση της αποκαλούμενης αποτελεσματικής εκτίμησης (robust inference) η οποία συνίσταται στην εξαγωγή αξιόπιστων τυπικών σφαλμάτων και στατιστικών ελέγχων στα πλαίσια ενός υποδείγματος όπου παραβιάζονται κάποιες από τις υποθέσεις για την συμπεριφορά του στοχαστικού όρου. Στην πραγματικότητα, υποθέτουμε μια συγκεκριμένη μορφή για την μήτρα Ω και στην συνέχεια χρησιμοποιούμε την παραπάνω σχέση για να υπολογίσουμε την μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης των εκτιμηθέντων συντελεστών.

Μια σχετικά εύκολη μέθοδος εντοπισμού ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας είναι μέσω ενός διαγράμματος νέφους σημείων (scatter plot). Ο Gujarati (1978) παρουσίασε κάποιες περιπτώσεις οι οποίες απεικονίζονται στα διαγράμματα που ακολουθούν και μας βοηθούν να εξάγουμε χρησιμες πληροφορίες για την ύπαρξη ή μη ετεροσκεδαστικότητας των καταλοίπων. Στον κάθετο άξονα απεικονίζονται τα κατάλοιπα υψωμένα στο τετράγωνο ενώ στον οριζόντιο άξονα απεικονίζονται είτε οι προσαρμοσμένες τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής ($\hat{Y}_i$) είτε οι τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής. Στο διάγραμμα 25 παρατηρούμε πως δεν υπάρχει κάποια ξεκάθαρη σχέση μεταξύ των δυο μεταβλητών οπότε μπορούμε να ισχυριστούμε πως πρόκειται για ένα υγιές υπόδειγμα το οποίο δεν εμφανίζει ίχνη μεταβαλλόμενης διακύμανσης του στοχαστικού όρου. Αντίθετα, στα επόμενα δυο διαγράμματα παρατηρούμε

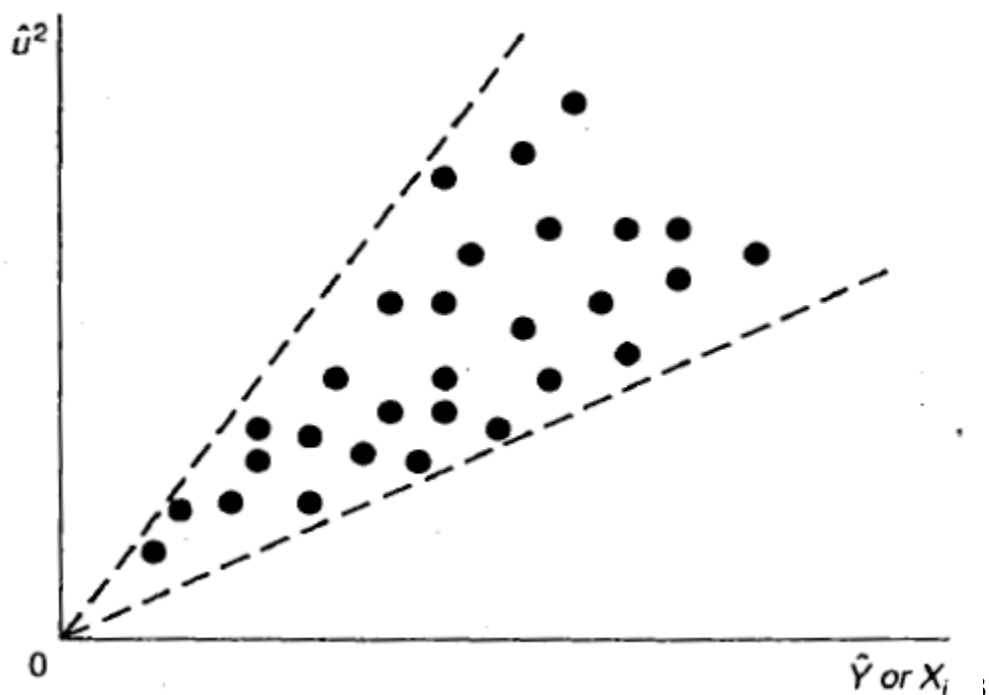
προφανή ίχνη ετεροσκεδαστικότητας η οποία εκφράζεται με μια γραμμική σχέση μεταξύ των $\hat{u}_i^2$ και των $\hat{Y}_i$ ή X_i .

Διάγραμμα 25
Μια υγιής κατανομή καταλοίπων

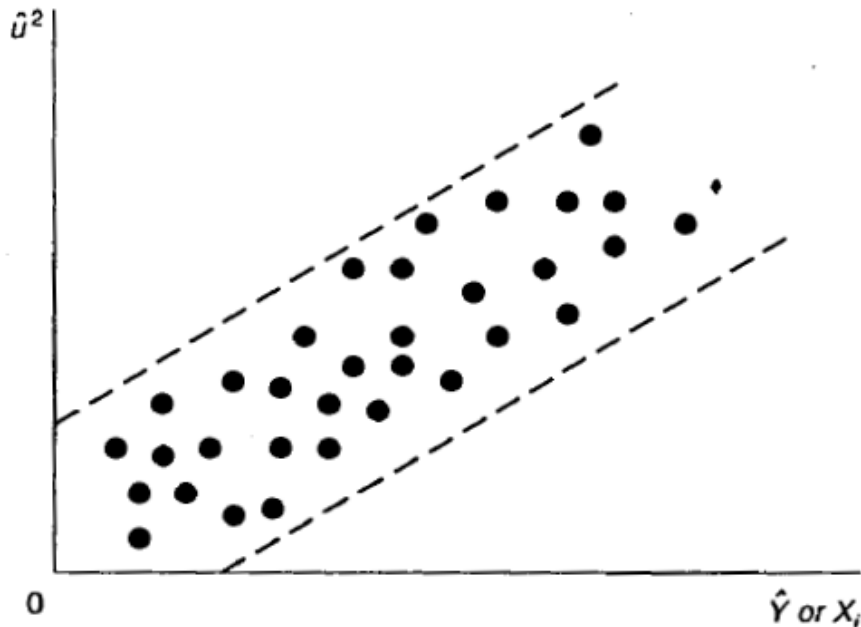


Πηγή: Gujarati 1978

Διάγραμμα 26
Ένδειξη ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας των καταλοίπων



Διάγραμμα 27
Ένδειξη ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας των καταλοίπων (2)



Πηγή: Gujarati 1978

Ένας πολύ συνηθισμένος έλεγχος ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας προτάθηκε από τους Goldfeld & Quandt (1965). Ο στατιστικός έλεγχος συνίσταται αρχικά στην τοποθέτηση των τιμών της ανεξάρτητης μεταβλητής με αύξουσα σειρά και στην συνέχεια στην εκτίμηση δυο διαφορετικών παλινδρομήσεων, μια για τις μικρές τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής και μια για τις υψηλές τιμές παραλείποντας ένα τμήμα των μεσαίων παρατηρήσεων. Έπειτα, ελέγχουμε εάν ο λόγος του τετραγώνου των καταλοίπων (sum of squares errors) της δεύτερης παλινδρόμησης προς το αντίστοιχο της πρώτης είναι στατιστικά διαφορετικός του μηδέν. Το συγκεκριμένο στατιστικό κριτήριο ακολουθεί την F κατανομή με $(n-d-2k)/2$ βαθμούς ελευθερίας, όπου n είναι ο συνολικός αριθμός παρατηρήσεων, d είναι ο αριθμός των παραλειπόμενων παρατηρήσεων και k είναι ο αριθμός των εκτιμώμενων παραμέτρων.

Σε περίπτωση που η διακύμανση του στοχαστικού όρου είναι της μορφής συνάρτησης δευτέρου βαθμού π.χ. X^2 που είναι και η πιο συνηθισμένη περίπτωση, η ετεροσκεδαστικότητα μπορεί να ξεπεραστεί διαιρώντας κάθε όρο του υποδείγματος με X και εκτιμώντας στην συνέχεια την παλινδρόμηση με τις μετασχηματισμένες μεταβλητές.

Παράδειγμα: Στον πίνακα που ακολουθεί απεικονίζεται ο μέσος μισθός Y καθώς και ο αριθμός των απασχολούμενων εργατών X σε 30 εταιρείες ενός κλάδου.

Πίνακας 26
Μέσος μισθός και αριθμός απασχολούμενων εργατών

Μέσος μισθός						Απασχολούμενοι εργαζόμενοι
8,40	8,40	8,60	8,70	8,90	9,00	100
8,90	9,10	9,30	9,30	9,40	9,60	200
9,50	9,80	9,90	10,30	10,30	10,50	300
10,30	10,60	10,90	11,30	11,50	11,70	400
11,60	11,80	12,10	12,50	12,70	13,10	500

Πηγή: Salvatore D., (1981)

Η εκτίμηση της γραμμής παλινδρόμησης των μεταβλητών Y & X για ολόκληρο το δείγμα έδωσε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

$$\hat{Y} = 7,5 + 0,009X \quad R^2 = 0,90$$

(40,27) (16,10)

(Οι εντός παρενθέσεων τιμές αναφέρονται στο στατιστικό κριτήριο του t student)

Τα αποτελέσματα εκτίμησης της παλινδρόμησης της Y πάνω στη X για τις πρώτες 12 παρατηρήσεις και τις τελευταίες 12 παρατηρήσεις είναι τα εξής:

$$\hat{Y} = 8,1 + 0,006X \quad R^2 = 0,66$$

$$(39,4) (4,36) \quad SSE=0,507$$

$$\hat{Y} = 6,1 + 0,013X \quad R^2 = 0,60$$

$$(4,16) (3,89) \quad SSE=3,095$$

(Οι εντός παρενθέσεων τιμές αναφέρονται στο στατιστικό κριτήριο του t student)

Εφόσον η τιμή του λόγου $SSE_2 / SSE_1 = 3,095 / 0,507 = 6,1$ υπερβαίνει την θεωρητική τιμή της F κατανομής $F_{10,10}$ η οποία είναι 2,97 σε επίπεδο σημαντικότητας 5% αποδεχόμαστε την υπόθεση της ετεροσκεδαστικότητας. Στην συνέχεια, επανεκτιμώντας το μετασχηματισμένο για την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας υπόδειγμα παίρνουμε:

$$\hat{Y} / X = 0,008 + 7,8(1 / X) \quad R^2 = 0,99$$

$$(14,43) (76,58)$$

(Οι εντός παρενθέσεων τιμές αναφέρονται στο στατιστικό κριτήριο του t student)

6.6.3 Αυτοσυσχέτιση

Όταν ο στοχαστικός όρος της παλινδρόμησης σε μια χρονική περίοδο σχετίζεται θετικά με τον στοχαστικό όρο της προηγούμενης χρονικής περιόδου τότε σε αυτή την περίπτωση αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα της θετικής αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού (positive first order autocorrelation).

Το πρόβλημα αυτό είναι συνηθισμένο στην ανάλυση χρονολογικών σειρών και, όπως θα δούμε στην συνέχεια, μπορεί να οδηγήσει σε υποεκτίμηση των τυπικών σφαλμάτων των εκτιμητών επηρεάζοντας αρνητικά τους στατιστικούς ελέγχους και τα διαστήματα εμπιστοσύνης.

Η ύπαρξη αυτοσυσχέτισης του στοχαστικού όρου μπορεί να οφείλεται στην παράλειψη σημαντικών ερμηνευτικών μεταβλητών από το υπόδειγμα (omitted variables). Ας εξετάσουμε την ισχύ της παραπάνω υπόθεσης με ένα παράδειγμα. Έστω λοιπόν ότι η μεταβλητή Y_t σχετίζεται με τις μεταβλητές X_{2t} & X_{3t} αλλά εσφαλμένα παραλείπουμε την μεταβλητή X_{3t} από το υπόδειγμά μας. Σε αυτή την περίπτωση η επίδραση της X_{3t} θα ενσωματωθεί στον στοχαστικό όρο u_t . Εάν η X_{3t} όπως συμβαίνει σε πολλές χρονοσειρές οικονομικής φύσεως εξαρτάται από παρελθούσες τιμές όπως η X_{3t-1} , η X_{3t-2} κλπ αναμένεται να δημιουργηθεί αναπόφευκτη συσχέτιση μεταξύ του τρέχοντος στοχαστικού όρου u_t και των παρελθουσών τιμών του u_{t-1} , u_{t-2} , κλπ. Ένας άλλος παράγοντας που μπορεί να προκαλέσει αυτοσυσχέτιση του στοχαστικού όρου είναι ο εσφαλμένος προσδιορισμός του υποδείγματος. Ας υποθέσουμε ότι η μεταβλητή Y_t και η μεταβλητή X_{2t} συνδέονται με μια σχέση δευτέρου βαθμού της μορφής $Y_t = \alpha + \beta_1 X_{2t}^2 + u_t$ αλλά εμείς εσφαλμένα υποθέτουμε και εκτιμούμε μια γραμμική σχέση της μορφής $Y_t = \alpha + \beta_1 X_{2t} + u_t$. Σε αυτή την περίπτωση ο στοχαστικός όρος που προκύπτει από την εκτίμηση της ευθείας γραμμής θα εξαρτάται από την μεταβλητή X_{2t}^2 . Εάν λοιπόν η μεταβλητή X_{2t}^2 εμφανίζει αυξητική ή μειούμενη τάση διαχρονικά το ίδιο θα συμβαίνει και με τον στοχαστικό όρο υποδηλώνοντας με αυτό τον τρόπο την ύπαρξη διαχρονικής εξάρτησης.

Τέλος ένας τρίτος παράγοντας υπεύθυνος για την εμφάνιση αυτοσυσχέτισης είναι τα συστηματικά σφάλματα μέτρησης. Έστω μια επιχείρηση η οποία πραγματοποιεί καταγραφή του αποθεματικού της σε εμπορεύματα σε μια δεδομένη χρονική στιγμή. Εάν διαπράττεται συστηματικά κάποιο σφάλμα στην καταμέτρηση τότε το συνολικό αποθεματικό θα εμφανίζει συσσωρευμένα σφάλματα μέτρησης. Τα συγκεκριμένα σφάλματα θα εμφανίζονται ως μια διαδικασία με διαχρονική εξάρτηση.

Η απλούστερη και πιο συνηθισμένη μορφή αυτοσυσχέτισης είναι η αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού. Έστω το παρακάτω πολυμεταβλητό μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης:

$$Y_t = \alpha + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t \quad (154)$$

όπου η τρέχουσα τιμή του στοχαστικού όρου (u_t) είναι μια συνάρτηση της αντίστοιχης τιμής του στοχαστικού όρου την προηγούμενη χρονική περίοδο (u_{t-1}) δηλαδή:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (155)$$

όπου ρ είναι η παράμετρος η οποία καθορίζει την συναρτησιακή σχέση μεταξύ των παρατηρήσεων του στοχαστικού όρου και ε_t είναι ένας νέος στοχαστικός όρος ο οποίος επιδεικνύει ανεξαρτησία και κατανομική ομοιογένεια (independent & identically distributed). Ο συντελεστής ρ ονομάζεται συντελεστής αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού και λαμβάνει τιμές μεταξύ του -1 και 1 προκειμένου να αποφευχθούν εκρηκτικές συμπεριφορές του φαινομένου.

Είναι προφανές ότι το απόλυτο μέγεθος του συντελεστή ρ θα καθορίσει τον βαθμό αυτοσυσχέτισης και μπορούμε να διακρίνουμε 3 διαφορετικές περιπτώσεις:

A. Εάν $\rho=0$ τότε έχουμε απουσία αυτοσυσχέτισης επειδή $u_t=\varepsilon_t$ και επομένως έχουμε έναν στοχαστικό όρο ανεξάρτητο και με την ίδια κατανομή σε όλες τις χρονικές στιγμές.

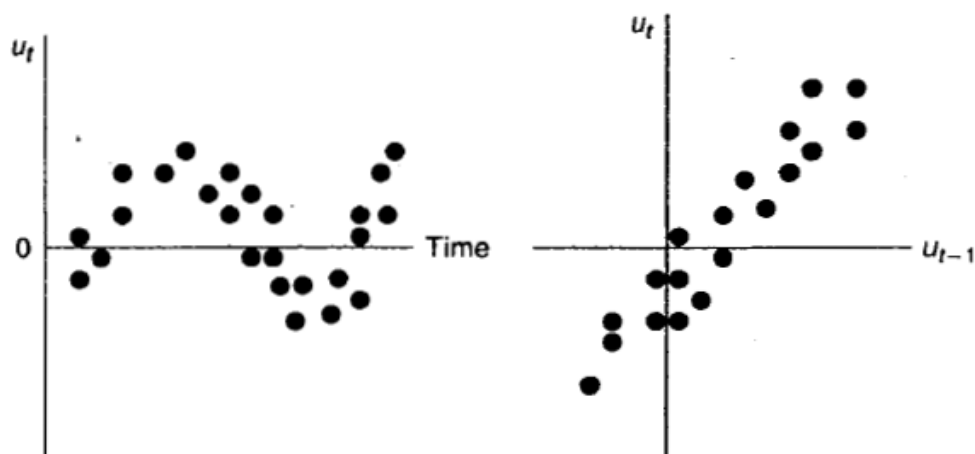
B. Εάν το ρ πλησιάζει το 1 η τιμή της προγενέστερης τιμής του στοχαστικού όρου, u_{t-1} επηρεάζει ολοένα και περισσότερο την διαμόρφωση της τρέχουσας τιμής του στοχαστικού όρου u_t με αποτέλεσμα την ύπαρξη ισχυρότερης θετικής αυτοσυσχέτισης. Σε αυτήν την περίπτωση παρατηρείται το ίδιο πρόσημο τόσο για την τρέχουσα τιμή του στοχαστικού όρου όσο και για την αμέσως προηγούμενη (δηλαδή ένας αρνητικός στοχαστικός όρος οδηγεί σε αρνητικό στοχαστικό όρο κ.ο.κ). Η περίπτωση αυτή είναι γνωστή ως θετική αυτοσυσχέτιση.

Γ. Εάν το ρ πλησιάζει το -1 θα έχουμε και σε αυτή την περίπτωση ισχυρή αυτοσυσχέτιση. Ωστόσο, σε αυτή την περίπτωση θα λέμε ότι υπάρχει αρνητική αυτοσυσχέτιση και οι στοχαστικοί όροι θα εμφανίζουν εναλλασσόμενο πρόσημο μεταξύ διαδοχικών παρατηρήσεων.

Γενικά στην οικονομική επιστήμη παρατηρείται συχνότερα το φαινόμενο της αρνητικής αυτοσυσχέτισης σε σχέση με το φαινόμενο της θετικής αυτοσυσχέτισης.

Διάγραμμα 28

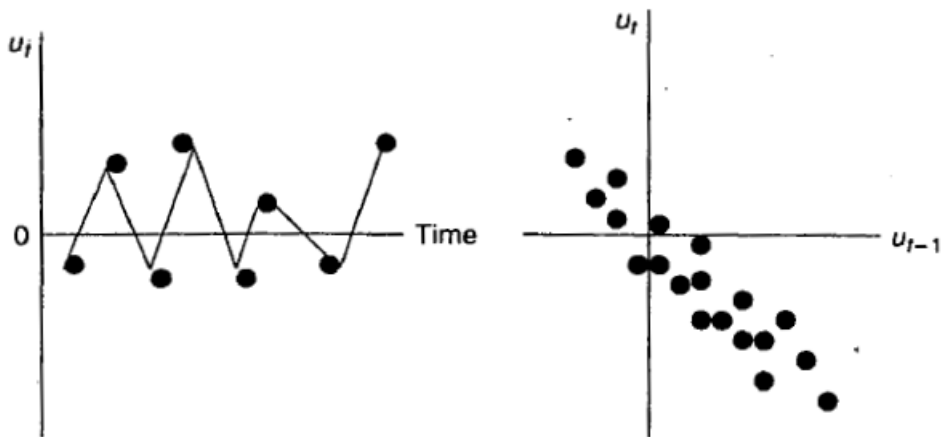
Ύπαρξη θετικής αυτοσυσχέτισης



Πηγή: Asteriou D., 2007

Διάγραμμα 29

Υπαρξη αρνητικής αυτοσυσχέτισης



Πηγή: Asteriou D., 2007

Έστω το κλασικό γραμμικό υπόδειγμα

$$Y_t = \alpha + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t \quad (156)$$

Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε τι συνεπάγεται η παρουσία αυτοσυσχέτισης του στοχαστικού όρου για τους εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων των $\hat{\beta}_i$ του παραπάνω υποδείγματος. Οι επιπτώσεις της παραβίασης της ανεξαρτησίας του στοχαστικού όρου στους εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων συνοψίζονται στα παρακάτω:

1. Οι εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων των συντελεστών του υποδείγματος παραμένουν αμερόληπτοι και συνεπείς καθώς οι συγκεκριμένες ιδιότητες δεν εξαρτώνται από την υπόθεση ανεξαρτησίας του στοχαστικού όρου.
2. Οι εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων είναι αναποτελεσματικοί και επομένως δεν είναι οι άριστοι εκτιμητές μεταξύ όλων των γραμμικών και αμερόληπτων εκτιμητών (BLUE).
3. Οι εκτιμηθείσες διακυμάνσεις των συντελεστών της παλινδρόμησης είναι μεροληπτικές και ασυνεπείς με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να πραγματοποιήσουμε αξιόπιστο έλεγχο υποθέσεων. Στις περισσότερες

περιπτώσεις, ο συντελεστής προσδιορισμού της παλινδρόμησης R^2 θα υπερεκτιμάται (υποδηλώνοντας υψηλότερη ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος από ότι ισχύει στην πραγματικότητα) και κατ'επέκταση θα παρατηρούνται εσφαλμένα υψηλότερες τιμές των στατιστικών κριτηρίων t (t -statistics) οδηγώντας σε απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης συχνότερα από ότι ισχύει.

Όπως είχαμε δει και στην περίπτωση της ετεροσκεδαστικότητας η μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης των καταλοίπων όταν ικανοποιούνται οι υποθέσεις του κλασικού γραμμικού υποδείγματος θα είναι ίση με:

$$E(uu') = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{pmatrix} = \sigma^2 I_n \quad (157)$$

όπου I_n είναι ένας $n \times n$ μοναδιαίος πίνακας.

Ωστόσο, η παρουσία αυτοσυσχέτισης έχει ως αποτέλεσμα τα μη διαγώνια στοιχεία της μήτρας διακύμανσης-συνδιακύμανσης των καταλοίπων να είναι διαφορετικά του μηδενός. Ας υποθέσουμε τώρα ότι τα κατάλοιπα επιδεικνύουν αυτοσυσχέτιση πρώτου βαθμού:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (158)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση $LX_t = X_{t-1}$ η παραπάνω εξίσωση γράφεται ως εξής:

$$(1 - \rho L)u_t = \varepsilon_t \quad (159)$$

ή ισοδύναμα

$$u_t = \frac{1}{(1 - \rho L)} \varepsilon_t = (1 + \rho L + \rho^2 L^2 + \dots) \varepsilon_t = \varepsilon_t + \rho \varepsilon_{t-1} + \rho^2 \varepsilon_{t-2} + \rho^3 \varepsilon_{t-3} + \dots \quad (160)$$

Υψώνοντας και τα δυο μέλη της σχέσης (160) στο τετράγωνο και παίρνοντας μέση τιμή θα έχουμε:

$$E(u_t^2) = \text{var}(u_t) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \rho^2} \quad (161)$$

Παρατηρούμε πως η παραπάνω σχέση δεν περιέχει καθόλου την διάσταση του χρόνου t επομένως καταφέραμε με αυτό τον τρόπο η σειρά των καταλοίπων u_t να εμφανίζει σταθερή διακύμανση που δίνεται από:

$$\sigma_u^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \rho^2} \quad (162)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση (160) είναι εύκολο να δείξουμε ότι η συνδιακύμανση των στοχαστικών όρων $E(u_t, u_{t-1})$ υπολογίζεται μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\begin{aligned} E(u_t, u_{t-1}) &= \rho \sigma_u^2 \\ E(u_t, u_{t-2}) &= \rho^2 \sigma_u^2 \\ &\dots \\ E(u_t, u_{t-s}) &= \rho^s \sigma_u^2 \end{aligned} \quad (163)$$

Τελικά, η μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης των διαταρακτικών όρων στην περίπτωση αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού θα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$E(uu') = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{n-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho^{n-1} & \rho^{n-2} & \rho^{n-3} & \dots & 1 \end{pmatrix} = \Omega^*_{\phantom*2} \quad (164)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι συμβολίζουμε την μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης των καταλοίπων με Ω_2 για να την διακρίνουμε από την μήτρα στην περίπτωση παρουσίας ετεροσκεδαστικότητας (Ω).

Στην συνέχεια, θα εξετάσουμε τις επιπτώσεις της παρουσίας αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων στην εκτιμηθείσα διακύμανση (και τυπικό σφάλμα αντίστοιχα) των συντελεστών παλινδρόμησης ενός πολυμεταβλητού γραμμικού υποδείγματος. Γνωρίζουμε πως η μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης των εκτιμητών της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων είναι ίση με:

$$\begin{aligned}
\text{cov}(\hat{\beta}) &= E[(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'] \\
&= E[(X'X)^{-1} X'u][X(X'X)^{-1} X'u'] \\
&= E[(X'X)^{-1} X'uu'X(X'X)^{-1}] \\
&= (X'X)^{-1} X'Euu'X(X'X)^{-1} \\
&= (X'X)^{-1} X'\Omega_2 X(X'X)^{-1}
\end{aligned} \tag{165}$$

το οποίο, όπως και στην περίπτωση παρουσίας ετεροσκεδαστικότητας είναι τελείως διαφορετικό από την διακύμανση των εκτιμητών όταν ικανοποιούνται πλήρως οι υποθέσεις του γραμμικού υποδείγματος, δηλαδή $\sigma^2(X'X)^{-1}$. Η μήτρα Ω_2 στην παραπάνω σχέση εκφράζει τη νέα μήτρα διακύμανσης-συνδιακύμανσης των καταλοίπων του υποδείγματος υποθέτοντας την ύπαρξη αυτοσυσχέτισης του στοχαστικού όρου. Όπως και στην περίπτωση της ετεροσκεδαστικότητας, χρειάζεται να υποθέσουμε μια συγκεκριμένη μορφή για την μήτρα Ω_2 προκειμένου να υπολογίσουμε την διακύμανση και το τυπικό σφάλμα των OLS εκτιμητών με αξιοπιστία και ακρίβεια.

Ο πιο συνηθισμένος τρόπος ελέγχου ύπαρξης αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού πραγματοποιείται με την χρήση των πινάκων του στατιστικού κριτηρίου των Durbin-Watson σε επίπεδο σημαντικότητας 5% ή 1% για η παρατηρήσεις και K ερμηνευτικές μεταβλητές.

Εάν η υπολογισθείσα τιμή του στατιστικού ελέγχου d η οποία δίνεται από την παρακάτω σχέση είναι μικρότερη από την τιμή του στατιστικού κριτηρίου που δίνεται από τους πίνακες d_L τότε αποδεχόμαστε την υπόθεση της αυτοσυσχέτισης.

$$d = \frac{\sum_{t=1}^n (u_t - u_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n u_t^2} \tag{166}$$

όπου u_t είναι το κατάλοιπο της t χρονικής περιόδου.

Η υπόθεση της αυτοσυσχέτισης απορρίπτεται εάν $d > d_U$ ενώ το στατιστικό κριτήριο δεν οδηγεί σε αποτέλεσμα εάν ισχύει $d_L < d < d_U$.

Ένας εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του στατιστικού κριτηρίου d δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$d = 2(1 - \rho) \quad (167)$$

όπου ρ είναι ο συντελεστής συσχέτισης των καταλοίπων

Οι πιθανές τιμές του στατιστικού κριτηρίου κυμαίνονται μεταξύ του 0 και του 4 με την τιμή 2 να υποδεικνύει την απουσία αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων. Από την προηγούμενη σχέση προκύπτει εύκολα ότι εάν $\rho=0$ το οποίο δηλώνει την απουσία αυτοσυσχέτισης τότε το στατιστικό κριτήριο d θα λαμβάνει την τιμή 2. Εάν $\rho=1$ ($\rho=-1$) που σημαίνει θετική (αρνητική) αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων τότε το κριτήριο μέσω της ίδιας σχέσης θα ισούται με 0 (4).

Ένας τρόπος αντιμετώπισης της αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού είναι να εκτιμήσουμε πρώτα το συντελεστή ρ μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$Y_t = b_0(1 - \rho) + \rho Y_{t-1} + b_1 X_t - b_1 \rho X_{t-1} + v_t \quad (168)$$

και στην συνέχεια επανεκτιμούμε την παλινδρόμηση με τις μετασχηματισμένες μεταβλητές:

$$(Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1}) = b_0(1 - \hat{\rho}) + b_1(X_t - \hat{\rho} X_{t-1}) + (u_t - \hat{\rho} u_{t-1}) \quad (169)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

Επιλεγμένα Θέματα Ανάλυσης Παλινδρόμησης

7.1 Η χρήση ψευδομεταβλητών στην μέθοδο ανάλυσης παλινδρόμησης (*Dummy variables regression*)

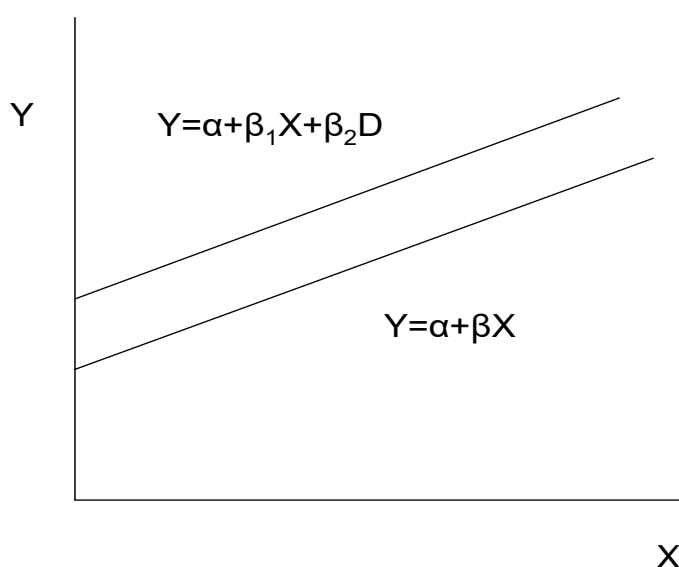
Σε αντίθεση με την πολυσυγγραμικότητα, η οποία αποτελεί πρόβλημα για όλες τις παρατηρήσεις του υποδείγματος αρκετές εφαρμογές της χρηματοοικονομικής επιστήμης υποθέτουν μια διαφορετική συναρτησιακή σχέση για ένα συγκεκριμένο τμήμα των διαθέσιμων παρατηρήσεων. Για παράδειγμα, οι μετοχές των εταιρειών κοινής ωφέλειας συχνά θεωρούνται ότι έχουν κοινά χαρακτηριστικά μεταξύ τους ιδιαίτερα σε σύγκριση με πιο επικίνδυνες μετοχές του βιομηχανικού κλάδου- και καθεμία επηρεάζεται σε διαφορετικό βαθμό ανάλογα με το οικονομικό περιβάλλον. Επιπλέον, η κατηγοριοποίηση των διαφόρων ομολόγων ανάλογα με την πιστοληπτική ικανότητα της εκδότριας αρχής προκύπτει λόγω των προφανών διαφορών στα χαρακτηριστικά κάθε κατηγορίας ομολόγων. Προκειμένου λοιπόν να ομαδοποιήσουμε τις διαφορετικές μονάδες ενός δείγματος και να αποκομίσουμε περισσότερους βαθμούς ελευθερίας χρειαζόμαστε κάποιες ποιοτικές μεταβλητές οι οποίες θα αντανakλούν τις ονομαστικές διαφορές. Οι ποιοτικές αυτές μεταβλητές ονομάζονται ψευδομεταβλητές.

Συνοψίζοντας, οι ψευδομεταβλητές χρησιμεύουν είτε για την ενσωμάτωση ποιοτικών χαρακτηριστικών σε μια παλινδρόμηση, για παράδειγμα άντρες ή γυναίκες επενδυτές είτε για την πραγματοποίηση ποιοτικής διάκρισης παρατηρήσεων του ίδιου δείγματος. Για παράδειγμα, εάν επιθυμούμε να ελέγξουμε την ύπαρξη πιθανής σχέσης μεταξύ του μεγέθους της εταιρείας και των μηνιαίων αποδόσεων της μετοχής είναι πιθανό να προσθέσουμε μια ποιοτική μεταβλητή η οποία θα αντιπροσωπεύει τον μήνα Ιανουάριο, εξαιτίας του γνωστού φαινομένου του Ιανουαρίου που παρατηρείται στις αποδόσεις των χρηματιστηριακών τίτλων. Το φαινόμενο του Ιανουαρίου αναφέρεται στο

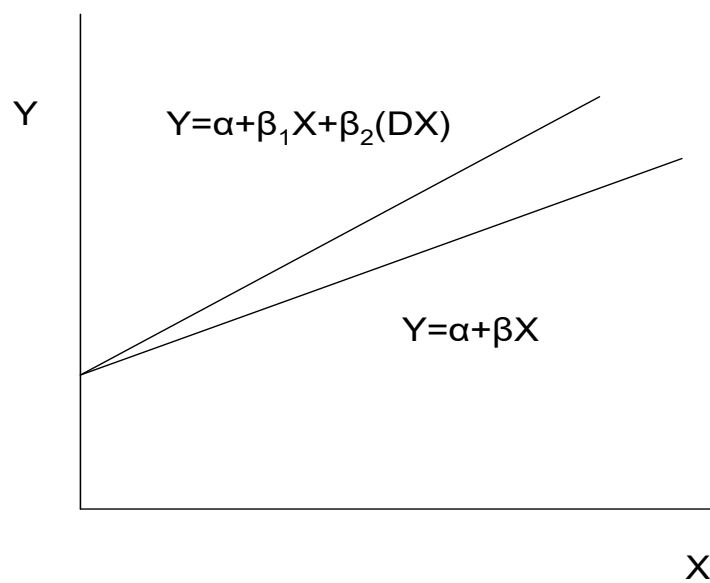
γεγονός ότι κάποιες εταιρείες σχετικά μικρού μεγέθους εμφανίζουν κατά μέσο όρο υψηλότερες αποδόσεις κατά την διάρκεια του συγκεκριμένου μήνα σε σχέση με τους υπόλοιπους μήνες. Έτσι, σε αυτή την περίπτωση μια ψευδομεταβλητή η οποία θα αναφέρεται στις παρατηρήσεις του συγκεκριμένου μήνα μας επιτρέπει να κάνουμε την ποιοτική διάκριση στα πλαίσια του δείγματος.

Οι ψευδομεταβλητές διακρίνονται σε ψευδομεταβλητές σταθεράς (shift dummy) και ψευδομεταβλητές κλίσεως (slope dummies). Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι μεταβλητές οι οποίες προκαλούν μια μετατόπιση του σταθερού όρου της παλινδρόμησης, δηλαδή προκαλούν μετακίνηση της γραμμής παλινδρόμησης προς τα πάνω ή κάτω όταν εφαρμόζεται η ποιοτική μεταβλητή. Αντίθετα, οι ψευδομεταβλητές κλίσεως προκαλούν μεταβολή της κλίσης της γραμμής παλινδρόμησης. Και στις δυο περιπτώσεις η μεταβλητή θα λαμβάνει την τιμή 1 ή -1 όταν οι παρατηρήσεις αναφέρονται στο συγκεκριμένο ποιοτικό χαρακτηριστικό και την τιμή 0 σε διαφορετική περίπτωση. Τέλος, υπάρχει περίπτωση όταν το αποτύουν οι συνθήκες της ανάλυσης να ενσωματώσουμε στο υπόδειγμα μας τόσο ψευδομεταβλητές σταθεράς όσο και κλίσεως. Στα διαγράμματα που ακολουθούν απεικονίζονται οι διαφορετικές περιπτώσεις ψευδομεταβλητών.

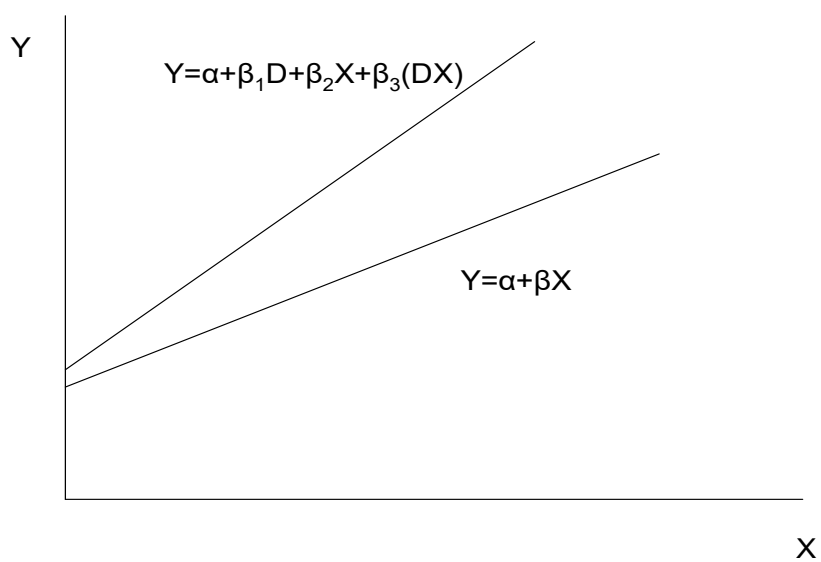
Διάγραμμα 30
Ψευδομεταβλητή σταθεράς



Διάγραμμα 31
Ψευδομεταβλητή κλίσεως



Διάγραμμα 32
Συνδυασμός ψευδομεταβλητών σταθεράς και κλίσεως



Ως ένα παράδειγμα ψευδομεταβλητής σταθεράς μπορούμε να θεωρήσουμε πάλι το φαινόμενο του Ιανουαρίου. Προκειμένου να ελέγξουμε την σχέση μεταξύ του μεγέθους της εταιρείας και των αποδόσεων των επενδυτών χρειαζόμαστε στοιχεία για το μέγεθος της εταιρείας και της απόδοσης της μετοχής π.χ. σε μηνιαία συχνότητα καθώς και μια ποιοτική μεταβλητή η οποία ενσωματώνει την επίδραση του μήνα Ιανουαρίου. Η μεταβλητή του Ιανουαρίου εκφράζεται μέσω μιας ψευδομεταβλητής η οποία λαμβάνει την τιμή 1 για τον συγκεκριμένο μήνα και 0 για τους υπόλοιπους μήνες. Η διαστρωματική παλινδρόμηση των μηνιαίων αποδόσεων πάνω στο μέγεθος της εταιρείας και τον μήνα Ιανουάριο θα είναι της μορφής:

$$r_i = \alpha + \beta_1 size_i + \beta_2 D + e_i \quad (170)$$

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα ψευδομεταβλητής κλίσεως είναι η εφαρμογή του υποδείγματος των Henriksson & Merton (1981) για την αξιολόγηση της ικανότητας συγχρονισμού της Αγοράς των διαχειριστών χαρτοφυλακίων. Οι Henriksson - Merton υποθέτουν ότι η τιμή του συστηματικού κινδύνου των Α/Κ μπορεί να πάρει δύο τιμές b_{iu} , b_{jd} ανάλογα με το εάν η χρηματιστηριακή αγορά είναι ανοδική ($R_m - R_f > 0$), ή καθοδική ($R_m - R_f \leq 0$), αντίστοιχα.

Εάν ο διαχειριστής είναι ικανός να προβλέψει με επιτυχία την πορεία της χρηματιστηριακής αγοράς, τότε θα τροποποιήσει τη σύνθεση του χαρτοφυλακίου του ως εξής:

α) εάν η χρηματιστηριακή αγορά βρίσκεται σε ανοδική φάση, τότε ο διαχειριστής μειώνει τα διαθέσιμά του και αυξάνει τόσο το ποσοστό των μετοχών στο χαρτοφυλάκιό του, όσο και το είδος των μετοχών, (επιθετικές) αυξάνοντας με αυτό τον τρόπο τον συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου του.

β) εάν η αγορά βρίσκεται σε καθοδική φάση, ο διαχειριστής περιορίζει το ποσοστό των μετοχών του, αυξάνοντας τα διαθέσιμά του ή τα χρεόγραφα σταθερής απόδοσης, όσο και το είδος των μετοχών, (αμυντικές) μειώνοντας με αυτόν τον τρόπο το συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου του.

Για τον έλεγχο της ικανότητας του συγχρονισμού, οι συγγραφείς πρότειναν ένα υπόδειγμα το οποίο προέρχεται από τις παρακάτω εξισώσεις παλινδρόμησης:

$$R_{it} - R_{ft} = a_i + b_{id} (R_{mt} - R_{ft}) + u_{it}, \text{ για όλα τα } t, \text{ όπου } R_{mt} - R_{ft} \leq 0 \quad (171)$$

$$R_{it} - R_{ft} = a_i + b_{iu} (R_{mt} - R_{ft}) + u_{it}, \text{ για όλα τα } t, \text{ όπου } R_{mt} - R_{ft} > 0 \quad (172)$$

Οι δύο πιο πάνω εξισώσεις μπορούν να συνδυαστούν και να απεικονισθούν όπως στο παρακάτω υπόδειγμα :

$$R_{it} - R_{ft} = a_i + b_{id} (R_{mt} - R_{ft}) + b_{io} (R_{mt} - R_{ft}) D_{ut} + u_{it} \quad (173)$$

όπου:

R_{it} είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου,

R_{ft} είναι η απόδοση χωρίς κίνδυνο,

R_{mt} είναι η απόδοση ενός αντιπροσωπευτικού δείκτη του Χρηματιστηρίου.,

u_{it} είναι μια τυχαία μεταβλητή,

D_{ut} είναι μια ψευδομεταβλητή, η οποία λαμβάνει την τιμή 1 εάν η αγορά είναι ανοδική και την τιμή 0 εάν η αγορά είναι καθοδική,

b_{iu} είναι η τιμή του συντελεστή συστηματικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου i για ανοδικές αγορές,

b_{id} είναι η τιμή του συντελεστή συστηματικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου i για καθοδικές αγορές και τέλος η μεταβλητή

b_{io} απεικονίζει τη διαφορά των συντελεστών βήτα του χαρτοφυλακίου μεταξύ των ανοδικών και καθοδικών αγορών ($b_{iu} - b_{id}$).

Υποθέτοντας ότι, το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων ισχύει, τότε το a_i είναι η παράμετρος η οποία μετράει την επιλεκτικότητα του διαχειριστή την επιπλέον δηλαδή απόδοση που επιτυγχάνει το χαρτοφυλάκιο i . Η ικανότητα του διαχειριστή για μακρο-προβλέψεις μπορεί να αξιολογηθεί χρησιμοποιώντας το γνωστό κριτήριο t για το συντελεστή b_{io} , που αντιστοιχεί στη γνωστή υπόθεση $H_0: b_{io} = 0$. Μια στατιστικά σημαντική θετική τιμή του b_{io} συνεπάγεται ότι ο διαχειριστής άλλαξε κατάλληλα τη διάρθρωση του χαρτοφυλακίου του, με αποτέλεσμα να είναι πιο επικίνδυνο στις ανοδικές αγορές και λιγότερο επικίνδυνο στις καθοδικές αγορές και κρίνεται θετικά. Εάν $b_{io} \leq 0$ τότε ο διαχειριστής δεν έλαβε υπ' όψιν του τις μεταβολές της αγοράς

και η διάρθρωση του χαρτοφυλακίου του παρέμεινε ίδια ή ακόμα χειρότερα, ήταν σε αντίθετη κατεύθυνση από αυτήν της χρηματιστηριακής αγοράς. Επειδή είναι πιθανόν το υπόδειγμα (173) να παρουσιάζει ετεροσκεδαστικότητα, προτείνεται όπως εκτιμηθεί με κατάλληλες οικονομετρικές τεχνικές οι οποίες διορθώνουν το πρόβλημα αυτό [White (1980), Newey-West (1987)].

Εφαρμογή: Το φαινόμενο του Ιανουαρίου στις χρηματιστηριακές αγορές

Παρά την σπουδαιότητα της θεωρίας των αποτελεσματικών αγορών, μελέτες σε διάφορα χρηματιστήρια έχουν αποκαλύψει την ύπαρξη επαναλαμβανόμενων συμπεριφορών και τάσεων, οι οποίες είναι γνωστές στη βιβλιογραφία ως ημερολογιακές ανωμαλίες, όπως είναι η επίδραση του Ιανουαρίου (January Effect), του Δεκεμβρίου (Santa Claus Rally ή December Effect) , της Δευτέρας (Monday Effect), της αλλαγής του μήνα (Turn of the Month Effect) κ.λπ., με σημαντικότερη όλων την επίδραση του Ιανουαρίου. Το φαινόμενο αυτό ονομάστηκε έτσι λόγω των παρατηρούμενων υψηλότερων αποδόσεων του Ιανουαρίου σε σχέση με τις αποδόσεις των άλλων μηνών. Οι μετοχές έχουν επιδείξει ιστορικά αφύσικα υψηλές αποδόσεις κατά το μήνα Ιανουάριο, σε βαθμό που ξεπερνούν ορισμένες φορές και το μέσο όρο των αποδόσεων ολόκληρου του χρόνου.

Στην συγκεκριμένη εφαρμογή επιχειρούμε να διερευνήσουμε την ύπαρξη του φαινομένου ύπαρξης μη φυσιολογικών αποδόσεων κατά την διάρκεια του μηνός Ιανουαρίου. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τις μηνιαίες αποδόσεις τριών γνωστών χρηματιστηριακών δεικτών, του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών, του δείκτη Dow Jones που περιέχει τις 30 blue chip εταιρίες της αμερικάνικης χρηματιστηριακής αγοράς καθώς και τον δείκτη υψηλής τεχνολογίας των ΗΠΑ Nasdaq. Η περίοδος ανάλυσης εκτείνεται από το 1981 έως το 2008. Το οικονομετρικό υπόδειγμα που χρησιμοποιούμε είναι της μορφής:

$$Ret_i = \beta_1 Jan + \beta_2 Feb + \beta_3 Mar + \beta_4 Apr + \beta_5 May + \beta_6 Jun + \beta_7 Jul + \beta_8 Aug + \beta_9 Sep + \beta_{10} Oct + \beta_{11} Nov + \beta_{12} Dec \quad (174)$$

όπου Ret_i είναι οι αποδόσεις του κάθε δείκτη και

Jan, Feb, Mar κ.οκ. είναι ψευδομεταβλητές οι οποίες λαμβάνουν την τιμή 1 όταν οι παρατηρήσεις αντιστοιχούν στον συγκεκριμένο μήνα και 0 σε διαφορετική περίπτωση.

Η ύπαρξη μη φυσιολογικών αποδόσεων κατά την διάρκεια ενός συγκεκριμένου μήνα ελέγχεται μέσω της στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών ευαισθησίας $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{12}$.

Στον πίνακα που ακολουθεί, παρουσιάζονται οι αντίστοιχοι συντελεστές ευαισθησίας που προέκυψαν από την εκτίμηση του υποδείγματος (174) για τους τρεις χρηματιστηριακούς δείκτες μαζί με τις στατιστικές t .

Παρατηρώντας τα στοιχεία του πίνακα διακρίνουμε μια ελαφρώς στατιστικά σημαντική μη φυσιολογική απόδοση για τον μήνα Ιανουάριο όπως αποτυπώνεται στον αντίστοιχο συντελεστή του ΓΔΧΑΑ ($\beta_1=0,035$, $t_\beta=1,871$) ενώ στην περίπτωση του δείκτη Nasdaq παρατηρούμε μια μικρότερη σε ένταση μη φυσιολογική απόδοση ($\beta_1=0,027$) αλλά σαφώς περισσότερο στατιστικά σημαντική ($t_\beta=2,19$).

Πίνακας 27
Αποτελέσματα εκτίμησης ελέγχου φαινομένου Ιανουαρίου

	Συντελεστές Παλινδρόμησης 1981-2008					
	ΓΔΧΑΑ		Dow Jones		Nasdaq	
Μήνας	Συντελεστής Παλινδρόμησης	t-Statistic	Συντελεστής Παλινδρόμησης	t-Statistic	Συντελεστής Παλινδρόμησης	t-Statistic
Ιανουάριος	0.034608	1.870927	0.012378	1.511853	0.027208	2.192192
Φεβρουάριος	0.033700	1.821813	0.006390	0.780481	0.003570	0.287663
Μάρτιος	0.011291	0.610418	0.008617	1.052432	0.003651	0.294194
Απρίλιος	0.035632	1.926270	0.020801	2.540677	0.011185	0.901180
Μάιος	-6.58E-05	-0.003558	0.011635	1.421111	0.015987	1.288109
Ιούνιος	-0.011475	-0.620351	-0.002209	-0.269789	0.007611	0.613222
Ιούλιος	0.030572	1.652723	0.006261	0.764730	-0.008123	-0.654439
Αύγουστος	0.018862	1.019692	0.000297	0.036290	0.004328	0.348746
Σεπτέμβριος	0.011439	0.618405	-0.014199	-1.734318	-0.011649	-0.938577
Οκτώβριος	-0.022616	-1.222654	0.007306	0.892328	0.007930	0.638943
Νοέμβριος	-0.005567	-0.300945	0.016728	2.043175	0.018190	1.465589
Δεκέμβριος	0.020191	1.091528	0.016714	2.041473	0.019953	1.607605
Τιμές του t-Student μεγαλύτερες του 2 (σε απόλυτες τιμές) αποδεικνύουν στατιστικά σημαντική επίδραση του αντίστοιχου μήνα.						

Αποτελέσματα εκτίμησης οικονομετρικού υποδείγματος ελέγχου φαινομένου Ιανουαρίου για τον ΓΔΧΑΑ

Dependent Variable: ASE
Method: Least Squares
Date: 01/25/09 Time: 20:11
Sample: 1 336
Included observations: 336

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
JAN	0.034608	0.018498	1.870927	0.0623
FEB	0.033700	0.018498	1.821813	0.0694
MAR	0.011291	0.018498	0.610418	0.5420
APR	0.035632	0.018498	1.926270	0.0549
MAY	-6.58E-05	0.018498	-0.003558	0.9972
JUN	-0.011475	0.018498	-0.620351	0.5355
JUL	0.030572	0.018498	1.652723	0.0994
AUG	0.018862	0.018498	1.019692	0.3086
SEP	0.011439	0.018498	0.618405	0.5367
OCT	-0.022616	0.018498	-1.222654	0.2223
NOV	-0.005567	0.018498	-0.300945	0.7636
DEC	0.020191	0.018498	1.091528	0.2759
R-squared	0.036424	Mean dependent var	0.013048	
Adjusted R-squared	0.003710	S.D. dependent var	0.098063	
S.E. of regression	0.097881	Akaike info criterion	-1.775062	
Sum squared resid	3.104161	Schwarz criterion	-1.638737	
Log likelihood	310.2104	Durbin-Watson stat	1.545270	

Αποτελέσματα εκτίμησης οικονομετρικού υποδείγματος ελέγχου φαινομένου
Ιανουαρίου για τον δείκτη Dow Jones

Dependent Variable: DOW

Method: Least Squares
Date: 01/25/09 Time: 20:10
Sample: 1 336
Included observations: 336

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
JAN	0.012378	0.008187	1.511853	0.1315
FEB	0.006390	0.008187	0.780481	0.4357
MAR	0.008617	0.008187	1.052432	0.2934
APR	0.020801	0.008187	2.540677	0.0115
MAY	0.011635	0.008187	1.421111	0.1562
JUN	-0.002209	0.008187	-0.269789	0.7875
JUL	0.006261	0.008187	0.764730	0.4450
AUG	0.000297	0.008187	0.036290	0.9711
SEP	-0.014199	0.008187	-1.734318	0.0838
OCT	0.007306	0.008187	0.892328	0.3729
NOV	0.016728	0.008187	2.043175	0.0418
DEC	0.016714	0.008187	2.041473	0.0420
R-squared	0.044391	Mean dependent var	0.007560	
Adjusted R-squared	0.011948	S.D. dependent var	0.043584	
S.E. of regression	0.043323	Akaike info criterion	-3.405205	
Sum squared resid	0.608110	Schwarz criterion	-3.268880	
Log likelihood	584.0745	Durbin-Watson stat	1.966232	

Αποτελέσματα εκτίμησης οικονομετρικού υποδείγματος ελέγχου φαινομένου
Ιανουαρίου για τον δείκτη Nasdaq

Dependent Variable: NASD

Method: Least Squares
Date: 01/25/09 Time: 20:11
Sample: 1 336
Included observations: 336

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
JAN	0.027208	0.012411	2.192192	0.0291
FEB	0.003570	0.012411	0.287663	0.7738
MAR	0.003651	0.012411	0.294194	0.7688
APR	0.011185	0.012411	0.901180	0.3682
MAY	0.015987	0.012411	1.288109	0.1986
JUN	0.007611	0.012411	0.613222	0.5402
JUL	-0.008123	0.012411	-0.654439	0.5133
AUG	0.004328	0.012411	0.348746	0.7275
SEP	-0.011649	0.012411	-0.938577	0.3486
OCT	0.007930	0.012411	0.638943	0.5233
NOV	0.018190	0.012411	1.465589	0.1437
DEC	0.019953	0.012411	1.607605	0.1089
R-squared	0.027030	Mean dependent var		0.008320
Adjusted R-squared	-0.006003	S.D. dependent var		0.065479
S.E. of regression	0.065675	Akaike info criterion		-2.573134
Sum squared resid	1.397482	Schwarz criterion		-2.436808
Log likelihood	444.2865	Durbin-Watson stat		1.736563

Εφαρμογή: Αξιολόγηση Α/Κ με την χρήση του υποδείγματος Henriksson-Merton (1981)

Θα εκτιμήσουμε οικονομετρικά τα υποδείγματα α) της Αγοράς, και β) το υπόδειγμα των Henriksson και Merton, για τα Αμοιβαία Κεφάλαια HSBC Αναπτυξιακό Μετ. Εσωτ. και το Α/Κ ΑΤΕ Μετ. Εσωτ., χρησιμοποιώντας μηνιαία στοιχεία των υπερβαλλουσών αποδόσεων των δύο Α/Κ και του Γενικού Δείκτη του Χ.Α. για την περίοδο Ιαν.-2000 έως Δεκέμβριος 2008. Σκοπός της εφαρμογής αυτής είναι η ολοκληρωμένη παρουσίαση της εκτίμησης των δυο εναλλακτικών υποδειγμάτων και η ανάλυση των αποτελεσμάτων.

Δεδομένα

A/Κ ΑΤΕ Μετ. Εσωτ.	HSBC Αναπτ. Μετ. Εσωτ.	Γ.Δ.Χ.Α.
Υπερβάλλουσα Απόδοση	Υπερβάλλουσα Απόδοση	Υπερβάλλουσα Απόδοση

Ιαν.-00	-7,72%	-8,74%	-10,92%
Φεβρ.-00	4,77%	1,52%	-0,89%
Μαρ.-00	-10,09%	-5,44%	-4,99%
Απρ.-00	-12,31%	-14,65%	-12,28%
Μάι.-00	10,83%	9,60%	7,69%
Ιούν.-00	-11,31%	-12,01%	-12,55%
Ιούλ.-00	-2,19%	-1,02%	-2,28%
Αύγ.-00	-11,61%	-9,43%	-11,43%
Σεπτ.-00	8,35%	11,34%	16,43%
Οκτ.-00	-9,84%	-11,06%	-9,69%
Νοέ.-00	-12,75%	-13,43%	-15,23%
Δεκ.-00	1,03%	4,67%	3,97%
Ιαν.-01	-8,35%	-8,78%	-4,04%
Φεβρ.-01	-2,56%	-5,19%	-4,54%
Μαρ.-01	-0,77%	0,43%	-3,07%
Απρ.-01	4,47%	7,17%	7,58%
Μάι.-01	-5,06%	-5,87%	-6,40%
Ιούν.-01	-11,22%	-11,37%	-11,61%
Ιούλ.-01	-0,57%	-0,84%	-0,87%
Αύγ.-01	0,91%	1,93%	0,94%
Σεπτ.-01	-17,55%	-19,43%	-19,72%
Οκτ.-01	8,37%	10,12%	10,60%
Νοέ.-01	9,07%	6,71%	8,88%
Δεκ.-01	-2,33%	-2,84%	-4,08%
Ιαν.-02	0,95%	-2,23%	-0,09%
Φεβρ.-02	-7,58%	-10,78%	-10,46%
	Α/Κ ΑΤΕ Μετ. Εσωτ.	HSBC Αναπτ. Μετ. Εσωτ.	Γ.Δ.Χ.Α.
	Υπερβάλλουσα Απόδοση	Υπερβάλλουσα Απόδοση	Υπερβάλλουσα Απόδοση
Απρ.-02	-0,69%	-4,00%	-3,06%
Μάι.-02	0,63%	2,73%	3,24%
Ιούν.-02	-2,00%	-2,39%	-2,92%
Ιούλ.-02	-5,63%	-7,07%	-5,78%
Αύγ.-02	0,76%	-0,74%	0,36%
Σεπτ.-02	-11,30%	-13,19%	-13,96%
Οκτ.-02	-1,36%	-2,13%	-3,10%
Νοέ.-02	4,40%	6,04%	4,65%
Δεκ.-02	-5,56%	-6,93%	-6,88%
Ιαν.-03	-3,07%	-4,30%	-3,93%
Φεβρ.-03	-1,64%	-4,02%	-4,34%
Μαρ.-03	-4,26%	-6,16%	-9,29%
Απρ.-03	8,94%	13,17%	15,08%

Μάι.-03	1,08%	2,26%	0,76%
Ιούν.-03	6,80%	7,98%	10,64%
Ιούλ.-03	11,17%	10,67%	13,92%
Αύγ.-03	5,60%	3,64%	2,22%
Σεπτ.-03	-6,13%	-7,55%	-8,82%
Οκτ.-03	5,01%	3,49%	4,82%
Νοέ.-03	3,04%	1,26%	2,11%
Δεκ.-03	4,69%	3,33%	4,11%
Ιαν.-04	8,66%	5,81%	7,28%
Φεβρ.-04	0,03%	-1,07%	0,60%
Μαρ.-04	-2,03%	-3,09%	-3,47%
Απρ.-04	3,96%	4,20%	6,02%
Μάι.-04	-3,45%	-3,47%	-3,92%
Ιούν.-04	-0,67%	-1,71%	-3,28%
Ιούλ.-04	-2,06%	-1,82%	-1,47%
Αύγ.-04	-1,01%	-1,24%	-0,41%
Σεπτ.-04	-1,85%	-0,76%	0,41%
Οκτ.-04	2,74%	5,05%	6,72%
Νοέ.-04	5,30%	5,05%	6,46%
Δεκ.-04	4,32%	2,28%	4,76%
Ιαν.-05	3,69%	5,59%	4,61%
Φεβρ.-05	6,44%	4,45%	7,52%
Μαρ.-05	-7,22%	-8,42%	-9,42%
	Α/Κ ΑΤΕ Μετ. Εσωτ.	HSBC Αναπτ. Μετ. Εσωτ.	Γ.Δ.Χ.Α.
	Υπερβάλλουσα Απόδοση	Υπερβάλλουσα Απόδοση	Υπερβάλλουσα Απόδοση
Μάι.-05	4,05%	3,03%	2,99%
Ιούν.-05	2,72%	2,55%	3,24%
Ιούλ.-05	5,42%	6,47%	6,71%
Αύγ.-05	-1,17%	-0,06%	-1,42%
Σεπτ.-05	3,45%	3,99%	4,47%
Οκτ.-05	-3,35%	-2,85%	-2,41%
Νοέ.-05	2,30%	2,18%	3,84%
Δεκ.-05	4,68%	4,27%	6,23%
Ιαν.-06	8,88%	6,41%	8,33%
Φεβρ.-06	7,27%	6,02%	5,41%
Μαρ.-06	-2,11%	-2,37%	-2,17%
Απρ.-06	1,70%	-0,36%	0,16%
Μάι.-06	-6,19%	-7,88%	-9,62%
Ιούν.-06	-0,54%	-0,34%	-1,87%
Ιούλ.-06	0,33%	0,71%	1,17%
Αυγ.-06	1,95%	1,62%	2,92%

Σεπτ.-06	1,64%	0,20%	1,30%
Οκτ.-06	4,02%	4,16%	4,71%
Νοέ.-06	1,39%	0,58%	1,90%
Δεκ.-06	3,31%	2,70%	3,79%
Ιαν.-07	3,82%	6,03%	6,86%
Φεβρ.-07	-1,25%	-5,75%	-4,72%
Μαρ.-07	2,75%	1,34%	2,75%
Απρ.-07	2,37%	1,66%	1,66%
Μάι.-07	6,76%	4,24%	4,60%
Ιούν.-07	0,09%	-1,97%	-2,96%
Ιούλ.-07	3,37%	-0,50%	1,14%
Αυγ.-07	-2,21%	-1,46%	-0,49%
Σεπτ.-07	3,76%	3,35%	3,90%
Οκτ.-07	3,76%	1,47%	3,73%
Νοέ.-07	-5,73%	-4,03%	-5,64%
Δεκ.-07	0,40%	2,74%	2,07%
Ιαν.-08	-10,79%	-11,69%	-16,13%
Φεβρ.-08	-2,67%	-5,59%	-5,63%
Μαρ.-08	-1,94%	-3,02%	-3,94%
Απρ.-08	2,69%	4,28%	5,32%
	Α/Κ ΑΤΕ Μετ. Εσωτ.	HSBC Αναπτ. Μετ. Εσωτ.	Γ.Δ.Χ.Α.
	Υπερβάλλουσα Απόδοση	Υπερβάλλουσα Απόδοση	Υπερβάλλουσα Απόδοση
Ιούν.-08	-8,34%	-12,29%	-18,09%
Ιούλ.-08	-4,35%	-1,35%	-1,76%
Αυγ.-08	-1,76%	-2,82%	-3,45%
Σεπτ.-08	-12,24%	-11,24%	-13,70%
Οκτ.-08	-20,42%	-21,39%	-28,31%
Νοέ.-08	1,35%	-5,73%	-7,49%
Δεκ.-08	-2,94%	-4,94%	-7,00%

Βασικά Στατιστικά Στοιχεία του Δείγματος

	Α/Κ ΑΤΕ Μετοχικό Εσωτερικού	HSBC Αναπτυξιακό Μετοχικό Εσωτερικού	Γενικός Δείκτης Χρηματιστηρίου Αθηνών
--	--------------------------------	---	--

Μέση Υπερβάλλουσα Απόδοση	-1,16%	-0,59%	-1,09%
Διάμεση Υπερβάλλουσα Απόδοση	-0,72%	0,06%	-0,45%
Μέγιστη Μηνιαία Απόδοση	13,17%	11,17%	16,43%
Ελάχιστη Μηνιαία Απόδοση	-21,39%	-20,42%	-28,31%
Τυπική Απόκλιση	6,48%	6,09%	7,49%
Ασυμμετρία	-0,53	-0,67	-0,60
Κυρτότητα	3,34	3,45	3,99

Πίνακας Συνδιακυμάνσεων

	HSBC Αναπτυξιακό Μετ. Εσωτ.	Γενικός Δείκτης Χ.Α.	A/K ATE Μετ. Εσωτ.
HSBC Αναπτυξιακό Μετ. Εσωτ.	0,003675	0,004255	0,003739
A/K ATE Μετ. Εσωτ.	0,003739	0,004694	0,004162
Γενικός Δείκτης Χ.Α.	0,004255	0,005552	0,004694

Πίνακας Συσχετίσεων

	HSBC Αναπτυξιακό Μετ. Εσωτ.	A/K ATE Μετ. Εσωτ.	Γενικός Δείκτης Χ.Α.
HSBC Αναπτυξιακό Μετ. Εσωτ.	1,00		
A/K ATE Μετ. Εσωτ.	0,96	1,00	
Γενικός Δείκτης Χ.Α.	0,94	0,98	1,00

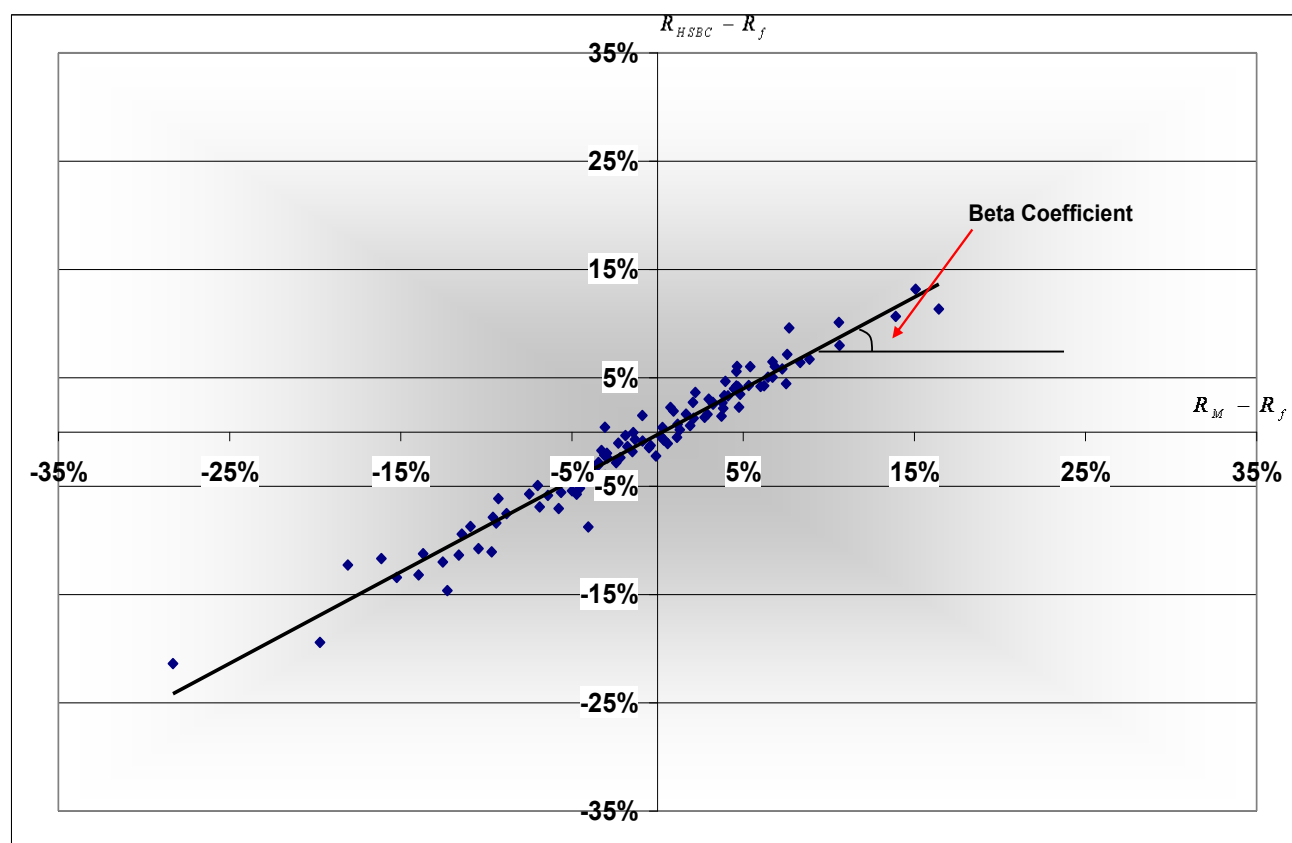
Αποτελέσματα του Υποδείγματος της Αγοράς για το A/K HBSC Αναπτυξιακό Μετ. Εσωτ.

Dependent Variable: HSBC

Method: Least Squares
Included observations: 108

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.002519	0.001999	1.259949	0.2105
Rm	0.766302	0.026543	28.86972	0.0000
R-squared	0.887169	Mean dependent var	-0.005852	
Adjusted R-squared	0.886105	S.D. dependent var	0.060906	
S.E. of regression	0.020555	Akaike info criterion	-4.913112	
Sum squared resid	0.044784	Schwarz criterion	-4.863443	
Log likelihood	267.3080	F-statistic	833.4608	
Durbin-Watson stat	1.840768	Prob(F-statistic)	0.000000	

Διάγραμμα 33
Χαρακτηριστική γραμμή A/K HSBC Αναπτυξιακό Μετ. Εσωτ.



$$R_{HSBC} - R_f = 0,25\% + 0,77(R_m - R_f) + u_{HSBC}$$

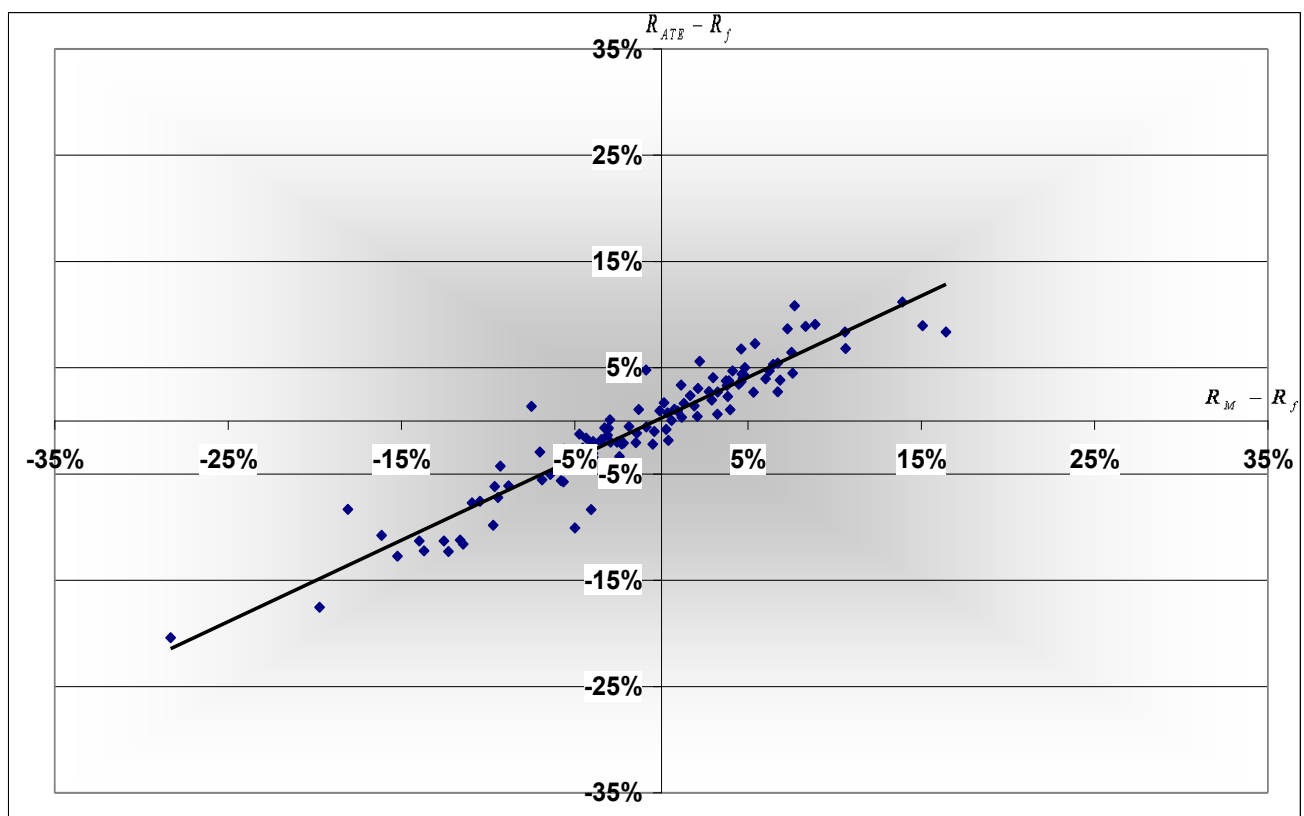
(0,002) (0,026)

Αποτελέσματα του Υποδείγματος της Αγοράς για το A/K ATE Μετ. Εσωτ.

Dependent Variable: ATE
Method: Least Squares
Included observations: 108

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.002355	0.001366	-1.724942	0.0875
Rm	0.845380	0.018132	46.62354	0.0000
R-squared	0.953504	Mean dependent var	-0.011590	
Adjusted R-squared	0.953065	S.D. dependent var	0.064811	
S.E. of regression	0.014041	Akaike info criterion	-5.675318	
Sum squared resid	0.020898	Schwarz criterion	-5.625649	
Log likelihood	308.4672	F-statistic	2173.754	
Durbin-Watson stat	2.022913	Prob(F-statistic)	0.000000	

Διάγραμμα 34
Χαρακτηριστική γραμμή A/K ATE Μετ. Εσωτ.



$$R_{ATE} - R_f = -0,23\% + 0,85(R_m - R_f) + u_{ATE}$$

(0,0014) (0,018)

Αποτελέσματα του Υποδείγματος των Henriksson και Merton για το A/K
HBSC Αναπτυξιακό Μετ. Εσωτ.

Dependent Variable: HSBC

Method: Least Squares

Included observations: 108

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.005014	0.003155	1.589043	0.1151
Rm	0.799714	0.042109	18.99166	0.0000
Rm*D	-0.091352	0.089387	-1.021976	0.3091
R-squared	0.888281	Mean dependent var	-0.005852	
Adjusted R-squared	0.886153	S.D. dependent var	0.060906	
S.E. of regression	0.020550	Akaike info criterion	-4.904491	
Sum squared resid	0.044343	Schwarz criterion	-4.829987	
Log likelihood	267.8425	F-statistic	417.4273	
Durbin-Watson stat	1.822557	Prob(F-statistic)	0.000000	

$$R_{HSBC} - R_f = 0,5\% + 0,80(R_m - R_f) - 0,09(R_m - R_f) * D + u_{HSBC}$$

(0,0032) (0,042)

(0,089)

$R^2 - adjusted = 88,62\%$

Αποτελέσματα του Υποδείγματος των Henriksson και Merton για το A/K ATE
Μετ. Εσωτ.

Dependent Variable: ATE
Method: Least Squares
Date: 01/19/09 Time: 14:44
Sample: 1 108
Included observations: 108

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.002585	0.002166	-1.193452	0.2354
Rm	0.842307	0.028905	29.14060	0.0000
Rm*D	0.008402	0.061359	0.136935	0.8913
R-squared	0.953512	Mean dependent var	-0.011590	
Adjusted R-squared	0.952627	S.D. dependent var	0.064811	
S.E. of regression	0.014106	Akaike info criterion	-5.656978	
Sum squared resid	0.020894	Schwarz criterion	-5.582474	
Log likelihood	308.4768	F-statistic	1076.825	
Durbin-Watson stat	2.028151	Prob(F-statistic)	0.000000	

$$R_{ATE} - R_f = -0,26\% + 0,84(R_m - R_f) + 0,008(R_m - R_f) * D + u_{ATE}$$

$$R^2 - adjusted = 95,26\%$$

(0,0022) (0,028)

(0,061)

Εφαρμογή: Σύγκριση δεικτών P/E μεταξύ εταιρειών του τηλεπικοινωνιακού κλάδου

Στο παράδειγμα που ακολουθεί επιχειρείται η αξιολόγηση και ο χαρακτηρισμός ορισμένων εταιριών που ανήκουν στον τηλεπικοινωνιακό κλάδο ως υπερτιμημένων ή υποτιμημένων με βάση το δείκτη Χρηματιστηριακή Τιμή προς Κέρδη ανά μετοχή (P/E) και ένα συγκεκριμένο υπόδειγμα ερμηνείας της συμπεριφοράς του δείκτη.

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι δείκτες P/E των εξεταζόμενων εταιρειών μαζί με τον αναμενόμενο ρυθμό ανάπτυξης των κερδών και μια ψευδομεταβλητή (dummy variable). Αν η εταιρία προέρχεται από ανεπτυγμένη αγορά η ψευδομεταβλητή παίρνει τη τιμή 0. Αν η εταιρεία είναι από αναπτυσσόμενη παίρνει τη τιμή 1. Από τα στοιχεία του πίνακα παρατηρούμε ότι οι εταιρίες με το μεγαλύτερο ρυθμό ανάπτυξης έχουν σημαντικά μεγαλύτερο PE από αυτές με μικρό ρυθμό ανάπτυξης.

Πίνακας 28

Στοιχεία εταιρειών τηλεπικοινωνιών του δείγματος

Όνομα Εταιρίας	PE	Growth	Ψευδομεταβλητή
APT Satellite Holdings ADR	31,00	33,00%	1
Asia Satellite Telecom Holdings ADR	19,60	16,00%	1
British Telecommunications PLC ADR	25,70	7,00%	0
Cable & Wireless PLC ADR	29,80	14,00%	0
Deutsche Telecom SA ADR	24,60	11,00%	0
France Telecom SA ADR	45,20	19,00%	0
Gilat Communications	22,70	31,00%	1
Hellenic Telecommunication SA ADR	12,80	12,00%	1
Korea Telecom ADR	71,30	44,00%	1
Matav RT ADR	21,50	22,00%	1
Nippon Telegraph & Telephon ADR	44,30	20,00%	0
Portugal Telecom SA ADR	20,80	13,00%	0
PT Indosat ADR	7,80	6,00%	1
Royal KPN NV ADR	35,70	13,00%	0
Swisscom AG ADR	18,30	11,00%	0
Tele Danmark AS ADR	27,00	9,00%	0
Telebras ADR	8,90	7,50%	1
Telecom Argentina ADR B	12,50	8,00%	1

Η ανάλυση συνίσταται στην εκτίμηση μιας διαστρωματικής παλινδρόμησης της παρακάτω μορφής:

$$PE = 13,12 + 121,22 \text{ Expected Growth} - 13,85 \text{ Emerging market Dummy}$$

$$[3,78] \quad [6,29] \quad [3,84]$$

$$R^2 = 66\%$$

Οι τιμές που αναγράφονται κάτω από τις εκτιμήσεις των συντελεστών της παλινδρόμησης είναι τα τυπικά σφάλματα εκτίμησης. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα της εκτίμησης συμπεραίνουμε ότι ο αναμενόμενος ρυθμός ανάπτυξης κερδών επηρεάζει θετικά και σημαντικά τον λόγο P/E ενώ φαίνεται να υπάρχει μια αρνητική σχέση μεταξύ του λόγου P/E και του γεγονότος ότι η εταιρεία προέρχεται από αναπτυσσόμενη χώρα.

Στην συνέχεια, χρησιμοποιώντας το παραπάνω εκτιμημένο υπόδειγμα συγκρίνουμε την πραγματική τιμή του λόγου P/E και του προβλεπόμενου λόγου P/E (Predicted PE) με τον υπολογισμό του σφάλματος $u_i = PE - \hat{PE}$. Η απόκλιση μεταξύ της πραγματικής και της προβλεφθείσας τιμής του PE η οποία παρουσιάζεται στην τρίτη στήλη του πίνακα που ακολουθεί αποτελεί ένα μέτρο υποτίμησης/υπερτίμησης της μετοχής. Για παράδειγμα, από το παρακάτω πίνακα προκύπτει το συμπέρασμα ότι η πλέον υποτιμημένη εταιρία είναι η Telecom Corporation of New Zealand ADR η οποία εμφανίζει την μεγαλύτερη αρνητική τιμή του u_i ίση με -57,66%. Αντίστοιχα η πιο υπερτιμημένη εταιρία η οποία εμφανίζει το μεγαλύτερο σφάλμα εκτίμησης 85,27% είναι η Telecommunications de Chile ADR.

Πίνακας 29
Αποτελέσματα εκτίμησης υποδείγματος P/E

Όνομα Εταιρίας	PE	Predicted PE	Under- or Overvalued
APT Satellite Holdings ADR	31,00	39,27	-21,06%
Asia Satellite Telecom Holdings ADR	19,60	18,66	5,04%
British Telecommunications PLC ADR	25,70	21,60	18,98%
Cable & Wireless PLC ADR	29,80	30,09	-0,96%
Deutsche Telecom SA ADR	24,60	26,45	-6,99%
France Telecom SA ADR	45,20	36,15	25,03%
Gilat Communications	22,70	36,84	-38,38%
Hellenic Telecommunication SA ADR	12,80	13,81	-7,31%
Korea Telecom ADR	71,30	52,60	35,55%
Matav RT ADR	21,50	25,93	-17,08%
Nippon Telegraph & Telephon ADR	44,30	37,36	18,58%
Portugal Telecom SA ADR	20,80	28,87	-27,95%
PT Indosat ADR	7,80	6,54	19,27%
Royal KPN NV ADR	35,70	28,87	23,66%
Swisscom AG ADR	18,30	26,45	-30,81%
Tele Danmark AS ADR	27,00	24,03	12,36%
Telebras ADR	8,90	8,35	6,59%
Telecom Argentina ADR B	12,50	8,96	39,51%
Telecom Corporation of New Zealand ADR	11,20	26,45	-57,66%
Telecom Italia SPA ADR	42,20	30,09	40,25%
Telecommunications de Chile ADR	16,60	8,96	85,27%
Telefonica SA ADR	32,50	34,94	-6,98%
Telefonos de Mexico ADR L	21,10	16,23	30,01%
Telecomunicasi Indonesia ADR	28,40	38,05	-25,36%
Telstra ADR	21,70	27,66	-21,55%

7.2 Ποιοτικές εξαρτημένες μεταβλητές

Τα υποδείγματα που έχουμε εξετάσει έως τώρα περιλαμβάνουν ανεξάρτητες μεταβλητές οι οποίες είναι είτε ποσοτικές (quantitative) είτε ποιοτικές (categorical) και η εξαρτημένη μεταβλητή είναι ποσοτική. Στο συγκεκριμένο τμήμα θα ασχοληθούμε με υποδείγματα όπου η εξαρτημένη μεταβλητή είναι ποιοτική. Τα υποδείγματα με ποιοτικές εξαρτημένες μεταβλητές είναι ευρέως γνωστά ως υποδείγματα Δυαδικότητας (binary models).

Σε αυτό το σημείο, ας θυμηθούμε ότι το κλασικό υπόδειγμα παλινδρόμησης μπορεί να εκφρασθεί ως μια δεσμευμένη συνάρτηση πιθανότητας. Έστω λοιπόν, ότι η εξαρτημένη μεταβλητή Y είναι ποιοτική και λαμβάνει δυο τιμές 0 και 1. Σε αυτή την περίπτωση η συνάρτηση πιθανότητας της εξαρτημένης μεταβλητής είναι μια διακριτή συνάρτηση της μορφής:

$$\begin{aligned} P(Y = 1) &= p \\ P(Y = 0) &= 1 - p = q \end{aligned} \quad (175)$$

Η πιθανότητα δηλαδή η συγκεκριμένη μεταβλητή Y να λάβει την τιμή 1 είναι p και η πιθανότητα να λάβει την τιμή 0 είναι $1-p$.

Ένα υπόδειγμα παλινδρόμησης, λοιπόν, όπου η εξαρτημένη μεταβλητή είναι ποιοτική μπορεί να θεωρηθεί ως υπόδειγμα πιθανότητας. Με άλλα λόγια, πρόκειται για ένα υπόδειγμα το οποίο εκφράζει την πιθανότητα πραγματοποίησης ενός ενδεχομένου p για τις διάφορες τιμές που λαμβάνουν η/οι ανεξάρτητη(ες) μεταβλητή(ές) X :

$$P(Y = 1 / X) = f(X) \quad (176)$$

Στην συνέχεια, θα ασχοληθούμε με τρία διαφορετικά υποδείγματα πιθανότητας: το γραμμικό υπόδειγμα πιθανότητας, το υπόδειγμα Logit και το υπόδειγμα Probit.

7.2.1. Γραμμικό Υπόδειγμα Πιθανότητας

Ένα γραμμικό υπόδειγμα πιθανότητας υποθέτει ότι η συνάρτηση $f(X)$ είναι γραμμική. Για παράδειγμα, ένα γραμμικό υπόδειγμα πιθανότητας χρεοκοπίας μιας επιχείρησης θεωρεί πως υπάρχει μια γραμμική σχέση ανάμεσα στην πιθανότητα χρεοκοπίας της επιχείρησης και τους παράγοντες που καθορίζουν την χρεοκοπία.

$$P(Y = 1 / X) = f(X) \quad (177)$$

Η εκτίμηση των παραμέτρων του υποδείγματος πραγματοποιείται με την χρήση μιας πολυμεταβλητής μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων. Αφού εκτιμηθούν οι τιμές των συντελεστών του υποδείγματος είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε την προβλεπόμενη πιθανότητα $P(Y)$ η οποία μπορεί να θεωρηθεί ως η εκτιμώμενη πιθανότητα εμφάνισης του συγκεκριμένου γεγονότος το οποίο μπορεί να είναι λ.χ. η πιθανότητα χρεοκοπίας μιας επιχείρησης. Ωστόσο, χρειάζεται προσοχή όταν χρησιμοποιούμε το γραμμικό υπόδειγμα πιθανότητας καθώς ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 έχει νόημα μόνο εάν όλες οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι δυαδικές.

Ένα σημαντικό μειονέκτημα του γραμμικού υποδείγματος πιθανότητας είναι ότι η προβλεπόμενη τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής μπορεί να λάβει αρνητικές τιμές. Στα υποδείγματα probit και logit που θα αναλυθούν στην συνέχεια η προβλεπόμενη πιθανότητα εξ ορισμού κυμαίνεται στο διάστημα μεταξύ 0 και 1.

7.2.2 Το Υπόδειγμα Probit

Το υπόδειγμα Probit είναι ένα μη γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης όπου η εξαρτημένη μεταβλητή είναι δυαδική (binary), λαμβάνει δηλαδή δυο τιμές 1 και 0. Λόγω της μη γραμμικότητας του συγκεκριμένου υποδείγματος δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την γνωστή μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων αλλά πρέπει να εφαρμόσουμε την μέθοδο Μεγίστης Πιθανοφάνειας (maximum likelihood). Επειδή η προβλεφθείσα εξαρτημένη μεταβλητή εκφράζει την αθροιστική κατανομή πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής είναι λογικό να αναμένουμε πως οι προβλεπόμενες τιμές θα κυμαίνονται στο διάστημα 0 έως 1. Η γενική μορφή του υποδείγματος Probit είναι η εξής:

$$P(Y = 1 / X_1, X_2, \dots, X_K) = N(\alpha + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_K X_K) \quad (178)$$

όπου N εκφράζει την αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας της τυπικής κανονικής κατανομής

Προκειμένου να δούμε πως λειτουργεί η μέθοδος Μεγίστης Πιθανοφάνειας ως θεωρήσουμε ένα υπόδειγμα αθέτησης πληρωμών εταιρικών ομολόγων. Έστω λοιπόν πως έχουν εντοπιστεί τρεις διαφορετικοί παράγοντες οι οποίοι ερμηνεύουν ιστορικά την αδυναμία αποπληρωμής εταιρικών ομολόγων. Σε αυτή την περίπτωση το υπόδειγμα probit δίνεται μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\begin{aligned} P(Y = 1 / X_1, X_2, X_3) &= N(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3) \\ P(Y = 0 / X_1, X_2, X_3) &= 1 - N(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3) \end{aligned} \quad (179)$$

Στην συνέχεια, η συνάρτηση πιθανοφάνειας σχηματίζεται από τα εξής γινόμενα

$$\prod_i N(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3)^{Y_i} (1 - N(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3))^{1-Y_i} \quad (180)$$

όπου η μεταβλητή Y λαμβάνει την τιμή 0 για όλες τις εταιρείες οι οποίες αδυνατούν να εξυπηρετήσουν το ομολογιακό τους χρέος και 1 σε κάθε διαφορετική περίπτωση.

Έστω ότι η μέθοδος μεγίστης πιθανοφάνειας του παραπάνω υποδείγματος οδηγεί στις ακόλουθες εκτιμήσεις των τριών παραμέτρων.

$$\beta_0 = -2,1 \quad \beta_1 = 1,9 \quad \beta_2 = 0,3 \quad \text{και} \quad \beta_3 = 0,8$$

Τότε

$$N(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3) = N(-2,1 + 1,9 X_1 + 0,3 X_2 + 0,8 X_3) \quad (181)$$

Στην περίπτωση που θέλουμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα αθέτησης πληρωμών μιας εταιρείας η οποία εμφανίζει τις παρακάτω τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών:

$$X_1 = 0,2 \quad X_2 = 0,9 \quad \text{και} \quad X_3 = 1,0$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών στην σχέση (181) προκύπτει

$$N(-2,1 + 1,9 * 0,2 + 0,3 * 0,9 + 0,8 * 1) = N(-0,65) \quad (182)$$

Τελικά από τους πίνακες της τυπικής κανονικής κατανομής βρίσκουμε πως η αθροιστική πιθανότητα για $N(-0,65)$ είναι 25,8%. Επομένως, σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του συγκεκριμένου υποδείγματος η πιθανότητα αθέτησης πληρωμών για μια εταιρεία με τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά είναι 25,8%.

7.2.3 Το Υπόδειγμα Logit

Όπως στην προηγούμενη περίπτωση έτσι και τα υποδείγματα logit είναι μη γραμμικά υποδείγματα παλινδρόμησης όπου η εξαρτημένη μεταβλητή λαμβάνει μόνο δυο τιμές 1 και 0 και οι προβλεπόμενες τιμές κυμαίνονται αποκλειστικά στο διάστημα $[0,1]$. Η προβλεπόμενη τιμή και στην περίπτωση ενός logit υποδείγματος είναι μια αθροιστική κατανομή πιθανότητας αλλά όχι της τυπικής κανονικής κατανομής αλλά μιας άλλης κατανομής η οποία ονομάζεται λογιστική κατανομή (logistic distribution). Η γενική μορφή ενός υποδείγματος logit εκφράζεται μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$P(Y = 1 / X_1, X_2, \dots, X_N) = F(\alpha + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_N X_N) = \frac{1}{(1 + e^{-W})} \quad (183)$$

$$\text{όπου } W = \alpha + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_N X_N \quad (184)$$

Όπως στην προηγούμενη περίπτωση με τα υποδείγματα probit η εκτίμηση των αγνώστων παραμέτρων πραγματοποιείται μέσω της μεθόδου Μεγίστης Πιθανοφάνειας. Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα από το προηγούμενο τμήμα έχουμε $W = -0,65$. Επομένως,

$$\frac{1}{(1 + e^{-W})} = \frac{1}{(1 + e^{-(-0,65)})} = 34,3\%$$

Η πιθανότητα αθέτησης πληρωμών λοιπόν, της εταιρείας με τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά είναι 34,3%.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

Εφαρμογές παλινδρόμησης στην Χρηματοοικονομική

8.1 Το Υπόδειγμα της Αγοράς (*Market Model*)

Ο πιο απλός τρόπος προσέγγισης του συστηματικού κινδύνου μιας επένδυσης, μέσα σε μια εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά, είναι με τη χρήση του συντελεστή βήτα. Ο συντελεστής αυτός είναι ένα μέτρο της σχετικής επικινδυνότητας της μετοχής ή του Αμοιβαίου Κεφαλαίου ως προς την εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά. Η εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά υποθέτουμε ότι προσεγγίζεται από το Γενικό Δείκτη του Χρηματιστηρίου των

Αθηνών. Εξ ορισμού ο Γενικός Δείκτης του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών έχει συντελεστή βήτα ίσο με τη μονάδα.

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του συντελεστή βήτα μιας επένδυσης, τόσο πιο επικίνδυνη είναι η επένδυση αυτή. Μια μετοχή (ή ένα A/K) με συντελεστή βήτα σημαντικά μεγαλύτερο από τη μονάδα θεωρείται επιθετική (επιθετικό), ενώ εάν ο συντελεστής βήτα είναι σημαντικά μικρότερος από τη μονάδα θεωρείται αμυντική (αμυντικό). Για παράδειγμα, εάν μια μετοχή (ή ένα A/K) έχει συντελεστή βήτα ίσο με 1,2, τότε μια αύξηση του Γενικού Δείκτη κατά 10% θα οδηγήσει σε (κατά μέσο όρο) αύξηση της τιμής της μετοχής (ή του μεριδίου του A/K) κατά 12%. Τα A/K αυτού του είδους θα αποφέρουν σημαντικά κέρδη σε καταστάσεις όπου η αγορά χαρακτηρίζεται από συνεχή άνοδο των τιμών των μετοχών (bull market), αλλά συνήθως υφίστανται μεγάλες απώλειες όταν η αγορά ακολουθεί πτωτική πορεία (bear market). Ο κλασικός τρόπος υπολογισμού του γνωστού συντελεστή βήτα είναι μέσω του Υποδείγματος της Αγοράς⁶. Ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων του συντελεστή βήτα του Υποδείγματος της Αγοράς αποτελεί τον συντελεστή συστηματικού κινδύνου μεμονωμένων μετοχών ή χαρτοφυλακίων. Το Υπόδειγμα της Αγοράς στηρίζεται στην υπόθεση ότι οι αποδόσεις όλων των μετοχών σε μια χρηματιστηριακή αγορά εμφανίζουν την τάση να αντιδρούν συστηματικά με τον ίδιο τρόπο στις διακυμάνσεις των αποδόσεων του χρηματιστηριακού δείκτη που προσεγγίζει την αγορά σε μια δεδομένη χρονική στιγμή. Έχει παρατηρηθεί ότι όταν μια χρηματιστηριακή αγορά κινείται ανοδικά τότε και οι τιμές των εισηγμένων στην αγορά αυτή μετοχών τείνουν να αυξάνουν ενώ το αντίστροφο συμβαίνει όταν η αγορά καταγράφει απώλειες. Το Υπόδειγμα της Αγοράς απεικονίζεται με την βοήθεια της παρακάτω σχέσης :

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + u_{it} \quad (185) \quad \text{όπου}$$

R_{it} = η απόδοση της i μετοχής ή χαρτοφυλακίου την

χρονική στιγμή t

⁶ βλ. Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966)

R_{mt} = η απόδοση του χρηματιστηριακού δείκτη που χρησιμοποιείται ως

προσέγγιση του χαρτοφυλακίου της Αγοράς

α_i = ο συντελεστής άλφα που εκφράζει το ποσοστό της απόδοσης της

μετοχής ή του χαρτοφυλακίου που δεν οφείλεται στην διακύμανση

των αποδόσεων ενός χρηματιστηριακού δείκτη .

β_i = ο συντελεστής ευαισθησίας των αποδόσεων μιας μετοχής ή

χαρτοφυλακίου στις διακυμάνσεις των αποδόσεων ενός

χρηματιστηριακού δείκτη ή αλλιώς ο συντελεστής συστηματικού

κινδύνου ή συντελεστής βήτα

u_{it} = ένας στοχαστικός όρος ο οποίος ικανοποιεί τις συνθήκες του κλασικού γραμμικού υποδείγματος

Ο συντελεστής συστηματικού κινδύνου υπολογίζεται μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\beta_i = \frac{\text{cov}(R_{it}, R_{mt})}{\text{var}(R_{Mt})} \quad (186)$$

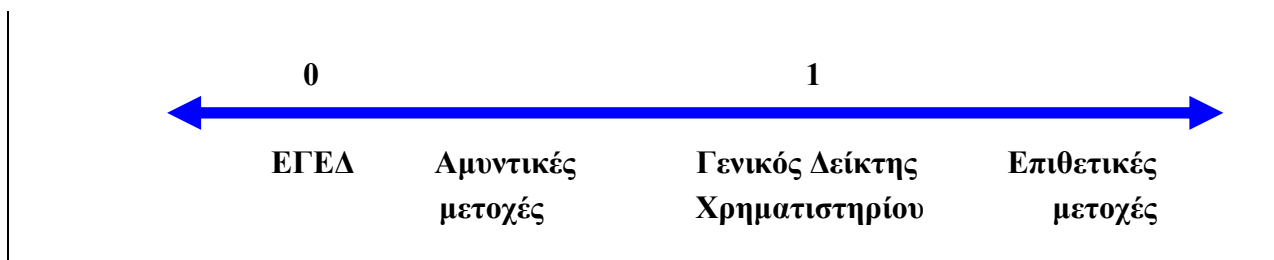
όπου

$\text{cov}(R_{it}, R_{mt})$ = η συνδιακύμανση μεταξύ των αποδόσεων του χρεογράφου i και του χρηματιστηριακού δείκτη της Αγοράς

$\text{var}(R_{Mt})$ = η διακύμανση της απόδοσης του χρηματιστηριακού δείκτη της Αγοράς .

Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΒΗΤΑ

Ο συντελεστής βήτα μιας μετοχής δεν είναι τίποτα άλλο από μια κλίμακα επικινδυνότητας με σημεία αναφοράς τα Έντοκα Γραμμάτια του Δημοσίου, που έχουν συντελεστή βήτα ίσο με το μηδέν, και το Γενικό Δείκτη του Χρηματιστηρίου, που έχει συντελεστή βήτα εξ ορισμού ίσο με τη μονάδα.



Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, η τιμή ενός συντελεστή βήτα δεν δείχνει τη μεταβλητικότητα ενός περιουσιακού στοιχείου σε απόλυτους όρους, αλλά πόσο μεταβάλλεται ως προς το δείκτη της χρηματιστηριακής αγοράς

Εφαρμογή: Εκτίμηση συστηματικού κινδύνου μετοχής ΟΠΑΠ Α.Ε. με την χρήση του Υποδείγματος της Αγοράς

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης εφαρμογής θα εκτιμήσουμε το συστηματικό κίνδυνο της μετοχής του ΟΠΑΠ χρησιμοποιώντας μηνιαία στοιχεία της εταιρείας και του Γενικού Δείκτη του Χ.Α. για την περίοδο Σεπτέμβριος 2003-Δεκέμβριος 2008. Για την ανάλυση που ακολουθεί χρησιμοποιήθηκαν οι μηνιαίες υπερβάλλουσες αποδόσεις (excess returns) της μετοχής του ΟΠΑΠ και του Γενικού Δείκτη του Χ.Α. Οι υπερβάλλουσες αποδόσεις προκύπτουν μετά την αφαίρεση της απόδοσης του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου από τις αντίστοιχες αποδόσεις. Σκοπός της εφαρμογής αυτής είναι η ολοκληρωμένη παρουσίαση της εκτίμησης του υποδείγματος της αγοράς υπολογίζοντας όλες τις σχετικές μεταβλητές του όπως ο συντελεστής βήτα, ο συντελεστής άλφα κ.λπ. καθώς και η εκτέλεση όλων των απαραίτητων ελέγχων που απαιτούνται για την αξιολόγηση του οικονομετρικού υποδείγματος.

Το Υπόδειγμα της Αγοράς για τη μετοχή της ΟΠΑΠ Α.Ε.						
(α) Δεδομένα						
		Υπερβάλλουσα απόδοση μετοχής (%) Y	Υπερβάλλουσα απόδοση ΓΔΧΑΑ (%) X			
Έτη	Μήνες			Y^2	X^2	$Y \times X$

2003	Σεπτ	-3,51%	-8,82%	12,32	77,79	30,95
	Οκτ	0,95%	4,82%	0,91	23,27	4,60
	Νοε	0,55%	2,11%	0,31	4,45	1,17
	Δεκ	6,54%	4,11%	42,81	16,91	26,90
2004	Ιαν	12,45%	7,28%	154,94	53,03	90,64
	Φεβ	14,62%	0,60%	213,67	0,36	8,74
	Μαρ	-6,41%	-3,47%	41,13	12,04	22,25
	Απρ	15,02%	6,02%	225,46	36,24	90,39
	Μαϊ	-1,32%	-3,92%	1,75	15,38	5,19
	Ιουν	-1,60%	-3,28%	2,55	10,73	5,23
	Ιουλ	2,64%	-1,47%	6,96	2,15	-3,87
	Αυγ	-1,19%	-0,41%	1,43	0,17	0,49
	Σεπτ	-1,59%	0,41%	2,53	0,16	-0,65
	Οκτ	2,37%	6,72%	5,64	45,15	15,95
	Νοε	22,46%	6,46%	504,41	41,72	145,07
	Δεκ	3,69%	4,76%	13,59	22,63	17,53
2005	Ιαν	0,69%	4,61%	0,48	21,23	3,19
	Φεβ	16,46%	7,52%	270,86	56,57	123,78
	Μαρ	-6,37%	-9,42%	40,60	88,80	60,05
	Απρ	-9,53%	0,29%	90,84	0,08	-2,72
	Μαϊ	8,65%	2,99%	74,82	8,96	25,89
	Ιουν	7,67%	3,24%	58,83	10,53	24,88
	Ιουλ	12,03%	6,71%	144,64	45,09	80,75
	Αυγ	-4,28%	-1,42%	18,35	2,01	6,07
	Σεπτ	0,20%	4,47%	0,04	20,00	0,91
	Οκτ	-7,01%	-2,41%	49,17	5,80	16,88
	Νοε	8,33%	3,84%	69,41	14,73	31,98
	Δεκ	11,09%	6,23%	123,03	38,77	69,06
2006	Ιαν	6,09%	8,33%	37,05	69,43	50,72
	Φεβ	2,80%	5,41%	7,82	29,31	15,14
	Μαρ	-1,33%	-2,17%	1,76	4,73	2,88
	Απρ	-7,37%	0,16%	54,32	0,03	-1,17
	Μαϊ	-9,83%	-9,62%	96,67	92,50	94,56
	Ιουν	6,51%	-1,87%	42,36	3,49	-12,16
	Ιουλ	0,13%	1,17%	0,02	1,38	0,15
	Αυγ	-2,62%	2,92%	6,88	8,51	-7,65
	Σεπτ	-4,85%	1,30%	23,51	1,70	-6,32
	Οκτ	5,27%	4,71%	27,75	22,17	24,81
	Νοε	1,18%	1,90%	1,39	3,62	2,24
	Δεκ	2,77%	3,79%	7,68	14,34	10,50
2007	Ιαν	-2,52%	6,86%	6,37	47,00	-17,30
	Φεβ	-7,11%	-4,72%	50,62	22,28	33,58
	Μαρ	7,22%	2,75%	52,17	7,55	19,85
	Απρ	-3,21%	1,66%	10,30	2,77	-5,34
	Μαϊ	1,43%	4,60%	2,04	21,20	6,58
	Ιουν	-8,12%	-2,96%	65,97	8,75	24,03
	Ιουλ	-3,51%	1,14%	12,32	1,30	-4,01
	Αυγ	5,44%	-0,49%	29,62	0,24	-2,67

	Σεπτ	0,87%	3,90%	0,76	15,20	3,40
	Οκτ	3,29%	3,73%	10,82	13,94	12,28
	Νοε	-6,20%	-5,64%	38,44	31,86	35,00
	Δεκ	2,84%	2,07%	8,05	4,30	5,88
2008	Ιαν	-15,40%	-16,13%	237,18	260,25	248,44
	Φεβ	-7,32%	-5,63%	53,51	31,68	41,18
	Μαρ	3,77%	-3,94%	14,20	15,53	-14,85
	Απρ	10,32%	5,32%	106,43	28,34	54,93
	Μαϊ	0,38%	-1,31%	0,15	1,71	-0,50
	Ιουν	-12,43%	-18,09%	154,52	327,18	224,85
	Ιουλ	3,25%	-1,76%	10,55	3,10	-5,71
	Αυγ	3,90%	-3,45%	15,25	11,88	-13,46
	Σεπτ	-10,37%	-13,70%	107,43	187,59	141,96
	Οκτ	-21,53%	-28,31%	463,54	801,48	609,52
	Νοε	13,24%	-7,49%	175,21	56,06	-99,10
	Δεκ	6,35%	-7,00%	40,26	49,00	-44,42
	Άθροισμα (Σ)					
		66,90%	-23,96%	4144,39	2876,15	2329,11
		=ΣY	=ΣX	=ΣY ²	=ΣX ²	=ΣXY

(β) Υπολογισμοί

1. Beta (b_p)

$$Beta = \frac{(n \times \sum XY) - (\sum Y \times \sum X)}{(n \times \sum X^2) - (\sum X)^2} = \frac{(64 \times 2.329,11) - (66,9 \times -23,96)}{(64 \times 2.876,15) - (66,9)^2} = 0,84$$

2. Alpha (a_p)

$$Alpha = [\sum Y / T] - [Beta \times \sum X / T] = [66,9 / 64] - [0,84 \times (23,96 / 64)] = 1,36$$

3. Standard Deviation σφάλματος ενός τυχαίου όρου (σ_u)

$$\{[\sum Y^2 - (Alpha \times \sum Y) - (Beta \times \sum XY)] / (n - 2)\}^{1/2} =$$

$$\{[4.144,39 - (1,35 \times 66,9) - (0,84 \times 2.329,11)] / (64 - 2)\}^{1/2} = 5,82$$

4. Standard error του Beta (s.e.b)

$$\sigma_u / \{\sum X^2 - [(\sum X)^2 / n]\}^{1/2} = 5,82 / \{2.876,15 - [(-23,96)^2 / 64]\}^{1/2} = 0,11$$

5. Standard error του Alpha (s.e.a)

$$\sigma_u / \{n - [(\sum X)^2 / \sum X^2]\}^{1/2} = 5,82 / \{64 - [(-23,96)^2 / 2.876,15]\}^{1/2} = 0,73$$

6. Συντελεστής Συσχέτισης (Correlation Coefficient)

$$\rho = \frac{(n \times \sum XY) - (\sum Y \times \sum X)}{\{[n \times \sum Y^2] - (\sum Y)^2\} \times \{[n \times \sum X^2] - (\sum X)^2\}}^{1/2} =$$

$$= \frac{(64 \times 2.329,11) - (66,9 \times -23,96)}{\{[(64 \times 4.144,39) - (66,9)^2] \times [(64 \times 2.876,15) - (-23,96)^2]\}^{1/2}} = 0,689$$

7. Συντελεστής Προσδιορισμού R^2 (Coefficient of Determination)

$$R^2 = (\text{Correlation Coefficient})^2 = (0,689)^2 = 0,4744$$

8. Coefficient of nondetermination

$$1 - R^2 = 1 - (\text{Correlation Coefficient})^2 = 1 - (0,4744)^2 = 0,7749$$

Απαραίτητο στάδιο στην διαδικασία μελέτης ενός φαινομένου είναι η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων του εμπειρικού οικονομετρικού υποδείγματος προκειμένου να είμαστε σίγουροι πως τα εξαγόμενα αποτελέσματα είναι αξιόπιστα για την χάραξη πολιτικής. Η αξιολόγηση της αξιοπιστίας του υποδείγματος αποτελείται από τρεις διαφορετικούς ελέγχους: οικονομικός, στατιστικός και οικονομετρικός.

Ο οικονομικός έλεγχος αναφέρεται στην εξέταση του προσήμου του συντελεστή ευαισθησίας της εξαρτημένης μεταβλητής ως προς την ανεξάρτητη μεταβλητή. Για παράδειγμα, στην συνάρτηση κατανάλωσης ο συντελεστής ευαισθησίας εκφράζει την σχέση μεταξύ κατανάλωσης και διαθέσιμου εισοδήματος και αυτό που αναμένουμε είναι ένα θετικό πρόσημο του συντελεστή, δηλαδή μια μεταβολή του διαθέσιμου εισοδήματος προς τα πάνω οδηγεί σε ανάλογη αύξηση της κατανάλωσης. Αντίστοιχα, στο υπόδειγμα της Αγοράς ο συντελεστής βήτα των μετοχών αναμένεται να εμφανίζει ένα θετικό πρόσημο.

Ο στατιστικός έλεγχος από την άλλη πλευρά, συνίσταται στον έλεγχο καλής προσαρμογής του υποδείγματος στα πραγματικά δεδομένα. Το βασικό κριτήριο ελέγχου καλής προσαρμογής είναι ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 ο οποίος εκφράζει την ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος και όπως έχουμε ήδη αναφέρει εξαρτάται από την συμπεριφορά του τυχαίου όρου της παλινδρόμησης. Όσο μικρότερος είναι ο τυχαίος όρος (σφάλμα) του υποδείγματος τόσο καλύτερα προσεγγίζει την πραγματικότητα το υπόδειγμά μας και τόσο μεγαλύτερο θα είναι το R^2 . Επιπλέον, στα πλαίσια του συγκεκριμένου ελέγχου εξετάζουμε την στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών του υποδείγματος. Όσο υψηλότερο είναι το R^2 τόσο μεγαλύτερη εμπιστοσύνη έχουμε στις τιμές των εκτιμηθέντων συντελεστών. Ο έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών γίνεται με την χρήση του στατιστικού κριτηρίου t (t -statistic) και τον κανόνα του 2.

Τέλος, ο οικονομετρικός έλεγχος περιλαμβάνει όλα εκείνα τα κριτήρια τα οποία μας βοηθούν να αποφασίσουμε εάν παραβιάζονται ή όχι οι βασικές υποθέσεις του υποδείγματος. Οι υποθέσεις αυτές αναφέρονται κυρίως στην συμπεριφορά του στοχαστικού όρου όπως απουσία αυτοσυσχέτισης μεταξύ των καταλοίπων, σταθερή διακύμανση (υπόθεση ομοσκεδαστικότητας) κλπ. Μεταξύ των κυριότερων κριτηρίων που χρησιμοποιούμε στα πλαίσια του οικονομετρικού ελέγχου είναι το κριτήριο των Durbin-Watson για τον έλεγχο ύπαρξης αυτοσυσχέτισης και το κριτήριο των Goldfeld & Quandt για την περίπτωση ελέγχου της διακύμανσης των καταλοίπων.

Όσον αφορά την διενέργεια των κατάλληλων ελέγχων ξεκινάμε με τον οικονομικό έλεγχο ή αλλιώς όπως ονομάζεται έλεγχο κατάλληλου προσήμου των συντελεστών της παλινδρόμησης. Με βάση τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα παρατηρούμε πως ο συντελεστής βήτα της μετοχής του ΟΠΑΠ για την συγκεκριμένη χρονική περίοδο είναι θετικός και ίσος με 0,84 εύρημα το οποίο συμφωνεί με την προβλεπόμενη θεωρία. Με βάση την τιμή του συντελεστή βήτα η μετοχή θεωρείται αμυντική για το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Αυτό σημαίνει πως εάν η Αγορά όπως εκφράζεται από τον Γενικό Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών κινηθεί ανοδικά (υποχωρήσει) κατά 10% η μετοχή θα σημειώσει άνοδο (πτώση) κατά 8,4%. Αναφορικά με τον συντελεστή άλφα του υποδείγματος παρατηρούμε πως είναι θετικός γεγονός το οποίο κρίνεται θετικό για την συμπεριφορά της μετοχής ως προς το σύνολο της Αγοράς.

Στο επόμενο στάδιο θα εκτελέσουμε τον στατιστικό έλεγχο εξετάζοντας την ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος μέσω του συντελεστή προσδιορισμού R^2 και την στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών α και β του υποδείγματος. Ξεκινώντας από την γενική εικόνα του υποδείγματος συμπεραίνουμε πως η τιμή του R^2 είναι 0,47 γεγονός το οποίο υποδηλώνει μια σχετικά χαμηλή ερμηνευτική ικανότητα των μεταβολών της Αγοράς ως προς τις μεταβολές της μετοχής του ΟΠΑΠ. Μόλις το 47% των μεταβολών της μετοχής οφείλεται σε μεταβολές της Αγοράς όπως εκφράζεται από τον Γενικό Δείκτη του Χρηματιστηρίου. Με άλλα λόγια, το υπόδειγμα δεν προσεγγίζει επαρκώς την πραγματικότητα και κατ'επέκταση ο ερευνητής ίσως πρέπει να εξετάσει την προσθήκη επιπρόσθετων ερμηνευτικών μεταβλητών στο υπόδειγμα. Αναφορικά με την στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών θα χρησιμοποιήσουμε το κριτήριο του t-statistic και τον γνωστό τύπο:

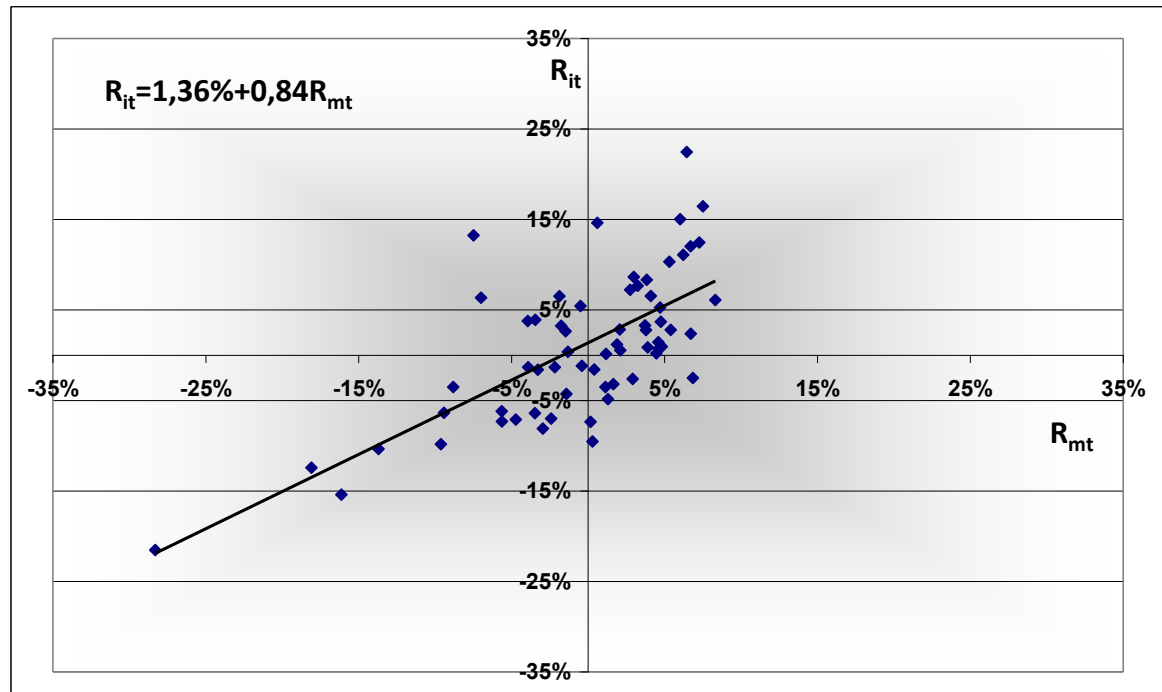
$$t_{\hat{b}} = \frac{\hat{b}}{s_{\hat{b}}} \quad (187)$$

Η τιμή αυτή προκύπτει από τη διαίρεση του συντελεστή βήτα με το τυπικό του σφάλμα. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του $t_{\hat{b}}$ (και πάντα μεγαλύτερη του 2) τόσο μεγαλύτερη εμπιστοσύνη έχουμε στην αναγραφόμενη τιμή του συντελεστή βήτα. Εάν όμως η τιμή του $t_{\hat{b}}$ ενός συντελεστή βήτα είναι σε απόλυτες τιμές μικρότερη του 2, τότε δεχόμαστε ότι η τιμή αυτή είναι στατιστικά ίση με το μηδέν. Στην περίπτωση της συγκεκριμένης εφαρμογής το αποτέλεσμα της παραπάνω διαίρεσης δίνει μια τιμή για τον συντελεστή βήτα $7,63 > 2$ και την τιμή $1,86 < 2$ για τον συντελεστή άλφα. Γίνεται λοιπόν αντιληπτό πως ο συντελεστής βήτα είναι στατιστικά σημαντικός ενώ ο συντελεστής άλφα θεωρείται πως είναι στατιστικά ίσος με το μηδέν.

Τέλος, αναφορικά με τον οικονομετρικό έλεγχο χρειαζόμαστε επιπρόσθετα στοιχεία όπως την τιμή του κριτηρίου των Durbin-Watson ή κάποιο άλλο κριτήριο για να αποφανθούμε αναφορικά με την ισχύ των υποθέσεων του υποδείγματος στην πράξη.

Διάγραμμα 35

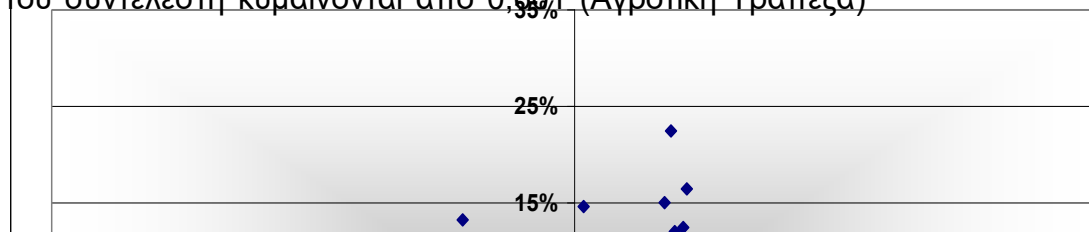
Γραφική Απεικόνιση του Υποδείγματος της Αγοράς για τη Μετοχή του ΟΠΑΠ



Εφαρμογή: Εκτίμηση συστηματικού κινδύνου μετοχών του δείκτη FTSE 20

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις του συντελεστή βήτα των μετοχών που απαρτίζουν τον δείκτη FTSE 20 του ελληνικού χρηματιστηρίου καθώς και μια σειρά από μεταβλητές κινδύνου (R^2 , τυπική Απόκλιση Αποδόσεων) και απόδοσης (α) που προκύπτουν μέσω της εφαρμογής του Υποδείγματος της Αγοράς. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή το χαρτοφυλάκιο της αγοράς προσεγγίστηκε από τον Γενικό Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών ενώ χρησιμοποιήθηκαν μηνιαία στοιχεία για την περίοδο 31/12/2005 – 31/12/2008.

Όπως είναι γνωστό, ο πιο απλός τρόπος προσέγγισης του κινδύνου της αγοράς (market risk) μέσα σε μια εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά, είναι μέσω της χρήσης του συντελεστή βήτα. Ο συντελεστής αυτός, είναι ένα μέτρο της ευαισθησίας των μεταβολών της απόδοσης της μετοχής, ως προς τις μεταβολές του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών. Μια μετοχή με συντελεστή βήτα 0,5 τείνει να μεταβάλλεται κατά μέσο όρο κατά 5% σε μια αντίστοιχη μεταβολή του δείκτη του χρηματιστηρίου κατά 10%. Παρατηρώντας τα αποτελέσματα του πίνακα συμπεραίνουμε πως για την εξεταζόμενη περίοδο οι τιμές του συντελεστή κυμαίνονται από 0,601 (Αγροτική Τράπεζα)



έως 1,467 (Τράπεζα Κύπρου). Με άλλα λόγια, σύμφωνα με τα εμπειρικά αποτελέσματα η λιγότερο επικίνδυνη μετοχή για την συγκεκριμένη περίοδο είναι αυτή της Αγροτικής Τράπεζας ή οποία εμφανίζει σχεδόν 40% λιγότερο συστηματικό κίνδυνο από την αγορά η οποία εξορισμού έχει συντελεστή βήτα ίσο με τη μονάδα ενώ η πιο επικίνδυνη είναι η μετοχή της Τράπεζας Κύπρου. Η χρησιμότητα της συγκεκριμένης πληροφορίας είναι σημαντική καθώς εάν κάποιος επενδυτής πιστεύει ότι η αγορά θα κινηθεί ανοδικά στο μέλλον και επιθυμεί να σχηματίσει ένα επιθετικό χαρτοφυλάκιο τότε μπορεί να επιλέξει μερικές μετοχές του δείκτη με ανάλογες σταθμίσεις που εμφανίζουν συντελεστή βήτα μεγαλύτερο της μονάδος όπως για παράδειγμα τις μετοχές της Μυτιληναίος, της Τράπεζας Πειραιώς και της EFG Eurobank. Αντίθετα εάν επιθυμεί να αναλάβει μικρότερο κίνδυνο αγοράς τότε μπορεί να επιλέξει τις μετοχές επιχειρήσεων κοινής ωφέλειας π.χ. ΔΕΗ, ΟΤΕ οι οποίες εμφανίζουν σημαντικά χαμηλότερο κίνδυνο αγοράς με βάση το συγκεκριμένο υπόδειγμα και την συγκεκριμένη περίοδο ανάλυσης.

Αναφορικά με την στατιστική σημαντικότητα του συντελεστή η οποία ελέγχεται μέσω της στατιστικής t-student που εμφανίζεται στην δεύτερη στήλη παρατηρούμε ότι όλες οι τιμές είναι στατιστικά σημαντικές καθώς οι τιμές του t υπερβαίνουν την τιμή 2. Η τιμή αυτή προκύπτει από τη διαίρεση του συντελεστή βήτα με το τυπικό του σφάλμα:

$$t_{\hat{b}} = \frac{\hat{b}}{s_{\hat{b}}} \quad (188)$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του $t_{\hat{b}}$ (και πάντα μεγαλύτερη του 2) τόσο μεγαλύτερη εμπιστοσύνη έχουμε στην αναγραφόμενη τιμή του συντελεστή βήτα. Εάν όμως η τιμή του $t_{\hat{b}}$ ενός συντελεστή βήτα είναι σε απόλυτες τιμές μικρότερη του 2, τότε δεχόμαστε ότι η τιμή αυτή είναι στατιστικά ίση με το μηδέν.

Στην τρίτη στήλη του πίνακα εμφανίζεται η μη φυσιολογική απόδοση της μετοχής όπως προσεγγίζεται από τον συντελεστή άλφα. Ο συντελεστής άλφα είναι ένα μέτρο που δείχνει τη σχέση μεταξύ του συντελεστή βήτα ενός Α/Κ και της επίδοσής του. Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής άλφα, τόσο καλύτερα για τον επενδυτή. Τιμές του άλφα μεγαλύτερες του μηδενός είναι επιθυμητές,

ενώ μηδενικές τιμές του άλφα δείχνουν ότι η επίδοση της μετοχής δοθείσης της επικινδυνότητάς της, ήταν η αναμενόμενη. Τέλος, αρνητικές τιμές του άλφα δείχνουν ότι η επίδοση της μετοχής, με βάση τον κίνδυνο που ενσωματώνει, ήταν χειρότερη από την αναμενόμενη και οφείλεται σε μοναδικές έκτακτες αρνητικές καταστάσεις της επιχείρησης. Όπως στην περίπτωση του συντελεστή βήτα χρειαζόμαστε ένα κριτήριο για να αποφασίσουμε εάν η εκτιμηθείσα τιμή του συντελεστή είναι στατιστικά διαφορετική του μηδενός. Η τιμή αυτή προκύπτει από τη διαίρεση του συντελεστή άλφα με το τυπικό του σφάλμα:

$$t_{\hat{\alpha}} = \frac{\hat{\alpha}}{s_{\hat{\alpha}}} \quad (189)$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του t_{α} (και πάντα μεγαλύτερη από το 2), τόσο μεγαλύτερη εμπιστοσύνη έχουμε στην αναγραφόμενη τιμή του συντελεστή άλφα. Εάν η τιμή του t_{α} ενός συντελεστή άλφα είναι σε απόλυτες τιμές μικρότερη του 2, τότε δεχόμαστε ότι η τιμή αυτή είναι στατιστικά ίση με το μηδέν. Από τα στοιχεία του πίνακα παρατηρούμε ότι καμία μετοχή δεν εμφανίζει θετικό και στατιστικά σημαντικό συντελεστή άλφα ενώ η μοναδική στατιστικά σημαντική τιμή είναι αρνητική και αφορά την μετοχή της Αγροτικής Τράπεζας (-0,024, $t_{\alpha} = -2,5$).

Στην προτελευταία στήλη του πίνακα εμφανίζεται ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 (%) των αποδόσεων της μετοχής. Ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 είναι ένα στατιστικό μέτρο που λαμβάνει τιμές μεταξύ του μηδενός και της μονάδας. Ο συντελεστής αυτός μετράει το ποσοστό των μεταβολών της απόδοσης των μετοχών, το οποίο ερμηνεύεται από τις μεταβολές της χρηματιστηριακής αγοράς. Όσο χαμηλότερος είναι ο συντελεστής προσδιορισμού, τόσο μεγαλύτερος είναι ο ειδικός κίνδυνος της μετοχής ($1 - R^2$). Επιπλέον, ο συγκεκριμένος συντελεστής σχετίζεται και με την αξιοπιστία των εκτιμήσεων, δηλαδή όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής τόσο πιο αξιόπιστες είναι οι εκτιμήσεις των συντελεστών και τόσο μεγαλύτερες είναι οι τιμές της στατιστικής του t-student. Παρατηρούμε ότι την μεγαλύτερη ερμηνευτική ικανότητα εμφανίζει το υπόδειγμα της Αγοράς για την μετοχή της Εθνικής Τράπεζας η οποία παρουσιάζει $R^2 = 83,26\%$. Αυτό σημαίνει ότι το

83,26% της μεταβλητότητας των αποδόσεων της μετοχής για την εξεταζόμενη περίοδο οφείλεται στις μεταβολές των αποδόσεων της αγοράς ως σύνολο και μόνο το υπόλοιπο 16,74% οφείλεται σε συγκεκριμένους παράγοντες της εταιρείας. Από την άλλη πλευρά, στην περίπτωση της μετοχής MIG μόλις το 18,43% του συνολικού κινδύνου είναι συστηματικός και το υπόλοιπο 81,57% είναι μη συστηματικός κίνδυνος. Είναι προφανές ότι στην περίπτωση της MIG παρατηρούνται και οι χαμηλότερες τιμές της στατιστικής t student για τον

συντελεστή βήτα ($t_b=2,77$). Σε παρόμοιες περιπτώσεις, όπου παρατηρείται χαμηλή ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος, είναι απαραίτητο να αναζητήσουμε επιπρόσθετες ανεξάρτητες μεταβλητές οι οποίες ενδεχομένως να προσθέτουν χρήσιμη πληροφόρηση ή ακόμα και εναλλακτικά υποδείγματα εκτίμησης.

Τέλος, στην τελευταία στήλη παρουσιάζεται ο συνολικός κίνδυνος των μετοχών όπως προσεγγίζεται από την τυπική απόκλιση των αποδόσεων. Η πιο επικίνδυνη μετοχή σε απόλυτους όρους για την εξεταζόμενη περίοδο είναι η μετοχή της MIG (15,35%) ενώ η λιγότερο επικίνδυνη είναι η μετοχή της Αγροτικής Τράπεζας (7,07%).

Πίνακας 30

Εκτίμηση του κινδύνου των μετοχών FTSE ATHEX/20 31/12/2005-31/12/2008

*Από την ημερομηνία εισαγωγής στο ΧΑΑ

Πηγή: Ν.Φίλιππας

FTSE/ATHEX 20	beta	t-Statistic	alpha	t-Statistic	R-squared	Standard Deviation (Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων)
ALPHA BANK	1,034	8,37	-0,004	-0,44	67,31%	9,63%
COCA - COLA ΤΡΙΑ ΕΨΙΛΟΝ	0,953	5,68	0,009	0,70	48,70%	10,46%
EUROBANK EFG	1,234	10,86	-0,004	-0,46	77,63%	10,71%
INTRALOT	1,308	7,16	0,007	0,47	60,11%	12,90%
MARFIN INVESTMENT GROUP	0,861	2,77	0,014	0,59	18,43%	15,35%
MARFIN POPULAR BANK*	1,169	5,95	-0,010	-0,56	62,75%	12,20%
ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ	0,601	4,99	-0,024	-2,50	42,29%	7,07%
ΒΙΟΧΑΛΚΟ	1,127	4,51	0,015	0,76	37,39%	14,11%
ΔΕΗ	0,679	3,14	0,004	0,21	22,49%	10,96%
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ	1,237	13,00	0,003	0,39	83,26%	10,38%
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ	0,726	5,70	-0,007	-0,75	48,84%	7,95%
ΕΛΛΑΚΤΩΡ	1,029	5,42	0,018	1,18	46,34%	11,56%
ΜΟΤΟΡ ΟΪΛ	0,814	6,36	-0,010	-0,97	54,36%	8,44%
ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ	1,314	6,29	0,014	0,88	53,77%	13,72%
ΟΠΑΠ	0,658	5,39	0,003	0,32	46,10%	7,43%
ΟΤΕ	0,625	4,69	0,001	0,05	39,24%	7,63%
ΠΕΙΡΑΙΩΣ ΤΡΑΠΕΖΑ	1,365	10,79	0,010	1,03	77,39%	11,86%
ΤΑΧΥΔΡΟΜΙΚΟ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΙΟ*	0,853	4,86	-0,012	-0,86	45,78%	9,98%
ΤΙΤΑΝ	0,852	6,10	-0,006	-0,58	52,28%	9,01%
ΤΡΑΠΕΖΑ ΚΥΠΡΟΥ	1,437	8,07	0,020	1,43	65,72%	13,56%
ΓΕΝΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ	1		0		100,00%	7,64%

Εφαρμογή: Μεταβαλλόμενη φύση συντελεστή βήτα μετοχών

Όπως έχει ήδη αναφερθεί ο πιο απλός τρόπος προσέγγισης του κινδύνου μιας επένδυσης είναι μέσω του συντελεστή συστηματικού κινδύνου ή αλλιώς

του συντελεστή βήτα. Η εκτίμηση του συντελεστή βήτα πραγματοποιείται παραδοσιακά αν παλινδρομήσουμε τις αποδόσεις ενός περιουσιακού στοιχείου για ένα χρονικό διάστημα πάνω στις αποδόσεις του χρηματιστηριακού δείκτη που χρησιμοποιείται ως προσέγγιση της αγοράς. Αυτή η μέθοδος ωστόσο, μπορεί να οδηγήσει σε μια ποικιλία πρακτικών ζητημάτων τα οποία με την σειρά τους μπορεί να οδηγήσουν σε διαφορετικές εκτιμήσεις της πραγματικής τιμής του συντελεστή βήτα.

Οι εμπειρικές έρευνες αποδεικνύουν ότι ο συντελεστής βήτα δεν είναι μια σταθερή παράμετρος αλλά μια ποσότητα που μεταβάλλεται. Η διαχρονική μεταβολή του συντελεστή βήτα οφείλεται σε διάφορους παράγοντες οι οποίοι μπορεί να είναι στατιστικής ή οικονομικής φύσεως. Η παραβίαση των υποθέσεων του κλασικού Υποδείγματος της Αγοράς (πχ ομοσκεδαστικότητα καταλοίπων, έλλειψη αυτοσυσχέτισης καταλοίπων) είναι δυνατόν να οδηγήσει σε προβλήματα σταθερότητας του συντελεστή βήτα. Μικροοικονομικοί παράγοντες όπως η μόχλευση και η μερισματική πολιτική (Fabozzi και Francis, 1978), ο κίνδυνος των εταιρικών επενδυτικών σχεδίων (Blume, 1978), οι συγχωνεύσεις εταιρειών (Dielman και Nantel, 1982) καθώς και αλλαγές στην λειτουργική δομή των εταιρειών (Bos και Newbold, 1984) προκαλούν την διαχρονική αστάθεια του συντελεστή βήτα. Ο συντελεστής βήτα μιας μετοχής επηρεάζεται ακόμα από το γενικότερο οικονομικό περιβάλλον της εταιρείας όπως από τον πληθωρισμό, την ανεργία, τα επιτόκια, την φορολογία κλπ αλλά και από την θέση που κατέχει η εταιρεία στον κλάδο έναντι των ανταγωνιστριών εταιρειών.

Οι εμπειρικές έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί σε προηγμένες και ώριμες χρηματιστηριακές αγορές έχουν επιβεβαιώσει ότι οι αποδόσεις των μεμονωμένων μετοχών καθώς και του χαρτοφυλακίου της Αγοράς μεταβάλλονται με τυχαίο τρόπο αντανakλώντας την αποτελεσματικότητα των αγορών αυτών. Είναι επομένως λογικό να αναμένουμε τον συστηματικό κίνδυνο να μεταβάλλεται διαχρονικά με τυχαίο τρόπο. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος της διαχρονικής αστάθειας του συντελεστή βήτα μεμονωμένων μετοχών έχουν προταθεί στην διεθνή βιβλιογραφία υποδείγματα συστηματικά μεταβαλλόμενων ή στοχαστικά μεταβαλλόμενων συντελεστών τα οποία ενσωματώνουν με αποτελεσματικό τρόπο τις αιφνίδιες ή διαρθρωτικές αλλαγές του συστηματικού κινδύνου των μετοχών.

Η διαχρονική μεταβολή του συντελεστή βήτα έχει πολύ σημαντικές επιπτώσεις στις αποφάσεις τόσο των μεμονωμένων επενδυτών όσο και των επαγγελματιών στελεχών του χώρου της χρηματοοικονομικής επιστήμης όπως επενδυτικούς συμβούλους, διαχειριστές αμοιβαίων κεφαλαίων κλπ. Ο επενδυτής που επιθυμεί να καρπωθεί τα οφέλη της διαφοροποίησης σχηματίζοντας χαρτοφυλάκιο μετοχών οφείλει να γνωρίζει ότι ο συντελεστής βήτα των μεμονωμένων μετοχών του χαρτοφυλακίου του δεν παραμένει διαχρονικά σταθερός αλλά μεταβάλλεται και μάλιστα με τυχαίο τρόπο. Η μεταβολή του συντελεστή βήτα έχει ως αποτέλεσμα την μεταβολή της απαιτούμενης απόδοσης της μετοχής που προσδιορίζεται μέσω του συντελεστή βήτα και του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιακών Στοιχείων (CAPM) αλλά και την τιμή του συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου το οποίο θα μεταβάλλεται διαχρονικά. Το ίδιο ισχύει και με τους επαγγελματίες διαχειριστές Αμοιβαίων Κεφαλαίων οι οποίοι σχηματίζουν τα χαρτοφυλάκιά τους λαμβάνοντας υπόψη και τους συντελεστές βήτα των μετοχών που θα συμπεριλάβουν σε αυτά. Σε αυτή την περίπτωση η μεταβαλλόμενη φύση του συντελεστή βήτα των μεμονωμένων μετοχών θα έχει άμεση επίπτωση στο συνολικό συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου το οποίο αποτελεί σταθμικό μέσο όρο των συντελεστών βήτα των μετοχών που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο. Οι επιβεβαιωμένες, λοιπόν παραβιάσεις των υποθέσεων του κλασικού υποδείγματος της Αγοράς καθιστούν αναγκαία την χρήση αποτελεσματικών τεχνικών εκτίμησης του συντελεστή βήτα.

Μια εναλλακτική μέθοδος που έχει προταθεί για την εκτίμηση του συντελεστή βήτα των εξεταζόμενων μετοχών υποθέτει ότι ο συντελεστής δεν είναι σταθερή ποσότητα αλλά μεταβάλλεται και η διαχρονική συμπεριφορά του μπορεί να περιγραφεί μέσω 3 διαφορετικών διαδικασιών. Η συγκεκριμένη μέθοδος εκτίμησης προσεγγίζεται με την βοήθεια ενός state space model. Τα state space models επιτρέπουν την ενσωμάτωση μη παρατηρήσιμων μεταβλητών στο υπόδειγμα και την εκτίμησή τους μαζί με το παρατηρήσιμο κομμάτι του υποδείγματος. Ένα state space model λοιπόν αποτελείται από μια εξίσωση παρατήρησης (observation equation) και την εξίσωση μετάβασης (transition equation) οι οποίες μαζί περιγράφουν την δομή και την δυναμική του συγκεκριμένου συστήματος. Η εκτίμηση των state space models γίνεται

μέσω ενός επαναληπτικού μαθηματικού αλγορίθμου που ονομάζεται αλγόριθμος του Kalman (Kalman filter).

Ο αλγόριθμος του Kalman μπορεί να εφαρμοσθεί σε ένα σύστημα στο οποίο οι παρατηρούμενες αποδόσεις ενός αξιογράφου ή χαρτοφυλακίου ακολουθούν το γενικευμένο μοντέλο της Αγοράς . Σε αυτήν την περίπτωση, το state space model θα έχει την παρακάτω μορφή:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_{it} R_{mt} + u_{it} \quad (190) \quad \text{Εξίσωση παρατήρησης}$$

$$(\beta_{it} - \bar{\beta}) = \phi (\beta_{it-1} - \bar{\beta}) + u'_{it} \quad (191) \quad \text{Εξίσωση μετάβασης}$$

όπου

α_i = ο συντελεστής άλφα για κάθε χαρτοφυλάκιο

β_{it} = ο διαχρονικά μεταβαλλόμενος συντελεστής συστηματικού κινδύνου για το χαρτοφυλάκιο i

$(\beta_{it} - \bar{\beta})$ = ορίζεται ως το διάνυσμα του state space και η τιμή $\bar{\beta}$ είναι η σταθερή τιμή του διανύσματος των συντελεστών

Η εξίσωση μετάβασης (transition equation) περιγράφει την διαχρονική εξέλιξη του μεταβαλλόμενου συντελεστή β_{it} ο οποίος στην συγκεκριμένη περίπτωση υποθέτουμε ότι προέρχεται από μια αυτοπαλίνδρομη διαδικασία πρώτης τάξεως AR(1).

Η εξίσωση μετάβασης είναι μια γενική έκφραση για τον συντελεστή β_{it} η οποία χρησιμοποιήθηκε αρχικά από τους Bos και Newbold (1984) και ορίζει ότι η σειρά των διαχρονικά μεταβαλλόμενων συντελεστών β_{it} προέρχεται από μια AR(1) στοχαστική διαδικασία με παράμετρο ταχύτητας σύγκλισης ϕ .

Χρησιμοποιώντας την συγκεκριμένη μορφή της εξίσωσης μετάβασης οι ερευνητές πρότειναν τα παρακάτω μοντέλα που περιγράφουν την διαχρονική συμπεριφορά του συντελεστή β_{it} :

Υπόδειγμα επιστροφής στο μέσο (Mean Reverting Model)

$$\beta_{it} = \phi(\beta_{it-1} - \bar{\beta}) + \bar{\beta} + u_{it} \quad (192)$$

Στο συγκεκριμένο μοντέλο η τιμή του συντελεστή β_{it} τείνει να γυρίζει πίσω στο μέσο $\bar{\beta}$

Υπόδειγμα τυχαίων συντελεστών (Random Coefficient Model)

$$\beta_{it} = \bar{\beta} + u_{it} \quad (193)$$

Στο παραπάνω μοντέλο κάθε πραγματοποίηση του συντελεστή βήτα θεωρείται ως μια ανεξάρτητη λήψη από μια κατανομή με μέσο $\bar{\beta}$

Υπόδειγμα τυχαίου περιπάτου (Random Walk Model)

$$\beta_{it} = \beta_{it-1} + u_{it} \quad (194)$$

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι η εκτίμηση του συντελεστή βήτα των μετοχών μέσω του κλασικού υποδείγματος της Αγοράς σε περιφερειακές κεφαλαιαγορές π.χ. η εγχώρια κεφαλαιαγορά, όπου οι συναλλαγές ορισμένων μετοχών είναι συχνά ακανόνιστες και αδρανείς μπορεί να οδηγήσει σε ανεπαρκείς εκτιμήσεις της πραγματικής επικινδυνότητας των μετοχών. Το βασικό σφάλμα προκύπτει από το γεγονός ότι οι τιμές που εμφανίζονται στο τέλος της χρονικής περιόδου δεν αντανakλούν το αποτέλεσμα των συναλλαγών της περιόδου αυτής. Το πρόβλημα της εκτίμησης του συντελεστή συστηματικού κινδύνου σε καταστάσεις χαμηλής εμπορευσιμότητας (thin trading) αντιμετωπίζεται με την χρήση του υποδείγματος των Scholes-Williams (1977) και Dimson (1979).

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις του συντελεστή βήτα των μετοχών που απαρτίζουν τον δείκτη FTSA/ATHEX 20 για διαφορετικά χρονικά διαστήματα για την περίοδο 2005-2010 με την χρήση του κλασικού υποδείγματος της Αγοράς. Από τα στοιχεία του πίνακα παρατηρούμε μια εμπειρική επαλήθευση της υπόθεσης της διαχρονικής αστάθειας του συντελεστή βήτα. Μερικές από τις πιο αξιοσημείωτες περιπτώσεις είναι αυτή του συντελεστή βήτα της Αγροτικής Τράπεζας, της Βιοχάλκο και των Ελληνικών Πετρελαίων οι οποίοι ακολουθούν μια σταθερή καθοδική πορεία και διαμορφώνονται σχεδόν στο 50% της αρχικής τους τιμής. Επίσης, αξίζει να αναφερθεί η αύξηση του συντελεστή βήτα για σε μερικές από τις ελληνικές τράπεζες που περιλαμβάνονται στον δείκτη όπως Εθνική, Alpha, Eurobank και Τράπεζα Πειραιώς αντανakλώντας τις επιπτώσεις τόσο της παγκόσμιας κρίσης όσο και της μετέπειτα εγχώριας κρίσης στην επικινδυνότητα των συγκεκριμένων ιδρυμάτων.

Πίνακας 31
Εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου των μετοχών του FTSE/ATHEX 20
(μηνιαία στοιχεία)

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΒΕΤΑ	2005-2007	2006-2008	2007-2009	2008-2010
ALPHA BANK	1,094	1,034	1,430	1,422
COCA - COLA ΤΡΙΑ ΕΨΙΛΟΝ	0,604	0,953	0,950	0,833
EUROBANK EFG	1,362	1,234	1,405	1,554
INTRALOT	1,410	1,308	0,947	-
MARFIN INVESTMENT GROUP	0,940	0,861	0,916	1,183
MARFIN POPULAR BANK	1,378	1,169	1,376	1,290
ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ	1,540	0,601	0,797	0,776
ΒΙΟΧΑΛΚΟ	1,598	1,127	0,850	0,938
ΔΕΗ	0,401	0,679	0,624	0,546
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ	1,270	1,237	1,425	1,448
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ	1,003	0,726	0,576	0,597
ΕΛΛΑΚΤΩΡ	1,429	1,029	0,892	0,937
ΜΟΤΟΡ ΟΪΛ	0,791	0,814	0,828	0,948
ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ	1,864	1,314	1,035	1,023
ΟΠΑΠ	1,045	0,658	0,543	0,648
ΟΤΕ	0,540	0,625	0,531	0,520
ΠΕΙΡΑΙΩΣ ΤΡΑΠΕΖΑ	1,306	1,365	1,540	1,625
ΤΑΧΥΔΡΟΜΙΚΟ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΙΟ	1,001	0,853	0,912	1,195
ΤΙΤΑΝ	0,781	0,852	0,897	1,029
ΤΡΑΠΕΖΑ ΚΥΠΡΟΥ	1,126	1,437	1,734	1,482
JUMBO	-	-	-	0,930
ΓΕΝΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ	1			

Εφαρμογή:Χρησιμοποιώντας το CAPM για την αξιολόγηση της επίδοσης διαχειριστών: Το μέτρο του Jensen (1968)

Μια από τις πιο συνηθισμένες μεθόδους αξιολόγησης της επίδοσης χαρτοφυλακίων προτάθηκε το 1968 από τον Jensen. Ως γνωστό, ο Jensen χρησιμοποίησε ένα απλό γραμμικό υπόδειγμα προκειμένου να αναλύσει την επίδοση των διαχειριστών μετοχικών Α/Κ των ΗΠΑ. Συγκεκριμένα, το μέτρο του Jensen είναι ένα μέτρο προσαρμοσμένης στον κίνδυνο απόδοσης το οποίο στηρίζεται στο Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων (CAPM). Το μέτρο μη φυσιολογικής απόδοσης του Jensen συγκρίνει την πραγματοποιηθείσα απόδοση του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου με την απόδοση ενός θεωρητικού, παθητικού χαρτοφυλακίου το οποίο εμφανίζει παρόμοιο κίνδυνο αγοράς. Εμπειρικά, το συγκεκριμένο μέτρο προσεγγίζεται μέσω της σταθεράς α_p του κλασικού υποδείγματος της Αγοράς.

$$R_{pt} - R_{ft} = \alpha_p + \beta_p (R_{mt} - R_{ft}) + u_{pt} \quad (195)$$

όπου R_{pt} οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου p ,

R_{Mt} οι αποδόσεις ενός κατάλληλου χαρτοφυλακίου αναφοράς και

R_{ft} η απόδοση του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου

β_p ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου

u_{pt} ένας στοχαστικός όρος με μηδενικό μέσο και σταθερή διακύμανση

Εάν ο συντελεστής άλφα της παραπάνω σχέσης είναι (αρνητικός) θετικός και στατιστικά σημαντικός ο διαχειριστής (δεν) έχει ξεπεράσει σε όρους προσαρμοσμένης στον κίνδυνο απόδοσης τον δείκτη αναφοράς και κρίνεται ότι (δεν) διαθέτει ικανότητα. Εάν ο συντελεστής είναι στατιστικά ίσος με το 0 τότε ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου θεωρείται ότι σημείωσε την αναμενόμενη με βάση τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο απόδοση και η επίδοση του κρίνεται ως ουδέτερη. Με άλλα λόγια, ο διαχειριστής δεν διαθέτει ικανότητα δημιουργίας μη φυσιολογικής απόδοσης για το χαρτοφυλάκιό του.

Στην συνέχεια, επιχειρούμε να ελέγξουμε την ύπαρξη διαχειριστικής ικανότητας των εγχώριων διαχειριστών Α/Κ. Για τον σκοπό αυτό παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα εκτίμησης των παραμέτρων του υποδείγματος του Jensen χρησιμοποιώντας μηνιαία στοιχεία ενός δείγματος Ελληνικών μετοχικών Α/Κ κατά την διάρκεια της περιόδου 6/2001-12/2009. Στο πίνακα που ακολουθεί απεικονίζονται κατά σειρά ο συντελεστής άλφα του Jensen, η στατιστική t-student του συντελεστή, ο συντελεστής βήτα κάθε ΑΚ και η στατιστική t-student του αντίστοιχου συντελεστή ενώ στην τελευταία στήλη εμφανίζεται ο συντελεστής προσδιορισμού R^2 .

Πίνακας 32

Αποτελέσματα εκτίμησης συντελεστή άλφα του Jensen μετοχικών Α/Κ

	Αμοιβαίο Κεφάλαιο	α	t_α	β	t_β	R^2
1	Δήλος Χρηματ. Εταιρειών	0,0043	2,66	0,819	27,28	94,89%

2	HSBC Μεσαίας Κεφαλ.	0,0052	2,47	0,700	17,60	85,34%
3	HSBC Αναπτυξιακό	0,0040	2,27	0,693	15,20	89,01%
4	MARFIN ΑΘΗΝΑ	0,0060	1,84	0,804	23,94	84,78%
5	MARFIN ΟΛΥΜΠΙΑ	0,0027	1,56	0,798	31,98	94,52%
6	Δήλος TOP 30	0,0023	1,53	0,889	33,61	96,36%
7	Κύπρου Δυναμικών Επιχειρήσεων	0,0046	1,49	0,829	16,99	82,86%
8	MARFIN Θησέας	0,0013	1,46	0,803	50,60	97,51%
9	CITIFUND	0,0015	1,32	0,902	48,40	97,44%
10	INTERNATIONAL Επιλογής Μετοχ. Αξιών	0,0021	1,28	0,913	24,73	91,77%
11	MARFIN MEDIUM	0,0029	1,18	0,897	28,58	90,88%
12	ΕΡΜΗΣ ΠΡΩΤΟΠΟΡΟΣ	0,0033	1,13	0,846	22,45	87,35%
13	MILLENIUΜ Μεσαίας Κεφαλ.	0,0033	1,08	0,847	18,40	83,52%
14	ALPHA	0,0008	0,95	0,909	64,57	97,98%
15	ALPHA BLUE CHIPS	0,0007	0,87	0,888	56,05	98,21%
16	PROBANK	0,0008	0,85	0,802	50,66	97,13%
17	ALPHA TRUST Νέων Επιχειρήσεων	0,0019	0,83	0,721	12,12	85,94%
18	Π&Κ	0,0012	0,83	0,914	21,67	93,87%
19	ΕΥΡΩΠΑΙΚΗ ΠΙΣΤΗ ΑΝΑΠΤΥΣΣ. ΕΠΙΧΕΙΡ.	0,0015	0,81	0,859	23,69	92,64%
20	METROLIFE	0,0007	0,79	0,878	31,34	98,47%
21	ALLIANZ	0,0010	0,68	0,907	27,00	95,17%
22	ΛΑΙΚΗ Επιλεγμένων Αξιών	0,0008	0,64	0,837	33,61	95,82%
23	ΛΑΙΚΗ	0,0010	0,58	0,866	30,05	95,88%
24	ALPHA TRUST Αναπτυξιακό	0,0010	0,38	0,713	11,08	84,66%
25	Δήλος Υποδομής & Τεχνολογίας	0,0009	0,35	0,795	18,63	86,09%
26	ALICO	0,0005	0,35	0,857	32,13	96,44%
27	ING Δυναμικών Επιχειρήσεων	0,0008	0,28	0,877	15,05	85,96%
28	MILLENIUΜ BLUE CHIPS	0,0003	0,23	0,813	32,08	96,57%
29	ΚΥΠΡΟΥ	0,0004	0,23	0,783	24,97	93,65%
30	HSBC TOP 20	0,0003	0,21	0,774	18,29	93,63%
31	Α/Κ ΠΕΙΡΑΙΩΣ Δυναμικών Επιχειρ.	0,0003	0,12	0,873	14,53	85,92%
32	ΕΥΡΩΠΑΙΚΗ ΠΙΣΤΗ ΑΝΑΠΤΥΞΙΑΚΟ	0,0001	0,10	0,894	48,95	97,54%
33	ALICO Μεσαίας Κεφαλ.	0,0002	0,05	0,902	16,41	83,93%
34	ALLIANZ Επιθετικής Στρατηγικής	0,0000	-0,03	0,900	25,41	94,45%
35	ΑΤΕ Μεσαίας & Μικρής Κεφ	-0,0001	-0,05	0,757	18,19	86,64%
36	Δήλος Blue Chips	-0,0001	-0,10	0,886	30,10	97,32%
37	Ερμής Δυναμικό	-0,0001	-0,13	0,881	28,27	97,96%
38	INTERNATIONAL Δυναμικών Επιχειρήσεων	-0,0004	-0,15	0,871	18,89	85,96%
39	Δήλος Μικρής & Μεσαίας Κεφαλαιοποίησης	-0,0004	-0,15	0,902	15,19	87,96%
40	ΑΑΑΒ Επιλεγμένων Αξιών	-0,0003	-0,16	0,723	17,01	87,96%
41	ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΗ ΚΡΗΤΗΣ	-0,0003	-0,16	0,769	33,92	93,01%
42	ΕΥΡΩΠΑΙΚΗ ΠΙΣΤΗ Ολυμπιακή Φλόγα	-0,0004	-0,20	0,814	30,80	95,56%
43	ING ΠΕΙΡΑΙΩΣ Δυναμικών	-0,0009	-0,26	0,932	8,14	83,49%
44	Α/Κ Geniki Επιλεγμένων Αξιών	-0,0006	-0,28	0,816	16,15	93,26%

45	INTERAMERICAN Αναπτυσ. Επιχ.	-0,0008	-0,29	0,845	19,14	88,07%
46	EUROBANK Θεσμικών Χαρτοφυλακίων	-0,0005	-0,36	0,881	24,53	96,52%
47	INTERAMERICAN Δυναμικών Επιχειρήσεων	-0,0007	-0,49	0,830	22,64	95,74%
48	INTERLIFE	-0,0022	-0,61	0,660	11,19	85,84%
49	MARFIN MAXIMUM	-0,0026	-0,62	0,978	16,54	83,20%
50	ING	-0,0007	-0,65	0,869	30,39	97,28%
51	Α/Κ ΠΕΙΡΑΙΩΣ	-0,0010	-0,85	0,886	28,25	97,20%
52	ING PIRAEUS	-0,0015	-0,85	0,845	14,19	95,56%
53	PROTON	-0,0011	-0,88	0,779	33,79	95,36%
54	ACROPOLIS	-0,0041	-1,15	0,828	20,05	90,36%
55	ΕΥΡΩΠΑΙΚΗ ΠΙΣΤΗ Νέα Οικονομία	-0,0019	-1,19	0,795	31,69	95,46%
56	EUROBANK GENESIS	-0,0044	-1,27	0,822	13,14	87,58%
57	Δήλος Πληροφ. & Τεχνολ.	-0,0035	-1,30	0,899	13,92	85,41%
58	ΑΤΤΙΚΗΣ	-0,0023	-1,36	0,706	16,11	91,15%
59	ΕΛΛΗΝΙΚΗ TRUST	-0,0027	-1,39	0,839	26,10	94,69%
60	INTERNATIONAL	-0,0021	-1,52	0,792	26,56	94,39%
61	ALPHA TRUST Υποδομής	-0,0054	-1,59	0,810	11,86	86,86%
62	ΑΑΑΒ Ελληνικό Αναπτυξιακό	-0,0030	-1,62	0,845	20,84	92,11%
63	ΑΤΕ	-0,0023	-1,97	0,790	27,39	95,81%
64	ΑΣΠΙΣ Β. ΕΛΛΑΔΟΣ	-0,0078	-2,05	0,901	23,23	88,00%
65	INTERAMERICAN Ολυμπιονίκης	-0,0059	-2,15	0,853	18,44	90,76%
66	MARFIN PREMIUM	-0,0030	-2,17	0,875	36,23	96,16%
67	ΑΣΠΙΣ 21ος ΑΙΩΝΑΣ	-0,0058	-2,26	0,740	15,22	90,98%
68	ΑΑΑΒ Μετοχών	-0,0115	-3,64	0,773	20,30	85,30%
69	ΓΕΝΙΚΙ Αναπτυσσόμενων Επιχειρ.	-0,0129	-4,04	0,963	12,07	87,86%

Επεξεργασία στοιχείων Ν. Φίλιππας

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα παρατηρούμε πως από το σύνολο των εξεταζόμενων Α/Κ μόλις 3 (Δήλος Χρηματ. Εταιρειών, HSBC Μεσαίας Κεφαλ. και HSBC Αναπτυξιακό) διαθέτουν σημαντική ικανότητα όπως αποκαλύπτεται από την θετική και στατιστικά σημαντική τιμή του συντελεστή άλφα του Jensen. Στο άλλο άκρο της κατανομής, βρίσκονται 7 Α/Κ τα οποία εμφανίζονται να υπολείπονται σημαντικά έναντι της Αγοράς. Ωστόσο, πρέπει να έχουμε υπόψη μας πως το συγκεκριμένο μέτρο αντιμετωπίζει σοβαρές αδυναμίες οι οποίες έχουν εντοπιστεί και έχουν προταθεί πιο ολοκληρωμένα υποδείγματα τα οποία παρουσιάζονται σε επόμενο τμήμα του κεφαλαίου.

Εφαρμογή: Αξιολόγηση της επίδοσης ελληνικών μετοχικών Α/Κ με την χρήση του μη γραμμικού υποδείγματος των Treynor & Mazuy (1966)

Μια ιδιαίτερα σημαντική συμβολή της χρηματοοικονομικής θεωρίας στην αξιολόγηση των διαχειριστών είναι η παροχή μιας μεθοδολογίας που συμβάλλει στην κατανόηση και στην ανάδειξη των ικανοτήτων τους. Σύμφωνα με τον Fama (1972), οι ικανότητες πρόβλεψης ενός διαχειριστή διακρίνονται σε: α) μικροπροβλέψεις (microforecasting), οι οποίες αναφέρονται στην ικανότητα πρόβλεψης των κινήσεων των τιμών μεμονωμένων μετοχών σε σχέση με την κίνηση του συνόλου των μετοχών και στην επιλογή των καλύτερων απ'αυτών και β) μακροπροβλέψεις (macroforecasting), οι οποίες αναφέρονται στην ικανότητα πρόβλεψης της πορείας των τιμών των μετοχών ως προς την πορεία των επιτοκίων των τίτλων σταθερού εισοδήματος και στην κατάλληλη προσαρμογή της σύνθεσης του χαρτοφυλακίου στην εκάστοτε πορεία της χρηματιστηριακής αγοράς. Το πρώτο επιμέρους στοιχείο ονομάζεται ικανότητα στην επιλογή μετοχών ή “επιλεκτικότητα” (stock selection / selectivity), ενώ το δεύτερο “συγχρονισμός” (market timing).

Ένας ικανοποιητικός τρόπος μέτρησης της ικανότητας του συγχρονισμού ενός διαχειριστή, είναι η απευθείας σύγκριση των αποδόσεων του Αμοιβαίου Κεφαλαίου που διαχειρίζεται με τις αποδόσεις του σχετικού χαρτοφυλακίου της αγοράς (benchmark). Οι Treynor και Mazuy (1966) παρουσίασαν διαγραμματικά τον τρόπο αυτό με τη βοήθεια της χαρακτηριστικής γραμμής (characteristic line). Εάν ο διαχειριστής δεν μεταβάλλει την επικινδυνότητα του χαρτοφυλακίου του είτε στις ανοδικές, είτε στις καθοδικές αγορές, τότε η κλίση της γραμμής είναι σταθερή για όλη την εξεταζόμενη περίοδο και η χαρακτηριστική γραμμή είναι ευθεία.

Η προσέγγιση των Treynor και Mazuy για τον έλεγχο της ύπαρξης ή μη της καμπύλης βασίστηκε στην εκτίμηση της ακόλουθης μη γραμμικής, δευτεροβάθμιας σχέσης:

$$R_{pt} - R_{ft} = \alpha_p + b_p (R_{mt} - R_{ft}) + c_p (R_{mt} - R_{ft})^2 + u_{pt} \quad (196)$$

όπου:

R_{pt} είναι η απόδοση του αμοιβαίου κεφαλαίου i κατά τη χρονική περίοδο t ,

R_{mt} είναι η απόδοση της χρηματιστηριακής αγοράς κατά τη χρονική περίοδο t ,

R_{ft} είναι η απόδοση της επένδυσης μηδενικού κινδύνου κατά τη χρονική περίοδο t ,

u_{pt} είναι μία τυχαία μεταβλητή (σφάλμα) και

α_p , b_p και c_p είναι παράμετροι που πρόκειται να εκτιμηθούν από το υποδείγμα (163).

Αν η σχέση ανάμεσα στις αποδόσεις του αμοιβαίου κεφαλαίου και στην απόδοση της αγοράς είναι γραμμική, τότε μια ευθεία γραμμή θα εφαρμόζει καλύτερα στο νέφος των σημείων. Στην περίπτωση αυτή, η προσθήκη του νέου, υψωμένου στο τετράγωνο όρου (ο οποίος συντελεί στην καμπυλότητα), δεν θα βελτιώσει την προσαρμογή και το c_p θα είναι στατιστικά ίσο με μηδέν.

Αντίθετα αν η σχέση ανάμεσα στις αποδόσεις του αμοιβαίου κεφαλαίου και στην απόδοση της αγοράς προσεγγίζονται καλύτερα από μια καμπύλη, τότε η προσθήκη του νέου, υψωμένου στο τετράγωνο όρου, θα βελτιώσει την προσαρμογή, και το c_p θα πάρει θετικές και στατιστικά σημαντικές τιμές. Το c_p , δηλαδή, είναι ένα κριτήριο μέτρησης της ύπαρξης ικανότητας συγχρονισμού. Επίσης, η παράμετρος α_p μετρά την ικανότητα του διαχειριστή να επιλέγει μεμονωμένες μετοχές (selectivity). Ως εκ τούτου, η ικανοποιητική διαχείριση προϋποθέτει τιμές των παραμέτρων α_p και c_p θετικές και στατιστικά σημαντικές.

Στον πίνακα που ακολουθεί απεικονίζονται τα εμπειρικά αποτελέσματα εκτίμησης του υποδείγματος των Treynor και Mazuy με την χρήση μηνιαίων στοιχείων για όλα τα μετοχικά A/K εσωτερικού που υπήρχαν συνεχώς καθόλη την εξεταζόμενη περίοδο (1994-2005). Σύμφωνα με τα εμπειρικά αποτελέσματα μόνον ο διαχειριστής του A/K της HSBC φαίνεται να έχει την ικανότητα να επιλέγει μεμονωμένες μετοχές (selectivity), ενώ δεν φαίνεται

κανένας διαχειριστής να έχει την ικανότητα συγχρονισμού με την εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά (market timing). Αντιθέτως, δύο διαχειριστές παρουσιάζουν αρνητικό συγχρονισμό με την αγορά, εκ των οποίων ο ένας (πρώην Ασπίς) παρουσιάζει και αρνητική ικανότητα επιλογής μετοχικών τίτλων.

Πίνακας 33

Εκτίμηση του Υποδείγματος των Treynor & Mazuy με τη χρήση μηνιαίων στοιχείων για την περίοδο 1994-2005

Μετοχικά Αμοιβαία Κεφάλαια Εσωτερικού	alpha	beta	c	R ²
Alpha Blue Chips	0,001561	0,804772	-0,171023	89,60%
Ευρωπαϊκή Πίστη Growth	0,000708	0,876110	-0,259277	91,81%
Ασπίς	-0,005058	0,712782	-0,489471	86,29%
Ερμής Δυναμικό	0,000219	0,892103	-0,170546	88,20%
ING Πειραιώς	-0,000256	0,914047	0,124658	93,36%
Interamerican Δυναμικό	0,001364	0,854984	0,011990	94,26%
Alpha Trust Growth	0,003654	0,900837	-0,237559	77,10%
HSBC	0,009623	0,813005	-0,286080	81,17%
Δήλος Blue Chips	0,000973	0,923298	-0,146048	94,95%
Ωμέγα	-0,000204	0,776347	-0,079881	82,24%
ΑΤΕ	-0,042340	0,810001	0,028690	88,20%
Εγνατία Ολυμπία	0,001599	0,885187	0,150435	88,66%
Alpha	0,005273	0,893441	-0,440688	84,61%
*Οι τιμές των συντελεστών α και c που παρουσιάζονται με κόκκινο είναι στατιστικά σημαντικές.				
**Όλες οι τιμές του συντελεστή beta είναι στατιστικά σημαντικές.				

Εφαρμογή:Αξιολόγηση της επίδοσης Α/Κ με την χρήση πολυπαραγοντικών υποδειγμάτων

Στην συγκεκριμένη εφαρμογή θα αξιολογήσουμε την επίδοση ενός μετοχικού Α/Κ εσωτερικού για το έτος 2006 χρησιμοποιώντας εβδομαδιαίες παρατηρήσεις και εφαρμόζοντας διαδοχικά τα παρακάτω υποδείγματα αξιολόγησης ξεκινώντας από το απλούστερο:

- Υπόδειγμα του Jensen

- Μη φυσιολογική απόδοση επαυξημένου υποδείγματος του Jensen
- Μη φυσιολογική απόδοση υποδείγματος Fama & French
- Μη φυσιολογική απόδοση υποδείγματος Carhart
- Μη φυσιολογική απόδοση επαυξημένου υποδείγματος Carhart.

Το υπόδειγμα του Jensen

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, ο πιο συνηθισμένος τρόπος αξιολόγησης της επίδοσης A/K αλλά και χαρτοφυλακίων γενικότερα είναι μέσω του υποδείγματος του Jensen (1968). Το συγκεκριμένο μέτρο συγκρίνει την απόδοση ενός χαρτοφυλακίου για μια δεδομένη χρονική περίοδο σε σχέση με την απόδοση που αναμένετο να έχει με βάση το επίπεδο συστηματικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου. Εμπειρικά, το συγκεκριμένο μέτρο προσεγγίζεται μέσω της σταθεράς α_p του κλασικού υποδείγματος της Αγοράς.

$$R_{pt} - R_{ft} = \alpha_p + \beta_p (R_{mt} - R_{ft}) + u_{pt} \quad (197)$$

όπου R_{pt} οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου p ,

R_{mt} οι αποδόσεις ενός κατάλληλου χαρτοφυλακίου αναφοράς και

R_{ft} η απόδοση του επιτοκίου μηδενικού κινδύνου

β_p ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου

u_{pt} ένας στοχαστικός όρος με μηδενικό μέσο και σταθερή διακύμανση

Το επαυξημένο υπόδειγμα του Jensen

Οι Elton et al (1993) & Gruber (1996) πρότειναν την προσθήκη ενός ακόμα παράγοντα (R_{Bt}) στο κλασικό υπόδειγμα της αγοράς ο οποίος προσεγγίζει τον κίνδυνο επένδυσης σε ομόλογα. Ο λόγος είναι ότι οι διαχειριστές μετοχικών Α/Κ έχουν την δυνατότητα, ιδιαίτερα σε περιόδους αρνητικών αποδόσεων των χρηματιστηριακών αγορών, να τοποθετήσουν μέρος του ενεργητικού τους σε προϊόντα σταθερού εισοδήματος προκειμένου να μειώσουν τις απώλειες του χαρτοφυλακίου τους. Σε αυτή την περίπτωση το υπόδειγμα αξιολόγησης του Jensen είναι ανεπαρκές και το κατάλληλο μέτρο επίδοσης προκύπτει από το συντελεστή άλφα (α_p) της παρακάτω σχέσης:

$$R_{pt} - R_{ft} = \alpha_p + \beta_{1p}(R_{mt} - R_{ft}) + \beta_{2p}(R_{Bt} - R_{ft}) + u_{pt} \quad (198)$$

όπου R_{Bt} οι αποδόσεις ενός κατάλληλου δείκτη ομολόγων

Το υπόδειγμα των Fama & French (1993,1996)

Οι Fama & French (1993,1996) έδειξαν ότι η αδυναμία του CAPM να εξηγήσει τις αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχικών τίτλων οφειλόταν στην απουσία σημαντικών παραγόντων κινδύνου από το συγκεκριμένο υπόδειγμα. Οι συγγραφείς πρότειναν λοιπόν την προσθήκη ενός παράγοντα μεγέθους των εταιρειών (size) και ενός παράγοντα που λαμβάνει υπόψη του εάν η μετοχή είναι αξίας (value) ή αναπτυσσόμενη (growth) στο παραδοσιακό CAPM. Έτσι λοιπόν προέκυψε το 3-παραγοντικό υπόδειγμα αξιολόγησης της επίδοσης Α/Κ. Οι παράγοντες SMB & HML προσεγγίζουν το τμήμα της μη φυσιολογικής απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου το οποίο οφείλεται στην εφαρμογή απλών, μηχανικών στρατηγικών εκμετάλλευσης ανωμαλιών των μετοχικών αποδόσεων. Η επίδοση του Α/Κ πλέον προσεγγίζεται καλύτερα μέσω του συντελεστή α_p στην παρακάτω εξίσωση:

$$R_{pt} - R_{ft} = \alpha_p + \beta_{0p}(R_{mt} - R_{ft}) + \beta_{1p}SMB_t + \beta_{2p}HML_t + u_{pt} \quad (199)$$

όπου

SMB_t η διαφορά της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου μετοχών μικρής κεφαλαιοποίησης και ενός χαρτοφυλακίου μετοχών μεγάλης κεφαλαιοποίησης και

HML_t η διαφορά της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου μετοχών αξίας και ενός χαρτοφυλακίου μετοχών ανάπτυξης

Το υπόδειγμα του Carhart (1997)

Ο Carhart (1997) πρότεινε τη χρήση ενός πολυπαραγοντικού υποδείγματος αξιολόγησης το οποίο ενσωματώνει στο μοντέλο των Fama & French ένα παράγοντα κινδύνου στιγμιαίας επένδυσης (momentum) σε μετοχικούς τίτλους. Το υπόδειγμα του Carhart αποσυνθέτει την πραγματοποιηθείσα απόδοση ενός A/K στους αντίστοιχους παράγοντες κινδύνου και μετράει την καθαρή απόδοση που οφείλεται αποκλειστικά στην ικανότητα του διαχειριστή. Η μη φυσιολογική απόδοση του A/K προσεγγίζεται στο υπόδειγμα μέσω της σταθεράς α_p στην παρακάτω παλινδρόμηση:

$$R_{pt} - R_{ft} = \alpha_p + \beta_{0p}(R_{mt} - R_{ft}) + \beta_{1p}SMB_t + \beta_{2p}HML_t + \beta_{3p}MOM_t + u_{pt} \quad (200)$$

όπου MOM η διαφορά της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου μετοχών νικητών και ενός χαρτοφυλακίου μετοχών ηττημένων κατά το προηγούμενο έτος

Τέλος, στην προσπάθεια τους οι ερευνητές να καλύψουν όσο το δυνατόν περισσότερες πηγές κινδύνου καταφεύγουν σε υποδείγματα τα οποία εκτός από τους προαναφερθέντες παράγοντες χρησιμοποιούν και ένα δείκτη ομολόγων. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, τα μετοχικά A/K επενδύουν σε ομόλογα για να προστατευθούν από την πτώση των χρηματιστηρίων σε περιόδους ανοδικών επιτοκίων. Έτσι προκύπτει μια επαυξημένη εκδοχή (augmented version) του υποδείγματος του Carhart (1997) με την προσθήκη ενός δείκτη ομολόγων. Η επίδοση του A/K προσεγγίζεται και πάλι μέσω του συντελεστή α_p στην παρακάτω εξίσωση:

$$R_{pt} - R_{ft} = \alpha_p + \beta_{0p}(R_{mt} - R_{ft}) + \beta_{1p}SMB_t + \beta_{2p}HML_t + \beta_{3p}MOM_t + \beta_{4p}(R_{Bt} - R_{ft}) + u_{pt} \quad (201)$$

Πριν προχωρήσουμε με τα αποτελέσματα εκτίμησης των παραπάνω υποδειγμάτων ας εξετάσουμε τα χαρτοφυλάκια αναφοράς που χρησιμοποιούνται από τα υποδείγματα των Fama & French (1993,1996) & Carhart (1997). Τα συγκεκριμένα χαρτοφυλάκια προσεγγίζουν παθητικές στρατηγικές επένδυσης οι οποίες ενσωματώνουν διαφορετικούς παράγοντες κινδύνου και τα οποία επιτρέπουν την εξαγωγή του ενεργητικού τμήματος της απόδοσης που πραγματοποίησε ο διαχειριστής του χαρτοφυλακίου.

Ο παράγοντας SMB προσεγγίζει μια μηδενικού κόστους επενδυτική στρατηγική ταυτόχρονης αγοράς (θέση long) μετοχών μικρής κεφαλαιοποίησης και πώλησης (θέση short) μετοχών μεγάλης κεφαλαιοποίησης. Η στρατηγική αυτή έχει αποδειχθεί ότι αποφέρει μια θετική μη φυσιολογική απόδοση (size effect). Οι μετοχές μικρής κεφαλαιοποίησης θεωρούνται γενικά ως περισσότερο επικίνδυνες σε σχέση με τις μεγαλύτερες μετοχές επειδή διαθέτουν λιγότερους οικονομικούς πόρους και εμφανίζουν μεγαλύτερη διακύμανση στα κέρδη τους.

Επιπλέον, οι εταιρείες μικρού μεγέθους εμφανίζουν χαμηλότερη πιθανότητα να επιβιώσουν σε περιόδους παρατεταμένης οικονομικής κρίσης. Επομένως, επειδή η επένδυση σε μετοχές μικρής κεφαλαιοποίησης ενέχει μεγαλύτερο κίνδυνο οι επενδυτές απαιτούν υψηλότερη απόδοση προκειμένου να τις συμπεριλάβουν στο χαρτοφυλάκιό τους. Οι διαχειριστές γνωρίζουν την ύπαρξη της συγκεκριμένης στρατηγικής και επομένως είναι αναμενόμενο να επιλέγουν μια θετική έκθεση στον παράγοντα η οποία εκφράζεται τελικά με έναν θετικό συντελεστή ευαισθησίας ως προς τον παράγοντα SMB.

Από την άλλη πλευρά, ο παράγοντας HML προσομοιάζει σε μια στρατηγική ταυτόχρονης αγοράς (θέση long) μετοχών αξίας (με υψηλό λόγο λογιστική προς αγοραία αξία) και πώλησης (θέση short) μετοχών ανάπτυξης (με χαμηλό λόγο λογιστική προς αγοραία αξία). Η στρατηγική αυτή έχει αποδειχθεί ιστορικά ότι προσφέρει μια θετική μη φυσιολογική απόδοση (value effect).

Επομένως, δεδομένου ότι οι διαχειριστές γνωρίζουν την ύπαρξη της συγκεκριμένης επενδυτικής πολιτικής αναμένουμε ένα θετικό συντελεστή ευαισθησίας ως προς τον παράγοντα *HML*.

Τέλος, ο παράγοντας *MOM* αναπαράγει μια παθητική στρατηγική ταυτόχρονης αγοράς (θέση *long*) μετοχών νικητών (υψηλή παρελθούσα απόδοση) και πώλησης (θέση *short*) μετοχών ηττημένων (χαμηλή παρελθούσα απόδοση) στο πνεύμα των Jegadeesh & Titman (1993). Η συγκεκριμένη επενδυτική στρατηγική, όπως και οι προηγούμενες, έχει αποδειχθεί ότι αποδίδει μια θετική μη φυσιολογική απόδοση (*momentum effect*). Αυτό που αναμένουμε λοιπόν είναι ένα θετικό συντελεστή ευαισθησίας και ως προς τον παράγοντα *MOM*.

Για την κατασκευή των παθητικών χαρτοφυλακίων αναφοράς χρησιμοποιούμε την μεθοδολογία κατασκευής των παραγόντων που αναπτύχθηκε από τους Otten & Bams (2002) με κάποιες μικρές διαφοροποιήσεις στα κατώφλια ταξινόμησης (*cutoff points*) λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της εγχώριας χρηματιστηριακής αγοράς. Για την κατασκευή των παραγόντων *SMB*, *HML* και *MOM* χρησιμοποιήθηκαν όλες οι μετοχές που περιέχονται στην λίστα της *Worldscope* για την Ελλάδα και η οποία καλύπτει πάνω από το 90% των εισηγμένων μετοχών.

Αρχικά κατατάσσουμε όλες τις μετοχές με βάση την χρηματιστηριακή αξία (*market value*) στο τέλος του προηγούμενου έτους. Οι μετοχές που συνθέτουν το ανώτερο 30% της συνολικής χρηματιστηριακής αξίας αποτελούν το χαρτοφυλάκιο μετοχών μεγάλης κεφαλαιοποίησης ενώ οι μετοχές που συνθέτουν το κατώτατο 30% αποτελούν το χαρτοφυλάκιο μετοχών μικρής κεφαλαιοποίησης. Στην συνέχεια, υπολογίζεται η απόδοση του κάθε χαρτοφυλακίου ως ο απλός μέσος όρος των αποδόσεων των μετοχών που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο ενώ ο παράγοντας *SMB* προκύπτει μετά την αφαίρεση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου των μετοχών μεγάλης κεφαλαιοποίησης από την απόδοση του χαρτοφυλακίου των μετοχών μικρής κεφαλαιοποίησης σε κάθε μήνα.

Για τον παράγοντα *HML* συλλέγουμε στοιχεία για τον λόγο Λογιστική Αξία προς Αγοραία Αξία (*Book to market value*) των εισηγμένων μετοχών και τις κατατάσσουμε με φθίνουσα σειρά. Οι μετοχές που αποτελούν το ανώτατο 30% της συνολικής χρηματιστηριακής αξίας απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο των

μετοχών αξίας (value) ενώ το κατώτατο 30% της συνολικής χρηματιστηριακής αξίας απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο των μετοχών ανάπτυξης (growth). Στην συνέχεια, υπολογίζεται η απόδοση του κάθε χαρτοφυλακίου ως ο απλός μέσος όρος των αποδόσεων των μετοχών που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο ενώ ο παράγοντας *HML* προκύπτει μετά την αφαίρεση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου των μετοχών ανάπτυξης από την απόδοση του χαρτοφυλακίου των μετοχών αξίας για κάθε εβδομάδα.

Για την κατασκευή του παράγοντα που λαμβάνει υπόψη την ανωμαλία του φαινομένου της στιγμιαίας επένδυσης (momentum) των Jegadeesh & Titman (1992) χρησιμοποιούμε τις ετήσιες απλές αποδόσεις των μετοχών κατά την διάρκεια του προηγούμενου έτους. Οι μετοχές, λοιπόν, κατατάσσονται σύμφωνα με την απόδοση που σημείωσαν το προηγούμενο έτος κατά φθίνουσα σειρά. Οι μετοχές που αποτελούν το ανώτατο 30% της συνολικής χρηματιστηριακής αξίας απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο των μετοχών-νικητών ενώ το κατώτατο 30% της συνολικής χρηματιστηριακής αξίας απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο των μετοχών-ηττημένων. Ύστερα, υπολογίζεται η απόδοση του κάθε χαρτοφυλακίου ως ο απλός μέσος όρος των αποδόσεων των μετοχών που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο ενώ ο παράγοντας *MOM* προκύπτει ως η διαφορά της απόδοσης του χαρτοφυλακίου των μετοχών-νικητών και του χαρτοφυλακίου των μετοχών-ηττημένων. Όλα τα παραπάνω χαρτοφυλάκια διατηρούνται για ένα έτος και στην συνέχεια αναπροσαρμόζονται.

Στην συνέχεια, παρουσιάζονται διαδοχικά τα αποτελέσματα εκτίμησης κάθε υποδείγματος ξεκινώντας από το απλούστερο και καταλήγοντας στο πιο ολοκληρωμένο.

Τα εμπειρικά αποτελέσματα από την εκτίμηση του κλασικού συντελεστή άλφα του Jensen για το υπό εξέταση Α/Κ αποκαλύπτουν μια στατιστικά σημαντική θετική (σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 5%) μη φυσιολογική απόδοση της τάξης του 0,44% σε εβδομαδιαία βάση. Με βάση τα συγκεκριμένα στοιχεία ο διαχειριστής του συγκεκριμένου χαρτοφυλακίου κρίνεται θετικά καθώς προσθέτει αξία στο χαρτοφυλάκιο που διαχειρίζεται. Ωστόσο, καθώς στο υπόδειγμα προστίθενται γνωστοί παράγοντες κινδύνου μειώνεται τόσο το μέγεθος της φυσιολογικής απόδοσης όσο και η στατιστική σημαντικότητα της. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι στην περίπτωση του υποδείγματος του Carhart η

σταθερά της παλινδρόμησης διαμορφώνεται σε 0,20% ενώ είναι και στατιστικά ασήμαντη.

Αποτελέσματα εκτίμησης άλφα του Jensen

Dependent Variable: Y1
Method: Least Squares
Date: 16/10/08 Time: 16:12
Sample: 1 50
Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.004466	0.001861	2.399715	0.0203
GD	1.049772	0.069115	15.18870	0.0000
R-squared	0.827770	Mean dependent var		0.007950
Adjusted R-squared	0.824182	S.D. dependent var		0.031145
S.E. of regression	0.013059	Akaike info criterion		-5.799429
Sum squared resid	0.008186	Schwarz criterion		-5.722948
Log likelihood	146.9857	F-statistic		230.6966
Durbin-Watson stat	1.902341	Prob(F-statistic)		0.000000

Αποτελέσματα εκτίμησης επαυξημένου άλφα του Jensen

Dependent Variable: Y1
Method: Least Squares
Date: 16/10/08 Time: 16:11
Sample: 1 50
Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.004148	0.001882	2.204288	0.0324
GD	1.048436	0.069016	15.19121	0.0000
BOND	-0.510359	0.475079	-1.074263	0.2882
R-squared	0.831897	Mean dependent var		0.007950
Adjusted R-squared	0.824744	S.D. dependent var		0.031145
S.E. of regression	0.013039	Akaike info criterion		-5.783686
Sum squared resid	0.007990	Schwarz criterion		-5.668965
Log likelihood	147.5922	F-statistic		116.2955
Durbin-Watson stat	1.936511	Prob(F-statistic)		0.000000

Αποτελέσματα εκτίμησης άλφα των Fama & French

Dependent Variable: Y1
Method: Least Squares
Date: 16/10/08 Time: 16:10
Sample: 1 50
Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.003028	0.001538	1.968192	0.0551
GD	1.061045	0.059166	17.93329	0.0000
SMB	0.284779	0.073412	3.879188	0.0003
HML	0.020128	0.126329	0.159326	0.8741
R-squared	0.893030	Mean dependent var		0.007950
Adjusted R-squared	0.886053	S.D. dependent var		0.031145
S.E. of regression	0.010513	Akaike info criterion		-6.195709
Sum squared resid	0.005084	Schwarz criterion		-6.042747
Log likelihood	158.8927	F-statistic		128.0084
Durbin-Watson stat	1.993855	Prob(F-statistic)		0.000000

Αποτελέσματα εκτίμησης άλφα του Carhart

Dependent Variable: Y1
Method: Least Squares
Date: 16/10/08 Time: 16:09
Sample: 1 50
Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.002084	0.001256	1.659361	0.1040
GD	0.961720	0.051639	18.62403	0.0000
SMB	0.294959	0.059295	4.974473	0.0000
HML	0.138248	0.104615	1.321492	0.1930
UMD	0.477769	0.094440	5.058980	0.0000
R-squared	0.931811	Mean dependent var		0.007950
Adjusted R-squared	0.925750	S.D. dependent var		0.031145
S.E. of regression	0.008487	Akaike info criterion		-6.605981
Sum squared resid	0.003241	Schwarz criterion		-6.414779
Log likelihood	170.1495	F-statistic		153.7331
Durbin-Watson stat	1.718726	Prob(F-statistic)		0.000000

Αποτελέσματα εκτίμησης επαυξημένου άλφα του Carhart

Dependent Variable: Y1
Method: Least Squares
Date: 16/10/08 Time: 15:39
Sample: 1 50
Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.002007	0.001273	1.576070	0.1222
GD	0.963137	0.052107	18.48372	0.0000
SMB	0.294804	0.059760	4.933126	0.0000
HML	0.131157	0.106221	1.234760	0.2235
UMD	0.472639	0.095636	4.942058	0.0000
BOND	-0.173853	0.316089	-0.550012	0.5851
R-squared	0.932277	Mean dependent var		0.007950
Adjusted R-squared	0.924581	S.D. dependent var		0.031145
S.E. of regression	0.008553	Akaike info criterion		-6.572833
Sum squared resid	0.003219	Schwarz criterion		-6.343390
Log likelihood	170.3208	F-statistic		121.1407
Durbin-Watson stat	1.757527	Prob(F-statistic)		0.000000

Στην διαδικασία αξιολόγησης της επίδοσης ενός διαχειριστή μας ενδιαφέρει η υπερβάλλουσα απόδοση που προσθέτει ο διαχειριστής στο χαρτοφυλάκιό του που οφείλεται σε γνήσια ικανότητα (pure skills). Είδαμε λοιπόν μέσα από την συγκεκριμένη εφαρμογή ότι η θετική και στατιστικά σημαντική του άλφα του Jensen καταλήγει σε στατιστικά ασήμαντη μόλις ληφθούν υπόψη γνωστοί παράγοντες κινδύνου εκτός της Αγοράς. Τα αποτελέσματα εκτίμησης του επαυξημένου υποδείγματος του Carhart υποδεικνύουν ότι η στατιστικά σημαντική τιμή του άλφα του Jensen οφείλεται πιθανώς στην τακτική που ακολούθησε ο διαχειριστής για το συγκεκριμένο διάστημα αναφορικά με το μέγεθος των εταιρειών (παράγοντας SMB) και την επιλογή μιας στρατηγικής momentum (παράγοντας MOM).

Επιπλέον, αξίζει να σημειωθεί ότι με την χρήση του κριτηρίου του Akaike μπορούμε να επιλέξουμε το καταλληλότερο υπόδειγμα αξιολόγησης. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, μεταξύ εναλλακτικών υποδειγμάτων επιλέγουμε εκείνο που εμφανίζει την μεγαλύτερη σε απόλυτους όρους τιμή κριτηρίου του Akaike. Παρατηρούμε λοιπόν ότι ξεκινώντας από το μονοπααραγοντικό υπόδειγμα και προσθέτοντας διαδοχικά γνωστούς παράγοντες κινδύνου η τιμή του συγκεκριμένου κριτηρίου αυξάνεται, ενδεικτικά αναφέρουμε ότι στην περίπτωση του μονοπααραγοντικού υποδείγματος παρατηρείται η χαμηλότερη

τιμή 5,79 ενώ στην περίπτωση του υποδείγματος του Carhart εντοπίζεται η υψηλότερη τιμή 6,60 του κριτηρίου του Akaike γεγονός που επιβεβαιώνει την υπεροχή του υποδείγματος του Carhart.

Εφαρμογή: Ορθογωνιοποίηση παραγόντων στα πλαίσια πολυπαραγοντικού υποδείγματος αξιολόγησης επίδοσης διαχειριστών Αμοιβαίων Κεφαλαίων

Ένα σημαντικό πρόβλημα που απασχολεί τους ερευνητές όταν πρόκειται να εκτιμήσουν ένα πολυμεταβλητό υπόδειγμα είναι αυτό της πολυσυγγραμμικότητας (multicollinearity). Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η έννοια της πολυσυγγραμμικότητας αναφέρεται στην ύπαρξη υψηλής (αρνητικής ή θετικής) συσχέτισης μεταξύ των ερμηνευτικών μεταβλητών του υποδείγματος με αποτέλεσμα να επηρεάζεται η αξιοπιστία των εκτιμήσεων. Μια αποτελεσματική μέθοδος αντιμετώπισης του προβλήματος της πολυσυγγραμμικότητας είναι αυτή της ορθογωνιοποίησης (orthogonalization) των παραγόντων.

Έστω ότι το υπόδειγμα μας περιλαμβάνει τρεις ανεξάρτητες μεταβλητές X_1, X_2 και X_3 και υπάρχουν υπόνοιες ότι η μεταβλητή X_3 σχετίζεται με τις υπόλοιπες. Εάν προχωρήσουμε στην εκτίμηση του υποδείγματος με την χρήση των τριών μεταβλητών ενδέχεται να δημιουργηθεί σοβαρό πρόβλημα στα εκτιμηθέντα τυπικά σφάλματα. Η διαδικασία ορθογωνιοποίησης συνίσταται λοιπόν στην παλινδρόμηση αρχικά των αποδόσεων του παράγοντα X_3 πάνω στις αποδόσεις των υπολοίπων παραγόντων του υποδείγματος (X_1, X_2) και στην συνέχεια τα κατάλοιπα που προκύπτουν από την παραπάνω παλινδρόμηση (u) χρησιμοποιούνται ως αποδόσεις του παράγοντα X_3 .

Στην συνέχεια, θα χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο της ορθογωνιοποίησης για την διόρθωση της πολυσυγγραμμικότητας στα πλαίσια ενός πολυπαραγοντικού υποδείγματος αξιολόγησης της επίδοσης των διαχειριστών αμοιβαίων κεφαλαίων. Έστω λοιπόν ότι θέλουμε να εκτιμήσουμε μια επauξημένη εκδοχή του πολυπαραγοντικού υποδείγματος του Carhart (1997) το οποίο εκτός από τους 4 γνωστούς παράγοντες κινδύνου περιλαμβάνει και έναν παράγοντα (Low minus High Volume, LHVO) που σχετίζεται με την ρευστότητα των μεμονωμένων μετοχών. Επειδή είναι πιθανό ο νέος παράγοντας LHVO να σχετίζεται με κάποιον ή κάποιους από τους

υπόλοιπους παράγοντες είναι απαραίτητο να προχωρήσουμε σε ορθογωνιοποίηση του νέου παράγοντα. Η διαδικασία ορθογωνιοποίησης συνίσταται αρχικά στην παλινδρόμηση των αποδόσεων του παράγοντα LHVO πάνω στις αποδόσεις των υπολοίπων παραγόντων του υποδείγματος δηλαδή στο χαρτοφυλάκιο της Αγοράς, στον παράγοντα SMB, στον παράγοντα HML και στον παράγοντα MOM και στην συνέχεια τα κατάλοιπα που προκύπτουν από την παρακάτω παλινδρόμηση (u_{LHVO}) χρησιμοποιούνται ως αποδόσεις του παράγοντα LHVO. Δηλαδή:

$$LHVO_t = \alpha_p + \beta_1 R_{mt} + \beta_2 SMB_t + \beta_3 HML_t + \beta_4 MOM_t + u_{LHVO} \quad (202)$$

Και το νέο υπόδειγμα αξιολόγησης της επίδοσης θα δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$R_{pt} - R_{ft} = \alpha_p + \beta_{0p}(R_{mt} - R_{ft}) + \beta_{1p}SMB_t + \beta_{2p}HML_t + \beta_{3p}MOM_t + \beta_{4p}u_{LHVO_t} + u_{pt} \quad (203)$$

Εφαρμογή: Σχέση μεταξύ απόδοσης και κινδύνου ελληνικών μετοχικών A/K εσωτερικού

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θα εφαρμόσουμε μια διαστρωματική ανάλυση της σχέσης μεταξύ απόδοσης και κινδύνου για τα μετοχικά A/K εσωτερικού το έτος 2007. Πιο συγκεκριμένα, θα χρησιμοποιήσουμε στοιχεία για την ετήσια απόδοση και την τυπική απόκλιση των αποδόσεων των A/K (κίνδυνος A/K) για την εκτίμηση μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων της παρακάτω σχέσης:

$$Ret_i = \alpha + \beta SD_i + u_i \quad (204)$$

όπου Ret_i είναι η ετήσια απόδοση του i Αμοιβαίου Κεφαλαίου και

SD είναι η ετησιοποιημένη τυπική απόκλιση των αποδόσεων του i Αμοιβαίου Κεφαλαίου

Σκοπός της συγκεκριμένης εφαρμογής είναι να ελέγξουμε κατά πόσο το επίπεδο συνολικού κινδύνου των Α/Κ σχετίζεται με τις πραγματοποιηθείσες αποδόσεις. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι ετήσιες αποδόσεις καθώς και ο συνολικός κίνδυνος των μετοχικών Α/Κ εσωτερικού για το έτος 2007.

Πίνακας 34

Ετήσιες αποδόσεις και συνολικός κίνδυνος μετοχικών Α/Κ εσωτερικού έτους 2007

Αμοιβαίο Κεφάλαιο	Ετήσια απόδοση (%)	Συνολικός Κίνδυνος (%)
HSBC Αναπτυξιακό	24,03	17,02
HSBC Μεσαίας Κεφαλαιοποίησης	26,15	19,61
ALPHA TRUST Αναπτυξιακό	20,09	14,28
MARFIN ΑΘΗΝΑ Δυναμικό	24,15	18,89
ING Α/Κ Δυναμικών Επιχειρήσεων	24,02	20,41
ALPHA Επιθετικής Στρατηγικής	21,03	17,81
Α/Κ GENIKI Επιλεγμένων Αξιών	19,94	16,80
ΔΗΛΟΣ Small Cap	20,31	17,52
ALPHA TRUST ΝΕΩΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ	19,35	16,37
ΕΡΜΗΣ Πρωτοπόρος	21,03	19,61
ΚΥΠΡΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ	21,7	20,98
ALPHA	18,59	16,73
ALICO Μεσαίας & Μικρής Κεφαλαιοποίησης	21,16	19,83
ALPHA Blue Chips Α/Κ	18,65	16,80
INTERNATIONAL Επιλογής Μετοχικών Αξιών	19,27	18,17
ALPHA Athens Index Fund	19,15	18,82
Π&Κ FTSE-20 Index Fund	18,42	19,90
ΕΡΜΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟ	17,09	18,46
PROBANK ΕΛΛΑΣ	15,52	16,59
METROLIFE ΑΝΑΠΤΥΞΙΑΚΟ	16,67	18,24
ΔΗΛΟΣ Top-30	15,48	16,87
ALICO	15,89	17,88
ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α/Κ Δυναμικών Επιχειρήσεων	16,36	18,68

INTERAMERICAN Αναπτυσ, Εταιριών	16,6	18,82
ALICO FTSE 20 Index Fund	16,71	19,69
EUROBANK ΘΕΣΜΙΚΩΝ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΩΝ	15,14	16,87
EUROBANK MIDCAP Private Sector 50 Index Fund	16,43	19,33
MARFIN ΟΛΥΜΠΙΑ	15,33	17,81
Millennium Mid Cap	16,56	20,41
ΔΗΛΟΣ Blue Chips	15,34	18,03
ALLIANZ	15,89	18,97
ING A/K	15,46	18,39
INTERAMERICAN Δυναμικό	16,09	18,75
INTERNATIONAL Δυναμικών Εταιρειών	15,35	18,75
EUROBANK Value FTSE/ASE 20 Index Fund	15,5	20,19
Π&Κ	13,62	17,38
ΚΥΠΡΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟ	13,9	18,39
ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΠΙΣΤΗ Αναπτυξιακό	13,78	18,75
Millennium Blue Chips	14,43	19,25
ΑΑΑΒ Α.Κ. Blue Chip	13,32	18,60
ΠΕΙΡΑΙΩΣ Α/Κ	12,38	17,02
ALLIANZ Επιθετικής Στρατηγικής	13,28	19,33
CitiFund	12,65	17,45
Α/Κ ΑΤΕ (ΜΕΣΑΙΑΣ & ΜΙΚΡΗΣ ΚΕΦΑΛ)	12,85	18,68
INTERNATIONAL Αναπτυξιακό	11,73	16,01
ΔΗΛΟΣ Χρηματοοικονομικών Εταιριών	12,21	17,09
Α/Κ ΑΤΕ	11,47	16,37
ΑΤΤΙΚΗΣ	11,64	17,02
ΑΑΑΒ Α/Κ	10,34	19,25
ΔΗΛΟΣ Υποδομής & Κατασκευών	10,26	18,03
INTERLIFE	10,09	18,68
ΔΗΛΟΣ Πληροφο. & Τεχνολ.	9,61	17,60
ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΗ ΚΡΗΤΗΣ ΑΚ	8,59	16,37
HSBC Α/Κ TOP 20	7,69	17,60
PROTON	7,68	16,22
ΕΛΛΗΝΙΚΗ TRUST	6,63	16,51

Τα αποτελέσματα της εκτίμησης παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Dependent Variable: RET
Method: Least Squares
Date: 01/05/09 Time: 16:05
Sample: 1 56
Included observations: 56

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.031620	0.077271	-0.409201	0.6840
SD	1.045162	0.425653	2.455431	0.0173
R-squared	0.100437	Mean dependent var	0.157607	
Adjusted R-squared	0.083778	S.D. dependent var	0.044178	
S.E. of regression	0.042287	Akaike info criterion	-3.453634	

Sum squared resid	0.096560	Schwarz criterion	-3.381300
Log likelihood	98.70176	F-statistic	6.029140

Παρατηρούμε ότι οι αποδόσεις των μετοχικών A/K συνδέονται με μια θετική και στατιστικά σημαντική σχέση ($t_\beta=2,45$) με το επίπεδο συνολικού κινδύνου των χαρτοφυλακίων τους. Η οικονομική ερμηνεία της παραπάνω εκτιμηθείσας σχέσης είναι ότι μια μεταβολή του συνολικού κινδύνου κατά 1 ποσοστιαία μονάδα οδηγεί, κρατώντας όλους τους υπόλοιπους παράγοντες σταθερούς, σε μια αύξηση της απόδοσης του αμοιβαίου κεφαλαίου κατά 1 ποσοστιαία μονάδα. Με άλλα λόγια, όσο μεγαλύτερο κίνδυνο ανέλαβαν τα A/K για το συγκεκριμένο έτος τόσο μεγαλύτερη απόδοση αποκόμισαν. Ο συντελεστής προσδιορισμού ο οποίος δηλώνει το ποσοστό των μεταβολών της εξαρτημένης μεταβλητής που ερμηνεύεται από τις μεταβολές της ανεξάρτητης μεταβλητής κυμαίνεται σε χαμηλά επίπεδα κυρίως λόγω της φύσης της ανάλυσης (διαστρωματικά δεδομένα) αλλά και της χρήσης ποσοστών/αποδόσεων.

Εφαρμογή: Έλεγχος ευαισθησίας επίδοσης Αμοιβαίων Κεφαλαίων με την χρήση της μεθόδου εκτίμησης εκατοστιαίων σημείων (quantile regression)

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης διαστρωματικής εφαρμογής θα εξετάσουμε τους προσδιοριστικούς παράγοντες της επίδοσης ενός δείγματος μετοχικών Αμοιβαίων Κεφαλαίων με την χρήση μιας προηγμένης μη παραμετρικής οικονομετρικής μεθόδου. Για τον σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τις σημειακές εκτιμήσεις του συντελεστή άλφα του επαυξημένου υποδείγματος αξιολόγησης της επίδοσης του Carhart (1997) ως εξαρτημένη μεταβλητή καθώς και μια σειρά από λειτουργικά χαρακτηριστικά των Αμοιβαίων Κεφαλαίων λ.χ. μέγεθος ενεργητικού και χαρακτηριστικά κόστους λ.χ. συνολικός λόγος εξόδων ως ανεξάρτητες μεταβλητές.

Η μη παραμετρική μέθοδος εκτίμησης με την χρήση εκατοστιαίων σημείων (quantile estimation) είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε περιπτώσεις όπου παραβιάζεται η υπόθεση της κανονικότητας των εξεταζόμενων μεταβλητών η

οποία αποτελεί μια από τις σημαντικότερες υποθέσεις της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων (OLS). Η συγκεκριμένη μέθοδος λοιπόν παρέχει αξιόπιστες εκτιμήσεις για την σχέση μεταξύ της εξαρτημένης και της/ων ανεξάρτητης/ων μεταβλητών σε διαφορετικές περιοχές της κατανομής της εξαρτημένης μεταβλητής π.χ. στο 5%,25%,75%, 95% κ.λπ. των τιμών της κατανομής της εξαρτημένης μεταβλητής.

Με άλλα λόγια, η μέθοδος εκτίμησης εκατοστιαίων σημείων αντιμετωπίζει αποτελεσματικά έναν από τους βασικότερους περιορισμούς των παραδοσιακών μεθόδων εκτίμησης δεσμευμένου μέσου (conditional mean regression models) όπως είναι η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων καθώς επιτρέπει την εκτίμηση διαφορετικών συναρτήσεων σε διαφορετικές περιοχές της κατανομής συμβάλλοντας με αυτό τον τρόπο στην μελέτη του φαινομένου στα άκρα της κατανομής. Δεδομένου ότι η συγκεκριμένη ανάλυση δεν στηρίζεται σε καμία υπόθεση σχετικά με την δεσμευμένη κατανομή που διέπει τις εξεταζόμενες μεταβλητές είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στην περίπτωση που η εξαρτημένη μεταβλητή εμφανίζει σημαντική ετερογένεια όπως συμβαίνει με τις εκτιμηθείσες επιδόσεις των Αμοιβαίων Κεφαλαίων του δείγματος μας.

Η δεσμευμένη συνάρτηση του τ εκατοστιαίου σημείου της κατανομής ορίζεται ως εξής: $Q_{y_i}(\tau / x) = x_i^T \beta$ (205)

όπου y_i είναι η εξαρτημένη μεταβλητή του υποδείγματος, x_i είναι ένα διάνυσμα των ανεξάρτητων μεταβλητών και β είναι το διάνυσμα των προς εκτίμηση συντελεστών.

Ο εκτιμητής $\hat{\beta}(\tau)$ προκύπτει από την λύση του παρακάτω προβλήματος ελαχιστοποίησης με την χρήση κατάλληλων σταθμίσεων:

$$\hat{\beta}(\tau) = \arg \min_{\beta \in R^p} \sum_{i=1}^n \rho_{\tau}(y_i - x_i^T \beta) \quad (206)$$

όπου ρ_{τ} είναι μια συνάρτηση στάθμισης (weighting function). Για κάθε τιμή του τ που λαμβάνει τιμές στο διάστημα $(0,1)$ η συνάρτηση στάθμισης θα ορίζεται ως εξής:

$$\rho_{\tau}(u_i) = \begin{cases} \tau u_i & \text{εάν } u_i \geq 0 \\ (\tau-1)u_i & \text{εάν } u_i < 0 \end{cases} \quad \text{όπου } u_i = y_i - x_i^T \beta \quad (207)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (206) και (207) προκύπτει η παρακάτω σχέση για τον εκτιμητή $\hat{\beta}(\tau)$:

$$\hat{\beta}(\tau) = \arg \min \left\{ \sum_{i=1}^n \tau \left| y_i - x_i^T \beta \right| + \sum_{i=1}^n (1-\tau) \left| y_i - x_i^T \beta \right| \right\} \quad (208)$$

$i: y_i \geq x_i^T \beta$ $i: y_i < x_i^T \beta$

Παρατηρώντας την σχέση (208) συμπεραίνουμε ότι ο εκτιμητής εκατοστιαίων σημείων των συντελεστών ευαισθησίας του υποδείγματος προκύπτει από την ελαχιστοποίηση του σταθμισμένου αθροίσματος των απόλυτων τιμών των σφαλμάτων όπου οι σχετικές σταθμίσεις εξαρτώνται από το προκαθορισμένο σημείο (τ) της κατανομής.

Επομένως, η διερεύνηση της αλληλεπίδρασης μεταξύ της επίδοσης και λειτουργικών χαρακτηριστικών των εξεταζόμενων αμοιβαίων κεφαλαίων πραγματοποιείται με την εκτίμηση των παρακάτω παλινδρομήσεων για διαφορετικό τ :

$$Q_{\tau}(\tau / X_t) = \alpha_{\tau} + \beta_1 Exp_t + \beta_2 \ln Assets_t + \beta_3 Age_t + \beta_4 Cash_t + u_{\tau} \quad (209)$$

όπου η εξαρτημένη μεταβλητή είναι η μη φυσιολογική απόδοση του κάθε αμοιβαίου κεφαλαίου η οποία προκύπτει μέσω του επαυξημένου υποδείγματος του Carhart

Exp_t είναι ο λόγος των συνολικών εξόδων του αμοιβαίου κεφαλαίου και ο οποίος υπολογίζεται ως το πηλίκο των συνολικών εξόδων προς τον μέσο όρο του ενεργητικού για κάθε έτος

$Assets_t$ το οποίο ισούται με τα συνολικά κεφάλαια υπό διαχείριση του αμοιβαίου κεφαλαίου στο τέλος του έτους

Age_t η μεταβλητή ηλικία η οποία εκφράζει τον αριθμό των ετών από την σύσταση του αμοιβαίου κεφαλαίου

$Cash_t$ η μεταβλητή μετρητά η οποία προσεγγίζει το τμήμα του ενεργητικού του αμοιβαίου κεφαλαίου που διατηρείται σε μετρητά ή ισοδύναμα μετρητών

Τα έξοδα ενός Α/Κ χρεώνονται από την εταιρεία διαχείρισης του Α/Κ με σκοπό να καλύψουν τα πάσης φύσεως διαχειριστικά, λειτουργικά, διαφημιστικά κόστη και επιβαρύνουν αποκλειστικά τους μεριδιούχους. Αξίζει να τονιστεί ότι στα προαναφερθέντα έξοδα δεν συμπεριλαμβάνονται οι διάφορες προμήθειες

εισόδου-εξόδου που ενδεχομένως χρεώνουν οι εταιρείες διαχείρισης. Τα αποτελέσματα της διεθνούς βιβλιογραφίας σχετικά με την επίδραση των διαφόρων εξόδων στην επίδοση δεν είναι ξεκάθαρα. Ένα θετικό πρόσημο θα υποδηλώνει πως τα έξοδα που επιβαρύνουν το ενεργητικό του ΑΚ χρησιμοποιούνται για την ανακάλυψη και αξιοποίηση επενδυτικών ευκαιριών προς όφελος του ΑΚ και των μεριδιούχων του. Από την άλλη πλευρά, η ηλικία ενός Α/Κ μετράει την ικανότητα του Α/Κ να επιβιώνει, το κύρος του καθώς και την αφοσίωση που επιδεικνύουν οι μεριδιούχοι του. Ένα θετικό πρόσημο του συντελεστή ευαισθησίας της ηλικίας θα υποδείκνυε πως ένα «ώριμο» ΑΚ μπορεί να επεξεργαστεί αποτελεσματικά όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες και να προσφέρει στους μεριδιούχους του υψηλές αποδόσεις. Το ενεργητικό του Α/Κ αποτελεί κριτήριο της αποδοχής του από την αγορά σύμφωνα με τους Prather et al (2004) ενώ η θετική σχέση με την επίδοση σηματοδοτεί και την ύπαρξη πιθανών οικονομιών κλίμακος. Αντίθετα, υπάρχουν ερευνητές οι οποίοι ισχυρίζονται ότι το μεγάλο μέγεθος ενεργητικού φθείρει την επίδοση των Α/Κ λόγω την εξόδων συναλλαγών τα οποία σχετίζονται με την ρευστότητα ή την επίδραση στην τιμή των μετοχών. Οι εξαγορές μεριδίων συνδέονται με το ποσοστό ρευστών που διαθέτει το Α/Κ στο χαρτοφυλάκιο του. Ένα αρνητικό πρόσημο μεταξύ επίδοσης και μετρητών που περιέχονται στο χαρτοφυλάκιο του Α/Κ υποδηλώνει ότι οι διαχειριστές Α/Κ που διαθέτουν μεγαλύτερο μέρος του ενεργητικού σε ρευστά διαθέσιμα σημειώνουν χειρότερη επίδοση από αυτούς που κρατούν μικρότερο ποσοστό σε μετρητά ή ισοδύναμα μετρητών.

Στον παρακάτω πίνακα απεικονίζονται τα αποτελέσματα εκτίμησης της σχέσης (209) για διαφορετικές τιμές του t .

Πίνακας 35
Αποτελέσματα εκτίμησης με την μέθοδο των εκατοστιαίων σημείων

	Constant	Exp _t	lnAssets _t	Age _t	Cash _t	R ²
Quantile (τ=5%)	0,0172 (2,46)**	-0,2384 (-2,93)***	-0,0006 (-1,79)*	-0,0002 (-0,60)	-0,0198 (-1,65)*	30,19%
Quantile (τ=25%)	0,0059 (-1,58)	-0,053 (-1,60)	-0,0003 (-1,27)	0,00004 (0,54)	-0,02 (-3,07)***	16,84%
Quantile (τ=50%)	0,0043 (-0,99)	-0,0673 (-2,02)**	-0,0002 (-0,85)	0,00006 (0,78)	-0,005 (-0,57)	3,77%
Quantile (τ=75%)	0 (0,00)	-0,0187 (-0,46)	-0,0005 (-0,01)	-0,0004 (-0,27)	0,0066 (0,55)	1,29%
Quantile (τ=95%)	-0,0102 (-0,54)	-0,0998 (-1,16)	0,0007 (0,68)	-0,0002 (-0,49)	0,0447 (1,88)*	13,14%

όπου * υποδηλώνει στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο σημαντικότητας 10%

** υποδηλώνει στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο σημαντικότητας 5%

*** υποδηλώνει στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο σημαντικότητας 1%

Παρατηρώντας τα στοιχεία του πίνακα προκύπτουν μερικά σημαντικά ευρήματα. Πρώτον, τα έξοδα εμφανίζουν μια αρκετά σημαντική αρνητική επίδραση τόσο σε επίπεδο απόλυτου μεγέθους (συντελεστής 0,2384) όσο και σε επίπεδο σημαντικότητας ιδιαίτερα για τις χαμηλές επιδόσεις των αμοιβαίων κεφαλαίων του δείγματος, δηλαδή για τ=5%. Στα υπόλοιπα σημεία της κατανομής με εξαίρεση για τ=50% η σχέση μεταξύ εξόδων και επίδοσης παραμένει αρνητική αλλά δεν εμφανίζεται στατιστικά σημαντική. Όσον αφορά το μέγεθος του ενεργητικού κι αυτό φαίνεται να επηρεάζει αρνητικά την τελική επίδοση του αμοιβαίου κεφαλαίου. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, όσο μεγαλύτερο είναι το αμοιβαίο κεφάλαιο τόσο χαμηλότερη επίδοση εμφανίζει γεγονός το οποίο ενδεχομένως να οφείλεται σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά της εγχώριας κεφαλαιαγοράς όπως μικρό μέγεθος και ρηχότητα. Τέλος, η μεταβλητή ρευστότητας εμφανίζει ανάμικτα αποτελέσματα. Σε χαμηλά επίπεδα επίδοσης, δηλαδή για τ=5% και τ=25% η ρευστότητα εμφανίζεται να ασκεί αρνητική επίδραση στην επίδοση ενώ καθώς προχωράμε προς τα δεξιά της κατανομής για τ=95% η εικόνα αντιστρέφεται και η μεταβλητή ρευστότητας εμφανίζει θετικό και στατιστικά σημαντικό πρόσημο.

Εφαρμογή: Εκτίμηση συστηματικού κινδύνου μετοχών στο Χ.Α.Α. μέσω του υποδείγματος του Dimson (1979)

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θα επιχειρήσουμε να αναδείξουμε το πρόβλημα της επίδρασης της χαμηλής εμπορευσιμότητας (thin trading) στην εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου των μετοχών. Στα πλαίσια του συγκεκριμένου παραδείγματος θα χρησιμοποιήσουμε τις ημερήσιες αποδόσεις για το 2008 δύο μετοχών εισηγμένων στο ελληνικό χρηματιστήριο, την μετοχή της BETANET και την μετοχή της ΔΕΗ καθώς και τις αντίστοιχες αποδόσεις του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών.

Για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου των μετοχών θα χρησιμοποιήσουμε το κλασικό υπόδειγμα της Αγοράς καθώς και την μέθοδο εκτίμησης του Dimson (1979) ενώ για την επιλογή του κατάλληλου υποδείγματος θα χρησιμοποιήσουμε το κριτήριο του Akaike (1973).

Ο Dimson (1979) προτείνει την εκτίμηση του πιο κάτω υποδείγματος:

$$R_{it} = a_i + \sum_{k=-m}^m \beta_k R_{mt} + \omega_t \quad (210)$$

όπου

R_{it} είναι η απόδοση της μετοχής κατά την περίοδο t ,

R_{mt} είναι η απόδοση της χρηματιστηριακής αγοράς με κατάλληλες χρονικές προηγήσεις (leads) και υστερήσεις (lags),

ω_t είναι ένας τυχαίος στοχαστικός όρος ο οποίος υποθέτουμε ότι πληρεί τις υποθέσεις του γραμμικού υποδείγματος.

Ο εκτιμητής του συστηματικού κινδύνου κατά τον Dimson ορίζεται ως το άθροισμα των συντελεστών παλινδρόμησης της σχέσης (210), δηλαδή :

$$b_d = \sum_{k=-m}^m \beta_k \quad (211)$$

Οι τιμές του m επιλέγονται χρησιμοποιώντας εξωγενείς πληροφορίες για τον βαθμό εμπορευσιμότητας των χρεογράφων ή χρησιμοποιώντας τα κλασικά οικονομετρικά κριτήρια των Akaike και Schwarz.

Ο εκτιμητής του Dimson αποτελεί γενίκευση του εκτιμητή του υποδείγματος της αγοράς. Όπως είναι φανερό, οι δυο προσεγγίσεις ταυτίζονται εάν $m=0$.

Αξίζει να σημειωθεί ότι κατά την διάρκεια της εκτίμησης δοκιμάσαμε διαφορετικές χρονικές υστερήσεις και προηγήσεις της ανεξάρτητης μεταβλητής. Όπως φαίνεται στους δυο πρώτους πίνακες που ακολουθούν στην περίπτωση της μετοχής της BETANET εάν χρησιμοποιήσουμε το κλασικό υπόδειγμα της Αγοράς τα αποτελέσματα εκτίμησης του οποίου απεικονίζονται στον πρώτο πίνακα λαμβάνουμε μόνο ένα μέρος του πραγματικού μεγέθους του συστηματικού κινδύνου της μετοχής. Έτσι εάν χρησιμοποιήσουμε ένα υπόδειγμα στο οποίο η ανεξάρτητη μεταβλητή εμφανίζεται με δυο χρονικές υστερήσεις επιτυγχάνουμε ακριβέστερη εκτίμηση όπως αποκαλύπτεται και από την υψηλότερη κατά απόλυτη τιμή του κριτηρίου του Akaike (2,84 έναντι 2,82). Επιπλέον, ο συντελεστής βήτα της συγκεκριμένης μετοχής θα αποτελεί το άθροισμα των τριών συντελεστών ευαισθησίας ως προς τις τρεις ανεξάρτητες μεταβλητές GDXAA, GDXAA(-1) & GDXAA (-2). Η εκτίμηση του συντελεστή βήτα της μετοχής της BETANET για την συγκεκριμένη περίοδο θα είναι ίσος με $0,887+0,258+0,421=1,566$ ο οποίος είναι σχεδόν διπλάσιος από την εκτίμηση που μας παρέχει το κλασικό υπόδειγμα της Αγοράς για την ίδια περίοδο (0,897).

Αντίθετα, στην περίπτωση της μετοχής της ΔΕΗ η οποία δεν αντιμετωπίζει προβλήματα χαμηλής εμπορευσιμότητας το κλασικό υπόδειγμα της Αγοράς εμφανίζεται ανώτερο σε όρους του κριτηρίου Akaike σε σχέση με οποιοδήποτε εναλλακτικό υπόδειγμα.

Dependent Variable: BETANET

Method: Least Squares

Date: 01/24/09 Time: 16:41

Sample: 1 261

Included observations: 261

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.005324	0.003682	-1.445969	0.1494
GDXAA	0.896753	0.151929	5.902460	0.0000
R-squared	0.118565	Mean dependent var	-0.008716	
Adjusted R-squared	0.115162	S.D. dependent var	0.062467	
S.E. of regression	0.058760	Akaike info criterion	-2.823079	
Sum squared resid	0.894258	Schwarz criterion	-2.795765	
Log likelihood	370.4118	F-statistic	34.83903	
Durbin-Watson stat	1.720889	Prob(F-statistic)	0.000000	

Dependent Variable: BETANET

Method: Least Squares

Date: 01/24/09 Time: 16:43

Sample (adjusted): 3 261

Included observations: 259 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.003049	0.003718	-0.820134	0.4129
GDXAA	0.887015	0.149817	5.920636	0.0000
GDXAA(-1)	0.258547	0.150015	1.723478	0.0860
GDXAA(-2)	0.421096	0.150415	2.799566	0.0055
R-squared	0.156051	Mean dependent var	-0.009017	
Adjusted R-squared	0.146122	S.D. dependent var	0.062557	
S.E. of regression	0.057806	Akaike info criterion	-2.848130	
Sum squared resid	0.852087	Schwarz criterion	-2.793198	
Log likelihood	372.8328	F-statistic	15.71697	
Durbin-Watson stat	1.772686	Prob(F-statistic)	0.000000	

Dependent Variable: DEH
Method: Least Squares
Date: 01/24/09 Time: 16:48
Sample: 1 261
Included observations: 261

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000411	0.001879	-0.218916	0.8269
GDXAA	0.864214	0.077524	11.14762	0.0000
R-squared	0.324235	Mean dependent var	-0.003680	
Adjusted R-squared	0.321626	S.D. dependent var	0.036404	
S.E. of regression	0.029983	Akaike info criterion	-4.168714	
Sum squared resid	0.232842	Schwarz criterion	-4.141400	
Log likelihood	546.0172	F-statistic	124.2694	
Durbin-Watson stat	1.997218	Prob(F-statistic)	0.000000	

Dependent Variable: DEH
Method: Least Squares
Date: 01/24/09 Time: 16:52
Sample (adjusted): 3 261
Included observations: 259 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000623	0.001940	-0.321331	0.7482
GDXAA	0.869129	0.078166	11.11899	0.0000
GDXAA(-1)	-0.072717	0.078269	-0.929063	0.3537
GDXAA(-2)	0.019812	0.078478	0.252459	0.8009
R-squared	0.326688	Mean dependent var	-0.003708	
Adjusted R-squared	0.318767	S.D. dependent var	0.036541	
S.E. of regression	0.030160	Akaike info criterion	-4.149290	
Sum squared resid	0.231951	Schwarz criterion	-4.094358	
Log likelihood	541.3331	F-statistic	41.24169	
Durbin-Watson stat	1.994740	Prob(F-statistic)	0.000000	

Εφαρμογή: Προσδιοριστικοί παράγοντες πληθωρισμού

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης εφαρμογής επιχειρούμε να προσδιορίσουμε την σχέση μεταξύ των μεταβολών του δείκτη τιμών του καταναλωτή (πληθωρισμού) και δυο σημαντικών συστατικών του ΑΕΠ της Ελλάδας δηλαδή της συνολικής κυβερνητικής κατανάλωσης (general government final consumption) η οποία περιλαμβάνει δαπάνες της κυβέρνησης για αγορές καταναλωτικών αγαθών και υπηρεσιών π.χ. αμοιβή υπαλλήλων κ.λπ. καθώς και των ακαθάριστων κεφαλαιουχικών επενδύσεων (gross fixed capital formation). Το τελευταίο συστατικό αποτελεί άλλωστε έναν δείκτη των δαπανών που αποσκοπούν περισσότερο στην δημιουργία επιπρόσθετης αξίας σε μια οικονομία παρά στην τόνωση της κατανάλωσης. Τα δεδομένα μας περιλαμβάνουν ετήσια στοιχεία της ελληνικής οικονομίας σε τρέχουσες τιμές για την περίοδο 1960-2009 και προέρχονται από την βάση δεδομένων της Παγκόσμιας Τράπεζας. Το υπόδειγμα που περιγράφει την σχέση μεταξύ του πληθωρισμού και των συστατικών του ΑΕΠ είναι το εξής:

$$Infl_t = \alpha + \beta GFC_t + \gamma GFCF_t + u_t \quad (212)$$

όπου

$Infl_t$ ο πληθωρισμός της χώρας

GFC_t είναι οι κυβερνητικές δαπάνες για την αγορά καταναλωτικών αγαθών και υπηρεσιών και

$GFCF_t$ είναι οι δαπάνες της κυβέρνησης που προορίζονται για επενδύσεις και

α, β, γ είναι οι παράμετροι προς εκτίμηση

Τα αποτελέσματα της εκτίμησης απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα. Σημειώνεται πως τα εκτιμηθέντα τυπικά σφάλματα των συντελεστών προέκυψαν με την μέθοδο διόρθωσης των Newey-West (1987). Παρατηρώντας τις τιμές των εκτιμηθέντων συντελεστών της παλινδρόμησης προκύπτει μια θετική και στατιστικά σημαντική σχέση μεταξύ των μεταβολών του γενικού επιπέδου τιμών και των κυβερνητικών δαπανών που προορίζονται τόσο για την αγορά καταναλωτικών αγαθών και υπηρεσιών (GFC) όσο και των δαπανών που σχετίζονται με επενδύσεις (GFCF). Αξίζει

να σημειωθεί ότι ο συντελεστής ευαισθησίας ως προς τις καταναλωτικές δαπάνες είναι σχεδόν τριπλάσιος σε μέγεθος από τον αντίστοιχο συντελεστή ως προς τις επενδυτικές δαπάνες αναδεικνύοντας την ισχυρότερη επίδραση της συγκεκριμένης μεταβλητής στην διαμόρφωση του πληθωρισμού.

Dependent Variable: CPI

Method: Least Squares

Date: 07/26/11 Time: 11:50

Sample: 1 49

Included observations: 49

Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=3)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	-0.017455	0.017586	-0.992583	0.3261
GFC	0.556764	0.107289	5.189408	0.0000
GFCF	0.192085	0.078146	2.458035	0.0178
R-squared	0.470553	Mean dependent var		0.097751
Adjusted R-squared	0.447533	S.D. dependent var		0.082876
S.E. of regression	0.061600	Akaike info criterion		-2.677044
Sum squared resid	0.174549	Schwarz criterion		-2.561218
Log likelihood	68.58757	Hannan-Quinn criter.		-2.633099
F-statistic	20.44152	Durbin-Watson stat		1.288953
Prob(F-statistic)	0.000000			

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

Ανάλυση Χρονολογικών Σειρών

9.1 Γνωστές μορφές χρονολογικών σειρών

9.1.1 Το Υπόδειγμα του Λευκού Θορύβου (White Noise)

Ισχυριζόμενοι ότι η παρατηρούμενη χρονολογική σειρά είναι στάσιμη, υποθέτουμε ότι οι τυχαίες μεταβλητές $X_1, X_2, \dots$ έχουν την ίδια μέση τιμή και διακύμανση:

$$\begin{aligned} E(X_t) &= \mu \\ \text{var}(X_t) &= \sigma^2, \forall t=1,2,\dots \end{aligned} \quad (213)$$

Το απλούστερο υπόδειγμα για μια στάσιμη χρονολογική σειρά είναι αυτό του οποίου οι τυχαίες μεταβλητές X_t είναι ανεξάρτητες και έχουν την ίδια κατανομή πιθανότητας σε κάθε χρονική στιγμή t . Προκειμένου να κατασκευάσουμε κατάλληλους ελέγχους και διαστήματα εμπιστοσύνης, είναι απαραίτητο στα πλαίσια της στατιστικής θεωρίας, να υποθέσουμε ότι η από κοινού κατανομή πιθανότητας (joint distribution) είναι η κανονική. Υποθέτουμε δηλαδή ότι οι τυχαίες μεταβλητές X_t είναι ανεξάρτητες και ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέσο μ και διακύμανση σ^2_x . Γράφουμε λοιπόν το υπόδειγμα

$$X_t = \alpha + u_t \quad (214)$$

όπου η σειρά u_t ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέσο 0 και διακύμανση σ^2_u και α είναι μια σταθερά. Σε αυτή την περίπτωση η σειρά u_t ονομάζεται λευκός θόρυβος (white noise).

Μια σειρά λευκού θορύβου δεν έχει δομή και κύριο χαρακτηριστικό των συγκεκριμένων σειρών είναι η ανεξαρτησία μεταξύ των όρων της με αποτέλεσμα ότι συνέβη την χρονική στιγμή t να μην επηρεάζεται από τις παρελθούσες τιμές της σειράς και ούτε να επηρεάζει τις μελλοντικές τιμές της σειράς. Για τον λόγο αυτό μια τέτοια σειρά θεωρείται τυχαία.

9.1.2 Τυχαίος περίπατος (Random walk)

Μια χρονολογική σειρά X_t ονομάζεται τυχαίος περίπατος (random walk) εάν ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$X_{t+1} = X_t + u_{t+1} \quad (215)$$

όπου u_t και u_{t+s} είναι ασυσχέτιστα για όλες τις μη μηδενικές τιμές του s και $Eu_t = 0$.

Εάν χρησιμοποιήσουμε τον τύπο των πρώτων διαφορών $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$ στο παραπάνω υπόδειγμα προκύπτει

$$X_t = \alpha X_{t-1} + u_t \quad (216)$$

όπου u_t είναι ένα ανεξάρτητο και στάσιμο τυχαίο σφάλμα. Στην περίπτωση αυτή για $\alpha=1$ καταλήγουμε στο $\Delta X_t = u_t$ και λέμε ότι η διαδικασία περιέχει μια μοναδιαία ρίζα (unit root) δηλαδή η σειρά X_t είναι μη στάσιμη και ακολουθεί το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου. Η ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας υπονοεί ότι η τάση μιας χρονολογικής σειράς είναι στοχαστική. Εάν $|\alpha| < 1$ τότε η διαδικασία είναι στάσιμη.

Συχνά, μέσω πρώτων διαφορών καθίσταται δυνατή η στασιμότητα της μη-στάσιμης σειράς. Στην περίπτωση αυτή, θα λέμε ότι η σειρά είναι

ολοκληρώσιμη πρώτης τάξης (integrated of order 1, $I(1)$). Ο έλεγχος μοναδιαίας ρίζας είναι σημαντικός στην ανάλυση των χρηματοοικονομικών χρονολογικών σειρών. Η παρουσία μοναδιαίας ρίζας είναι συχνά μια θεωρητική συνέπεια των υποδειγμάτων που υποθέτουν ότι οι συναλλασσόμενοι κάνουν ορθολογική χρήση του διαθέσιμου συνόλου πληροφοριών. Αρκετές φορές στην χρηματοοικονομική έρευνα οι αναλυτές χρησιμοποιούν δεδομένα με πολλές παρατηρήσεις από μικρό χρονικό διάστημα ενώ αντίθετα, δεν είναι συχνά διαθέσιμα δεδομένα σε πολύ μεγάλα χρονικά διαστήματα. Αντίθετα, όμως, με άλλες περιπτώσεις ελέγχων υποθέσεων, η δύναμη του ελέγχου της υπόθεσης μοναδιαίας ρίζας εξαρτάται περισσότερο από το χρονικό διάστημα και λιγότερο από το αριθμό παρατηρήσεων. Είναι προτιμότερο, δηλαδή, να διαθέτουμε μεγάλο χρονικό διάστημα και λιγότερες παρατηρήσεις από πολλές παρατηρήσεις σε μικρό χρονικό διάστημα.

Επίσης, στα πλαίσια της χρηματοοικονομικής έρευνας χρησιμοποιούμε συνήθως αποδόσεις και όχι τα επίπεδα των τιμών. Αυτό συμβαίνει διότι οι χρηματοοικονομικές σειρές των αποδόσεων είναι στάσιμες δηλαδή $I(1)$ και η χρήση τους επιτρέπει την εφαρμογή των διαθέσιμων εργαλείων που στηρίζονται στην υπόθεση των στάσιμων χρονολογικών σειρών. Επιπλέον, επιτρέπει την σύνδεση στατιστικής ανάλυσης και χρηματοοικονομικής θεωρίας μέσω της υπόθεσης των αποτελεσματικών αγορών (efficient market hypothesis) η οποία υποθέτει ότι οι τιμές και οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων δεν μπορούν να προβλεφθούν με την χρήση παρελθουσών στοιχείων. Μόνη εξαίρεση αποτελεί η χρήση της τεχνικής ανάλυσης.

9.2 Έλεγχος στασιμότητας αποδόσεων με το κριτήριο των Dickey-Fuller (DF)

Ο έλεγχος Dickey-Fuller εξετάζει την συνθήκη κατά την οποία μια στοχαστική διαδικασία εμφανίζει μοναδιαία ρίζα, όπως επίσης και κατά πόσο οι πρώτες

διαφορές της διαδικασίας συμβάλλουν σημαντικά στην απομάκρυνση αυτής της ρίζας. Ο έλεγχος απαιτεί την εκτίμηση του παρακάτω υποδείγματος:

$$\Delta X_t = \alpha_1 X_{t-1} + u_t \quad (217)$$

όπου u_t είναι μια ανεξάρτητη και στάσιμη διαδικασία. Στο συγκεκριμένο έλεγχο εξετάζουμε την στατιστική t-student του συντελεστή α_1 κάτω από την μηδενική υπόθεση $H_0: \alpha_1 = 0$.

Ο παραπάνω έλεγχος ισοδυναμεί με τον έλεγχο της υπόθεσης ότι η σειρά X_t ακολουθεί το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου (random walk) που σημαίνει ότι περιέχει μια μοναδιαία ρίζα και είναι μια μη στάσιμη σειρά. Η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται εάν η στατιστική t-student είναι μεγαλύτερη σε απόλυτη τιμή από την κριτική τιμή t_1 (Fuller, 1979). Η σύγκριση της στατιστικής t-student του συντελεστή α_1 πραγματοποιείται με την χρήση της σχετικής κατανομής που παρείχαν για τον έλεγχο αυτό οι Dickey και Fuller (1979) και όχι μέσω της γνωστής κατανομής.

Είναι επίσης πιθανό η χρονολογική σειρά που εξετάζουμε να συμπεριφέρεται ως ένα υπόδειγμα τυχαίου περιπάτου με περιπλάνηση (drift), που σημαίνει ότι εμφανίζει μη μηδενικό μέσο και πρέπει στην παραπάνω εξίσωση να προστεθεί ένας σταθερός όρος. Σε αυτή την περίπτωση η κριτική τιμή είναι η t_2 και η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται όταν $|t(\alpha_1)| > t_2$.

Επίσης στο παραπάνω υπόδειγμα μπορεί να προστεθεί και μια μεταβλητή χρονικής τάσης (t). Στην συγκεκριμένη περίπτωση η μηδενική υπόθεση εκφράζει την X_t ως ένα τυχαίο περίπατο με περιπλάνηση γύρω από μια στοχαστική τάση, $\alpha_1 = 0$. Η υπόθεση αυτή απορρίπτεται όταν $|t(\alpha_1)| > t_3$.

Συνοψίζοντας, ο έλεγχος στασιμότητας μιας χρονολογικής σειράς μέσω της μεθόδου των Dickey και Fuller (1979) μπορεί να διεξαχθεί μέσω των ακόλουθων τριών υποδειγμάτων τα οποία τροποποιούν το αρχικό υπόδειγμα ανάλογα με το αν κρίνουμε απαραίτητη την εισαγωγή σταθερού όρου (random walk with drifting process) ή την εισαγωγή του χρόνου/τάσης:

$$(\alpha) \Delta X_t = \alpha_1 X_{t-1} + u_t \quad (218)$$

$$(\beta) \Delta X_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1} + u_t \quad (219)$$

$$(\gamma) \Delta X_t = \alpha_0 + \beta t + \alpha_1 X_{t-1} + u_t \quad (220)$$

Η μηδενική υπόθεση για κάθε ένα από τα παραπάνω υποδείγματα έχει ως εξής:

(α) H_0 : Η X_t είναι τυχαίος περίπατος, $\alpha_1=0$

(β) H_0 : Η X_t είναι τυχαίος περίπατος με περιπλάνηση (drift), $\alpha_1=0$

(γ) H_0 : Η X_t είναι τυχαίος περίπατος με περιπλάνηση γύρω από μια στοχαστική τάση, $\alpha_1=0$

Και για τις τρεις περιπτώσεις η εναλλακτική υπόθεση είναι η ίδια και έχει ως εξής: $H_a: \alpha_1 \neq 0$.

9.3 Υπόθεση των Αποτελεσματικών Αγορών (Efficient Market Hypothesis)

Οι υποστηρικτές της υπόθεσης των αποτελεσματικών αγορών ισχυρίζονται ότι κανείς δεν μπορεί να προβλέψει τις μελλοντικές τιμές των μετοχών βασιζόμενος αποκλειστικά στις παρελθούσες τιμές τους. Οι θεωρητικοί της υπόθεσης του τυχαίου περιπάτου (Random Walk) θεωρούν την τεχνική ανάλυση δεισιδαιμονία και τους τεχνικούς αναλυτές, χειρομάντες.

Την έννοια της αποτελεσματικότητας των αγορών εισήγαγε ο E. Fama στο πρωτοποριακό άρθρο του: "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", Journal of Finance, 1970.

Ο Fama υπαινίσσεται ότι η υπόθεση της αποτελεσματικότητας μπορεί να ορισθεί και να ελεγχθεί σε τρεις μορφές:

1. στη μορφή της ασθενούς αποτελεσματικότητας (Weak form EMH)
2. στη μορφή της ημίσχυρης αποτελεσματικότητας (Semistrong form EMH) και
3. στη μορφή της ισχυρής αποτελεσματικότητας (Strong form EMH).

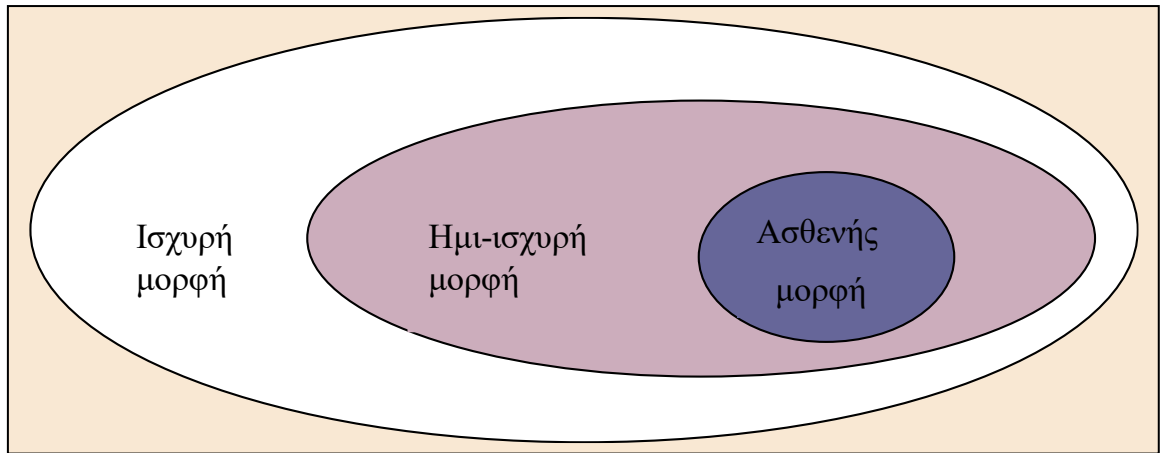
Η βασική διαφορά μεταξύ των τριών μορφών αγοράς, έγκειται στο επίπεδο της πληροφόρησης που αυτές ενσωματώνουν.

Η μορφή της ασθενούς αποτελεσματικότητας υιοθετεί την υπόθεση ότι οι τρέχουσες τιμές των μετοχών αντανακλούν πλήρως όλες τις πληροφορίες της χρηματιστηριακής αγοράς, συμπεριλαμβάνοντας την ιστορική σειρά των τιμών των μετοχών, τις μεταβολές των τιμών, τον όγκο των συναλλαγών κ.λπ. Η υπόθεση αυτή συνεπάγεται ότι δεν υπάρχει καμία σχέση μεταξύ παρελθουσών και μελλοντικών μεταβολών των τιμών, δηλαδή, οι διαχρονικές μεταβολές των τιμών των μετοχών είναι ανεξάρτητες. Ως εκ τούτου, οποιεσδήποτε στρατηγικές αγοραπωλησίας μετοχών (trading rules) οι οποίες εξαρτώνται από τις παρελθούσες μεταβολές των τιμών ή η χρησιμοποίηση δεδομένων του παρελθόντος για να προβλεφθούν οι μελλοντικές μεταβολές των τιμών, δεν έχουν καμία αξία.

Η μορφή της ημιασχυρής αποτελεσματικότητας ισχυρίζεται ότι, οι τιμές των αξιογράφων προσαρμόζονται με ταχύτητα στην ανακοίνωση όλων των νέων δημοσίων πληροφοριών. Κατά συνέπεια, οι τιμές των μετοχών αντανακλούν πλήρως όλες τις δημόσιες πληροφορίες. Η μορφή της ημιασχυρής αποτελεσματικότητας εμπερικλείει την υπόθεση της ασθενούς αποτελεσματικότητας, διότι όλες οι πληροφορίες της αγοράς είναι δημόσιες. Οι δημόσιες πληροφορίες περιλαμβάνουν επιπρόσθετες πληροφορίες, όπως τα κέρδη των εταιρειών, τις διασπάσεις των μετοχών, τα οικονομικά και τα πολιτικά νέα. Ως εκ τούτου, οι επενδυτές οι οποίοι αντιδρούν σε κάποια νέα σημαντική πληροφορία μετά τη δημοσιοποίηση της, δεν θα μπορούν να επιτύχουν υπερκανονικά κέρδη, επειδή η επίδραση των νέων πληροφοριών (υπολογίζοντας και το κόστος της συναλλαγής) έχει ήδη ενσωματωθεί στην τιμή του αξιογράφου.

Η υπόθεση της ισχυρής αποτελεσματικότητας υποστηρίζει ότι οι τιμές των μετοχών αντανακλούν πλήρως όλες τις πληροφορίες, είτε είναι δημόσιες είτε άλλου τύπου. Ως εκ τούτου, καμία ομάδα επενδυτών δεν έχει μονοπωλιακή πρόσβαση σε πληροφορίες που αφορούν το σχηματισμό των τιμών.

Διάγραμμα 36
Μορφές αποτελεσματικότητας της Αγοράς



Η πρακτική σημασία των παραπάνω είναι ότι, καμία ομάδα επενδυτών δεν θα μπορέσει να επιτύχει κατά μέσον όρο και για μεγάλη χρονική περίοδο, υπερκανονικά κέρδη. Η υπόθεση της ισχυρής αποτελεσματικότητας εμπερικλείει και τις δύο προαναφερθείσες μορφές αποτελεσματικότητας, την ασθενή και την ημιοισχυρή. Επιπλέον απαιτεί, εκτός από την υπόθεση των αποτελεσματικών αγορών όπου οι τιμές αντιδρούν και προσαρμόζονται άμεσα στην ανακοίνωση των νέων δημοσίων πληροφοριών και την υπόθεση των τέλει αγορών, σύμφωνα με την οποία όλες οι πληροφορίες είναι διαθέσιμες, την ίδια χρονική στιγμή και για οποιονδήποτε συμμετέχει σ' αυτήν. Πέρα από τις ανωμαλίες που έχουν παρατηρηθεί σε χρηματιστηριακές αγορές (quarterly earnings reports, the size effect, price earnings ratios and returns, January anomaly κ.λπ.), οι εμπειρικές μελέτες συμφωνούν ότι τα χρηματιστήρια της Νέας Υόρκης, του Λονδίνου, αλλά και άλλων αγορών, μπορούν να θεωρηθούν ως αγορές ασθενούς αποτελεσματικότητας.

Οι εμπειρικές μελέτες αναφορικά με τον έλεγχο της υπόθεσης της ημιοισχυρής και της ισχυρής αποτελεσματικότητας χρησιμοποιώντας τα συνήθη κριτήρια είναι αντιφατικές.

Οι υποστηρικτές των αποτελεσματικών αγορών θεωρούν ότι οι αγορές των αξιογράφων είναι τέλειες ή τουλάχιστον όχι πολύ ατελείς. Σε μια τέτοια αγορά, οι τιμές των μετοχών θα αντανakλούν όλες τις διαθέσιμες πληροφορίες από τους συμμετέχοντες στην αγορά και όλες οι μεταβολές των τιμών θα είναι

ανεξάρτητες από οποιεσδήποτε παρελθούσες συμπεριφορές. Η βασική ένσταση απευθύνεται προς τους τεχνικούς αναλυτές οι οποίοι προσπαθούν να προβλέψουν μελλοντικές κινήσεις των τιμών των μετοχών βασιζόμενοι αποκλειστικά σε ιστορικά στοιχεία.

9.3.1 Συνέπειες της Υπόθεσης των Αποτελεσματικών Αγορών

Οι συνέπειες της Υπόθεσης των Αποτελεσματικών Αγορών είναι σημαντικές τόσο για τους επενδυτές όσο και για τις εταιρείες

A. Συνέπειες για τους επενδυτές

- α) Η παρακολούθηση και αξιοποίηση των παρελθουσών τιμών των μετοχών δεν αποδίδει υπερκέρδη.
- β) Η απόδοση των μετοχών είναι συνάρτηση του κινδύνου που ενσωματώνουν.
- γ) Οι επενδυτές πρέπει να αποφασίζουν για το επίπεδο κινδύνου που επιθυμούν να αναλάβουν και να επιλέγουν τις μετοχές τους, ή ακόμα καλύτερα τα χαρτοφυλάκιά τους ανάλογα με τον κίνδυνό τους.
- δ) Δεν είναι απαραίτητο να χρεωνόμαστε το κόστος επενδυτικών συμβουλών επειδή δεν πρόκειται να αποκομίσουμε κάποιο όφελος από αυτές.
- ε) Ωστόσο δεν πρέπει να υποτιμούμε τον ρόλο των ειδικών. Αντίθετα, η ύπαρξή τους και οι αναλύσεις τους συμβάλλουν στην αποτελεσματικότητα της αγοράς.

B. Συνέπειες για την εταιρεία

- α) Οι υπεύθυνοι της εταιρείας πρέπει να επιδεικνύουν εμπιστοσύνη στις αγοραίες τιμές.
- β) Οι αγοραίες τιμές αντιπροσωπεύουν την καλύτερη δυνατή εκτίμηση της πραγματικής αξίας της μετοχής
- γ) Οι τιμές μπορούν να χρησιμοποιηθούν i) για τον υπολογισμό της συνολικής αξίας της εταιρείας, ii) για τον προσδιορισμό του κόστους

κεφαλαίου για την αξιολόγηση των επενδυτικών έργων της εταιρείας και iii) για την αξιολόγηση των επιδόσεων της διοίκησης της εταιρείας.

9.4 Έλεγχοι στα πλαίσια της Θεωρίας Αποτελεσματικών Αγορών

Όπως είδαμε νωρίτερα, μια άμεση συνέπεια της Υπόθεσης των Αποτελεσματικών Αγορών είναι η αδυναμία πρόβλεψης των μελλοντικών αποδόσεων χρησιμοποιώντας δεδομένα του παρελθόντος. Οι μελέτες που ασχολούνται με την ισχύ της Υπόθεσης των Αποτελεσματικών Αγορών μπορούν να διακριθούν σε τρεις μεγάλες κατηγορίες. Πρώτον, υπάρχουν σχετικές μελέτες οι οποίες εστιάζονται στον έλεγχο ύπαρξης εποχιακών σχημάτων (seasonal patterns) στις αποδόσεις των μετοχικών τίτλων. Έτσι, μια σειρά μελετών καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι οι αποδόσεις των μετοχών είναι διαφορετικές από τις αναμενόμενες κατά την διάρκεια συγκεκριμένων ημερών ή μηνών του έτους (φαινόμενο ημέρας της εβδομάδας, φαινόμενο Ιανουαρίου κ.λπ). Μια άλλη κατηγορία ελέγχων εξετάζει την βραχυχρόνια και μακροχρόνια προβλεψιμότητα των αποδόσεων των μετοχικών τίτλων με την χρήση παρελθουσών στοιχείων. Τέλος, κάποιοι ερευνητές εξετάζουν την σχέση μεταξύ των παρατηρούμενων υπερβάλλουσων αποδόσεων μετοχικών τίτλων και συγκεκριμένων χαρακτηριστικών των εταιρειών όπως είναι το μέγεθος των εταιρειών, ο δείκτης αγοραίας αξίας προς λογιστική (market to book) και ο δείκτης χρηματιστηριακή τιμή προς κέρδη ανά μετοχή (P/E).

Εφαρμογή: Έλεγχος υπόθεσης τυχαίου περιπάτου (random walk) στο ελληνικό χρηματιστήριο

Στα πλαίσια ελέγχου της ισχύς των Αποτελεσματικών Αγορών στην εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά θα εξετάσουμε την ύπαρξη γραμμικής σχέσης μεταξύ των διαχρονικών αποδόσεων του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών. Με άλλα λόγια, θα εξετάσουμε την ισχύ της υπόθεσης του τυχαίου περιπάτου (random walk) στην εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά. Ο έλεγχος συνίσταται στην εκτίμηση της παρακάτω παλινδρόμησης:

$$r_t = \alpha + \beta r_{t-1} + u_t \quad (221)$$

όπου

r_t οι αποδόσεις του ΓΔΧΑΑ την χρονική περίοδο t και $t-1$ αντίστοιχα
 α προσεγγίζει την αναμενόμενη απόδοση η οποία δεν σχετίζεται με την παρελθούσα απόδοση

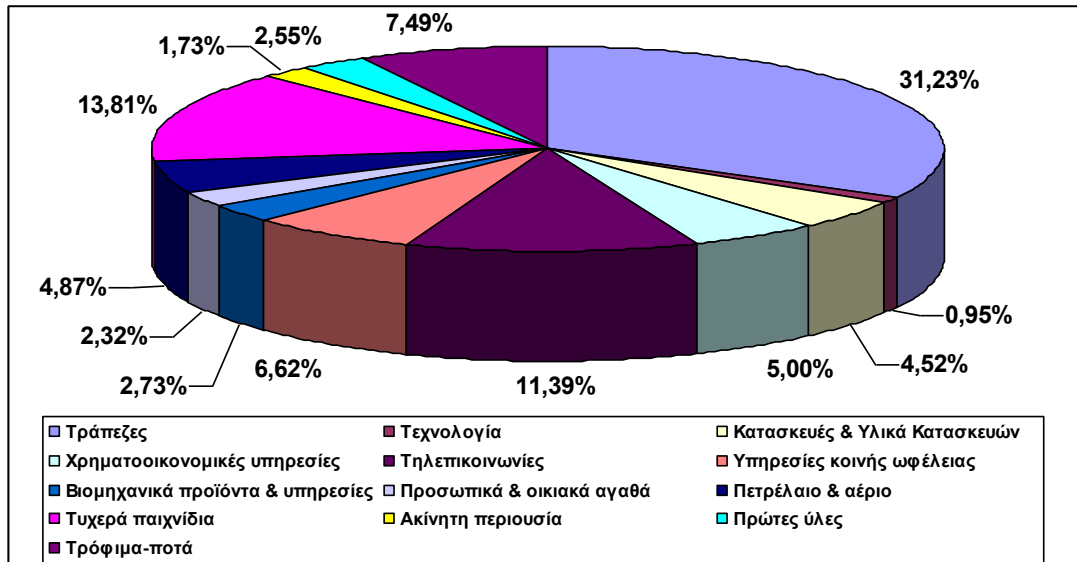
β ο συντελεστής που μετράει την σχέση μεταξύ της τρέχουσας και της παρελθούσας απόδοσης

u_t ένας στοχαστικός όρος ο οποίος προσεγγίζει την μεταβλητότητα των αποδόσεων η οποία δεν οφείλεται στην παρελθούσα απόδοση

Τα στοιχεία της εφαρμογής αφορούν την περίοδο 1/1999-1/2009 και αναφέρονται σε μηνιαία συχνότητα. Ο Γενικός Δείκτης του Χ.Α. δημιουργήθηκε στις 4 Ιανουαρίου 1988 και έχει ως βάση την 31.12.1980 με τιμή βάσης το 100. Τη στιγμή της δημιουργίας του ο Γ.Δ.Χ.Α. περιελάμβανε 49 εταιρίες ή 71 μετοχές, ενώ σήμερα περιλαμβάνει συνολικά 60 μετοχές. Ο δείκτης αυτός είναι σταθμισμένος με βάση τη χρηματιστηριακή αξία, ενώ ο έλεγχος των μετοχών που περιέχονται πραγματοποιείται δυο φορές τον χρόνο. Στο διάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζεται η σύνθεση του ΓΔΧΑΑ στις 31/12/2008.

Διάγραμμα 37

Ο Γενικός Δείκτης του Χ.Α. είναι ένα 100% Μετοχικό Χαρτοφυλάκιο χωρίς διαχειριστή! (Σύνθεση στις 31/12/2008)



Η ερμηνεία της τιμής του δείκτη έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Εάν λοιπόν ο Γενικός Δείκτης του Χ.Α. στις 31.12.2007 ήταν 5.000 μονάδες, αυτό ερμηνεύεται ότι εάν κάποιος επενδυτής είχε τοποθετήσει 100 χρηματικές μονάδες στις 31/12/1980 σε μετοχές του δείκτη και με την συγκεκριμένη στάθμιση, σήμερα οι επενδύσεις του αυτές θα άξιζαν, σε ονομαστικές τιμές, 5.000 μονάδες, δηλαδή θα είχε πολλαπλασιάσει τα χρήματά του ονομαστικά (χωρίς να έχει αφαιρεθεί ο πληθωρισμός) κατά 50 φορές.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εκτίμησης της παραπάνω σχέσης (221).

Dependent Variable: GDXAA
Method: Least Squares
Date: 05/06/09 Time: 13:12
Sample (adjusted): 2 120
Included observations: 119 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.002629	0.006878	-0.382199	0.7030
GDXAA(-1)	0.129633	0.091303	1.419808	0.1583
R-squared	0.016938	Mean dependent var	-0.002927	
Adjusted R-squared	0.008535	S.D. dependent var	0.075316	
S.E. of regression	0.074994	Akaike info criterion	-2.326159	
Sum squared resid	0.658016	Schwarz criterion	-2.279451	
Log likelihood	140.4064	F-statistic	2.015856	
Durbin-Watson stat	2.018651	Prob(F-statistic)	0.158322	

Από τα στοιχεία του πίνακα προκύπτει πως ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης των αποδόσεων του δείκτη είναι στατιστικά ίσος με το μηδέν καθώς η τιμή του κριτηρίου t-student του συντελεστή είναι μικρότερη του 2 ($t_{\beta}=1,42$). Άρα οι παρελθούσες αποδόσεις του δείκτη δεν εμφανίζουν κάποια προβλεπτική ικανότητα για τις αντίστοιχες μελλοντικές. Επομένως δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση του τυχαίου περιπάτου για την συγκεκριμένη χρονική περίοδο στην εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά.

Εφαρμογή: Έλεγχος στασιμότητας αποδόσεων Γενικού Δείκτη Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών

Στην συγκεκριμένη εφαρμογή θα ελέγξουμε την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας στις αποδόσεις του ΓΔΧΑΑ χρησιμοποιώντας τον έλεγχο που ανέπτυξαν οι Dickey και Fuller (1979).

Τα δεδομένα περιλαμβάνουν τις μηνιαίες αποδόσεις του δείκτη για την περίοδο 1/1999-1/2009. Θα χρησιμοποιήσουμε το επαυξημένο υπόδειγμα των Dickey-Fuller (Augmented Dickey-Fuller test) το οποίο περιλαμβάνει ως ανεξάρτητες μεταβλητές χρονικές υστερήσεις της εξαρτημένης μεταβλητής προκειμένου να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων στο κλασικό υπόδειγμα των Dickey-Fuller. Έτσι το απλό

υπόδειγμα (α) ελέγχου ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας που παρουσιάζεται παραπάνω θα λάβει την παρακάτω μορφή:

$$\Delta X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \sum_{s=1}^p \beta_s X_{t-s} + u_t \quad (222)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι για την επιλογή του κατάλληλου αριθμού χρονικών υστερήσεων της εξαρτημένης μεταβλητής μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα γνωστά πληροφοριακά κριτήρια του Akaike ή του Schwarz για την επιλογή μεταξύ των εναλλακτικών υποδειγμάτων. Στα πλαίσια του χρησιμοποιούμενου οικονομετρικού πακέτου εκτίμησης (Econometric Views, EViews) η συγκεκριμένη επιλογή πραγματοποιείται αυτόματα από το ίδιο το πακέτο.

Αρχικά, θα ελέγξουμε για την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας στα επίπεδα των τιμών και στην συνέχεια θα προχωρήσουμε στον έλεγχο στις πρώτες διαφορές. Το οικονομετρικό πακέτο EViews που χρησιμοποιούμε παρέχει τις κριτικές τιμές της κατανομής των Dickey-Fuller για τον συγκεκριμένο έλεγχο.

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα αποτελέσματα ελέγχου στα επίπεδα των τιμών με την χρήση ενός υποδείγματος χωρίς σταθερά και χωρίς χρονική τάση. Παρατηρούμε ότι για την συγκεκριμένη χρονολογική σειρά δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση $\alpha_1=0$ (η τιμή του ADF είναι σε απόλυτη τιμή μικρότερη της κριτικής τιμής για τον συγκεκριμένο έλεγχο $t(\alpha_1)>t_1$) που σημαίνει ότι η σειρά διαθέτει μοναδιαία ρίζα. Επομένως, χρειάζεται να υπολογίσουμε τις πρώτες διαφορές της σειράς και να επανελέγξουμε για την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας.

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.789559	0.3721
Test critical values: 1% level	-2.584375	
5% level	-1.943516	
10% level	-1.614956	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Στο παρακάτω πίνακα απεικονίζονται τα αποτελέσματα ελέγχου ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας στις πρώτες διαφορές. Παρατηρούμε ότι η τιμή του ADF είναι σε απόλυτη τιμή μεγαλύτερη των κριτικών τιμών με αποτέλεσμα να συμπεραίνουμε ότι οι πρώτες διαφορές της χρονολογικής σειράς δεν εμπεριέχουν μοναδιαία ρίζα, είναι δηλαδή μια στάσιμη χρονολογικής σειρά. Επομένως, στην συγκεκριμένη περίπτωση ο υπολογισμός των αποδόσεων που περιλαμβάνει την λήψη των πρώτων διαφορών της σειράς οδηγεί σε μια στάσιμη σειρά κατάλληλη για την πραγματοποίηση αναλύσεων.

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.54000	0.0000
Test critical values: 1% level	-2.584539	
5% level	-1.943540	
10% level	-1.614941	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

9.5 Συνολοκλήρωση (Cointegration)

Η έννοια της συνολοκλήρωσης (cointegration) είναι από τις πιο βασικές στο χώρο της χρηματοοικονομικής. Ας δούμε αρχικά μια διαισθητική ερμηνεία της έννοιας της συνολοκλήρωσης και των ιδιοτήτων της. Δύο ή περισσότερες μεταβλητές είναι συνολοκληρούμενες (cointegrated) εάν κινούνται μακροχρόνια προς την ίδια κατεύθυνση παρά το γεγονός ότι μπορεί να εμφανίζουν διαφορετική συμπεριφορά ως μεμονωμένες σειρές. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι αυτό ενός μεθυσμένου ατόμου και του σκύλου του: και οι δυο βαδίζουν τρεκλίζοντας χωρίς όμως να απομακρύνεται σημαντικά ο ένας από τον άλλον.

Το φαινόμενο της νόθας παλινδρόμησης (spurious regression) το οποίο αναφέρεται στον εντοπισμό λανθασμένης εξάρτησης μεταξύ δυο ή περισσότερων μεταβλητών λόγω μη στάσιμων μεταβλητών οδήγησε στην ανάπτυξη της ιδέας της συνολοκλήρωσης. Η έννοια της συνολοκλήρωσης διατυπώθηκε αρχικά από τον Granger (1981) και στηρίζεται στην ιδέα πως υπάρχουν αλληλεπιδράσεις μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών οι οποίες διατηρούν τις συγκεκριμένες μεταβλητές σε μακροχρόνια κοινή πορεία.

Πριν προχωρήσουμε με την ανάλυση των ιδιοτήτων της συνολοκλήρωσης είναι απαραίτητο να θυμηθούμε την έννοια της στασιμότητας μιας στοχαστικής διαδικασίας καθώς και τον βαθμό ολοκλήρωσης (order of integration). Μια στοχαστική διαδικασία είναι στάσιμη εάν η μέση τιμή και η διακύμανση παραμένουν διαχρονικά σταθερές ενώ η συσχέτιση μεταξύ οποιωνδήποτε δυο μεταβλητών της διαδικασίας εξαρτάται αποκλειστικά από την χρονική απόσταση των δυο μεταβλητών. Η μη στασιμότητα είναι συνηθισμένη περίπτωση στην ανάλυση χρονοσειρών οικονομικής φύσεως καθώς είναι φυσικό να εμφανίζουν κάποια εποχική τάση.

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, μια στοχαστική διαδικασία είναι ολοκληρώσιμη τάξεως p (integrated of order p , $I(p)$) εάν χρειάζεται να λάβουμε τις πρώτες p διαφορές προκειμένου να γίνει η διαδικασία στάσιμη. Για παράδειγμα, μια στοχαστική διαδικασία $(X_t, t=1,2,\dots,n)$ είναι ολοκληρώσιμη πρώτου βαθμού

(integrated of order one $I(1)$) εάν απαιτείται ο υπολογισμός της πρώτης διαφοράς ($\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$) προκειμένου η διαδικασία να θεωρείται στάσιμη.

Δυο ή περισσότερες χρονοσειρές οι οποίες δεν είναι στάσιμες (είναι δηλαδή ολοκληρώσιμες πρώτου βαθμού (δηλαδή $I(1)$) θεωρούνται συνολοκληρούμενες εάν υπάρχει ένας γραμμικός συνδυασμός των συγκεκριμένων χρονοσειρών ο οποίος αποτελεί μια στάσιμη χρονοσειρά (δηλαδή $I(0)$). Εάν λάβουμε ως παράδειγμα χρονοσειρών τις τιμές μεμονωμένων μετοχών η έννοια της συνολοκλήρωσης υποδηλώνει πως παρά το γεγονός ότι οι μεμονωμένες τιμές των μετοχών είναι μη στάσιμες μπορούμε να κατασκευάσουμε χαρτοφυλάκια των συγκεκριμένων μετοχών των οποίων οι τιμές να αποτελούν στάσιμη χρονοσειρά. Οι γραμμικές σχέσεις οι οποίες οδηγούν σε στάσιμες χρονοσειρές ονομάζονται συνολοκληρούμενες σχέσεις (cointegrating vectors).

Η συνολοκλήρωση δυο ή περισσότερων μεταβλητών μπορεί να γίνει κατανοητή σε όρους τριών διαφορετικών χαρακτηριστικών:

- μείωση του βαθμού ολοκλήρωσης
- παλινδρόμηση (regression)
- κοινή διαχρονική τάση

Η έννοια της συνολοκλήρωσης λοιπόν περιγράφει την μακροχρόνια γραμμική σχέση μεταξύ δυο ή περισσότερων μεταβλητών οι οποίες εμφανίζουν μια κοινή διαχρονική τάση. Ας θεωρήσουμε ένα παράδειγμα δυο μεταβλητών. Έστω λοιπόν X οι τιμές του δείκτη S&P 500 και Y οι τιμές των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης του συγκεκριμένου δείκτη. Υπάρχουν οικονομικοί λόγοι οι οποίοι μας κάνουν να πιστεύουμε πως υπάρχει μια μακροχρόνια σχέση ισορροπίας μεταξύ των δυο μεταβλητών. Πιο συγκεκριμένα, οι τιμές των διαφόρων χρηματοοικονομικών προϊόντων διαμορφώνονται όπως είναι γνωστό με βάση ένα υπόδειγμα εξισορροπητικής αγοραπωλησίας (arbitrage model). Εάν λοιπόν η τιμή του συμβολαίου μελλοντικής εκπλήρωσης υπερβαίνει την δίκαιη τιμή του θα υπάρχει ευκαιρία arbitrage πουλώντας το συμβόλαιο και ταυτόχρονα αγοράζοντας τον δείκτη οδηγώντας τελικά την τιμή

του συμβολαίου στα επίπεδα ισορροπίας. Το αντίστροφο συμβαίνει εάν η τιμή του συμβολαίου είναι χαμηλότερη από την θεωρητικά δίκαιη τιμή.

Ας υποθέσουμε ότι η σχέση ισορροπίας μεταξύ του συμβολαίου μελλοντικής εκπλήρωσης και του δείκτη S&P 500 εκφράζεται από την σχέση:

$$Y=1,1X \quad (223)$$

το οποίο είναι ίδιο με το να ισχυριστούμε

$$Y-1,1X=0 \quad (224)$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει μόνο σε μακροχρόνια κατάσταση ισορροπίας ενώ βραχυχρόνια κάθε μια από τις μεταβλητές X και Y μπορεί να συμπεριφέρεται με τον δικό της ξεχωριστό τρόπο (π.χ. τυχαίος περίπατος) και είναι πιθανό να είναι μη-στάσιμη δηλαδή ολοκληρώσιμη τάξεως 1 ($I(1)$). Παρά το γεγονός ότι οι μεμονωμένες μεταβλητές X και Y είναι ολοκληρώσιμες τάξεως 1, ($I(1)$), μπορεί να υπάρχει μια τρίτη μεταβλητή z η οποία είναι στάσιμη ($I(0)$) και περιγράφει την μακροχρόνια σχέση ισορροπίας μεταξύ των X και Y . Η μεταβλητή z ονομάζεται σφάλμα ισορροπίας (equilibrium error) και μετράει τον βαθμό απόκλισης των μεταβλητών X και Y από την ισορροπία.

Έτσι, εάν υπάρχει μια σχέση ισορροπίας είναι πιθανό να κατασκευάσουμε έναν συνδυασμό των δυο μεταβλητών, λ.χ. $\alpha Y + \beta X = z$ έτσι ώστε η μεταβλητή z να είναι στάσιμη. Γνωρίζουμε πως εάν μια μεταβλητή z είναι στάσιμη αυτό συνεπάγεται πως θα κινείται γύρω από μια σταθερή μέση τιμή παρά τις βραχυχρόνιες αποκλίσεις από αυτή (mean reverting). Παρά το γεγονός ότι βραχυχρόνια οι δυο μεταβλητές μπορεί να μην κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, η παρατηρούμενη απόκλιση από την ισορροπία μπορεί να αντιστραφεί από τις δυνάμεις της αγοράς.

Εάν έχουμε μια συνάρτηση, $Y + \beta X = z$ όπου το z είναι μια στάσιμη μεταβλητή και τόσο το X όσο και το Y είναι μη στάσιμες (ολοκληρώσιμες τάξεως 1) τότε λέμε ότι έχουμε συνολοκλήρωση των μεταβλητών X και Y ενώ ο συντελεστής βήτα (β) ονομάζεται συντελεστής συνολοκλήρωσης.

Ο έλεγχος συνολοκλήρωσης στην περίπτωση δυο μεταβλητών μπορεί να χωριστεί σε τρία στάδια:

Στάδιο 1

Στο συγκεκριμένο στάδιο ελέγχουμε για την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας στις υπό εξέταση μεταβλητές X και Y χρησιμοποιώντας το επαυξημένο κριτήριο των Dickey & Fuller (1979).

Στάδιο 2

Αφού έχουμε ελέγξει την στασιμότητα ή μη των εξεταζόμενων μεταβλητών εφαρμόζουμε την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων στην παρακάτω εξίσωση η οποία είναι γνωστή ως παλινδρόμηση συνολοκλήρωσης (cointegrating regression):

$$Y_t = \lambda_0 + \lambda X_t + u_t \quad (225)$$

Η παραπάνω παλινδρόμηση μας επιτρέπει να ελέγξουμε εάν τα κατάλοιπα u_t είναι μια στάσιμη χρονοσειρά.

Εάν θεωρήσουμε και πάλι την γνωστή σχέση συνολοκλήρωσης $Y_t - \lambda X_t = z_t$ και την συγκρίνουμε με την εξίσωση (225) τότε προκύπτει πως $\lambda_0 + u_t = z_t$ και αυτό που πρέπει να ελέγξουμε είναι εάν η μεταβλητή z_t είναι στάσιμη. Εάν η z είναι όντως στάσιμη τότε σύμφωνα και με τα όσα έχουμε αναφέρει ο συντελεστής λ θα είναι ο συντελεστής συνολοκλήρωσης.

Στάδιο 3

Στο τελευταίο στάδιο πρέπει να εξασφαλίσουμε πως τα κατάλοιπα u από την παλινδρόμηση του προηγούμενου σταδίου είναι μια στάσιμη σειρά. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της παρακάτω παλινδρόμησης:

$$\Delta u_t = \beta u_{t-1} + e_t \quad (226)$$

Ο έλεγχος της μηδενικής υπόθεσης ότι δεν υπάρχει συνολοκλήρωση μεταξύ των μεταβλητών X και Y είναι ισοδύναμος με την συνθήκη $\beta=0$ στην παραπάνω εξίσωση. Η λογική του συγκεκριμένου ελέγχου είναι ότι εάν ο συντελεστής β είναι στατιστικά ίσος με το μηδέν τότε τα κατάλοιπα εμφανίζουν μοναδιαία ρίζα (δεν είναι στάσιμη μεταβλητή) και επομένως δεν υπάρχει συνολοκλήρωση μεταξύ του X και του Y .

Αξίζει να σημειωθεί ότι στην συγκεκριμένη περίπτωση ελέγχου στασιμότητας των καταλοίπων u δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους συνηθισμένους πίνακες με τις κριτικές τιμές των Dickey & Fuller (1979). Ωστόσο, για τον παραπάνω έλεγχο συνήθως χρησιμοποιούμε τους πίνακες ελέγχου ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας του Mackinnon (1991).

9.6 Υπόδειγμα Διόρθωσης Σφάλματος (Error Correction Model)

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, η έννοια της συνολοκλήρωσης περιγράφει μια μακροχρόνια σχέση ισορροπίας μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών οι οποίες παρά το γεγονός ότι μπορεί να συμπεριφέρονται μεμονωμένα με διαφορετικό τρόπο ωστόσο θα εμφανίζουν μακροχρόνια μια τάση να κινούνται προς μια σχέση ισορροπίας. Η συγκεκριμένη αυτή τάση επιστροφής προς μια κατάσταση ισορροπίας χαρακτηρίζεται ως μηχανισμός διόρθωσης σφάλματος (error correction model). Οι Granger (1986) και Engle & Granger (1987) κατέληξαν πως εάν δυο μεταβλητές X και Y είναι συνολοκληρούμενες τότε θα υπάρχει ενσωματωμένος σε αυτές ένας μηχανισμός διόρθωσης σφάλματος (error correction model) ο οποίος ουσιαστικά περιγράφει τα χαρακτηριστικά της μακροχρόνιας σχέσης (μεταβλητή z) που τις συνδέει.

Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε την σχέση μεταξύ δυο συναλλαγματικών ισοτιμιών. Βραχυχρόνια, ο ενθουσιασμός των επενδυτών υπέρ του ενός νομίσματος μπορεί να οδηγήσει σε άνοδο του συγκεκριμένου νομίσματος σε σχέση με το άλλο. Σε αυτή την περίπτωση, οι δυο συναλλαγματικές ισοτιμίες θα απομακρυνθούν από την μακροχρόνια σχέση ισορροπίας τους. Ωστόσο, υπάρχουν οικονομικές δυνάμεις οι οποίες θα επιδράσουν οδηγώντας τελικά

τις ισοτιμίες στην μακροχρόνια σχέση ισορροπίας. Ο μηχανισμός που επαναφέρει τις μεταβλητές στην μακροχρόνια σχέση ισορροπίας είναι γνωστός ως μηχανισμός διόρθωσης σφάλματος.

Σε αυτό το σημείο είναι ξεκάθαρο πως η έννοια της συνολοκλήρωσης συνεπάγεται την ύπαρξη ενός μηχανισμού διόρθωσης σφάλματος. Εάν λοιπόν οι μη στάσιμες μεταβλητές X και Y είναι συνολοκληρούμενες τότε η μεταβλητή z θα πρέπει να είναι στάσιμη, δηλαδή να εμφανίζει σταθερή διακύμανση και να παίρνει τιμές γύρω από μια σταθερή μέση τιμή. Με άλλα λόγια, όταν οι μεταβλητές X και Y αποκλίνουν από την μακροχρόνια σχέση ισορροπίας τότε θα υπάρχουν δυνάμεις (μια διαδικασία διόρθωσης σφάλματος) οι οποίες επαναφέρουν τις μεταβλητές στην κοινή πορεία. Επομένως, μπορούμε να ισχυριστούμε πως τα υποδείγματα διόρθωσης σφάλματος περιγράφουν συνολοκληρούμενες μεταβλητές και το γεγονός αυτό εκφράζεται μέσω του γνωστού Θεωρήματος Αντιπροσώπευσης του Granger (Granger Representation Theorem).

Η εκτίμηση του υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος στην περίπτωση δυο μεταβλητών όπου υπάρχει ένας συντελεστής συνολοκλήρωσης μπορεί να πραγματοποιηθεί με την απλή μέθοδο της παλινδρόμησης. Οι Engle & Granger (1987) ανέπτυξαν μια διαδικασία εκτίμησης του υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος που αποτελείται από δυο στάδια. Το πρώτο στάδιο περιλαμβάνει την εκτίμηση της παλινδρόμησης συνολοκλήρωσης όπως περιγράφεται νωρίτερα. Στο δεύτερο στάδιο κατασκευάζεται το παρακάτω υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος:

$$\begin{aligned}\Delta X_t &= \alpha_1 Z_{t-1} + \sum_{i=1}^n B_{1i} \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1}^n C_{1i} \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \\ \Delta Y_t &= \alpha_2 Z_{t-1} + \sum_{i=1}^n B_{2i} \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1}^n C_{2i} \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t\end{aligned}\quad (227)$$

με α_1 και $\alpha_2 \neq 0$.

Έτσι, σύμφωνα με την παραπάνω σχέση μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων προκειμένου να εκτιμήσουμε τις τρέχουσες μεταβολές των μεταβλητών ΔX_t και ΔY_t μέσω των παρελθουσών τιμών τους καθώς και την τιμή της συνολοκληρούμενης μεταβλητής.

Ωστόσο, όταν εξετάζουμε περισσότερες από δυο μεταβλητές η κατάσταση δεν είναι και τόσο απλή λόγω της ύπαρξης περισσότερων του ενός συντελεστών συνολοκλήρωσης. Σε αυτή την περίπτωση, χρειαζόμαστε μια μεθοδολογία η οποία θα αναγνωρίζει την ακριβή δομή όλων των συντελεστών συνολοκλήρωσης. Μια τέτοια διαδικασία αναπτύχθηκε από τους Johansen (1988) και Johansen & Juselius (1990) η οποία χρησιμοποιεί την μέθοδο των αυτοπαλινδρομων διανυσμάτων (Vector Autoregressive Process) εκφράζοντας τις εξεταζόμενες μεταβλητές ως συνάρτηση των παρελθουσών τιμών τους.

9.7 Αιτιότητα κατά Granger (Granger causality)

Μια σημαντική αδυναμία της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων είναι ότι ενώ εντοπίζει την ύπαρξη ή μη γραμμικής εξάρτησης μεταξύ των εξεταζόμενων μεταβλητών δεν παρέχει πληροφορίες σχετικά με την κατεύθυνση της εξάρτησης. Με άλλα λόγια, είναι διαφορετικό να ισχυριστούμε ότι οι αποδόσεις του χρηματιστηρίου της Ελλάδας και της Γερμανίας εμφανίζουν κάποιο είδος γραμμικής εξάρτησης σε σχέση με το εάν οι μεταβολές του χρηματιστηρίου της Γερμανίας επηρεάζουν τις μεταβολές του χρηματιστηρίου της Ελλάδας. Έτσι, η αιτιότητα (causality) είναι μια αφηρημένη έννοια η οποία δεν μπορεί να επιβεβαιωθεί με βεβαιότητα αλλά υπάρχουν κατάλληλα οικονομετρικά εργαλεία τα οποία μας επιτρέπουν να ξεκαθαρίσουμε παρόμοια θέματα. Εάν λοιπόν υποθέσουμε πως οι μεταβολές μιας μεταβλητής X προηγούνται των μεταβολών που συμβαίνουν στην Y τότε μπορούμε να αποκλείσουμε το ενδεχόμενο η Y να επηρεάζει την X . Χρησιμοποιώντας την συγκεκριμένη λογική μπορούμε να προχωρήσουμε στην εκτίμηση της παρακάτω παλινδρόμησης:

$$Y_t = b_0 + \sum b_j Y_{t-j} + \sum c_j X_{t-j} + u_t \quad (228)$$

Εάν οι παρελθούσες τιμές της μεταβλητής X επηρεάζουν τις τρέχουσες τιμές της Y τότε θα λέμε πως η μεταβλητή X επηρεάζει κατά Granger την μεταβλητή Y . Ο έλεγχος της υπόθεσης $H_0 : c_i = 0$ πραγματοποιείται με την χρήση ενός F-test. Ο αριθμός των κατάλληλων υστερήσεων (lags) του υποδείγματος πραγματοποιείται είτε με την χρήση στατιστικών κριτηρίων όπως το κριτήριο του Akaike (AIC), τον προσαρμοσμένο συντελεστή προσδιορισμού (adjusted R^2) είτε συμπεριλαμβάνοντας τον μέγιστο δυνατό αριθμό υστερήσεων. Προκειμένου να εκτιμήσουμε το μέγεθος της αιτιότητας μεταξύ των εξεταζόμενων μεταβλητών ο όρος $\sum c_j$ εκφράζει μια βραχυχρόνια επίδραση της μεταβλητής X πάνω στην Y . Στην περίπτωση που η μεταβλητή Y επηρεάζεται μακροχρόνια και από τις παρελθούσες τιμές της

$Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots$ τότε η μακροχρόνια επίδραση θα εκφράζεται από τον όρο $\frac{\sum c_j}{1 - \sum b_j}$.

Εφαρμογή: Έλεγχος συνολοκλήρωσης κατανάλωσης και εισοδήματος

Έστω ένας αναλυτής ο οποίος επιθυμεί να ερμηνεύσει την συμπεριφορά της κατανάλωσης σε μια χώρα. Για τον σκοπό αυτό έχει συγκεντρώσει ετήσια στοιχεία της κατανάλωσης (Y) και του ΑΕΠ (X) εκφρασμένα σε λογαριθμικές τιμές για μια περίοδο 39 ετών.

Αρχικά, προκειμένου να είναι σίγουρος για την ισχύ των αποτελεσμάτων εκτελεί έλεγχο στασιμότητας για κάθε μεταβλητή:

$$\Delta \hat{Y}_t = 0,03 + 0,01Y_{t-1} \quad R^2 = 0,04$$

(1,24)

$$\Delta \hat{X}_t = 0,02 + 0,01X_{t-1} \quad R^2 = 0,08$$

(1,78)

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα και οι δυο μεταβλητές εμφανίζουν μοναδιαία ρίζα, είναι δηλαδή $I(1)$ αφού ο γωνιακός συντελεστής t_{b_1} στις παραπάνω παλινδρομήσεις είναι στατιστικά ασήμαντος σύμφωνα με τις τιμές του ελέγχου ADF. Άρα πρέπει να υπολογίσουμε τις πρώτες διαφορές των μεταβλητών.

Για να ελέγξουμε πως οι πρώτες διαφορές των μεταβλητών είναι στάσιμες προχωρούμε στην εκτίμηση των παρακάτω παλινδρομήσεων:

$$\Delta\hat{Y}_t = 0,06 - 0,90\Delta Y_{t-1} \quad R^2 = 0,45 \\ (-5,36)$$

$$\Delta\hat{X}_t = 0,06 - 0,74\Delta X_{t-1} \quad R^2 = 0,38 \\ (-4,58)$$

Άρα, οι πρώτες διαφορές και για τις 2 μεταβλητές εμφανίζονται στάσιμες. Στην συνέχεια, εξετάζουμε την ύπαρξη μακροχρόνιας σχέσης ισορροπίας (συνολοκλήρωσης) μεταξύ των μεταβλητών. Ο έλεγχος συνολοκλήρωσης των μεταβλητών εκτελείται εξετάζοντας την στασιμότητα των καταλοίπων ει της παρακάτω παλινδρόμησης:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + e_t$$

Εκτιμώντας λοιπόν την παλινδρόμηση προκύπτει:

$$e_t = Y_t - 0,13 - 0,88X_t$$

Ο έλεγχος στασιμότητας των καταλοίπων οδηγεί στο εξής αποτέλεσμα:

$$\Delta\hat{e}_t = 0,002 - 0,55e_{t-1} \quad R^2 = 0,34 \\ (-4,27)$$

Εφόσον απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση μοναδιαίας ρίζας των καταλοίπων σε επίπεδο σημαντικότητας 5% συμπεραίνουμε πως οι μεταβλητές Y και X είναι συνολοκληρούμενες. Επομένως, ένα κατάλληλο υπόδειγμα για την κατανάλωση και το ΑΕΠ της συγκεκριμένης χώρας είναι ένα υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος (error correction model):

$$\Delta\hat{Y}_t = 0,01 + 0,73\Delta X_{t-1} - 0,55e_{t-1} \quad R^2 = 0,76 \\ (9,49) \quad (-4,42)$$

Τα συγκεκριμένα αποτελέσματα αποκαλύπτουν πως για κάθε αύξηση 1% στο εισόδημα της χώρας αντιστοιχεί μια αύξηση 0,73% στην κατανάλωση. Ο αρνητικός συντελεστής του καταλοίπου e_{t-1} στην παραπάνω παλινδρόμηση υποδηλώνει πως εάν η κατανάλωση βρίσκεται πάνω από την μακροχρόνια

σχέση της με το εισόδημα θα μειωθεί προκειμένου να αποκατασταθεί η ισορροπία.

Τέλος, ο αναλυτής ενδιαφέρεται να προσδιορίσει την κατεύθυνση της εξάρτησης μεταξύ κατανάλωσης και εισοδήματος της συγκεκριμένης χώρας. Εφόσον αποδείχθηκε πως οι εξεταζόμενες μεταβλητές είναι συνολοκληρούμενες (cointegrated) η κατάλληλη διαδικασία είναι να ελέγξουμε για την ύπαρξη αιτιότητας κατά Granger σε ένα υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος. Θα χρησιμοποιήσουμε μια υστέρηση για κάθε μεταβλητή οπότε ένας έλεγχος t είναι επαρκής για την συγκεκριμένη περίπτωση.

$$\Delta \hat{Y}_t = 0,06 - 0,19\Delta Y_{t-1} + 0,34\Delta X_{t-1} - 0,58e_{t-1} \quad R^2 = 0,25$$

(-0,70) (0,19) (-2,05)

Από την στιγμή που ο συντελεστής ευαισθησίας της μεταβλητής ΔX_{t-1} δεν είναι στατιστικά σημαντικός σε επίπεδο σημαντικότητας 5% συμπεραίνουμε πως η X δεν επηρεάζει κατά Granger την Y . Στην συνέχεια θα ελέγξουμε για την ύπαρξη εξάρτησης κατά την αντίστροφη κατεύθυνση:

$$\Delta \hat{X}_t = 0,06 + 0,53\Delta X_{t-1} - 0,35\Delta Y_{t-1} + 0,10e_{t-1} \quad R^2 = 0,25$$

(1,80) (-1,13) (0,30)

Επειδή ούτε ο συντελεστής ευαισθησίας της μεταβλητής ΔY_{t-1} είναι στατιστικά σημαντικός σε επίπεδο σημαντικότητας 5% προκύπτει πως η Y δεν επηρεάζει κατά Granger την X . Επομένως, δεν υπάρχουν ενδείξεις πως η εξάρτηση μεταξύ των δυο μεταβλητών προέρχεται συγκεκριμένα από κάποια από τις δυο εξεταζόμενες μεταβλητές καθώς και ότι η εξάρτηση λαμβάνει χώρα την ίδια χρονική στιγμή και δεν σχετίζεται με παρελθούσες τιμές τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

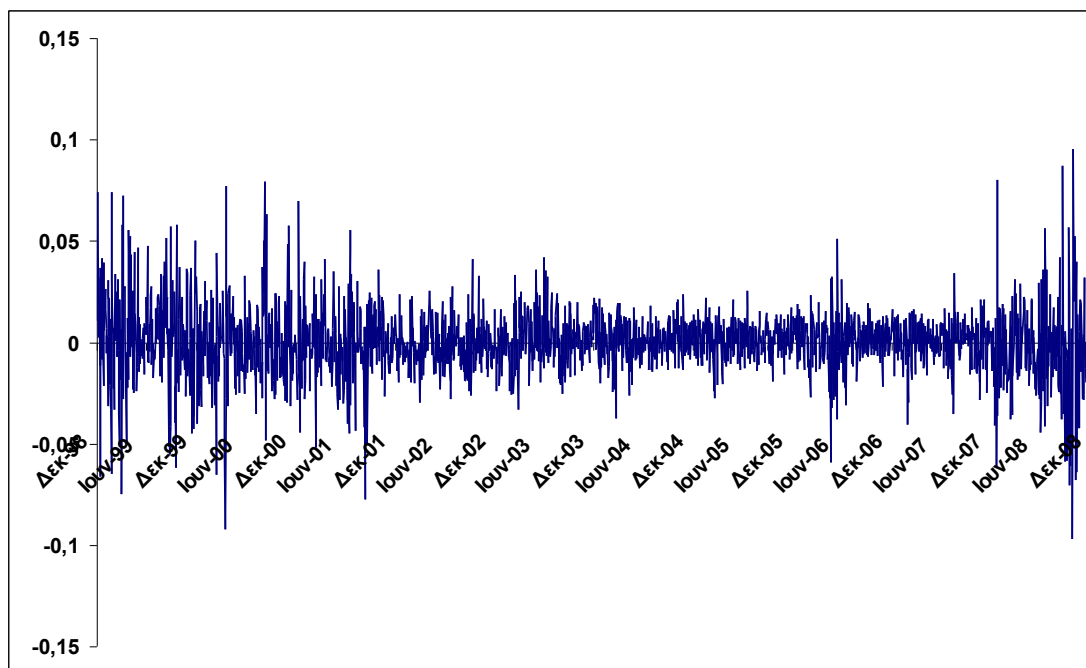
Αυτοπαλίνδρομα Υποδείγματα Δεσμευμένης Διακύμανσης (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models)

10.1 Εισαγωγή

Οι πρόσφατες έρευνες στο χώρο της χρηματοοικονομικής οικονομετρίας, απαιτούν τη χρήση υποδειγμάτων τα οποία διαθέτουν την ικανότητα να προσδιορίσουν τη συμπεριφορά των επενδυτών, όχι αποκλειστικά και μόνο σε όρους αναμενόμενης απόδοσης αλλά και σε όρους κινδύνου (αβεβαιότητας). Η πραγματικότητα αυτή απαιτεί υποδείγματα τα οποία θα μπορούν να προσεγγίσουν με αξιόπιστο τρόπο τη μεταβλητότητα (διακύμανση) των αποδόσεων των αξιογράφων. Διαχρονικά, η μελέτη και ανάλυση χρονοσειρών χρηματοοικονομικών και οικονομικών δεδομένων, έχει αναδείξει την εμφάνιση ασυνήθιστα υψηλής μεταβλητότητας κατά την διάρκεια αρκετών περιόδων.

Στην εφαρμογή που ακολουθεί, θα εξετάσουμε τις ημερήσιες αποδόσεις του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών για τη δεκαετία 1999-2008, από την απλή παρατήρηση των ημερήσιων αποδόσεων μπορούμε να παρατηρήσουμε την ύπαρξη συγκεκριμένων περιόδων με υψηλή μεταβλητότητα (οπότε και η επικινδυνότητα για τους επενδυτές αυξάνεται). Επιπρόσθετα, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι περίοδοι με υψηλή μεταβλητότητα συνήθως ακολουθούνται από περιόδους με πολύ χαμηλή μεταβλητότητα (χαμηλότερο κίνδυνο). Δηλαδή, περίοδοι με ραγδαίες μεταβολές των τιμών του δείκτη ακολουθούνται από μικρές μεταβολές των τιμών του δείκτη και αντίστροφα. Το φαινόμενο αυτό οι χρηματοοικονομικοί αναλυτές το αποκαλούν volatility clustering.

Διάγραμμα 38
Η ημερήσια μεταβλητότητα του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών
Περίοδος 1999-2008



Πηγή: Thomson Financial Datastream

Βασικό συμπέρασμα που προκύπτει από την απλή παρατήρηση των δεδομένων είναι ότι η υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας (ή σταθερής διακύμανσης) είναι πολύ περιορισμένη και σε τέτοιες περιπτώσεις, είναι προτιμότερο στα πλαίσια της οικονομετρικής ανάλυσης να χρησιμοποιηθούν υποδείγματα που επιτρέπουν στη διακύμανση να εξαρτάται από τις παρελθούσες τιμές της.

10.2 Υποδείγματα ARCH

Η οικονομετρική επιστήμη παραδοσιακά ενδιαφερόταν για την πιθανότητα ύπαρξης διαταρακτικών όρων τόσο σε αναλύσεις που χρησιμοποιούν διασπρωματικά δεδομένα όσο και την ύπαρξη αυτοσυσχετιζόμενων διαταρακτικών όρων στην ανάλυση χρονοσειρών. Ερευνητές, που ασχολούνται με προβλέψεις, κυρίως σε κερδοσκοπικές αγορές, όπως η

αγορά συναλλάγματος, οι χρηματιστηριακές αγορές, παρατήρησαν ότι μικρά ή μεγάλα σφάλματα τείνουν να εμφανίζονται σε ομάδες με όμοια χαρακτηριστικά (clusters). Ο Engle το 1982, παρατήρησε ότι η ετεροσκεδαστικότητα μπορεί να παρουσιαστεί σε περιβάλλον χρονοσειρών. Επιπλέον, διατύπωσε την ιδέα ότι το πρόσφατο παρελθόν μπορεί να παρέχει στους ερευνητές σημαντική πληροφόρηση, αναφορικά με την υπό συνθήκη ή αλλιώς δεσμευμένη διακύμανση (Conditional Variance) των στοχαστικών όρων και υπέθεσε την εξής σχέση:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 u_{t-1}^2 + a_1 u_{t-2}^2 + \dots + a_1 u_{t-p}^2 \quad (229)$$

Η υπό συνθήκη διακύμανση των όρων σφάλματος είναι η διακύμανση του όρου u_t , η οποία εξαρτάται από τη διαθέσιμη πληροφόρηση τη χρονική στιγμή $t-1$ και μαθηματικά εκφράζεται ως εξής:

$$\sigma_t^2 = Var(u_t / u_{t-1}, \dots, u_{t-p}) = E(u_t^2 / u_{t-1}, \dots, u_{t-p}) = E_{t-1}(u_t^2) \quad (230)$$

όπου το E_{t-1} υποδηλώνει όπως προαναφέραμε την υπό συνθήκη προσδοκία με δεδομένη όλη την πληροφόρηση που είναι διαθέσιμη μέχρι τη χρονική στιγμή $t-1$. Οι πρόσφατοι όροι σφάλματος επηρεάζουν τη διακύμανση του τρέχοντος όρου σφάλματος. Η διακύμανση τέτοιου τύπου προκύπτει από έναν όρο σφάλματος που ορίζεται ως εξής:

$$u_t = \theta_t [\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + a_1 u_{t-2}^2 + \dots + a_1 u_{t-p}^2]^{1/2} \quad (231)$$

όπου θ_t είναι μια σειρά λευκού θορύβου με διακύμανση ίση με τη μονάδα. Αυτή είναι μια διαδικασία ARCH(p). Η πλέον απλή διαδικασία τύπου ARCH είναι η διαδικασία $u_t = \theta_t [\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2]^{1/2}$, που καλείται διαδικασία ARCH(1) και παρουσιάζει τις εξής ιδιότητες:

- Η αναμενόμενη τιμή του u_t είναι ίση με το μηδέν, $E(u_t) = 0$
- Η υπό συνθήκη διακύμανση δίνεται από τη σχέση $\sigma_t^2 = a_0 + a_1 u_{t-1}^2$

- Η αδέσμευτη διακύμανση είναι $\sigma^2 = \alpha_0 / (1 - \alpha_1)$, όπου ορίζεται μόνο εάν $\alpha_0 > 0$ και $|\alpha_1| < 1$.

- Οι αυτοσυνδιακυμάνσεις είναι ίσες με το μηδέν. Θα πρέπει να τονιστεί ότι το αποτέλεσμα αυτό είναι πολύ πιθανό για μια διαδικασία ARCH(1), αλλά όχι για διαδικασίες ARCH μεγαλύτερης τάξης.

Στο στάδιο αυτό της ανάλυσης θα εξετάσουμε τη συμπεριφορά των αποδόσεων και ειδικότερα, θα εξετάσουμε εάν οι ημερήσιες αποδόσεις του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών για την περίοδο 1999-1998, χαρακτηρίζονται από ARCH effects. Από την απλή παρατήρηση στο ανωτέρω γράφημα των αποδόσεων του Γενικού Δείκτη, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι υπάρχουν περίοδοι με πολύ υψηλή μεταβλητότητα και περίοδοι με χαμηλή μεταβλητότητα. Επομένως, η πιθανότητα το δείγμα μας να παρουσιάζει ARCH effects φαίνεται πολύ υψηλή.

Για τον έλεγχο των ARCH effects, θα εκτιμήσουμε την παλινδρόμηση των κανονικών ελαχίστων τετραγώνων,

$$e_t^2 = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 e_{t-1}^2 + \hat{a}_2 e_{t-2}^2 + \dots + \hat{a}_p e_{t-p}^2 + v_t \quad (232)$$

όπου v_t είναι ο όρος σφάλματος της παλινδρόμησης

Εν συνεχεία ελέγχουμε την από κοινού σημαντικότητα των $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_p$. Εάν οι συντελεστές αυτοί διαφέρουν σημαντικά από το μηδέν, η υπόθεση της ομοσκεδασικότητας για τους στοχαστικούς όρους απορρίπτεται υπέρ των ARCH effects και η διαδικασία αυτή ελέγχου μπορεί να μας δώσει μια προσωρινή ένδειξη της τιμής του p , δηλαδή της τάξης των ARCH. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί ότι διάφορα σφάλματα εξειδίκευσης στην αρχική σχέση μπορεί να μας δώσουν εσφαλμένες ενδείξεις για την ύπαρξη διαταράξεων τύπου ARCH.

Το πρώτο βήμα της ανάλυσής μας, είναι να εκτιμήσουμε ένα απλό αυτοπαλίνδρομο μοντέλο πρώτης τάξης AR(1).

Dependent Variable: GD
Method: Least Squares
Sample: 251 2748
Included observations: 2498

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.51E-05	0.000322	-0.139979	0.8887
GD(-1)	0.115205	0.019881	5.794812	0.0000
R-squared	0.013275	Mean dependent var	-4.95E-05	
Adjusted R-squared	0.012880	S.D. dependent var	0.016204	
S.E. of regression	0.016100	Akaike info criterion	-5.419220	
Sum squared resid	0.646972	Schwarz criterion	-5.414557	
Log likelihood	6770.605	F-statistic	33.57985	
Durbin-Watson stat	1.995358	Prob(F-statistic)	0.000000	

Τα συγκεκριμένα αποτελέσματα από μόνα τους δεν παρουσιάζουν κάποιο ιδιαίτερο ενδιαφέρον και δεν μας δίνουν κάποια επιπρόσθετη πληροφορία για το εάν οι ημερήσιες αποδόσεις του Γενικού Δείκτη του Χ.Α. παρουσιάζουν ARCH effects. Για την εκτίμηση του υποδείγματος AR(1) όταν υπάρχουν ARCH effects, μια πιθανή μέθοδος που θα μας δώσει την εκτίμηση αυτή είναι μια μορφή των εφικτών γενικευμένων ελαχίστων τετραγώνων. Η αρχική σχέση επανεκτιμάται με τη μέθοδο των σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων, που διορθώνει την ετεροσκεδαστικότητα. Η προσέγγιση αυτή μπορεί να είναι ανεπιτυχής, εάν η διαδικασία εκτίμησης παράγει μηδενικές ή αρνητικές διακυμάνσεις. Εντούτοις η χρήση κατάλληλων περιορισμών στις παραμέτρους $\hat{a}$, μπορούν να ελαχιστοποιήσουν τον κίνδυνο αποτυχία. Για τον εντοπισμό των ARCH effects ελέγχουμε τα κατάλοιπα του υποδείγματος AR(1), με το ARCH LM Test, για $q=1$, δηλαδή το υπόδειγμα ARCH(1), λαμβάνουμε τα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα.

ARCH Test:

F-statistic	112.8300	Probability	0.000000
Obs*R-squared	108.0349	Probability	0.000000

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Sample (adjusted): 252 2748

Included observations: 2497 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000205	1.42E-05	14.48058	0.0000
RESID^2(-1)	0.208001	0.019582	10.62215	0.0000
R-squared	0.043266	Mean dependent var	0.000259	
Adjusted R-squared	0.042882	S.D. dependent var	0.000676	
S.E. of regression	0.000661	Akaike info criterion	-11.80426	
Sum squared resid	0.001091	Schwarz criterion	-11.79960	
Log likelihood	14739.62	F-statistic	112.8300	
Durbin-Watson stat	2.101332	Prob(F-statistic)	0.000000	

Από τον έλεγχο των καταλοίπων με το ARCH LM Test, παρατηρούμε ότι η στατιστική $n \cdot R^2$ (δηλ. ο αριθμός των παρατηρήσεων του δείγματος επί τον συντελεστή προσδιορισμού), είναι ίση με 108,04 και έχει πιθανότητα ίση με μηδέν. Αυτό συνεπάγεται ότι θα πρέπει να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση της ομοσκεδαστικότητας, ή ότι υπάρχουν ARCH(1) effects.

Ελέγχοντας για ARCH effects υψηλότερης τάξης $q > 1$, όπου για παράδειγμα ορίζουμε το $q = 9$, λαμβάνουμε τα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα.

ARCH Test:

F-statistic	58.24675	Probability	0.000000
Obs*R-squared	434.4621	Probability	0.000000

Test Equation:

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Date: 07/09/09 Time: 12:41

Sample (adjusted): 260 2748

Included observations: 2489 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8.35E-05	1.47E-05	5.684518	0.0000
RESID^2(-1)	0.088574	0.019998	4.429187	0.0000
RESID^2(-2)	0.254954	0.019948	12.78109	0.0000
RESID^2(-3)	0.074394	0.020559	3.618633	0.0003
RESID^2(-4)	0.025604	0.020464	1.251207	0.2110
RESID^2(-5)	-0.000128	0.020461	-0.006256	0.9950
RESID^2(-6)	0.094760	0.020454	4.632741	0.0000
RESID^2(-7)	0.049871	0.020492	2.433708	0.0150
RESID^2(-8)	-0.005990	0.019684	-0.304325	0.7609
RESID^2(-9)	0.084457	0.019602	4.308506	0.0000
R-squared	0.174553	Mean dependent var	0.000255	
Adjusted R-squared	0.171556	S.D. dependent var	0.000663	
S.E. of regression	0.000604	Akaike info criterion	-11.98345	
Sum squared resid	0.000903	Schwarz criterion	-11.96007	
Log likelihood	14923.41	F-statistic	58.24675	
Durbin-Watson stat	1.995794	Prob(F-statistic)	0.000000	

Στην περίπτωση αυτή η στατιστική $n \cdot R^2$ είναι πολύ μεγαλύτερη από την προηγούμενη και ίση με 438,81, όπου συνιστά ξεκάθαρα την απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης της ομοσκεδαστικότητας. Παράλληλα, διαπιστώνουμε ότι οι συντελεστές ευαισθησίας των τετραγώνων των καταλοίπων με τις μεγαλύτερες υστερήσεις είναι στατιστικά σημαντικοί. Είναι λοιπόν ξεκάθαρο ότι ένα πιο γενικευμένο υπόδειγμα ARCH, μας προσφέρει καλύτερα αποτελέσματα.

Στους δύο ακόλουθους πίνακες παρατηρούμε τις εκτιμήσεις των υποδειγμάτων ARCH(1) και ARCH(9).

Το υπόδειγμα ARCH(1) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$R_{\Gamma\Delta} = 0,000009 + 0,1515R_{\Gamma\Delta-1} + u_t \quad (233)$$

(0,313) (11,745)

όπου οι αριθμοί στις παρενθέσεις είναι τα z-statistics της εκτίμησης του ARCH(1).

και $u_t / \Omega_t \approx iid \ N(0, h_t)$

$$\mu e \ h_t = 0,00018 + 0,3038u_{t-1}^2 \quad (234)$$

(48,64) (12,39)

Παρατηρούμε ότι ο συντελεστής ευαισθησίας των τετραγώνων των καταλοίπων με μια χρονική υστέρηση είναι στατιστικά σημαντικός και θετικός, γεγονός που επαληθεύει τα ευρήματά μας από τον έλεγχο με το ARCH LM Test. Επιπρόσθετα, ο συντελεστής b από την εκτίμηση του OLS έγινε περισσότερο στατιστικά σημαντικός ενώ ο σταθερός όρος της παλινδρόμησης παρέμεινε στατιστικά ασήμαντος. Αντίστοιχα εκτιμούμε και το υπόδειγμα ARCH(9).

Υπόδειγμα ARCH(1) για τις αποδόσεις του Γενικού Δείκτη του Χ.Α.

Dependent Variable: GD
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution
Sample: 251 2748
Included observations: 2498
Convergence achieved after 12 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	8.61E-05	0.000275	0.313198	0.7541
GD(-1)	0.151529	0.012901	11.74550	0.0000
Variance Equation				
C	0.000184	3.79E-06	48.64361	0.0000
RESID(-1)^2	0.303835	0.024527	12.38760	0.0000
R-squared	0.011891	Mean dependent var	-4.95E-05	
Adjusted R-squared	0.010702	S.D. dependent var	0.016204	
S.E. of regression	0.016118	Akaike info criterion	-5.511767	
Sum squared resid	0.647879	Schwarz criterion	-5.502443	
Log likelihood	6888.197	F-statistic	10.00425	
Durbin-Watson stat	2.065962	Prob(F-statistic)	0.000001	

Υπόδειγμα ARCH(9) για τις αποδόσεις του Γενικού Δείκτη του Χ.Α.

Dependent Variable: GD

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution

Date: 07/09/09 Time: 12:41

Sample: 251 2748

Included observations: 2498

Convergence achieved after 14 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*RESID(-2)^2 + C(6)*RESID(-3)^2 + C(7)*RESID(-4)^2 + C(8)*RESID(-5)^2 + C(9)*RESID(-6)^2 + C(10)*RESID(-7)^2 + C(11)*RESID(-8)^2 + C(12)*RESID(-9)^2

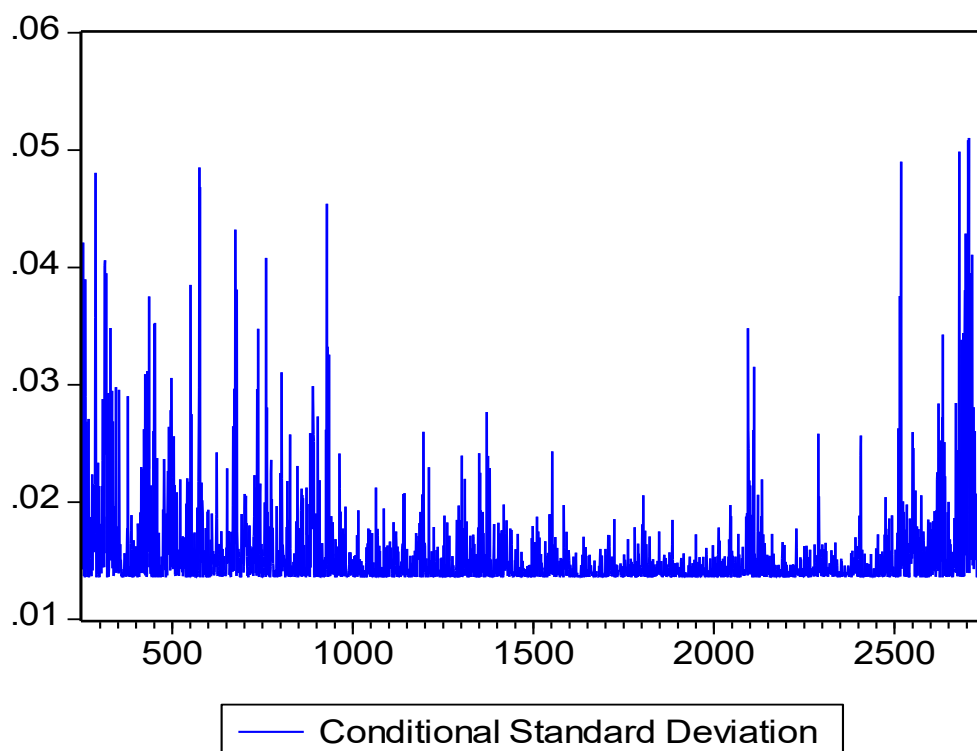
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000616	0.000228	2.701690	0.0069
GD(-1)	0.107055	0.020169	5.307792	0.0000

Variance Equation				
C	4.74E-05	4.57E-06	10.37346	0.0000
RESID(-1)^2	0.087833	0.017601	4.990106	0.0000
RESID(-2)^2	0.191292	0.021399	8.939492	0.0000
RESID(-3)^2	0.161848	0.024193	6.689842	0.0000
RESID(-4)^2	0.161652	0.018313	8.827008	0.0000
RESID(-5)^2	0.103425	0.022088	4.682401	0.0000
RESID(-6)^2	0.062378	0.017705	3.523144	0.0004
RESID(-7)^2	0.057974	0.020457	2.833931	0.0046
RESID(-8)^2	-0.003507	0.016038	-0.218657	0.8269
RESID(-9)^2	0.032438	0.015272	2.123998	0.0337

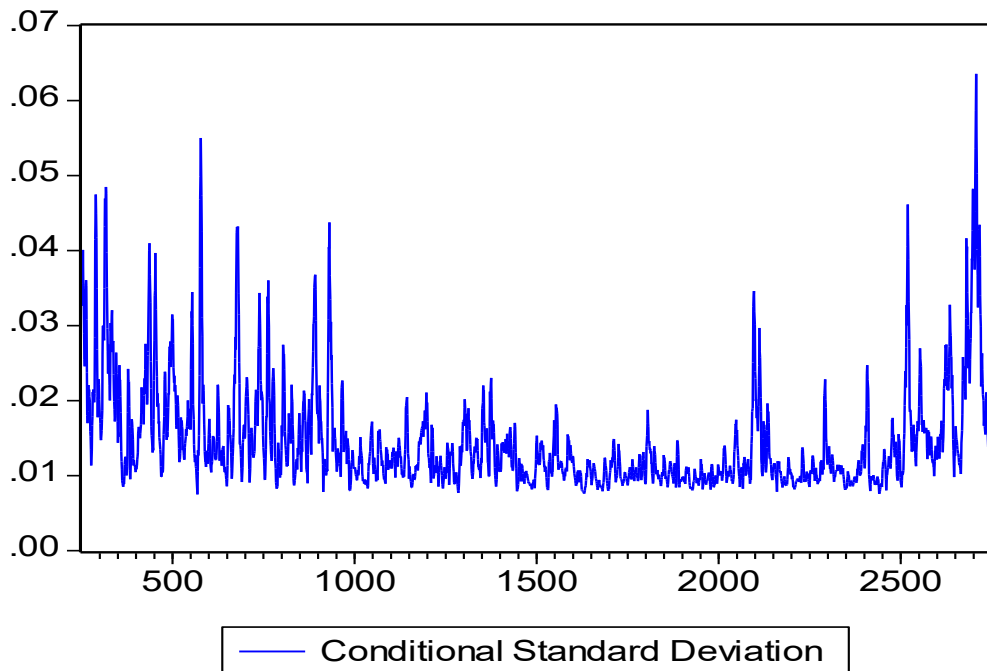
R-squared	0.011540	Mean dependent var	-4.95E-05
Adjusted R-squared	0.007166	S.D. dependent var	0.016204
S.E. of regression	0.016146	Akaike info criterion	-5.765177
Sum squared resid	0.648110	Schwarz criterion	-5.737203
Log likelihood	7212.705	F-statistic	2.638444
Durbin-Watson stat	1.976043	Prob(F-statistic)	0.002347

Διάγραμμα 39

Εξαρτημένης Τυπικής Απόκλισης για ένα υπόδειγμα ARCH(1)



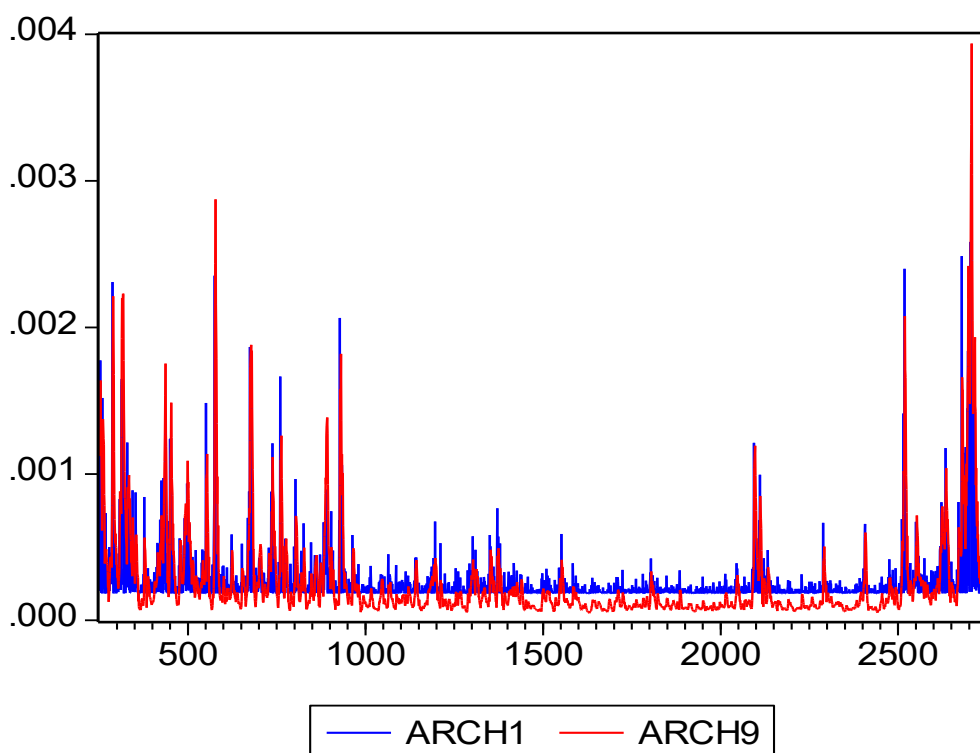
Διάγραμμα 40
Εξαρτημένης Τυπικής Απόκλισης για ένα υπόδειγμα
ARCH(9)



Παρατηρώντας τα διαγράμματα των δεσμευμένων διακυμάνσεων των αποδόσεων του Γενικού Δείκτη, με την χρήση των υποδειγμάτων ARCH(1) και ARCH(9), μπορούμε να ισχυριστούμε ότι το διάγραμμα του υποδείγματος ARCH(9) μας παρέχει μια πιο ομαλή εικόνα για την εξαρτημένη διακύμανση σε σχέση με το αντίστοιχο διάγραμμα του υποδείγματος ARCH(1).

Διάγραμμα 41

Εξαρτημένης Διακύμανση για τα υποδείγματα ARCH(1) και ARCH(9)



10.3 Υποδείγματα GARCH

Τα υποδείγματα GARCH αποτελούν μια λιγότερο περιοριστική εξειδίκευση της εξίσωσης του διαταρακτικού όρου. Τα υποδείγματα GARCH προτάθηκαν για πρώτη φορά από τον Bollerslev το 1986. Ο Bollerslev επιχείρησε να προσεγγίσει την δεσμευμένη διακύμανση χρησιμοποιώντας την παρακάτω σχέση:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 u_{t-1}^2 + \dots + a_p u_{t-p}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \gamma_q \sigma_{t-q}^2 \quad (235)$$

Η έκφραση αυτή είναι γνωστή ως υπόδειγμα GARCH(p,q) και εκφράζει τη δεσμευμένη διακύμανση ως γραμμική συνάρτηση p υστερήσεων των τετραγώνων των όρων σφάλματος και q υστερήσεων των δεσμευμένων

διακυμάνσεων. Η εκτίμηση των υποδειγμάτων GARCH είναι δύσκολη, πλην των περιπτώσεων, όπου τα ρ και q λαμβάνουν χαμηλές τιμές. Η πλέον συνήθης εφαρμογή υποδειγμάτων GARCH είναι το υπόδειγμα GARCH(1,1)

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 u_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (236)$$

Στην συνέχεια και μετά την χρήση των υποδειγμάτων δεσμευμένης διακύμανσης ARCH θα προχωρήσουμε σε εκτίμηση των υποδειγμάτων GARCH προκειμένου να προσεγγίσουμε την μεταβλητότητα των αποδόσεων του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών για την ίδια περίοδο. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης ενός υποδείγματος GARCH(1,1) παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Dependent Variable: GD
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution
Sample: 251 2748
Included observations: 2498
Convergence achieved after 14 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(3) + C(4)*RESID(-1)^2 + C(5)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000650	0.000238	2.734758	0.0062
GD(-1)	0.101385	0.022411	4.523954	0.0000
Variance Equation				
C	4.33E-06	9.02E-07	4.797187	0.0000
RESID(-1)^2	0.138818	0.010749	12.91472	0.0000
GARCH(-1)	0.849163	0.010886	78.00149	0.0000
R-squared	0.011242	Mean dependent var	-4.95E-05	
Adjusted R-squared	0.009656	S.D. dependent var	0.016204	
S.E. of regression	0.016126	Akaike info criterion	-5.775178	
Sum squared resid	0.648305	Schwarz criterion	-5.763522	
Log likelihood	7218.197	F-statistic	7.086532	
Durbin-Watson stat	1.964590	Prob(F-statistic)	0.000011	

Για την εκτίμηση του υποδείγματος και τη επίτευξη σύγκλισης των παραμέτρων του υποδείγματος χρειάστηκαν 14 επαναλήψεις. Το υπόδειγμα γράφεται ως εξής:

$$R_{\Gamma\Delta,t} = 0,00065 + 0,1014R_{\Gamma\Delta,t-1} + \hat{u}_t \quad (237)$$

(2,74) (4,52)

όπου $u_t / \Omega_t \approx iid \ N(0, h_t)$ και

$$h_t = 0,0000004 + 0,84916h_{t-1} + 0,13882u_{t-1}^2 \quad (238)$$

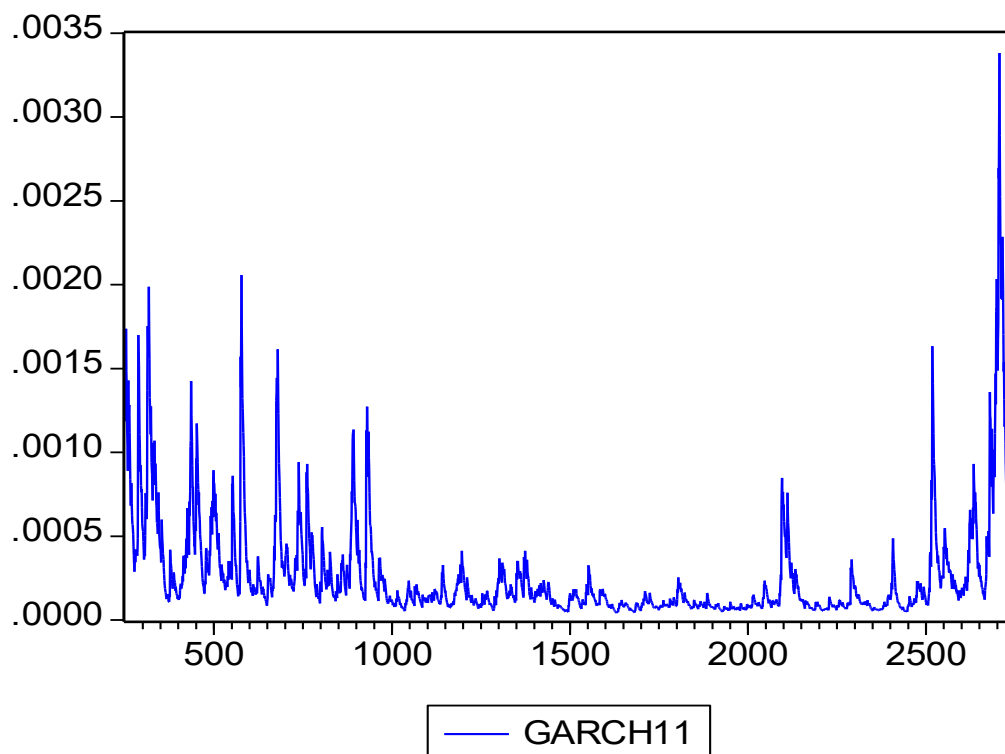
(4,797) (78,00) (12,91)

όπου οι αριθμοί εντός των παρενθέσεων είναι τα z-statistics.

Από την παρατήρηση των αποτελεσμάτων προκύπτει ότι ο συντελεστής ευαισθησίας της τυχαίας μεταβλητής h_{t-1} είναι ισχυρά στατιστικά σημαντικός και θετικός όπως συμβαίνει και με το συντελεστή ευαισθησίας του u_{t-1}^2 .

Διάγραμμα 42

Εξαρτημένης Διακύμανση για το υπόδειγμα GARCH(1,1)



Στο ανωτέρω διάγραμμα παρουσιάζεται η γραφική απεικόνιση της εξαρτημένης διακύμανσης του υποδείγματος GARCH(1,1). Στην από κοινού διαγραμματική απεικόνιση της δεσμευμένης διακύμανσης του υποδείγματος GARCH(1,1) με την δεσμευμένη διακύμανση του υποδείγματος ARCH(9), παρατηρούμε ότι η συμπεριφορά της δεσμευμένης διακύμανσης είναι πανομοιότυπη. Αυτό συμβαίνει διότι ο επιπρόσθετος όρος που χρησιμοποιείται στα υποδείγματα GARCH (h_{t-1}), εντοπίζει επιδράσεις τύπου ARCH υψηλότερης τάξης. Σαφώς, η χρήση υποδειγμάτων τύπου GARCH είναι προτιμότερη από τη χρήση υποδειγμάτων ARCH υψηλότερης τάξης, λόγω της ιδιαίτερης ευκολίας που παρουσιάζει στην εκτίμηση και της μικρής μείωσης των βαθμών ελευθερίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

Κατασκευή, εκτίμηση και έλεγχος υποθέσεων ενός ολοκληρωμένου οικονομετρικού υποδείγματος

Η συμπεριφορά της αγέλης στη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών⁷

11.1 Πρόλογος

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιασθεί ολοκληρωμένα η κατασκευή, εκτίμηση και ο έλεγχος ενός χρηματοοικονομικού υποδείγματος. Πιο συγκεκριμένα, σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι ο εμπειρικός έλεγχος της ύπαρξης ή μη της συμπεριφοράς της αγέλης (herding) στο Χρηματιστήριο των Αθηνών και στην κατανόηση της συμπεριφοράς των επενδυτών για την περίοδο 1998-2008, μια περίοδο που περιλαμβάνει διαφορετικές χρηματιστηριακές φάσεις (ανοδικές και πτωτικές), αλλά και σημαντικές θεσμικές μεταβολές στις αγορές χρήματος και κεφαλαίου. Για τον σκοπό αυτό εξετάζονται δύο υποπερίοδοι, 1998-2002 και 2003-2008, οι οποίες παρουσιάζουν διαφορετικά χρηματιστηριακά και θεσμικά χαρακτηριστικά για το ελληνικό χρηματιστήριο. Επιπλέον, διερευνάται η ύπαρξη της συμπεριφοράς της αγέλης κατά τη διάρκεια της χρηματιστηριακής φούσκας του 1999, προσδίδοντας μια συμπεριφορική ερμηνεία για την εκρηκτική χρηματιστηριακή αυτή περίοδο.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η έρευνα της πρόσφατης χρηματοπιστωτικής κρίσης του 2008 καθώς εξετάζεται για πρώτη φορά η συμπεριφορά της αγέλης για την Ελλάδα για την συγκεκριμένη περίοδο, με σκοπό να ελεγχθεί η σταθερότητα μιας αγοράς με σημαντικές αδυναμίες, όπως είναι η χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών, σε περιόδους κρίσης, δεδομένου ότι τα αίτια της κρίσης συνδέονται στενά με συμπεριφορικούς παράγοντες. Από την εξέταση των δύο ακραίων αυτών χρηματιστηριακών

⁷ Φ. Οικονόμου-Ν. Φίλιππας

περιόδων, ανοδική (1999) και πτωτική (2008) αντίστοιχα, προκύπτουν χρήσιμα συμπεράσματα για τη συμπεριφορά των επενδυτών στη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών.

11.2 Εισαγωγή και σπουδαιότητα μελέτης

Η κατανόηση της λειτουργίας των χρηματιστηριακών αγορών είναι ιδιαίτερης για τους συμμετέχοντες σε αυτές, όπως για τους μεμονωμένους επενδυτές, τους θεσμικούς επενδυτές (Αμοιβαία Κεφάλαια, Εταιρείες Επενδύσεων Χαρτοφυλακίου, ασφαλιστικά ταμεία), αλλά και τις εποπτικές αρχές. Τα τελευταία χρόνια και μετά την καταγραφή δεκάδων υπερβολών στις χρηματιστηριακές αγορές (φούσκες-bubbles) ανεδείχθη ο ρόλος της ψυχολογίας στη διαμόρφωσή τους. Η παραδοσιακή χρηματοοικονομική θεωρία βασίζεται στην κεντρική υπόθεση του ορθολογικού επενδυτή (rational investor) και της αποτελεσματικότητας της αγοράς (efficient market hypothesis). Σύμφωνα με πρόσφατες εμπειρικές μελέτες, η ψυχολογία του επενδυτή παίζει καθοριστικό ρόλο στη διαδικασία λήψης επενδυτικών αποφάσεων και κατ' επέκταση στη διαμόρφωση των χρηματιστηριακών τιμών.⁸ Οι μελέτες αυτές αμφισβητούν την ύπαρξη του ορθολογικού επενδυτή και έχουν εντοπίσει πλήθος συμπεριφορικών σφαλμάτων με σοβαρότατες επιπτώσεις για την θεωρία της αποτελεσματικότητας των αγορών. Η Συμπεριφορική Χρηματοοικονομική (Behavioral Finance) είναι η εφαρμογή της ψυχολογίας στη χρηματοοικονομική συμπεριφορά (Shefrin, 2000) και επιδιώκει να προσδιορίσει τον τρόπο με τον οποίο το συναίσθημα και η ψυχολογία του επενδυτή επηρεάζει τις επενδυτικές επιλογές και κατ' επέκταση τη λειτουργία των χρηματοοικονομικών αγορών.

Ίσως το σημαντικότερο συμπεριφορικό σφάλμα των επενδυτών, αλλά και των επαγγελματιών διαχειριστών χαρτοφυλακίων που έχει αναδειχθεί από τη

⁸ Ήδη από το 1912 ο Selden, στο βιβλίο του "Psychology of the Stock Market: Human Impulses Lead To Speculative Disasters", ανέφερε ότι οι τιμές στις αγορές εξαρτώνται σε σημαντικό βαθμό από τη διανοητική στάση (mental attitude) των επενδυτών και έχει ακολουθήσει πλήθος εμπειρικών ερευνών. Η πιο πρόσφατη μελέτη είναι αυτή των Chiang, Th. C. και Zheng, D., 2010, "An empirical analysis of herd behavior in global stock markets".

μελέτη των διεθνών κεφαλαιαγορών είναι η συμπεριφορά της αγέλης (herd behaviour). Η συμπεριφορά της αγέλης μπορεί να ορισθεί ως η αμοιβαία μίμηση των επενδυτικών επιλογών η οποία οδηγεί τελικά σε σύγκλιση δράσεων (Hirshleifer και Teoh, 2003). Η μελέτη αυτής της συμπεριφοράς συγκεντρώνει διαχρονικά⁹ το επιστημονικό ενδιαφέρον ερευνητών και πανεπιστημιακών παγκοσμίως λόγω των σοβαρότατων επιπτώσεων που έχει για την πορεία και την αποτελεσματική λειτουργία των χρηματιστηριακών και άλλων αγορών¹⁰.

Μια από τις σοβαρότερες επιπτώσεις της ύπαρξης συμπεριφοράς της αγέλης σε μια αγορά είναι ότι απαιτείται μεγαλύτερος αριθμός αξιογράφων για να επιτευχθεί το ίδιο επίπεδο διαφοροποίησης που θα επιτυγχάνετο υπό κανονικές συνθήκες (Chang, Cheng και Khorana, 2000; Chiang και Zheng, 2010). Αυτό οφείλεται στην παράλληλη κίνηση των αποδόσεων των αξιογράφων όταν εμφανίζεται η αγελαία συμπεριφορά. Επιπλέον, η συμπεριφορά της αγέλης είναι δυνατόν να οδηγήσει σε σημαντικές αποκλίσεις από τις θεωρητικές τιμές των αξιογράφων, είτε προς τα πάνω, είτε προς τα κάτω, καθώς διαταράσσεται η ορθολογική διαδικασία λήψης επενδυτικών αποφάσεων (Christie και Huang, 1995; Hwang και Salmon, 2004; Tan et al., 2008; Chiang και Zheng, 2010), οδηγώντας ακόμη και σε χρηματιστηριακές φούσκες (bubbles). Το άμεσο αποτέλεσμα είναι ότι οι επενδυτές είναι

⁹ Ήδη από το 1895 ο ψυχολόγος και εθνολόγος Gustave Le Bon μελέτησε την επίδραση της μάζας στην ψυχολογία του ατόμου. Η πιο πρόσφατη μελέτη είναι αυτή των Chiang, Th. C. και Zheng, D., 2010, "An empirical analysis of herd behavior in global stock markets", *Journal of Banking & Finance*, 34, pp. 1911-1921 και Economou, F. Kostakis, A. & Philippas, N., 2011, "Cross-country effects in herding behaviour: Evidence from four south European markets", *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 21, pp. 443-460

¹⁰ Σύμφωνα με τους Caparrelli, et al., 2004 είναι ιδιαίτερα σημαντικό να γίνει διάκριση μεταξύ της σκόπιμης (intentional) και της πλασματικής (spurious) συμπεριφοράς της αγέλης, καθώς η δεύτερη μορφή δεν έρχεται σε αντίθεση με την υπόθεση της αποτελεσματικότητας της αγοράς (efficient market hypothesis). Εάν οι μεμονωμένοι επενδυτές αντιμετωπίζουν τις ίδιες επενδυτικές επιλογές έχοντας το ίδιο επίπεδο διαθέσιμης πληροφόρησης τότε υιοθετούν παρόμοια επενδυτική συμπεριφορά διαμορφώνοντας μια πλασματική αγελαία συμπεριφορά χωρίς όμως να διαταράσσεται η αποτελεσματική λειτουργία της χρηματιστηριακής αγοράς. Αντιθέτως, η σκόπιμη συμπεριφορά της αγέλης προκύπτει από την εκούσια μίμηση της επενδυτικής συμπεριφοράς των υπολοίπων επενδυτών, παραβλέποντας κάθε προσωπική πληροφόρηση.

εκτεθειμένοι στην απρόβλεπτη συμπεριφορά της αγέλης που σχηματίζεται στη χρηματιστηριακή αγορά και μπορεί να αναγκαστούν να πραγματοποιήσουν συναλλαγές σε τιμές που διαφέρουν κατά πολύ από τις θεωρητικά ορθές (Christie και Huang, 1995).

Τα συμπεράσματα από τη μελέτη της συμπεριφοράς της αγέλης μπορούν να φανούν χρήσιμα για την κατανόηση της συμπεριφοράς των επενδυτών, αλλά και των επαγγελματιών διαχειριστών χαρτοφυλακίων, καθώς και για τον προσδιορισμό μιας πιθανής αποσταθεροποίησης της αγοράς (Demirer and Kutan, 2006). Σε αυτήν την περίπτωση μπορεί να εμφανισθούν ακόμη και κερδοσκοπικές προσπάθειες (φούσκες αρνητικές ή θετικές) (Caparrelli, et al., 2004). Η μελέτη και ο έλεγχος ύπαρξης ή μη του φαινομένου εξασφαλίζει μεγαλύτερο βαθμό κατανόησης της διαδικασίας διαμόρφωσης των χρηματιστηριακών τιμών από τους επενδυτές (Chiang και Zheng, 2010) και προσφέρει τη δυνατότητα να προφυλαχθούν ή ακόμη και να εκμεταλλευθούν την αγελαία συμπεριφορά μέσω αντίθετων στρατηγικών επένδυσης (contrarian investment strategies). Η απουσία της συμπεριφοράς της αγέλης από μια χρηματιστηριακή αγορά, όπως είναι αυτή των ΗΠΑ, μπορεί να οφείλεται στην ύπαρξη πλήθους διαφορετικών απόψεων από την πλευρά των χρηματοοικονομικών οργανισμών και των πηγών πληροφόρησης των επενδυτών (ΜΜΕ κ.λπ.), εξασφαλίζοντας ένα περιβάλλον στο οποίο μπορούν να διαμορφωθούν διαφορετικές πεποιθήσεις και ετερογενείς προσδοκίες από την πλευρά των επενδυτών (Chiang και Zheng, 2010). Μέσα σε ένα τέτοιο χρηματοοικονομικό περιβάλλον οι επενδυτές βασίζονται στην προσωπική τους πληροφόρηση για τη λήψη επενδυτικών αποφάσεων και μειώνεται η πιθανότητα παρουσίας της αγελαίας συμπεριφοράς. Επιπλέον, η απουσία της συμπεριφοράς της αγέλης από μια χρηματιστηριακή αγορά παρέχει την πληροφόρηση στις εποπτικές αρχές ότι δεν πρέπει να ανησυχούν για πιθανή αποσταθεροποίηση της αγοράς λόγω της αγελαίας συμπεριφοράς (Demirer και Kutan, 2006).

11.3 Ανασκόπηση παρελθουσών μελετών

Παρά τις σημαντικότερες επιπτώσεις της συμπεριφοράς της αγέλης δεν είναι πολλές οι εμπειρικές μελέτες που εξετάζουν το φαινόμενο στη χρηματιστηριακή αγορά. Η συμπεριφορά της αγέλης στη χρηματιστηριακή αγορά προσεγγίζεται εξετάζοντας τη συμπεριφορά των αποδόσεων των μεμονωμένων μετοχών ως προς την απόδοση της αγοράς κατά τη διάρκεια ακραίων μεταβολών στις τιμές, οι οποίες χαρακτηρίζονται και ως περίοδοι πίεσης της αγοράς (market stress periods) (Christie και Huang, 1995; Chang et al., 2000; Caparrelli et al., 2004; Tan et al., 2008; Chiang και Zheng, 2010, Economidou et al 2011 κ.λπ.). Εάν κατά τη διάρκεια των περιόδων πίεσης της αγοράς οι αποδόσεις των μετοχών παρουσιάζουν την τάση να συγκεντρώνονται περισσότερο γύρω από την μέση απόδοση της αγοράς, τότε υπάρχει μια τάση παράλληλης κίνησης των αποδόσεων των μετοχών ανεξάρτητα από τα ιδιαίτερα θεμελιώδη μεγέθη και χαρακτηριστικά τους.

Τα ευρήματα για την παρουσία της συμπεριφοράς της αγέλης στις ανεπτυγμένες και στις αναδυόμενες χρηματιστηριακές αγορές είναι ανάμικτα και φαίνεται ότι η συμπεριφορά της αγέλης παρουσιάζεται κυρίως στις αναδυόμενες και όχι στις ανεπτυγμένες αγορές.

Πιο συγκεκριμένα, οι Christie και Huang (1995), εξέτασαν την ύπαρξη της συμπεριφοράς της αγέλης στην αμερικάνικη χρηματιστηριακή αγορά σε περιόδους ακραίων μεταβολών της αγοράς για τις περιόδους 1962-1988 (ημερήσια δεδομένα) και 1925-1988 (μηνιαία δεδομένα) χωρίς ωστόσο να εντοπίσουν την ύπαρξη του φαινομένου. Σε μεταγενέστερη μελέτη, οι Chang, Cheng και Khorana (2000) εξέτασαν την επενδυτική συμπεριφορά σε διάφορες διεθνείς αγορές (δηλ., ΗΠΑ, Χονγκ Κονγκ, Ιαπωνία, Νότια Κορέα και Ταϊβάν), για την περίοδο 1963-1997 και από τα αποτελέσματα της μελέτης τους δεν προκύπτει η ύπαρξη αγελαίας συμπεριφοράς στις αγορές των ΗΠΑ και του Χονγκ Κονγκ, ενώ υπάρχουν ευρήματα αγελαίας συμπεριφοράς στην αγορά της Ιαπωνίας, της Νότιας Κορέας και της Ταϊβάν.

Οι Caparrelli, D'Arcangelis και Cassuto (2004) μελέτησαν τη συμπεριφορά της αγέλης χρησιμοποιώντας ημερήσια δεδομένα από την Ιταλική χρηματιστηριακή αγορά για την περίοδο 1/9/1988-8/1/2001. Χρησιμοποιώντας το μέτρο των Christie & Huang (1995) κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι δεν

παρατηρείται η συμπεριφορά της αγέλης σε περιόδους πίεσης της αγοράς. Όμως, χρησιμοποιώντας το μη γραμμικό υπόδειγμα των Chang, Cheng και Khorana (2000) κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι παρατηρείται αγελαία συμπεριφορά σε περιόδους πίεσης της αγοράς, κυρίως στις ανοδικές περιόδους.

Αντικρουόμενα είναι τα ευρήματα για τη χρηματιστηριακή αγορά της Κίνας. Οι Demirel και Kutan (2006) δεν εντόπισαν τη συμπεριφορά της αγέλης χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα των Christie και Huang (1995) για την περίοδο 1999-2002. Αντίθετα, οι Tan, Chiang, Mason και Nelling (2008) κατέληξαν στην ύπαρξη της συμπεριφοράς της αγέλης για την περίοδο 1996-2003 με τη χρήση του υποδείγματος των Chang, Cheng και Khorana (2000), η οποία είναι εντονότερη σε ανοδικές περιόδους, με υψηλό όγκο συναλλαγών και υψηλή μεταβλητότητα.

Επιπλέον, η συμπεριφορά της αγέλης παρουσιάζεται στη χρηματιστηριακή αγορά του Βιετνάμ για την περίοδο 2000-2006 (Farber, Nam και Hoang, 2006), απουσιάζει όμως από τη χρηματιστηριακή αγορά του Μαυροβουνίου (Kallinterakis και Lodetti, 2009) για την περίοδο 3/2003 – 5/2008, ακόμη και μετά την προσαρμογή των αποδόσεων για την ύπαρξη χαμηλής εμπορευσιμότητας (thin trading).

Σε μια σχετικά πρόσφατη μελέτη οι Caporale, Economou και Philippas (2008) εξέτασαν τη συμπεριφορά της αγέλης στη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών χρησιμοποιώντας ημερήσια, εβδομαδιαία και μηνιαία στοιχεία για την περίοδο 1998-2007. Σύμφωνα με τα ευρήματά τους η συμπεριφορά της αγέλης ήταν παρούσα κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου, καθώς και κατά τη διάρκεια της φούσκας του 1999 και ανέδειξαν τη βραχυπρόθεσμη φύση του φαινομένου, δεδομένου ότι το φαινόμενο εξασθενεί με τη χρήση των εβδομαδιαίων και των μηνιαίων δεδομένων.¹¹

¹¹ Δεδομένης της βραχυπρόθεσμης φύσης της αγελαίας συμπεριφοράς το διάστημα του υπολογισμού των αποδόσεων μπορεί να επηρεάσει τα εμπειρικά αποτελέσματα. Δύο μελέτες εξέτασαν την συμπεριφορά της αγέλης χρησιμοποιώντας ενδοσυνεδριακά δεδομένα (intraday data). Οι Gleason, Mathur και Peterson (2004) δεν εντόπισαν τη συμπεριφορά της αγέλης σε ακραίες χρηματιστηριακές περιόδους χρησιμοποιώντας δεδομένα Χρηματιστηριακώς Διαπραγματεύσιμων Αμοιβαίων Κεφαλαίων της αμερικάνικης χρηματιστηριακής αγοράς για την περίοδο 1/4/1999 - 9/30/2002 χρησιμοποιώντας τα μέτρα των Christie και Huang (1995)

Οι Chiang και Zheng (2010) εξέτασαν τη συμπεριφορά της αγέλης σε 18 διεθνείς αγορές (Αυστραλία, Γαλλία, Γερμανία, Χονγκ Κονγκ, Ιαπωνία, Ηνωμένο Βασίλειο, ΗΠΑ, Αργεντινή, Βραζιλία, Χιλή, Μεξικό, Κίνα, Ινδονησία, Μαλαισία, Σιγκαπούρη, Νότιος Κορέα, Ταϊβάν και Ταϊλάνδη) για την περίοδο 25/5/1988- 24/4/2009, χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα των Chang, Cheng και Khorana (2000). Σύμφωνα με τα ευρήματά τους εντόπισαν τη συμπεριφορά της αγέλης στις ανεπτυγμένες χώρες (εκτός των ΗΠΑ) και στις Ασιατικές αγορές. Τέλος, οι Economou et al (2011) εξέτασαν την ύπαρξη της συμπεριφοράς της αγέλης σε τέσσερις αγορές της Νοτίου Ευρώπης (Ελλάδα, Ιταλία, Ισπανία, Πορτογαλία) για την περίοδο 1/1998-12/2008 και εφάρμοσαν το υπόδειγμα των Chang, Cheng και Khorana (2000) επιχειρώντας να διερευνήσουν, μεταξύ άλλων, την πιθανότητα ταυτόχρονης ύπαρξης αγελαίας συμπεριφοράς στις υπό εξέταση αγορές. Τα αποτελέσματά τους αποκάλυψαν την ύπαρξη αγελαίας συμπεριφοράς στις χρηματιστηριακές αγορές της Ελλάδας και της Ιταλίας. Στην Πορτογαλία εντοπίστηκε η ύπαρξη αγελαίας συμπεριφοράς μόνο σε περιόδους που η αγορά ήταν σε πτώση, ενώ δεν παρατήρηθηκαν ενδείξεις συμπεριφοράς αγέλης για την Ισπανία. Παράλληλα, εντοπίστηκαν σημαντικές ασυμμετρίες στην αγελαία συμπεριφορά σε σχέση με την ανοδική/πτωτική πορεία της αγοράς, τον υψηλό/χαμηλό όγκο συναλλαγών και την υψηλή/χαμηλή μεταβλητότητα της αγοράς, οι οποίες πρέπει να λαμβάνονται υπ' όψιν στην εκτίμηση του φαινομένου. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα ευρήματα υποδεικνύουν μια σημαντική παράλληλη κίνηση της διαστρωματικής διασποράς των αποδόσεων στις εξεταζόμενες αγορές, με αποτέλεσμα την πιθανότητα ταυτόχρονης συντονισμένης εμφάνισης της αγελαίας συμπεριφοράς σε αυτές τις αγορές και την πιθανότητα εμφάνισης μιας τοπικής χρηματιστηριακής κρίσης.

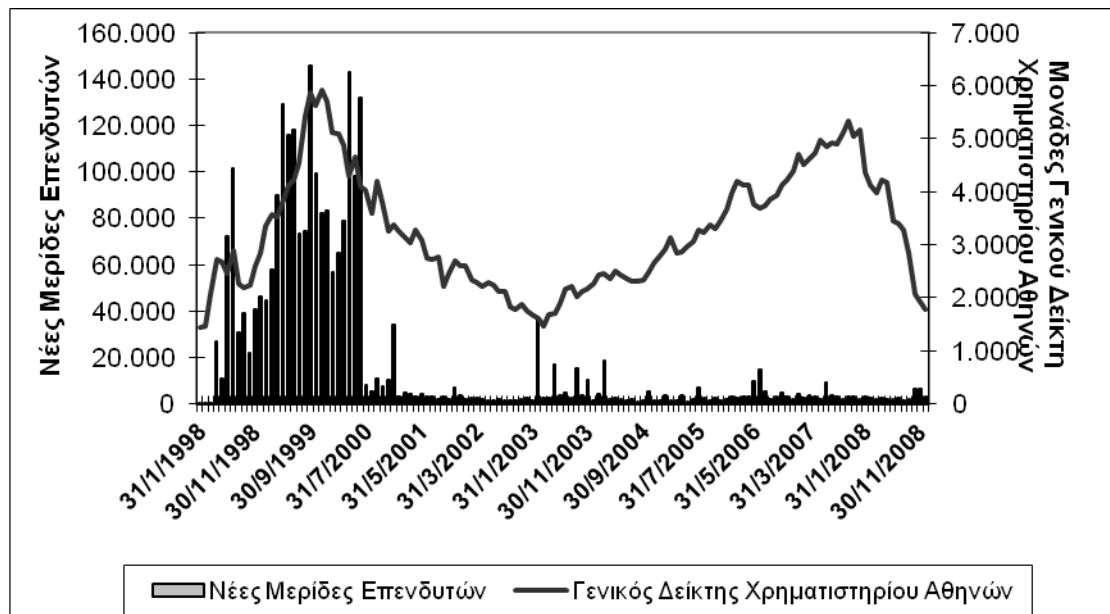
και των Chang, Cheng και Khorana (2000). Αντίστοιχα ήταν και τα αποτελέσματα των Henker, Henker και Mitsios (2006) για τη χρηματιστηριακή αγορά της Αυστραλίας για την περίοδο 2001 - 2002.

11.4 Η χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών

Η χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών ιδρύθηκε το 1876 και μέχρι το 1987 ήταν σχεδόν αποκλειστικά μια περιφερειακή αγορά, με μικρή κεφαλαιοποίηση και χαμηλή ρευστότητα. Κομβικό σημείο της πορείας του Χρηματιστηρίου Αθηνών ήταν το 1986, όπου με μία σειρά θεσμικών προσαρμογών (Επιτροπή Καρατζά) απελευθερώθηκε η κίνηση κεφαλαίων για επενδύσεις σε αξιόγραφα. Η δεκαετία του 1990, πέρα από τις υπερβολές που εμφανίστηκαν στην αρχή της και την μετέπειτα στασιμότητα της, έδωσε μια άλλη ποιοτική και ποσοτική διάσταση στο θεσμό με αποτέλεσμα το Χρηματιστήριο Αθηνών από αναδυόμενη αγορά να έχει όλες τις προϋποθέσεις για το χαρακτηρισμό της ως ώριμης. Μετά την περίοδο 1997-1999 το Χρηματιστήριο των Αθηνών γνώρισε μια εκρηκτική άνοδο, αποτέλεσμα της υπερβολικής συμμετοχής των ιδιωτών επενδυτών (noise traders), καθώς και τη δημιουργία μιας από τις μεγαλύτερες χρηματιστηριακές φούσκες όλων των εποχών. Μετά την κατάρρευση της φούσκας παρατηρήθηκε μια αποχή του επενδυτικού κοινού και μια συντριπτική κυριαρχία των ξένων θεσμικών επενδυτών. Κατά τη διάρκεια της περιόδου 1/1/1998-17/9/1999 (ιστορικό υψηλό) ο Γενικός Δείκτης του Χρηματιστηρίου Αθηνών σημείωσε εντυπωσιακή άνοδο της τάξης του 332,69%. Στις 31/3/2003 ο Γενικός Δείκτης έφτασε στο ιστορικά χαμηλό επίπεδο των 1467,30 μονάδων σημειώνοντας απώλειες 77,88%. Η εντυπωσιακή άνοδος του χρηματιστηρίου προσέλκυσε χιλιάδες νέους, κυρίως εγχώριους, μικροεπενδυτές και η μαζική συμπεριφορά αυτών των αμήνων και ελλιπώς πληροφορημένων επενδυτών θα μπορούσε να ευθύνεται για την πιθανή παρουσία της συμπεριφοράς της αγέλης στη διάρκεια της χρηματιστηριακής φούσκας. Μόνον το Σεπτέμβριο του 1999 άνοιξαν 145.817 νέες μερίδες επενδυτών (Διάγραμμα 43).

Διάγραμμα 43

Αριθμός νέων μερίδων στο Σύστημα Άυλων Τίτλων (Μηνιαία στοιχεία 1998-2008)



Πηγές: Μηνιαία Στατιστικά Δελτία Χρηματιστηρίου Αθηνών, Datastream

Η εντυπωσιακή άνοδος των τιμών το 1999, αλλά και η απότομη πτώση που ακολούθησε είχε σοβαρότατες οικονομικές επιπτώσεις, κυρίως για τους μικροεπενδυτές, κλόνισε την επενδυτική εμπιστοσύνη και για πολλά χρόνια μέχρι και σήμερα οι επενδυτές ήταν επιφυλακτικοί απέναντι στην εγχώρια χρηματιστηριακή αγορά.

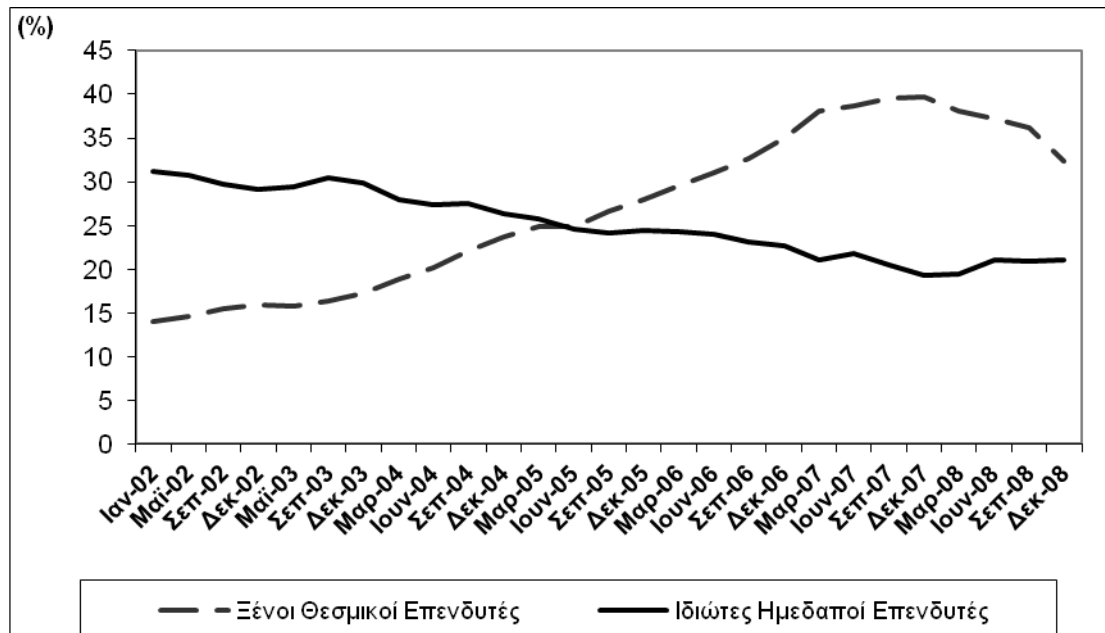
Ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη της συμπεριφοράς της αγέλης κατά τη διάρκεια της πρόσφατης χρηματοπιστωτικής κρίσης του 2008 και η σύγκρισή της με τη συμπεριφορά των επενδυτών το 1999. Από τον Αύγουστο του 2007 είχαν φανεί τα πρώτα σημάδια της κρίσης και ο Γενικός Δείκτης του Χρηματιστηρίου των Αθηνών μέσα σε περίοδο 14 μηνών από τις 31/10/2007 (υψηλό πενταετίας 2004-2008) μέχρι τις 31/12/2008 σημείωσε απώλειες 66,51%, ενώ σύμφωνα με στοιχεία της World Federation of Exchanges η χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών μέσα στο 2008 έχασε το 64% της συνολικής της κεφαλαιοποίησης.

Η μελέτη της συμπεριφοράς της αγέλης στη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών έχει εξαιρετικό ενδιαφέρον καθώς κατά τη διάρκεια της εξεταζόμενης περιόδου 1998-2008 η ελληνική χρηματιστηριακή αγορά από αναδυόμενη

χαρακτηρίστηκε από την Morgan Stanley ως ανεπτυγμένη (από το 2001), σαν αποτέλεσμα της συμμετοχής της Ελλάδας στην Ευρωπαϊκή Νομισματική Ένωση και της πλήρους ενσωμάτωσής της στο παγκόσμιο χρηματοπιστωτικό σύστημα, γεγονός που φαίνεται και από την εντονότατη παρουσία των ξένων θεσμικών επενδυτών, κυρίως μετά το 2002. Στο Διάγραμμα 44 παρουσιάζεται το ποσοστό της συνολικής κεφαλαιοποίησης του Χρηματιστηρίου Αθηνών που ανήκει τους ιδιώτες εγχώριους επενδυτές και στους ξένους θεσμικούς επενδυτές. Όπως είναι εμφανές η παρουσία των ιδιωτών επενδυτών σε σχέση με τους ξένους θεσμικούς επενδυτές έχει περιορισθεί αισθητά με την πάροδο του χρόνου, εύρημα συνεπές με τις εξελίξεις και στις υπόλοιπες διεθνείς αγορές με την κυριαρχία κυρίως των ξένων θεσμικών επενδυτών.

Διάγραμμα 44

Ποσοστό συμμετοχής των ξένων θεσμικών και των ιδιωτών ημεδαπών επενδυτών επί της συνολικής κεφαλαιοποίησης του Χρηματιστηρίου Αθηνών (Τριμηνιαία στοιχεία 1/2002-12/2008)



Πηγή: Μηνιαία Στατιστικά Δελτία Χρηματιστηρίου Αθηνών

Τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της μικροδομής (microstructure) του Χρηματιστηρίου Αθηνών, όπως είναι η χαμηλή εμπορευσιμότητα των

μετοχικών τίτλων, η έλλειψη ρευστότητας, η ολιγοπωλιακή διάρθρωση στην αγορά χρήματος και κεφαλαίου και η έλλειψη βάθους της αγοράς, αλλά και η αυξημένη συμμετοχή ξένων θεσμικών επενδυτών μπορεί να αποτελέσουν σημαντικούς παράγοντες για την αποτελεσματικότητα της αγοράς και για την εμφάνιση της συμπεριφοράς της αγέλης. Αξίζει να σημειωθεί ότι παρά τις δομικές και θεσμικές βελτιώσεις, η χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών βρίσκεται υπό παρακολούθηση για πιθανή υποβάθμισή του στην κατηγορία “αναβαθμισμένη αναπτυσσόμενη” αγορά (advanced emerging), από “ανεπτυγμένη” (developed) αγορά καθώς βρίσκεται στη λίστα επιτήρησης του οίκου FTSE, ο οποίος έθεσε για πρώτη φορά την ελληνική αγορά σε επιτήρηση για πιθανό υποβιβασμό το 2006.

11.5 Μεθοδολογία και δεδομένα

11.5.1 Μεθοδολογία

Για την εξέταση της συμπεριφοράς της αγέλης στη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών σε περιόδους ακραίων μεταβολών των αποδόσεων, θα χρησιμοποιηθούν τα υποδείγματα των Christie και Huang (1995) και των Chang, Cheng και Khorana (2000).

Πρώτοι οι Christie και Huang (1995) υποστήριξαν ότι η συμπεριφορά της αγέλης μπορεί να προσεγγισθεί μέσω της διαστρωματικής διασποράς των αποδόσεων των μετοχών.¹² Μία μικρότερη διαστρωματική διασπορά των αποδόσεων υποδεικνύει παράλληλη κίνηση με το διαστρωματικό μέσο, δηλαδή παράλληλη κίνηση με την απόδοση της αγοράς έτσι όπως αυτή προσεγγίζεται από το διαστρωματικό μέσο όρο των αποδόσεων. Ο στόχος των δύο ερευνητών ήταν να εξετάσουν την παρουσία της συμπεριφοράς της αγέλης όταν είναι πιθανότερο να διαμορφωθεί, δηλαδή σε συνθήκες πίεσης της αγοράς. Σύμφωνα με τους Christie and Huang (1995), τέτοιες περίοδοι

¹² Οι Hwang and Salmon (2001, 2004) ανέπτυξαν εναλλακτικά υποδείγματα εκτίμησης της ύπαρξης της αγελαίας συμπεριφοράς εστιάζοντας στη διαστρωματική διασπορά των συντελεστών βήτα (beta herding) και όχι στις αποδόσεις των μεμονωμένων αξιογράφων.

κρίσεων στη χρηματιστηριακή αγορά, οι οποίες χαρακτηρίζονται συνήθως από υψηλή μεταβλητότητα, έχουν ιδιαίτερο πληροφοριακό περιεχόμενο καθώς η συμπεριφορά της αγέλης είναι πιθανότερο να παρουσιασθεί σε περιόδους πίεσης της αγοράς, όταν οι μεμονωμένοι επενδυτές είναι πιθανότερο να παραβλέψουν τις προσωπικές τους εκτιμήσεις και να ακολουθήσουν την αγορά σημειώνοντας χαμηλότερη διασπρωματική διασπορά των αποδόσεων. Αντιθέτως, σύμφωνα με τα ορθολογικά πρότυπα αποτίμησης των μετοχών, κατά τη διάρκεια των περιόδων πίεσης της αγοράς οι μεγάλες μεταβολές στις αποδόσεις της αγοράς αναμένεται να οδηγήσουν σε αύξηση της διασπρωματικής διασποράς, καθώς οι μεμονωμένες μετοχές διαφέρουν στην ευαισθησία τους ως προς την απόδοση της αγοράς και έχουν διαφορετικούς συντελεστές beta.

Οι Christie και Huang (1995), πρότειναν την χρήση της διασπρωματικής τυπικής απόκλισης (cross-sectional standard deviation) των μεμονωμένων αποδόσεων του συνόλου των μετοχών μιας χρηματιστηριακής αγοράς, η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$CSSD_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (R_{i,t} - \bar{R}_{m,t})^2}{N-1}} \quad (239)$$

Όπου,

$R_{i,t}$: η απόδοση της μετοχής i τη χρονική στιγμή t

$\bar{R}_{m,t}$: η διασπρωματική μέση τιμή των αποδόσεων των N μετοχών τη χρονική στιγμή t και

N : ο αριθμός όλων των μετοχών μιας χρηματιστηριακής αγοράς τη χρονική στιγμή t .

Η διασπρωματική τυπική απόκλιση είναι ένα διαισθητικό μέτρο προσέγγισης της συμπεριφοράς της αγέλης καθώς ποσοτικοποιεί τη μέση απόσταση των μεμονωμένων αποδόσεων των μετοχών από τις αποδόσεις της χρηματιστηριακής αγοράς. Η διασπορά προβλέπεται να είναι χαμηλή όταν η συμπεριφορά της αγέλης είναι παρούσα.

Στη συνέχεια παλινδρόμησαν τη διαστρωματική τυπική απόκλιση των αποδόσεων, $CSSD_t$, με μια σταθερά και δύο ψευδομεταβλητές (D_t^L και D_t^U), με σκοπό να εντοπίσουν τις ακραίες θετικές και αρνητικές αποδόσεις της αγοράς, όπως φαίνεται στην σχέση (240):

$$CSSD_t = a + \beta_1 D_t^L + \beta_2 D_t^U + e_t \quad (240)$$

όπου

$CSSD_t$: η διαστρωματική τυπική απόκλιση των N μετοχών της χρηματιστηριακής αγοράς τη χρονική στιγμή t ,

a : εκφράζει τη μέση διασπορά του δείγματος των μετοχών (εξαιρώντας τις ακραίες χρονικές περιόδους που εκφράζουν οι δύο ψευδομεταβλητές),

D_t^L : ψευδομεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 εάν η απόδοση της αγοράς την χρονική στιγμή t ανήκει στις ακραίες χαμηλότερες αποδόσεις της κατανομής των αποδόσεων και την τιμή 0 σε όλες τις άλλες περιπτώσεις και

D_t^U : ψευδομεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 εάν η απόδοση της αγοράς την χρονική στιγμή t ανήκει στις ακραίες υψηλότερες αποδόσεις της κατανομής των αποδόσεων και την τιμή 0 σε όλες τις άλλες περιπτώσεις.

Οι ακραίες υψηλότερες/χαμηλότερες αποδόσεις της κατανομής των αποδόσεων προσδιορίζονται εντοπίζοντας το 1% και το 5% των ακραίων αποδόσεων της κατανομής.

Σύμφωνα με τα ορθολογικά υποδείγματα αποτίμησης οι συντελεστές β_1 και β_2 πρέπει να είναι θετικοί και στατιστικά σημαντικοί, ενώ σύμφωνα με τη συμπεριφορά της αγέλης πρέπει να είναι αρνητικοί και στατιστικά σημαντικοί αφού υπάρχει μείωση της διαστρωματικής διασποράς σε περιόδους πίεσης της αγοράς. Η χρήση του υποδείγματος αυτού έχει δεχθεί σημαντική κριτική.¹³

¹³ Η διαστρωματική μεταβλητότητα των αποδόσεων δεν είναι ανεξάρτητη από τη διαχρονική μεταβλητότητα (time-series volatility) των αποδόσεων. Οι Goyal και Santa-Clara (2003) και οι Hwang και Satchell (2002) έδειξαν ότι η διαστρωματική μεταβλητότητα και η διαχρονική μεταβλητότητα συσχετίζονται θετικά (θεωρητικά και εμπειρικά). Παράλληλα, ο ορισμός των ψευδομεταβλητών είναι υποκειμενικός δεδομένου ότι η επιλογή αυτού που καθορίζουμε ως ακραία τιμή (θετική / αρνητική) και η χρήση του κριτηρίου του 1% και 5% είναι καθαρά υποκειμενική (Hwang and Salmon, 2001, 2004; Tan et al., 2008).

Θα πρέπει να τονισθεί ότι το συγκεκριμένο μέτρο μπορεί να επηρεασθεί σημαντικά από την ύπαρξη ορισμένων υπερβολικά υψηλών/χαμηλών αποδόσεων (outliers)¹⁴ και κρίνεται σκόπιμη η επανεκτίμηση των συντελεστών με τη χρησιμοποίηση της διαστρωματικής απόλυτης απόκλισης των αποδόσεων (cross-sectional absolute deviation, CSAD), η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$CSAD_t = \frac{\sum_{i=1}^N |R_{i,t} - \bar{R}_{m,t}|}{N} \quad (241)$$

Όπου,

$R_{i,t}$: η απόδοση της μετοχής i τη χρονική στιγμή t

$\bar{R}_{m,t}$: η διαστρωματική μέση τιμή των αποδόσεων των N μετοχών της χρηματιστηριακής αγοράς τη χρονική στιγμή t και

N : ο αριθμός όλων των μετοχών της χρηματιστηριακής αγοράς τη χρονική στιγμή t .

Οι Chang, Cheng και Khorana (2000) πρότειναν ένα εναλλακτικό μη γραμμικό υπόδειγμα προσέγγισης της συμπεριφοράς της αγέλης εξετάζοντας τη σχέση μεταξύ της διαστρωματικής απόλυτης απόκλισης των αποδόσεων, της απόδοσης της αγοράς και της απόδοσης της αγοράς στο τετράγωνο.¹⁵

Οι Chang, Cheng και Khorana (2000) εκτίμησαν λοιπόν το ακόλουθο υπόδειγμα:

¹⁴ Βλ. Christie και Huang (1995).

¹⁵ Παρά το γεγονός ότι και αυτός ο τρόπος προσέγγισης της συμπεριφοράς της αγέλης βασίζεται στη διαστρωματική διασπορά δεν καταλήγουν πάντα στα ίδια αποτελέσματα με αυτά του υποδείγματος των Christie και Huang (1995). Σύμφωνα με τους Demireu και Kutun (2006) τα εμπειρικά αποτελέσματα για τον έλεγχο της ύπαρξης της αγελαίας συμπεριφοράς μπορεί να είναι ευαίσθητα ως προς τις διαφορετικές προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται. Για παράδειγμα, οι Caparrelli, D'Arcangelis και Cassuto (2004) χρησιμοποιώντας το μέτρο των Christie και Huang (1995) κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι δεν παρατηρείται η συμπεριφορά της αγέλης σε περιόδους πίεσης της αγοράς στην Ιταλία. Επανεκτιμώντας το μη γραμμικό υπόδειγμα των Chang, Cheng και Khorana (2000) κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι παρατηρείται η αγελαία συμπεριφορά.

$$CSAD_t = a + \gamma_1 |R_{m,t}| + \gamma_2 R_{m,t}^2 + \varepsilon_t \quad (242)$$

Όπου,

$CSAD_t$: η διασπρωματική απόλυτη απόκλιση των N μετοχών της χρηματιστηριακής αγοράς τη χρονική στιγμή t ,

$\bar{R}_{m,t}$: η διασπρωματική μέση τιμή των αποδόσεων των N μετοχών της χρηματιστηριακής αγοράς τη χρονική στιγμή t .

Σύμφωνα με τους Chang, Cheng και Khorana (2000), βάσει των υποθέσεων του Υποδείγματος Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model – CAPM), τα ορθολογικά υποδείγματα αποτίμησης υποστηρίζουν ότι η διασπρωματική απόλυτη απόκλιση των αποδόσεων ($CSAD$), πρέπει να είναι μια αύξουσα, γραμμική συνάρτηση της απόδοσης της αγοράς. Αντιθέτως, όταν εμφανίζεται η συμπεριφορά της αγέλης η σχέση αυτή είναι μη γραμμική και αρνητική, δηλαδή ο συντελεστής γ_2 πρέπει να είναι αρνητικός και στατιστικά σημαντικός. Σε αυτήν την περίπτωση η διασπρωματική απόλυτη απόκλιση μειώνεται καθώς αυξάνεται η απόδοση της αγοράς, ή τουλάχιστον αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό. Όταν δεν εμφανίζεται η συμπεριφορά της αγέλης ο συντελεστής γ_2 είναι θετικός και στατιστικά σημαντικός.

Αξίζει να σημειωθεί ότι μέσω της συγκεκριμένης μεθοδολογίας είναι εφικτός ο έλεγχος συμμετρικής ή μη εμφάνισης της αγελαίας συμπεριφοράς στις ανοδικές και στις πτωτικές αγορές. Σε αυτήν την περίπτωση το υπόδειγμα επανεκτιμάται μια φορά για τις περιπτώσεις στις οποίες η απόδοση της αγοράς είναι θετική (up market, $R_{m,t} > 0$) και μια φορά για τις περιπτώσεις στις οποίες η απόδοση της αγοράς είναι αρνητική (down market, $R_{m,t} \leq 0$):

$$CSAD_t^{UP} = a + \gamma_1^{UP} |R_{m,t}^{UP}| + \gamma_2^{UP} (R_{m,t}^{UP})^2 + \varepsilon_t, \quad R_{m,t} > 0 \quad (243)$$

$$CSAD_t^{DOWN} = a + \gamma_1^{DOWN} |R_{m,t}^{DOWN}| + \gamma_2^{DOWN} (R_{m,t}^{DOWN})^2 + \varepsilon_t, \quad R_{m,t} \leq 0 \quad (244)$$

Για τους σχετικούς ελέγχους χρησιμοποιούνται οι απόλυτες τιμές των αποδόσεων $|R_{m,t}^{UP}|$ και $|R_{m,t}^{DOWN}|$ καθώς δε μας ενδιαφέρει εάν η απόδοση είναι

αρνητική ή θετική, αλλά το απόλυτο μέγεθός της. Καθ' αυτόν τον τρόπο είναι εφικτή και η σύγκριση μεταξύ των συντελεστών γ_2^{UP} και γ_2^{DOWN} .

11.5.2 Δεδομένα

Για την εκτίμηση των σχετικών υποδειγμάτων χρησιμοποιούνται οι ημερήσιες ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις (percentage log-differenced returns) όλων των μετοχών που ήταν εισηγμένες και διαπραγματεύονταν στο Χρηματιστήριο Αθηνών την περίοδο 1998-2008.

$$R_{i,t} = 100 \times (\log P_{i,t} - \log P_{i,t-1}) \quad (245)$$

Όπου $P_{i,t}$: είναι η τιμή της μετοχής i τη χρονική στιγμή t .

Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς προσεγγίζεται από τον απλό μέσο όρο των αποδόσεων του συνόλου των εξεταζόμενων μετοχών. Ο αριθμός των μετοχών κατά την εξεταζόμενη περίοδο είναι μεταβαλλόμενος, με ελάχιστο εξεταζόμενο αριθμό 215 μετοχές και μέγιστο 337 μετοχές.¹⁶

11.6 Εμπειρικά αποτελέσματα

Στον Πίνακα 36 παρουσιάζονται τα περιγραφικά στατιστικά μέτρα της διασπρωματικής τυπικής απόκλισης των αποδόσεων (CSSD), της διασπρωματικής απόλυτης απόκλισης των αποδόσεων (CSAD), της απόδοσης της αγοράς (R_m) και της απόλυτης τιμής της απόδοσης της αγοράς ($|R_m|$). Το μέτρο της διασπρωματικής απόλυτης απόκλισης παρουσιάζει μικρότερες τιμές και τυπική απόκλιση καθώς είναι απαλλαγμένο από την επίδραση των outliers. Γι αυτόν το λόγο στις εκτιμήσεις των υποδειγμάτων χρησιμοποιήθηκε η διασπρωματική απόλυτη απόκλιση των αποδόσεων.

Πίνακας 36

¹⁶ Οι τιμές των μετοχών αντλήθηκαν από τη βάση δεδομένων Thomson Datastream και ο αριθμός των μετοχών καθορίζεται από τη διαθεσιμότητα στοιχείων της συγκεκριμένης βάσης.

Περιγραφικά στατιστικά μέτρα

	CSSD (%)	CSAD (%)	R _m (%)	R _m (%)
Μέσος	1,3072	0,8953	-0,0029	0,5783
Διάμεσος	1,2242	0,8233	0,0162	0,3757
Μέγιστο	10,6727	2,8936	3,6053	4,8519
Ελάχιστο	0,6244	0,3735	-4,8519	0,0003
Τυπική Απόκλιση	0,4510	0,2691	0,8408	0,6102
Παρατηρήσεις	2.748			

Στον Πίνακα 37 παρουσιάζεται η εκτίμηση του υποδείγματος των Christie και Huang (1995) με το κριτήριο του 1% και του 5% των ακραίων παρατηρήσεων για ολόκληρη της εξεταζόμενη περίοδο, αλλά και για δύο υποπεριόδους 1998-2002 και 2003-2008, με σκοπό να εντοπισθεί μια πιθανή μεταβολή της επενδυτικής συμπεριφοράς μέσα στο χρόνο.

Πίνακας 37
Υπόδειγμα Christie & Huang (1995)

$CSAD_t = a + \beta_1 D_t^L + \beta_2 D_t^U + e_t$						
Περίοδος	1998-2008 (2.748 παρατηρήσεις)		1998-2002 (1.250 παρατηρήσεις)		2003-2008 (1.498 παρατηρήσεις)	
Κριτήριο	Κριτήριο 1%	Κριτήριο 5%	Κριτήριο 1%	Κριτήριο 5%	Κριτήριο 1%	Κριτήριο 5%
α	0,8895	0,8591	0,9607	0,9415	0,8251	0,7986
t-statistic	(70,48)*	(74,21)*	(45,19)*	(43,09)*	(78,60)*	(87,62)*
β_1	0,4005	0,4027	0,1108	0,2455	0,8576	0,4454
t-statistic	(4,11)*	(12,69)*	(1,39)	(7,79)*	(9,59)*	(9,02)*
β_2	0,1617	0,3216	-0,0880	0,1458	0,6756	0,4026
t-statistic	(2,20)**	(10,66)*	(-1,04)	(3,52)*	(8,74)*	(9,74)*
Adjusted R ²	2,51%	16,43%	0,07%	3,81%	23,75%	32,65%
Σημείωση: Οι αριθμοί στις παρενθέσεις είναι τα t-statistics αφού έγινε διόρθωση της αυτοσυσχέτισης και						

της ετεροσκεδαστικότητας Newey–West (1987), *, **, *** και **** αντιπροσωπεύουν επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 1%, 5%, 10% και 20% αντίστοιχα.

Από τα εμπειρικά αποτελέσματα προκύπτει το συμπέρασμα ότι δεν παρατηρείται το φαινόμενο της αγέλης στην ελληνική χρηματιστηριακή αγορά κατά τις έντονα ανοδικές ή κατά τις έντονα πτωτικές περιόδους. Αντιθέτως, οι συντελεστές β_1 και β_2 είναι θετικοί και στατιστικά σημαντικοί για όλες τις εξεταζόμενες περιόδους, με μοναδική εξαίρεση τους συντελεστές β_1 και β_2 κατά την εξέταση του 1% των ακραίων ημερήσιων παρατηρήσεων την περίοδο 1998-2002, γεγονός που καθιστά ασαφή την ύπαρξη ή την απουσία της συμπεριφοράς της αγέλης κατά τις ακραίες ανοδικές και πτωτικές περιόδους σε αυτήν την περίπτωση¹⁷.

Όμως η εκτίμηση του μη γραμμικού υποδείγματος των Chang, Cheng και Khorana (2000) οδηγεί στα αντίθετα συμπεράσματα. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης για την εξεταζόμενη περίοδο και τις δύο υποπεριόδους παρουσιάζονται στον Πίνακα 38 που ακολουθεί.

Πίνακας 38
Μη γραμμικό υπόδειγμα - Chang, Cheng & Khorana (2000)

$CSAD_t = \alpha + \gamma_1 R_{m,t} + \gamma_2 (R_{m,t})^2 + \varepsilon_t$			
Περίοδος	1998-2008 (2.748 παρατηρήσεις)	1998-2002 (1.250 παρατηρήσεις)	2003-2008 (1.498 παρατηρήσεις)
α	0,7268	0,7894	0,7002
t-statistic	(51,70)*	(29,37)*	(74,10)*
γ_1	0,3637	0,3273	0,3107
t-statistic	(9,27)*	(8,27)*	(13,01)*
γ_2	-0,0593	-0,0714	0,0230
t-statistic	(-2,98)*	(-4,75)*	(3,68)*
Adjusted R ²	26,89%	13,91%	52,48%

¹⁷ Στα ίδια συμπεράσματα καταλήγει και η επανεκτίμηση του μέτρου με τη χρήση της διασπρωματικής τυπικής απόκλισης (CSSD) και γι αυτόν το λόγο δεν παρουσιάζονται.

Ο συντελεστής γ_1 είναι θετικός και στατιστικά σημαντικός τόσο για την εξεταζόμενη περίοδο 1998-2008 ($\gamma_1=0,3637$), όσο και για τις για τις υποπεριόδους 1998-2002 και 2003-2008 ($\gamma_1=0,3273$ και $0,3107$ αντίστοιχα).¹⁸

Ο συντελεστής γ_2 είναι αρνητικός και στατιστικά σημαντικός για ολόκληρη την εξεταζόμενη περίοδο 1998-2008 ($\gamma_2=-0,0593$) και συνεπώς φαίνεται ότι η διασπρωματική απόλυτη απόκλιση αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό καθώς αυξάνονται οι αποδόσεις της αγοράς σε απόλυτους όρους, γεγονός που αρκεί για να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι παρουσιάζεται η συμπεριφορά της αγέλης στη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών.¹⁹

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η επανεκτίμηση του υποδείγματος για τις υποπεριόδους 1998-2002 και 2003-2008 καθώς αποκαλύπτεται η εντονότατη παρουσία της συμπεριφοράς της αγέλης κατά τη διάρκεια της πρώτης υποπεριόδου, η οποία περιλαμβάνει και τη χρηματιστηριακή φούσκα του 1999 ($\gamma_2=-0,0714$). Το φαινόμενο απουσιάζει κατά τη διάρκεια της δεύτερης υποπεριόδου, η οποία περιλαμβάνει και την παγκόσμια χρηματοπιστωτική κρίση του 2008 ($\gamma_2=0,0230$). Πιο συγκεκριμένα, την υποπερίοδο 2003-2008 παρατηρείται το λεγόμενο στη διεθνή βιβλιογραφία “anti-herding”, σύμφωνα με το οποίο οι μεμονωμένες αποδόσεις δε συγκλίνουν, αλλά αποκλίνουν από την απόδοση της αγοράς. Αξίζει να σημειωθεί ότι η ερμηνευτική ικανότητα του υποδείγματος είναι πολύ μεγαλύτερη για την εκτίμηση της υποπεριόδου 2003-2008 (Adjusted $R^2 = 52,48\%$) σε σχέση με ολόκληρη την εξεταζόμενη περίοδο (Adjusted $R^2 = 26,89\%$) και την υποπερίοδο 1998-2002 (Adjusted $R^2 = 13,91\%$).

Εξετάζοντας την πιθανή ασυμμετρία στην εμφάνιση της συμπεριφοράς της αγέλης ως προς την ένταση του φαινομένου σε ανοδικές και πτωτικές περιόδους της αγοράς επανεκτιμάται το υπόδειγμα τόσο για τις ανοδικές, όσο και για τις πτωτικές περιόδους της αγοράς (Πίνακας 39).

¹⁸ Τα αποτελέσματα αυτά επιβεβαιώνουν τα ευρήματα του υποδείγματος των Christie και Huang (1995), σύμφωνα με το οποίο η διασπρωματική απόκλιση αυξάνεται καθώς αυξάνονται οι αποδόσεις της αγοράς σε απόλυτους όρους.

¹⁹ Σε αντίστοιχα συμπεράσματα κατέληξαν οι Caparrelli et al. (2004) για τη χρηματιστηριακή αγορά της Ιταλίας.

Πίνακας 39
Μη γραμμικό υπόδειγμα – Ανοδική και πτωτική αγορά
Chang, Cheng & Khorana (2000)

Α: Ανοδική αγορά (1.408 παρατηρήσεις)			
$CSAD_t^{UP} = \alpha + \gamma_1^{UP} R_{m,t}^{UP} + \gamma_2^{UP} (R_{m,t}^{UP})^2 + \varepsilon_t, R_{m,t} \geq 0$			
α	γ_1^{UP}	γ_2^{UP}	Adjusted R ²
0,7165 (46,87)*	0,5095 (13,06)*	-0,1348 (-7,43)*	26,03%
B: Πτωτική αγορά (1.340 παρατηρήσεις)			
$CSAD_t^{DOWN} = \alpha + \gamma_1^{DOWN} R_{m,t}^{DOWN} + \gamma_2^{DOWN} (R_{m,t}^{DOWN})^2 + \varepsilon_t, R_{m,t} < 0$			
α	γ_1^{DOWN}	γ_2^{DOWN}	Adjusted R ²
0,7161 (40,54)*	0,3009 (6,94)*	-0,0285 (-1,35)****	32,04%
Γ: Wald Test			
	$H_0: \gamma_1^{UP} - \gamma_1^{DOWN} = 0$		$H_0: \gamma_2^{UP} - \gamma_2^{DOWN} = 0$
$\gamma_1^{UP} - \gamma_1^{DOWN}$	0,2086	$\gamma_2^{UP} - \gamma_2^{DOWN}$	-0,1063
t-statistic	(4,15)*	t-statistic	(-4,85)*
Chi-square	[17,22]*	Chi-square	[23,52]*

Σύμφωνα με τα ευρήματα για την περίοδο 1998-2008 η συμπεριφορά της αγέλης εμφανίζεται στην ελληνική χρηματιστηριακή αγορά στις ακραίες ανοδικές περιόδους, καθώς ο συντελεστής γ_2^{UP} είναι αρνητικός και στατιστικά σημαντικός ($\gamma_2^{UP} = -0,1348$), ενώ στην πτωτική αγορά ο συντελεστής γ_2^{DOWN} είναι αρνητικός και στατιστικά σημαντικός σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 20% ($\gamma_2^{DOWN} = -0,0285$). Τα αποτελέσματα αυτά είναι σε συμφωνία με αυτά των Tan et al.(2008) για τη χρηματιστηριακή αγορά της

Κίνας όπου η αγελαία συμπεριφορά εμφανίζεται εντονότερα στις ανοδικές περιόδους της αγοράς.

Τέλος, εστιάζουμε την προσοχή μας στην ύπαρξη της συμπεριφοράς της αγέλης τόσο κατά τη διάρκεια της χρηματιστηριακής φούσκας του 1999, όσο και κατά την περίοδο της παγκόσμιας χρηματοπιστωτικής κρίσης του 2008, επανεκτιμώντας το υπόδειγμα των Chang, Cheng και Khorana (2000) για τις αντίστοιχες περιόδους. Σύμφωνα με τα ευρήματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 40 υπήρχε εντονότατη συμπεριφορά της αγέλης κατά τη διάρκεια της χρηματιστηριακής φούσκας του 1999 ($\gamma_2 = -0,1337$, στατιστικά σημαντικό). Τέλος, σύμφωνα με τα εμπειρικά αποτελέσματα, η συμπεριφορά των επενδυτών κατά την περίοδο της χρηματοπιστωτικής κρίσης του 2008 είναι σύμφωνη με τα ορθολογικά πρότυπα αποτίμησης αφού δεν υπάρχουν ενδείξεις για την παρουσία της συμπεριφοράς της αγέλης ($\gamma_2 = 0,0058$, δεν είναι στατιστικά σημαντικό).

Πίνακας 40
Εκτίμηση του μη γραμμικού υποδείγματος Chang, Cheng & Khorana (2000)
σε περιόδους κρίσεων

$CSAD_t = \alpha + \gamma_1 R_{m,t} + \gamma_2 (R_{m,t})^2 + \varepsilon_t$		
Περίοδος	1999 (250 παρατηρήσεις)	2008 (247 παρατηρήσεις)
α	1,2581	0,8061
t-statistic	(33,64)*	(23,84)*
γ_1	0,2710	0,3588
t-statistic	(5,34)*	(6,57)*
γ_2	-0,1337	0,0058
t-statistic	(-8,00)*	(0,46)
Adjusted R ²	21,87%	52,54%

11.7 Συμπεράσματα κεφαλαίου και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο επιχειρήθηκε ο έλεγχος της ύπαρξης της συμπεριφοράς της αγέλης στη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών σε περιόδους ακραίων θετικών ή αρνητικών καταστάσεων για την περίοδο 1998-2008, χρησιμοποιώντας τα σχετικά υποδείγματα των Christie και Huang (1995) και των Chang, Cheng και Khorana (2000). Σύμφωνα, με το υπόδειγμα των Christie και Huang (1995) δεν παρουσιάζεται η συμπεριφορά της αγέλης στη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών. Αντίθετα, σύμφωνα με τα εμπειρικά ευρήματα από την εκτίμηση του μεταγενέστερου και περισσότερο εξελιγμένου υποδείγματος των Chang, Cheng και Khorana (2000) η συμπεριφορά της αγέλης είναι υπαρκτή σε περιόδους ακραίων αποδόσεων της αγοράς, αλλά ασύμμετρη ως προς την ένταση του φαινομένου καθώς παρουσιάζεται κυρίως στις ανοδικές περιόδους, όπως ήταν και η χρηματιστηριακή φούσκα του 1999. Επιπλέον, θα πρέπει να τονισθεί ότι την υποπερίοδο 1998-2002 η παρουσία της συμπεριφοράς της αγέλης είναι εντονότατη, ενώ το φαινόμενο δεν παρατηρείται κατά την διάρκεια της υποπεριόδου 2003-2008. Αυτή η μεταστροφή της συμπεριφοράς των επενδυτών στη χρηματιστηριακή αγορά των Αθηνών θα μπορούσε να αποδοθεί στην αλλαγή της μικροδομής της χρηματιστηριακής αγοράς όχι τόσο λόγω των θεσμικών μεταρρυθμίσεων αλλά κυρίως λόγω της κυριαρχίας των ξένων θεσμικών επενδυτών που παρατηρείται μετά το 2002 και στον περιορισμό του ρόλου των μικρών και αμήτων επενδυτών που προκαλούν “θόρυβο” στην αγορά (noise traders). Τέλος, δεν παρουσιάζεται η συμπεριφορά της αγέλης κατά τη διάρκεια της χρηματοπιστωτικής κρίσης του 2008 και τα εμπειρικά ευρήματα υποστηρίζουν τα ορθολογικά υποδείγματα αποτίμησης.

Τα αποτελέσματα αυτά ενέχουν σημαντικές πρακτικές συνέπειες τόσο για τους ιδιώτες επενδυτές όσο και για τους επαγγελματίες διαχειριστές χαρτοφυλακίων στη διαμόρφωση αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, στη δημιουργία χαρτοφυλακίων παθητικής διαχείρισης, δεικτοποιημένων Αμοιβαίων Κεφαλαίων (Index Funds) και χρηματιστηριακώς διαπραγματεύσιμων Αμοιβαίων Κεφαλαίων (Exchange Traded Funds) λόγω των σοβαρότατων επιπτώσεων που έχουν για την αποτελεσματικότητα της αγοράς.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ & ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ:ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ

1.

A) Ποια είναι η χρησιμότητα και ποιοι οι βασικοί σκοποί της οικονομετρίας;

B) Να αναφέρετε τις κυριότερες πηγές χρηματοοικονομικών δεδομένων στην Ελλάδα.

Γ) Να κατασκευάσετε πειστικά, χρησιμοποιώντας ένα δικό σας υπόδειγμα, ένα χρηματοοικονομικό υπόδειγμα στο οποίο να περιγράψετε την εξαρτημένη και τις ανεξάρτητες μεταβλητές και τις μεταξύ τους σχέσεις.

2. Να αναφέρετε τα βήματα που ακολουθούμε για την κατασκευή ενός οικονομετρικού υποδείγματος.

3. Ποιες είναι οι υποθέσεις που υιοθετούμε για την εκτίμηση ενός υποδείγματος με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων ;

4. Ποιες είναι οι επιπτώσεις, σε πιθανές παραβιάσεις τους, στους εκτιμητές ελαχίστων τετραγώνων ; Αναλύστε.

5. Αναφέρατε τους λόγους που, κατά τη γνώμη σας, είναι αναγκαία η παρουσία του στοχαστικού όρου σε ένα υπόδειγμα.

6. Ποια είναι τα βασικά προβλήματα που παρουσιάζονται στα δεδομένα ; Αναλύστε.

7. Τι γνωρίζετε για την στατιστική των Durbin και Watson ; Αναλύστε διεξοδικά.

8. Αναφέρατε ορισμένα κριτήρια επιλογής εναλλακτικών υποδειγμάτων.

9. Τί εναλλακτικούς εκτιμητές γνωρίζετε για την εκτίμηση του συντελεστή βήτα ; Αναλύστε.

10. Ποια (ες) είναι, κατά τη γνώμη σας, η (οι) κατάλληλη (ες) μέθοδος (οι) εκτίμησης για τον συστηματικό κίνδυνο κοινών μετοχών σε Χρηματιστήρια, όπου παρουσιάζεται χαμηλή εμπορευσιμότητα ; Αναλύστε.

11. Να αξιολογηθεί η πρόταση : “Στατιστικά μη σημαντικός συντελεστής προσδιορισμού σε ένα γραμμικό υπόδειγμα υποδηλώνει ότι δεν υπάρχει σχέση εξάρτησης μεταξύ εξαρτημένης και ερμηνευτικών μεταβλητών”.

12.

A) Ποιες είναι οι θεωρητικές και πρακτικές συνέπειες της ύπαρξης ετεροσκεδαστικότητας στις τιμές του διαταρακτικού όρου στην περίπτωση που αγνοήσουμε το πρόβλημα και εκτιμήσουμε το σχετικό υπόδειγμα με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων;

B) Πώς μπορεί να γίνει η διαπίστωση του προβλήματος της ετεροσκεδαστικότητας στις τιμές του διαταρακτικού όρου;

13. Να ορίσετε την στατιστική R^2 .

A) Στο υπόδειγμα της αγοράς (market model), όπου οι αποδόσεις μιας μετοχής παλινδρομούνται στις αποδόσεις του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου, τι εκφράζει η στατιστική $1 - R^2$. Αναπτύξτε.

Γ) Πώς γίνεται ο στατιστικός έλεγχος του R^2 ; Αναπτύξτε.

14.

A) Ποιες είναι οι θεωρητικές και πρακτικές συνέπειες της ύπαρξης αυτοσυσχέτισης στις τιμές του διαταρακτικού όρου στην περίπτωση που αγνοήσουμε το πρόβλημα και εκτιμήσουμε το σχετικό υπόδειγμα με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων;

B) Πώς μπορεί να γίνει η διαπίστωση του προβλήματος της αυτοσυσχέτισης στις τιμές του διαταρακτικού όρου;

15. Να παρουσιάσετε σε μαθηματική μορφή το υπόδειγμα της αγοράς και να αναφέρετε αναλυτικά όλες τις υποθέσεις που πρέπει να πληρούνται για την εκτίμησή του. Στη συνέχεια, να αναλύσετε τις επιπτώσεις των παραβιάσεων των υποθέσεων αυτών στις εκτιμήσεις του υποδείγματος.

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ: ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1. Ένα χρήσιμο οικονομετρικό υπόδειγμα, η ρεαλιστικότητα του οποίου μπορεί να ελεγχθεί με εμπειρικά δεδομένα, είναι το πιο κάτω:

$$P = f(D, RE, CV, OE, S)$$

όπου:

P είναι η τιμή της μετοχής

D είναι το μέρισμα ανά μετοχή

RE είναι τα παρακρατηθέντα κέρδη ανά μετοχή

CV είναι ο επιχειρηματικός κίνδυνος

OE είναι ο λόγος Ιδίων προς Ξένα κεφάλαια και

S είναι το μέγεθος της εταιρείας.

Η εκτίμηση του πιο πάνω υποδείγματος για τον τομέα των ελληνικών τραπεζών, έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα:

$$P = -803,8 + 19,3 \cdot AD + 3,2 \cdot RE + 371,3 \cdot OE - 0,003 \cdot S + 205,8 \cdot CV$$

(-2) (8,2) (2,2) (1,4) (-0,2) (1,4)

όπου οι εντός των παρενθέσεων τιμές είναι τιμές της στατιστικής t του Student. Επίσης, $R^2 = 0,73$.

Ζητείται να ερμηνεύσετε τα εμπειρικά αποτελέσματα, κάνοντας ιδιαίτερη αναφορά στη θεωρητική δικαιολόγηση του οικονομικού υποδείγματος.

2. Ένας ερευνητής χρησιμοποιώντας στοιχεία για μια περίοδο 20 ετών εκτίμησε για την μετοχή i την παρακάτω σχέση:

$$P_{it} = 30 + 0,6 * D_{it} \quad (1)$$

(3) (4)

όπου: P_{it} είναι η τιμή της μετοχής i την περίοδο t και
 D_{it} είναι τα μερίσματα ανά μετοχή.

Οι εντός των παρενθέσεων τιμές είναι τιμές της στατιστικής t του Student. Δίνονται επίσης τα παρακάτω στοιχεία:

$$\begin{aligned} \sum u_{1t}^2 &= 100 \\ \sum (P_{it} - \bar{P}_i)^2 &= 1000 \\ \sum (D_{it} - \bar{D}_i)^2 &= 200 \\ \bar{P}_i &= 200 \\ \bar{D}_i &= 20 \end{aligned}$$

Στη συνέχεια, ο ίδιος ερευνητής εκτίμησε για την ίδια χρονική περίοδο το διευρυμένο υπόδειγμα (2):

$$P_{it} = 35 + 0,8 * D_{it} - 50 * R_{it}$$

(2,5) (3) (-2)

όπου όλες οι μεταβλητές έχουν ορισθεί και R_{it} είναι ο συνολικός κίνδυνος της μετοχής. Επίσης, δίνεται ότι :

$$\sum u_{2t}^2 = 40, \text{ όπου } u_{1t} \text{ και } u_{2t} \text{ είναι τα κατάλοιπα των εξισώσεων 1 και 2.}$$

Να ερμηνεύσετε τα εμπειρικά αποτελέσματα και να χρησιμοποιήσετε το κριτήριο F για την πρόκριση του κατάλληλου υποδείγματος.

3. Δίνεται το πιο κάτω υπόδειγμα, το οποίο έχει εκτιμηθεί με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, χρησιμοποιώντας ετήσια δεδομένα για μια περίοδο 30 ετών:

$$R_{it} = 10 + 0,6 * R_{mt} + 0,3 * R_{it-1}$$

(1) (2) (1)

όπου:

R_{it} η απόδοση της μετοχής i και

R_{mt} η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς.

(Οι εντός των παρενθέσεων τιμές είναι τιμές t του Student).

Επιπλέον δίνονται:

$$D.W. = 2 \quad r_{R_{mt}, R_{it-1}} = 0,9$$

$$\sum u^2 = 100 \quad \sum (R_{it} - \bar{R}_{it})^2 = 1000$$

Να ερμηνεύσετε και αξιολογήσετε τα εμπειρικά αποτελέσματα.

4. Για την εκτίμηση του υποδείγματος της αγοράς χρησιμοποιήθηκαν μηνιαία στοιχεία της μετοχής της εταιρείας X για μια πενταετία.

Τα εμπειρικά αποτελέσματα ήταν:

$$R_{it} = 10 + 0,9 * R_{mt} \quad (1) \quad R^2 = 0,70 \quad , \quad D.W. = 1$$

(10) (9)

όπου:

R_{it} η μηνιαία απόδοση της μετοχής της εταιρείας X ,

R_{mt} η μηνιαία απόδοση του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών.

και οι εντός των παρενθέσεων τιμές είναι τιμές της στατιστικής t του Student.
Ζητείται:

α. Να κάνετε έλεγχο στατιστικής σημαντικότητας του υποδείγματος.

β. Να ερμηνεύσετε τα εμπειρικά αποτελέσματα και

γ. Να προτείνετε βελτιώσεις για την καλύτερη εκτίμηση του υποδείγματος.
Αναλύστε.

5. Για τη διερεύνηση της σχέσης μεταξύ τιμής της μετοχής P_t και μερισμάτων D_t χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία από 20 διαδοχικά έτη της εταιρείας E . Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, εκτιμήθηκε το παρακάτω υπόδειγμα:

$$P_t = 1.000 + 4 * D_t \quad R^2 = 0,30$$

(200) (1)

(Οι εντός των παρενθέσεων τιμές είναι τυπικά σφάλματα).

Να εξεταστεί αν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στις τιμές του στοχαστικού όρου σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0,05 κάτω από τις παρακάτω τρεις διαφορετικές καταστάσεις:

- α) D.W. = 1
- β) D.W. = 1,7
- γ) D.W. = 3

Να διερευνηθούν οι συνέπειες του γεγονότος και να προτείνετε λύσεις για την αντιμετώπιση του προβλήματος.

6. Οι Fama -MacBeth (1973) χρησιμοποίησαν μια ενδιαφέρουσα μεθοδολογία για να ελέγξουν το Υπόδειγμα Αποτίμησης Κεφαλαιουχικών Στοιχείων (CAPM). Το θεωρητικό υπόδειγμα που ανέπτυξαν ήταν το παρακάτω:

$$R_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t} * \beta_i + \gamma_{2t} * \beta_i^2 + \gamma_3 * S_{ei} + n_{it} \quad (1)$$

όπου:

R_{it} είναι η απόδοση του χρεογράφου i κατά την περίοδο t .

β_i είναι ο συντελεστής βήτα του χρεογράφου i και

S_{ei} είναι ο υπόλοιπος (μη συστηματικός) κίνδυνος.

Το υπόδειγμα (1) εκτιμήθηκε με τη Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων για ένα σύνολο 50 μετοχών εισηγμένων στο Χρηματιστήριο των Αθηνών και τα εμπειρικά αποτελέσματα ήταν:

$$R_{it} = 0,002 + 0,04 * \beta_i + 0,002 * \beta_i^2 + 0,05 * S_{ei} \quad (2)$$

(0,001) (0,005) (0,002) (0,10)

όπου οι τιμές εντός παρενθέσεων είναι τυπικά σφάλματα.

Επίσης δίνονται:

$$D.W. = 1,00$$

$$\sum n_{it}^2 = 500$$

$$\sum (R_{it} - \bar{R}_{it})^2 = 1000$$

Ζητείται να ερμηνεύσετε και να αξιολογήσετε τα εμπειρικά αποτελέσματα.

7. Για την αξιολόγηση της επίδοσης των Αμοιβαίων Κεφαλαίων ΑΤΕ Μετοχικό και HSBC Μετοχικό, χρησιμοποιήθηκαν το κλασικό υπόδειγμα του Jensen και το υπόδειγμα των Henriksson Merton (1981). Η εκτίμηση των σχετικών υποδειγμάτων έγινε με την μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων και την χρήση μηνιαίων στοιχείων για την περίοδο 1.1.2000 – 31.12.2008. Τα εμπειρικά αποτελέσματα της εκτιμήσεως των υποδειγμάτων ήταν:

$$\hat{(R_{it} - R_{ft})} = -0.0023 + 0.85 (R_{mt} - R_{ft}) \quad R^2 = 0.95$$

	(0.0013)	(0.02)	ATE
$\hat{(R_{it} - R_{ft})} =$	0.0025	$+ 0.77 (R_{mt} - R_{ft})$	$R^2 = 0.89$
	(0.0019)	(0.03)	HSBC
$\hat{(R_{it} - R_{ft})} =$	-0.0025	$+ 0.84 (R_{mt} - R_{ft}) + 0.008 (R_{mt} - R_{ft}) D_{ut}$	$R^2 = 0.95$
	(0.002)	(0.03) (0.06)	ATE
$\hat{(R_{it} - R_{ft})} =$	0.005	$+ 0.79 (R_{mt} - R_{ft}) + -0.09 (R_{mt} - R_{ft}) D_{ut}$	$R^2 = 0.89$
	(0.003)	(0.04) (0.08)	HSBC

Όπου:

R_{it} η απόδοση του Αμοιβαίου Κεφαλαίου την περίοδο t

R_{ft} η απόδοση χωρίς κίνδυνο

R_{mt} η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς

D_{ut} ψευδομεταβλητή

Ζητείται να αξιολογήσετε και να ερμηνεύσετε τα εμπειρικά αποτελέσματα. Τι προβλήματα παρουσιάζει η εκτίμηση των υποδειγμάτων αυτών και τι προτάσεις βελτίωσης προτείνετε;

* Οι εντός των παρενθέσεων τιμές είναι τυπικά σφάλματα.

8. Για την επιχείρηση Omega εκτιμήθηκε η πιο κάτω συνάρτηση πωλήσεων με την χρήση τριμηνιαίων στοιχείων για μια περίοδο 15 ετών.

$$S_t = 18 + 0,8 S_{t-1} + 0,3 A_t$$

(2,0) (0,1) (0,1)

(εντός των παρενθέσεων δίνονται τα τυπικά σφάλματα)

Όπου:

S_t : οι πωλήσεις την χρονική στιγμή t

S_{t-1} : οι πωλήσεις την χρονική στιγμή $t-1$

A_t : έξοδα για διαφημίσεις την χρονική στιγμή t

Δίνεται επίσης ότι:

$$\sum \hat{u}^2 = 100$$

$$\sum (S - \bar{S})^2 = 500$$

$$d.w. = 1,0$$

Να ερμηνευθούν τα εμπειρικά αποτελέσματα διεξοδικά και να γίνουν όλοι οι απαραίτητοι σχετικοί έλεγχοι.

9. Για την εκτίμηση του υποδείγματος της αγοράς χρησιμοποιήθηκαν 60 μηνιαίες παρατηρήσεις για την μετοχή A και για τον Γενικό Δείκτη του

Χρηματιστηρίου Αθηνών. Τα αποτελέσματα της εκτίμησης παρουσιάζονται παρακάτω:

$$R_{At} = 0,1 + 0,5 R_{mt} \\ (0,01) \quad (0,1)$$

Όπου:

R_{At} : η απόδοση της μετοχής Α την χρονική στιγμή t

R_{mt} : η απόδοση του Γενικού Δείκτη του Χρηματιστηρίου Αθηνών την χρονική στιγμή t

Δίνεται επίσης ότι:

$$\Sigma \hat{u}^2 = 100$$

$$\Sigma (R_m - \bar{R}_m)^2 = 200$$

$$\Sigma (R_A - \bar{R}_A)^2 = 300$$

$$\rho(R_A, R_m) = 0,81$$

Να βρείτε όλους τους σχετικούς κινδύνους της μετοχής Α. Στη συνέχεια να αξιολογήσετε και να ερμηνεύσετε τα εμπειρικά αποτελέσματα.

10. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματα του πίνακα 1. Στη συνέχεια να προτείνετε ένα ισοσταθμισμένο επιθετικό και ένα ισοσταθμισμένο αμυντικό χαρτοφυλάκιο τριών μετοχών.

Πίνακας 1

Εκτίμηση του κινδύνου των μετοχών FTSE ATHEX/20 31/12/2005-31/12/2008

FTSE/ATHEX 20	beta	t-Statistic	alpha	t-Statistic	R-squared	Standard Deviation (Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων)
ALPHA BANK	1,034	8,37	-0,004	-0,44	67,31%	9,63%
COCA - COLA ΤΡΙΑ ΕΨΙΛΟΝ	0,953	5,68	0,009	0,70	48,70%	10,46%
EUROBANK EFG	1,234	10,86	-0,004	-0,46	77,63%	10,71%
INTRALOT	1,308	7,16	0,007	0,47	60,11%	12,90%
MARFIN INVESTMENT GROUP	0,861	2,77	0,014	0,59	18,43%	15,35%
MARFIN POPULAR BANK**	1,169	5,95	-0,010	-0,56	62,75%	12,20%
ΑΓΡΟΤΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ	0,601	4,99	-0,024	-2,50	42,29%	7,07%
ΒΙΟΧΑΛΚΟ	1,127	4,51	0,015	0,76	37,39%	14,11%
ΔΕΗ	0,679	3,14	0,004	0,21	22,49%	10,96%
ΕΘΝΙΚΗ ΤΡΑΠΕΖΑ	1,237	13,00	0,003	0,39	83,26%	10,38%
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΠΕΤΡΕΛΑΙΑ	0,726	5,70	-0,007	-0,75	48,84%	7,95%
ΕΛΛΑΚΤΩΡ	1,029	5,42	0,018	1,18	46,34%	11,56%
ΜΟΤΟΡ ΟΙΛ	0,814	6,36	-0,010	-0,97	54,36%	8,44%
ΜΥΤΙΛΗΝΑΙΟΣ	1,314	6,29	0,014	0,88	53,77%	13,72%
ΟΠΑΠ	0,658	5,39	0,003	0,32	46,10%	7,43%
ΟΤΕ	0,625	4,69	0,001	0,05	39,24%	7,63%
ΠΕΙΡΑΙΩΣ ΤΡΑΠΕΖΑ	1,365	10,79	0,010	1,03	77,39%	11,86%
ΤΑΧΥΔΡΟΜΙΚΟ ΤΑΜΙΕΥΤΗΡΙΟ**	0,853	4,86	-0,012	-0,86	45,78%	9,98%
ΤΙΤΑΝ	0,852	6,10	-0,006	-0,58	52,28%	9,01%
ΤΡΑΠΕΖΑ ΚΥΠΡΟΥ	1,437	8,07	0,020	1,43	65,72%	13,56%
ΓΕΝΙΚΟΣ ΔΕΙΚΤΗΣ ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟΥ	1		0		100,00%	7,64%

*Από την ημερομηνία εισαγωγής στο ΧΑ

11. Στον πίνακα 2 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις των αποδόσεων των δεικτών FTSE για την περίοδο 30/12/2003-31/12/2008. Ζητείται αφού ορίσετε την έννοια του συντελεστή συσχέτισης και τα βασικά χαρακτηριστικά του, να αξιολογήσετε την χρησιμότητά των πληροφοριών αυτών για τη διαμόρφωση χαρτοφυλακίων από τους επενδυτές,, αλλά και από τους διαχειριστές χαρτοφυλακίων.

Πίνακας 2

Συσχετίσεις αποδόσεων δεικτών FTSE για την χρονική περίοδο 30/12/2003-31/12/2008

	ATHX 140	FTASE 20	FTASE 40	FTASE 80
ATHX 140	1,00	0,99	0,91	0,80
FTASE 20	0,99	1,00	0,85	0,72
FTASE 40	0,91	0,85	1,00	0,87
FTASE 80	0,80	0,72	0,87	1,00

12. Στον πίνακα 3 παρουσιάζονται οι ετήσιες αποδόσεις, η μέση απόδοση και η τυπική απόκλιση για τρεις χρηματιστηριακές αγορές. Αναλύστε τα ευρήματα και αναπτύξτε την χρησιμότητα της πληροφόρησης αυτής για έναν επενδυτή.

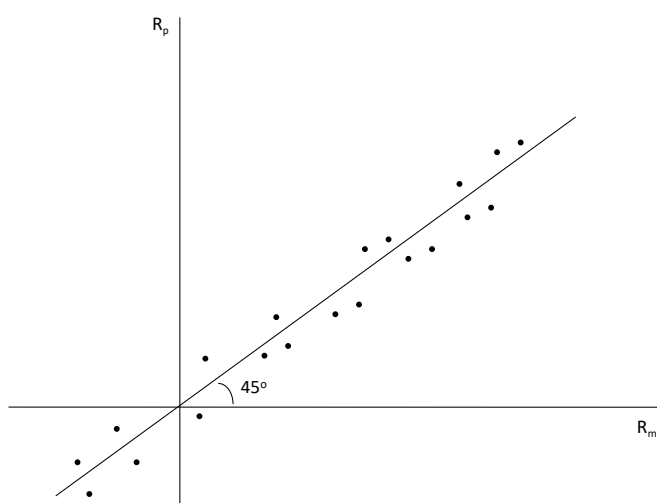
Πίνακας 3

Η πορεία των χρηματιστηρίων της Αθήνας, των ΗΠΑ και της Πορτογαλίας

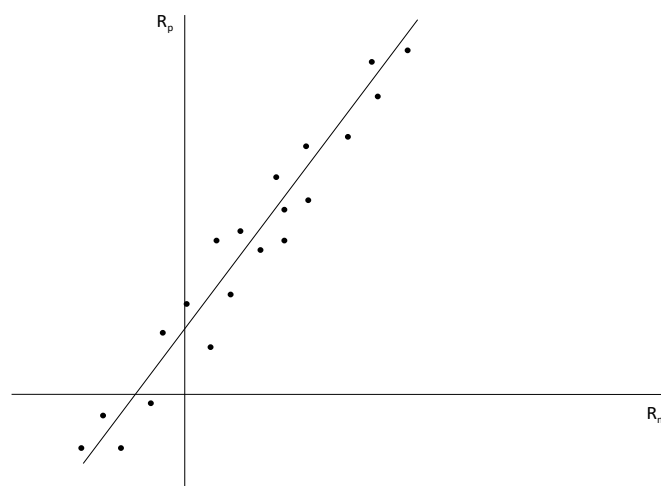
	Χρηματιστήριο Αθηνών		Χρηματιστήριο ΗΠΑ		Χρηματιστήριο Πορτογαλίας
1990	102,86%		-4,34%		-32,95%
1991	-13,12%		20,32%		-2,30%
1992	-16,97%		4,17%		-11,21%
1993	42,59%		13,72%		53,25%
1994	-9,36%		2,14%		8,42%
1995	5,19%		33,45%		-4,59%
1996	2,13%		26,01%		32,57%
1997	58,51%		22,64%		65,25%
1998	85,02%		16,10%		26,24%
1999	102,19%		25,22%		12,57%
2000	-38,77%		-6,18%		-8,22%
2001	-23,53%		-7,10%		-19,04%
2002	-32,53%		-16,76%		-20,65%
2003	29,46%		25,32%		17,40%
2004	23,09%		3,15%		18,00%
2005	31,50%		-0,61%		17,19%
Μέση απόδοση	21,77%		9,83%		9,50%
Τυπική απόκλιση	46,19%		14,88%		26,64%

13. Στα διαγράμματα 1-6 παρουσιάζονται οι αποδόσεις 6 διαφορετικών μετοχών. Να χαρακτηρίσετε τις μετοχές με τη βοήθεια των διαγραμμάτων.

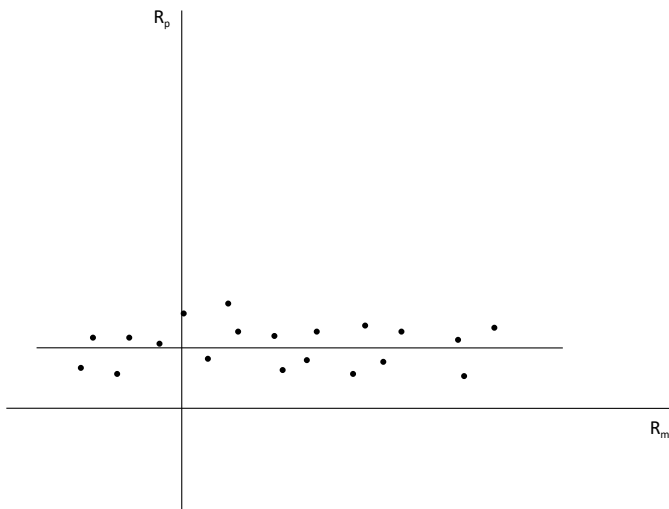
Διάγραμμα 1



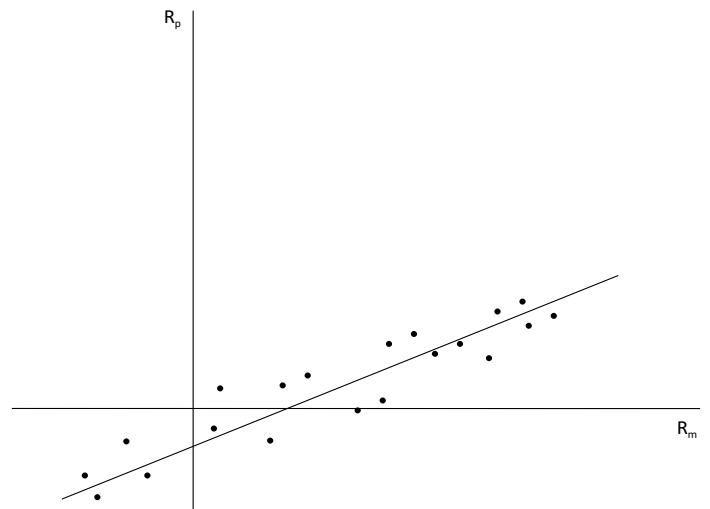
Διάγραμμα 2



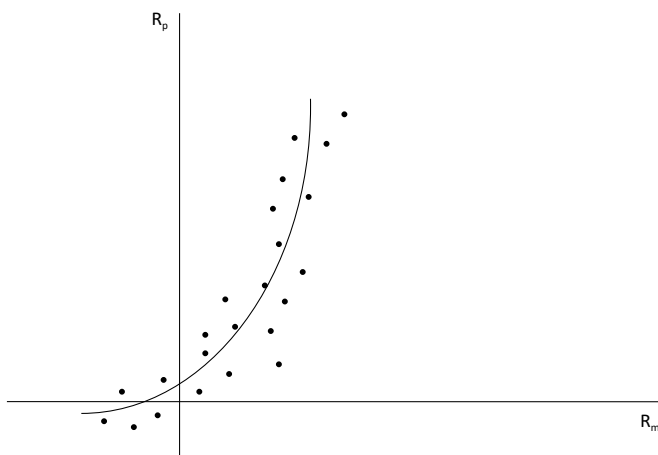
Διάγραμμα 3



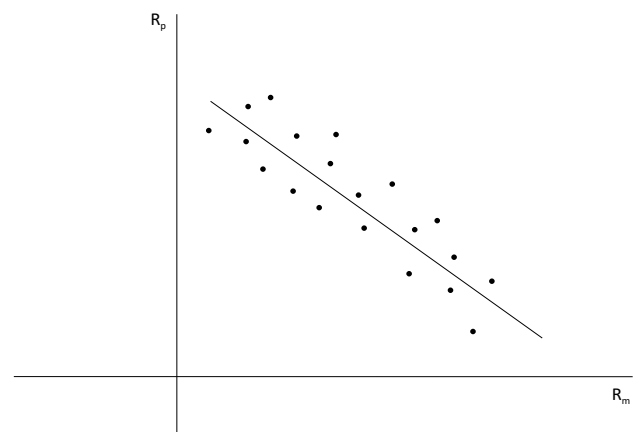
Διάγραμμα 4



Διάγραμμα 5



Διάγραμμα 6



14. Εκτιμήθηκε η συνάρτηση κατανάλωσης της Ελληνικής Οικονομίας για την περίοδο 1977-2008. Τα εμπειρικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εκτίμηση του σχετικού υποδείγματος με τη χρήση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων ήταν τα παρακάτω:

$$C_t = 2,0 + 0,88 Y_t^d$$

(0,5) (0,11)

(εντός των παρενθέσεων δίνονται τα τυπικά σφάλματα)

Όπου:

C_t : η συνολική κατανάλωση την χρονική στιγμή t και

Y_t^d : το διαθέσιμο εισόδημα την χρονική στιγμή t .

Δίνεται επίσης ότι:

$$\Sigma \hat{u}^2 = 20$$

$$\Sigma (Y_d - \bar{Y}_d)^2 = 36.000$$

$$\Sigma (C_t - \bar{C}_t)^2 = 30.000$$

Αναλύσατε τα εμπειρικά ευρήματα εφαρμόζοντας όλους τους σχετικούς ελέγχους.

15. Για τον έλεγχο ύπαρξης εποχικών προτύπων στην χρηματιστηριακή αγορά της Νέας Υόρκης χρησιμοποιήθηκαν μηνιαία στοιχεία του χρηματιστηριακού δείκτη Dow Jones για την περίοδο 1981-2008 και εκτιμήθηκε το παρακάτω πολυπαραγοντικό υπόδειγμα πολλαπλής παλινδρόμησης με τη χρήση ψευδομεταβλητών.

$$\begin{aligned} R_{\text{DOW JONES}} = & 0,0124 \text{ IAN} + 0,0064 \text{ ΦΕΒ} + 0,0086 \text{ ΜΑΡ} + 0,0208 \text{ ΑΠΡ} + 0,0116 \text{ ΜΑΪ} - 0,0022 \text{ ΙΟΥΝ} + 0,0063 \text{ ΙΟΥΛ} + \\ & (1,51) \quad (0,78) \quad (1,05) \quad (2,54) \quad (1,42) \quad (-0,27) \quad (0,76) \\ & + 0,0003 \text{ ΑΥΓ} - 0,0142 \text{ ΣΕΠΤ} + 0,0073 \text{ ΟΚΤ} + 0,0167 \text{ ΝΟΕ} + 0,0167 \text{ ΔΕΚ} + u_t \\ & (0,04) \quad (-1,73) \quad (0,89) \quad (2,04) \quad (2,04) \end{aligned}$$

(εντός των παρενθέσεων δίνονται τα t-statistics)

Δίνεται επίσης ότι:

$$R^2 = 0,044$$

Αναλύσατε τα εμπειρικά ευρήματα και τη δυνητική χρησιμότητά τους για την εφαρμογή αποτελεσματικών επενδυτικών στρατηγικών.

16. Ένας ερευνητής χρησιμοποίησε το υπόδειγμα της Αγοράς για την εκτίμηση του συστηματικού κινδύνου των μετοχών της Alpha Bank και της Βιοχάλκο.

Για την περίοδο 1991-1995 και χρησιμοποιώντας μηνιαία στοιχεία και την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, τα εμπειρικά αποτελέσματα ήταν:

$$R_{it} = 0,3 + 0,95 * R_{mt}$$

$$(10) \quad (7)$$

$$R^2 = 0,70 \quad , \quad D.W. = 1,7$$

και

$$R_{jt} = 0,4 + 0,15 * R_{mt}$$

$$(9) \quad (2)$$

$$R^2 = 0,10 \quad , \quad D.W. = 2,5$$

όπου:

R_{it} είναι η απόδοση της μετοχής της Alpha Bank.

R_{jt} είναι η απόδοση της μετοχής της Βιοχάλκο και

R_{mt} είναι η απόδοση του Γενικού Δείκτη του Χ.Α.Α.

(Οι εντός των παρενθέσεων τιμές είναι τιμές της στατιστικής t).

Να ερμηνεύσετε και να αξιολογήσετε τα εμπειρικά αποτελέσματα.

Τι βελτιώσεις προτείνετε για μια πιο αποτελεσματική εκτίμηση των εκτιμηθέντων υποδειγμάτων ;

17. Εκτιμήθηκε η συνάρτηση επενδύσεων της Ελληνικής Οικονομίας για την περίοδο 1977-2008. Τα εμπειρικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εκτίμηση του σχετικού υποδείγματος με τη χρήση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων ήταν τα παρακάτω:

$$I_t = 2,0 + 0,3 Y_t - 5000 i_t + \hat{u}_t \quad (1)$$

(0,5) (0,11) (1000)

(εντός των παρενθέσεων δίνονται τα τυπικά σφάλματα)

Όπου:

I_t : η ιδιωτική επένδυση την χρονική στιγμή t

i_t : είναι τα επιτόκια χρηματοδότησης και

Y_t : το ακαθάριστο εθνικό εισόδημα την χρονική στιγμή t.

Δίνεται επίσης ότι:

$$\sum \hat{u}^2 = 20$$

$$\sum (Y_t - \bar{Y}_t)^2 = 80$$

$$\sum (I_t - \bar{I}_t)^2 = 60$$

Όπου $\hat{u}_t$ είναι τα κατάλοιπα από την παλινδρόμηση (1).

Τέλος, δίνεται ότι η στατιστική των Durbin και Watson είναι 1,1 ($d_L=1,31$ και $d_U=1,57$)

Αναλύσατε τα εμπειρικά ευρήματα εφαρμόζοντας όλους τους σχετικούς οικονομικούς, στατιστικούς και οικονομετρικούς ελέγχους.

18. Χρησιμοποιώντας εβδομαδιαίες αποδόσεις για το Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης (NYSE) για την περίοδο 1976-1989 εκτιμήθηκαν τα ακόλουθα υποδείγματα (1) και (2):

$$A) \hat{R}_t = 0,180 + 0,059 R_{t-1} \quad (1)$$

(0,081) (0,038)

$$N= 689, R^2 = 0,0035, \bar{R}^2 = 0,0020$$

$$B) \hat{R}_t = 0,186 + 0,060 R_{t-1} - 0,038 R_{t-2} \quad (2)$$

$$N=688, R^2=0,0048, \bar{R}^2=0,0019$$

Όπου:

R_t, R_{t-1}, R_{t-2} οι εβδομαδιαίες αποδόσεις του NYSE τις χρονικές στιγμές $t, t-1, t-2$ αντίστοιχα.

Εντός των παρενθέσεων δίνονται τα τυπικά σφάλματα.

Αναλύστε τα εμπειρικά αποτελέσματα καθώς και τις πρακτικές και θεωρητικές τους επιπτώσεις.

19. Στον πίνακα 4 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις των αποδόσεων διαφόρων διεθνών χρηματιστηριακών δεικτών και του δείκτη του ΧΑΑ για την περίοδο 31/12/1999-31/5/2010. Ζητείται αφού ορίσετε την έννοια του συντελεστή συσχέτισης και τα βασικά χαρακτηριστικά του, να αξιολογήσετε την χρησιμότητά των πληροφοριών αυτών για τη διαμόρφωση χαρτοφυλακίων από τους επενδυτές, αλλά και από τους διαχειριστές χαρτοφυλακίων. Επηρεάζεται η απόδοση του Γενικού Δείκτη του ΧΑΑ από τον Dow Jones ;

Πίνακας 4
Συσχετίσεις αποδόσεων δεικτών FTSE
Μηνιαία στοιχεία για την χρονική περίοδο 31/12/1999-31/5/2010

	CAC 40	DAX 30	FTSE 100	DOW JONES INDUSTRIALS	Γενικός Δείκτης ΧΑ
CAC 40	1,000	0,942	0,884	0,804	0,662
DAX 30	0,942	1,000	0,833	0,793	0,647
FTSE 100	0,884	0,833	1,000	0,834	0,617
DOW JONES INDUSTRIALS	0,804	0,793	0,834	1,000	0,573
Γενικός Δείκτης ΧΑ	0,662	0,647	0,617	0,573	1,000

20. Για τις μετοχές της Εθνικής Τράπεζας της Ελλάδος και της ΔΕΗ εκτιμήθηκε το υπόδειγμα της αγοράς (Market Model) με τη χρήση μηνιαίων στοιχείων για την περίοδο 1/1/2007-31/12/2009. Τα εμπειρικά αποτελέσματα που προέκυψαν από την εκτίμηση του υποδείγματος με τη χρήση της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων ήταν:

$$R_{ETE,t} = -2\% + 1,8 R_{M,t} + \hat{u}_t \quad R^2 = 0,70 \quad (1)$$

(0,3) (0,1)

$$R_{ΔΕΗ,t} = 1\% + 0,6 R_{M,t} + \hat{u}_t \quad R^2 = 0,30 \quad (2)$$

(0,2) (0,2)

(εντός των παρενθέσεων δίνονται τα τυπικά σφάλματα)

I) Ζητείται να αναλύσετε εξονυχιστικά και να ερμηνεύσετε τα εμπειρικά αποτελέσματα διενεργώντας οικονομικό, στατιστικό και οικονομετρικό έλεγχο.

II) Ποια είναι η χρησιμότητα των εμπειρικών αυτών αποτελεσμάτων και σε ποιους απευθύνονται;

21. Το παρακάτω υπόδειγμα εκτιμήθηκε με τη χρήση τριμηνιαίων παρατηρήσεων με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για την περίοδο 1989-2009.

$$R_t = 1\% + 0,5 \text{ CGNP}_{t-1} + \hat{u}_t \quad R^2 = 0,10 \quad (1)$$

(0,8) (0,1)

$$R_t = 1\% + 0,3 \text{ CGNP}_t + \hat{u}_t \quad R^2 = 0,05 \quad (2)$$

(0,8) (0,3)

(εντός των παρενθέσεων δίνονται τα τυπικά σφάλματα)

Όπου:

R_t είναι οι αποδόσεις του χρηματιστηρίου και

CGNP_t είναι οι μεταβολές του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος.

Ζητείται να ερμηνεύσετε εξονυχιστικά όλα τα εμπειρικά αποτελέσματα.

22. I) Για τα υποδείγματα της εφαρμογής 21 δίνονται τα παρακάτω στοιχεία:

$$\sum \hat{u}_3^2 = 90$$

$$\sum \hat{u}_4^2 = 95$$

$$\sum R_t^2 = 100$$

Όπου οι δείκτες 1 και 2 αναφέρονται στα υποδείγματα 1 και 2 αντίστοιχα της εφαρμογής 21.

Να υπολογίσετε τα κριτήρια F για τον έλεγχο της στατιστικής σημαντικότητας του υποδείγματος.

II) Στα ίδια υποδείγματα εκτιμήθηκε η σχέση των κατάλοιπων $\hat{u}_{1,t}$ και $\hat{u}_{2,t}$ με τις χρονικές υστερήσεις τους $\hat{u}_{t-1}$, $\hat{u}_{t-2}$, $\hat{u}_{t-3}$, $\hat{u}_{t-4}$.

Τα εμπειρικά αποτελέσματα ήταν:

$$\hat{u}_{1,t} = 0,1 + 0,8 \hat{u}_{1,t-1} + 0,3 \hat{u}_{1,t-2} + 0,2 \hat{u}_{1,t-3} + 0,01 \hat{u}_{1,t-4} \quad R^2 = 0,20$$

(0,3) (0,6) (0,2) (0,2) (0,2)

$$\hat{u}_{2,t} = 0,1 + 0,8 \hat{u}_{2,t-1} + 0,5 \hat{u}_{2,t-2} + 0,3 \hat{u}_{2,t-3} + 0,1 \hat{u}_{2,t-4} \quad R^2 = 0,30$$

(0,3) (0,3) (0,5) (0,6) (0,8)

(εντός των παρενθέσεων δίνονται τα τυπικά σφάλματα)

Ζητείται να ερμηνεύσετε εξονυχιστικά όλα τα εμπειρικά αποτελέσματα. Εάν ισχύουν τα ευρήματα του συγκεκριμένου θέματος, ποιές θα ήταν οι επιπτώσεις για την ανάλυση των εμπειρικών αποτελεσμάτων της εφαρμογής 21;

ΑΡΘΡΟΓΡΑΦΙΑ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ

Καραθανάσης Γ. και Φίλιππας Ν., 1994, "Έλεγχοι Παραβίασης των Υποθέσεων του Υποδείγματος της Αγοράς στην Χρηματιστηριακή Αγορά των Αθηνών", Σπουδαί, Τόμος 44, σελ. 62-78

Καραθανάσης Γ. και Φίλιππας Ν., 1990, ' Η Εκτίμηση του Συστηματικού Κινδύνου Κοινών Μετοχών Εισηγμένων στο Χρηματιστήριο των Αθηνών', Δελτίο ΕΕΤ, Τεύχος 27ο

Κιντής Α., 1992, 'Εφαρμοσμένη Οικονομετρία, Μεθοδολογικά και άλλα σημαντικά θέματα', Εκδόσεις: Gutenberg

Συριόπουλος Κ. 1996, 'Ανάλυση και Έλεγχοι Μονομεταβλητών Χρηματοοικονομικών Χρονολογικών Σειρών', Εκδόσεις Τυπωθήτω Γιώργος Δαρδανός

Φίλιππας Ν., 2010, 'Αμοιβαία Κεφάλαια: Η τρέχουσα πραγματικότητα και οι σύγχρονες διεθνείς εξελίξεις', Εκδόσεις Μπαμπαλός-Στυλιανίδης

Χρήστου Γ., 2003, 'Εισαγωγή στην Οικονομετρία', Τόμος Α, Εκδόσεις Gutenberg

Χρήστου Γ., 2003, 'Εισαγωγή στην Οικονομετρία', Τόμος Β, Εκδόσεις Gutenberg

ΞΕΝΗ

Asteriou D. & Hall S., 2007, 'Applied Econometrics: A Modern Approach', Palgrave Macmillan

Caparrelli, F., D'Arcangelis, A.M. and Cassuto, A., 2004, "Herding in the Italian Stock Market: A Case of Behavioral Finance", The Journal of Behavioral Finance, 5, pp. 222–230.

Caporale, G.M., Economou, F. and Philippas, N., 2008, "Herding behaviour in extreme market conditions: the case of the Athens Stock Exchange", Economics Bulletin, Vol. 7, pp. 1-13.

Chang, E. C., Cheng, J. W. and Khorana, A., 2000, "An examination of herd behavior in equity markets: an international perspective", Journal of Banking and Finance, 24, pp. 1651–1679.

Chiang, Th. C. και Zheng, D., 2010, "An empirical analysis of herd behavior in global stock markets", *Journal of Banking & Finance*, 34, pp. 1911-1921.

Christie, W. G. and Huang, R. D., 1995, "Following the pied piper: do individual returns herd around the market?", *Financial Analysts Journal*, 51, pp. 31–37.

Demirer, R. and Kutan, A.M.. 2006, "Does herding behavior exist in Chinese stock markets?", *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 16, pp. 123–142.

Dimson, E. 1979, 'Risk measurement when shares are subject to infrequent trading', *Journal of Financial Economics*, 7, pp. 197-206

Economou, F. Kostakis, A. & Philippas, N., 2011, "Cross-country effects in herding behaviour: Evidence from four south European markets", *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 21, pp. 443-460

Fogler R. & Ganapathy S., 1982, 'Financial Econometrics for Researchers in Finance & Accounting', Prentice Hall

Goyal, A. and Santa-Clara, P., 2003, "Idiosyncratic Risk Matters!", *Journal of Finance*, 56, pp. 975-1007.

Hirshleifer, D. and Teoh, S. H., 2003, "Herd Behaviour and Cascading in Capital Markets: a Review and Synthesis", *European Financial Management*, pp. 25–66.

Intriligator M.D, 1978, 'Econometric Models, Techniques and Applications', North Holland

Rachev S.T, Mitnik S., Fabozzi F.F., Focardi S. M. & Jasic T., 2007, 'Financial Econometrics', John Wiley & Sons.

Salvatore D., 1981, 'Schaum's Outline of Statistics and Econometrics', McGraw-Hill

Salvatore D. & Reagle, D, 2001, 'Schaum's Outline of Statistics and Econometrics', McGraw-Hill

Selden G.C., 1912, *Psychology of the Stock Market: Human Impulses Lead To Speculative Disasters*", Cosimo Inc

Watsham T. J & Parramore K., 1997, 'Quantitative Methods in Finance', Thomson Business Press