

ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ MICROSOFT EXCEL

Με τη μέθοδο της απλής εκθετικής εξομάλυνσης οι προβλέψεις των μελλοντικών τιμών μιας χρονοσειράς προκύπτουν ως ένας σταθμικός μέσος όρος των παρατηρήσεών της. Ειδικότερα, εάν Y_t είναι η τιμή μιας χρονοσειράς κατά τη χρονική περίοδο t τότε η προβλεπόμενη τιμή της χρονοσειράς $\hat{Y}_{t+1}$ για την επόμενη χρονική περίοδο δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{Y}_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha) \hat{Y}_t \quad (1)$$

για $t = 2, 3, \dots, T$ και αρχική συνθήκη $\hat{Y}_2 = Y_1$ ενώ για τη σταθερά εξομάλυνσης α ισχύει $0 \leq \alpha \leq 1$. Δηλαδή, η πρόβλεψη για την επόμενη περίοδο $t+1$ προκύπτει κατά $\alpha\%$ από την πραγματική τιμή της χρονοσειράς της περιόδου t και κατά $(1-\alpha)\%$ από την προβλεπόμενη τιμή. Για σταθερά εξομάλυνσης επιλέγεται η τιμή του α που αντιστοιχεί στο ελάχιστο δυνατό MSE όπου το MSE αποτελεί ένα κριτήριο της προβλεπτικής ικανότητας της μεθόδου που ορίζεται σύμφωνα με τη σχέση (2)

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n} \quad (2)$$

και με n συμβολίζεται ο αριθμός των περιόδων για τις οποίες έχει γίνει πρόβλεψη.

Στη συνέχεια θα εξεταστεί με ένα παράδειγμα πως μπορεί να χρησιμοποιηθεί το λογιστικό φύλλο Excel για την πρόβλεψη των τιμών μιας χρονοσειράς με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης. Έστω μια χρονοσειρά 15 περιόδων με τιμές 56, 75.2, 84.5, 53.2, 68.9, 59.3, 71.4, 67.4, 60.1, 54.8, 73.5, 74.2, 75, 74.1, 73.2 και ζητείται να προβλεφθεί η τιμή της για την 16^η χρονική περίοδο χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης για $\alpha = 0.2$.

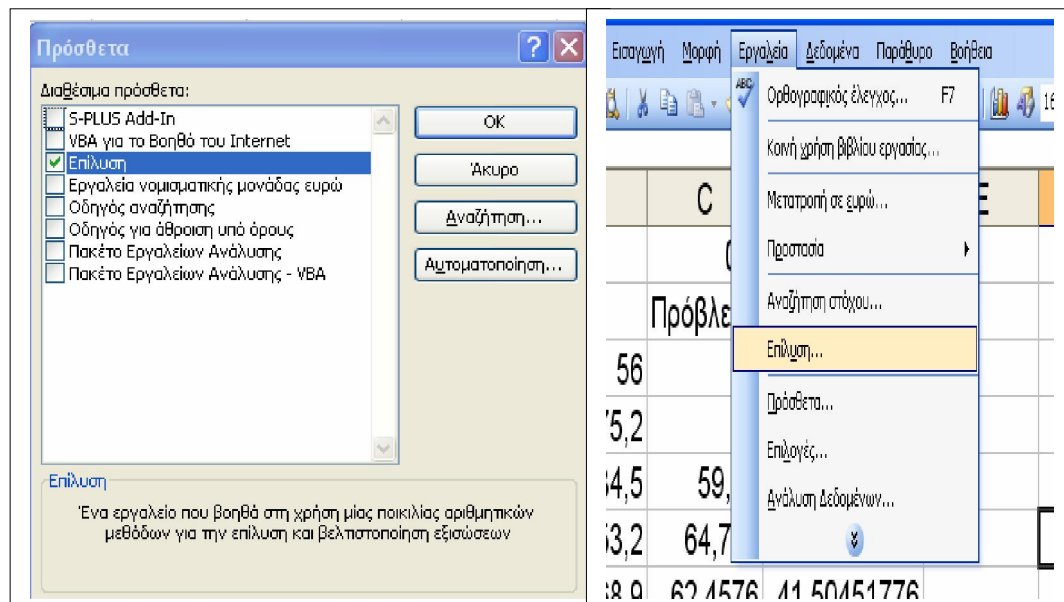
- 1) Αρχικά τοποθετούνται οι χρονικές περίοδοι και οι τιμές της χρονοσειράς σε ένα κενό φύλλο του Excel και πιο συγκεκριμένα στα κελιά A2:B18. Στο κελί C1 γράφεται η τιμή της παραμέτρου εξομάλυνσης, δηλαδή 0.2, το κελί C3 αφήνεται κενό και στο κελί C4 γράφεται η πρώτη παρατήρηση της χρονοσειράς λόγω της αρχικής συνθήκης. Στο κελί C5 γράφεται ο τύπος της εκθετικής εξομάλυνσης σύμφωνα με τη σχέση (1) για την πρόβλεψη της 3^{ης} περιόδου, δηλαδή $=\$C\$1*B4+(1-\$C\$1)*C4$ και αφού πατηθεί το enter προκύπτει η πρόβλεψη. Τοποθετώντας το δείκτη του ποντικιού στη κάτω δεξιά γωνία του κελιού αφού πάρει το σχήμα + και σύροντας τον προς τα κάτω μέχρι το κελί C18 μεταφέρεται ο τύπος και στα υπόλοιπα κελιά δίνοντας τις αντίστοιχες προβλέψεις. Το αποτέλεσμα του κελιού C18 είναι η πρόβλεψη για την τιμή της χρονοσειράς στην 16^η χρονική περίοδο που είναι 70.1168.

Microsoft Excel - exponential smoothing					
Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Εισαγωγή Μορφή Εργαλεία Δεδομένα Παράθυρο Βοήθεια					
SUM X ✓ ✗ = \$C\$1*B4+(1-\$C\$1)*C4					
	A	B	C	D	E
1			0,2		
2	t	Y	Πρόβλεψη		
3	1	56			
4	2	75,2	56		
5	3	84,5	= \$C\$1*B4+(1-\$C\$1)*C4		
6	4	53,2	64,772		
7	5	68,9	62,4576		
8	6	59,3	63,7461		
9	7	71,4	62,8569		
10	8	67,4	64,5655		
11	9	60,1	65,1324		
12	10	54,8	64,1259		
13	11	73,5	62,2607		
14	12	74,2	64,5086		
15	13	75	66,4469		
16	14	74,1	68,1575		
17	15	73,2	69,346		
18	16		70,1168		
19					

- 2) Στα κελιά D4:D17 θα υπολογιστούν τα τετράγωνα των αποκλίσεων των σφαλμάτων της πρόβλεψης που προέκυψαν από την εφαρμογή της εκθετικής εξομάλυνσης στις παρατηρήσεις της χρονοσειράς τα οποία χρειάζονται για τον υπολογισμό του MSE. Αυτό γίνεται γράφοντας στο κελί D4 τον αριθμητή της σχέσης (2), δηλαδή $=(B4-C4)^2$ και μεταφέροντας τον τύπο και στα άλλα κελιά. Στο κελί D18 υπολογίζεται το άθροισμα όλων των τετραγώνων των αποκλίσεων. Στο κελί D20 διαιρείται το αποτέλεσμα της άθροισης του κελιού D18 με τον αριθμό 14 που είναι οι χρονικές περίοδοι για τις οποίες μπορούν να αξιολογηθούν οι προβλέψεις και προκύπτει η τιμή 122.058 που αποτελεί την τιμή του κριτηρίου MSE.

Microsoft Excel - exponential smoothing					
Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Εισαγωγή Μορφή Εργαλεία Δεδομένα Παράθυρο Βοήθεια					
SUM X ✓ ✗ = (B4-C4)^2					
	A	B	C	D	E
1			0,2		
2	t	Y	Πρόβλεψη	τετρ. σφαλμ.	
3	1	56			
4	2	75,2	56	= (B4-C4)^2	
5	3	84,5	59,84	608,1156	
6	4	53,2	64,772	133,911184	
7	5	68,9	62,4576	41,50451776	
8	6	59,3	63,7461	19,76762737	
9	7	71,4	62,8569	72,98517271	
10	8	67,4	64,5655	8,034440137	
11	9	60,1	65,1324	25,3249789	
12	10	54,8	64,1259	86,9726788	
13	11	73,5	62,2607	126,3211565	
14	12	74,2	64,5086	93,92352091	
15	13	75	66,4469	73,15606433	
16	14	74,1	68,1575	35,31337132	
17	15	73,2	69,346	14,85334976	
18	16		70,1168	1708,823663	
19					
20			MSE	122,058833	
21					

- 3) Στη συνέχεια θα βρεθεί η άριστη τιμή της σταθεράς εξομάλυνσης α που αντιστοιχεί στο ελάχιστο δυνατό MSE χρησιμοποιώντας το εργαλείο της επίλυσης (solver) που υπάρχει στο Excel. Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι εάν σε κάποια εγκατάσταση του Excel δεν έχει εγκατασταθεί η δυνατότητα αυτή το εργαλείο προστίθεται εύκολα επιλέγοντας **Εργαλεία/Πρόσθετα** και από το παραθυράκι που θα ανοίξει με τα διαθέσιμα πρόσθετα (add ins) επίλυση (solver) και OK οπότε τώρα επιλέγοντας εργαλεία θα εμφανίζεται και η επίλυση.



- 4) Για ελαχιστοποιηθεί το MSE ουσιαστικά αρκεί να βρεθεί η τιμή του α που ελαχιστοποιεί τον αριθμητή της σχέσης (2). Επιλέγοντας **Εργαλεία/Επίλυση** εμφανίζεται το παραθυράκι στο οποίο εισάγονται οι παράμετροι της επίλυσης. Επιλέγεται ως κελί προορισμού το κελί D18 που περιέχει την τιμή του αθροίσματος των τετραγώνων των αποκλίσεων των σφαλμάτων το οποίο σημειώνεται να γίνει ελάχιστο. Στο πλαίσιο **με αλλαγή των κελιών** επιλέγεται το κελί C1 που περιέχει την τιμή του α . Στο πλαίσιο εισαγωγή των περιορισμών πατιέται **Προσθήκη** και εισάγεται το κελί C1 με τον περιορισμό να είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 0.01 και αφού επιλεγεί OK γίνεται επιστροφή στο προηγούμενο παράθυρο. Η διαδικασία προσθήκης περιορισμού επαναλαμβάνεται με τον ίδιο τρόπο πάλι για το κελί C1 εισάγοντας τώρα τον περιορισμό να είναι μικρότερο ή ίσο του 0.99. Επισημαίνεται ότι εισάγεται ο περιορισμός $0.01 \leq \alpha \leq 0.99$ και όχι $0 \leq \alpha \leq 1$ διότι οι τιμές 0 και 1 στην εκθετική εξομάλυνση αποτελούν ακραίες περιπτώσεις οι οποίες στην πραγματικότητα δεν είναι επιθυμητές.

Κελί προορισμού:

Επίλυση

Ίσο με: ☐ Μέγιστο ☒ Ελάχιστο ☐ Ίση:

Με αλλαγή των κελιών:

Υπόθεση

Περιορισμοί:

Προσθήκη

Αλλαγή

Διαγραφή

Επιλογές

Επαναφορά όλων

Βοήθεια

Αναφορά κελιού:

Περιορισμός:

>=

OK

Άκυρο

Προσθήκη

Βοήθεια

Αναφορά κελιού:

Περιορισμός:

<=

OK

Άκυρο

Προσθήκη

Βοήθεια

- 5) Έχοντας τώρα εισάγει όλους τους περιορισμούς και πατώντας **Επίλυση** στο κελί C1 εμφανίζεται η τιμή για το α 0.28344 που αντιστοιχεί στο ελάχιστο MSE ενώ ταυτόχρονα εμφανίζονται και οι βέλτιστες προβλέψεις των τιμών της χρονοσειράς.

Κελί προορισμού:

Επίλυση

Ίσο με: ☐ Μέγιστο ☒ Ελάχιστο ☐ Ίση:

Με αλλαγή των κελιών:

Υπόθεση

Περιορισμοί:

Προσθήκη

Αλλαγή

Διαγραφή

Επιλογές

Επαναφορά όλων

Βοήθεια

\$C\$1 <= 0,99

\$C\$1 >= 0,01

Microsoft Excel - exponential smoothing										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			0,28344							
2	t	Y	Πρόβλεψη	τετρ. σφαλμ.						
3	1	56								
4	2	75,2	56	368,64						
5	3	84,5	61,442	531,6715223						
6	4	53,2	67,9775	218,3743671						
7	5	68,9	63,789	26,12230452						
8	6	59,3	65,2376	35,25567925						
9	7	71,4	63,5547	61,54876518						
10	8	67,4	65,7783	2,629750978						
11	9	60,1	66,238	37,67486764						
12	10	54,8	64,4983	94,05608076						
13	11	73,5	61,7494	138,0764823						
14	12	74,2	65,08	83,17508973						
15	13	75	67,6649	53,80337993						
16	14	74,1	69,744	18,97511639						
17	15	73,2	70,9786	4,934521622						
18	16		71,6082	1674,937928						
19										
20			MSE	119,6384234						
21										
22										
23										
24										

Βρέθηκε λύση. Ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί και οι συνθήκες βελτιστοποίησης.

☒ Διατήρηση της λύσης της επίλυσης
 ☐ Επαναφορά των αρχικών τιμών

Αναφορές

Απάντηση Ευαισθησία Όρια

OK

Άκυρο

Αποθήκευση σεναρίου...

Βοήθεια