

Εισαγωγή στη Μικροοικονομική II – Μέρος Β΄

Διδάσκων: Κυριάκος Δρίβας

Email: drivas@unipi.gr

Ιστοσελίδα: <https://www.unipi.gr/unipi/el/drivas.html>

Ανταγωνισμός στο Ολιγοπώλιο...

- **Antoine Augustin Cournot, 1801-1877**

Πρότεινε το 1838 ένα μαθηματικό μοντέλο για να μοντελοποιήσει προβλήματα στρατηγικής και ανταγωνισμού μεταξύ εταιριών σε ένα ολιγοπώλιο

«Οι εταιρείες αποφασίζουν στην ποσότητα την οποία θα παράγουν και όχι τις τιμές»

Υποθέσεις του Cournot Μοντέλου

- Υπάρχουν περισσότερες από μία επιχειρήσεις και όλες οι επιχειρήσεις παράγουν ένα ομοιογενές προϊόν, δηλαδή δεν υπάρχει διαφοροποίηση προϊόντων.
- Οι επιχειρήσεις δεν συνεργάζονται, δηλαδή δεν υπάρχει συμπαιγνία.
- Οι επιχειρήσεις έχουν ισχύ στην αγορά, δηλαδή η απόφαση παραγωγής κάθε επιχείρησης επηρεάζει την τιμή του αγαθού.
- Ο αριθμός των επιχειρήσεων είναι σταθερός.
- Οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται σε ποσότητες και επιλέγουν ταυτόχρονα τις ποσότητες.
- Οι επιχειρήσεις είναι οικονομικά ορθολογικές και ενεργούν στρατηγικά, επιδιώκοντας συνήθως να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη, λαμβάνοντας υπόψη τις αποφάσεις των ανταγωνιστών τους.

Βασικό Μοντέλο του Cournot

- Έστω μία γραμμική συνάρτηση ζήτησης για ένα προϊόν:
 $D(P)=a-P$ ή $Q=a-P$ όπου $Q=q_1+q_2$
- Πρώτο βήμα για την επίλυση: Υπολογισμός της αντίστροφης ζήτησης:
- $P(Q)=a-Q$
- Υποθέτουμε ότι $MC=AC=c$ και για τις 2 εταιρείες.
 - Δηλαδή $TC_1=cq_1$ και $TC_2=cq_2$ αντίστοιχα

Τι μεγιστοποιεί η εταιρεία 1;

- $\max \Pi_1 = TR_1 - TC_1 = P q_1 - c q_1 = (a - q_1 - q_2) q_1 - c q_1$
- Πως μεγιστοποιούμε:
- $\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow a - 2q_1 - q_2 - c = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{a - c - q_2}{2}$

$$R_1(q_2) = \frac{a - c - q_2}{2}$$

Η βέλτιστη απάντηση (αντίδραση) της εταιρείας 1 σε κάθε μια από τις αποφάσεις της εταιρείας 2.

Ανάλογα για την Εταιρεία 2...

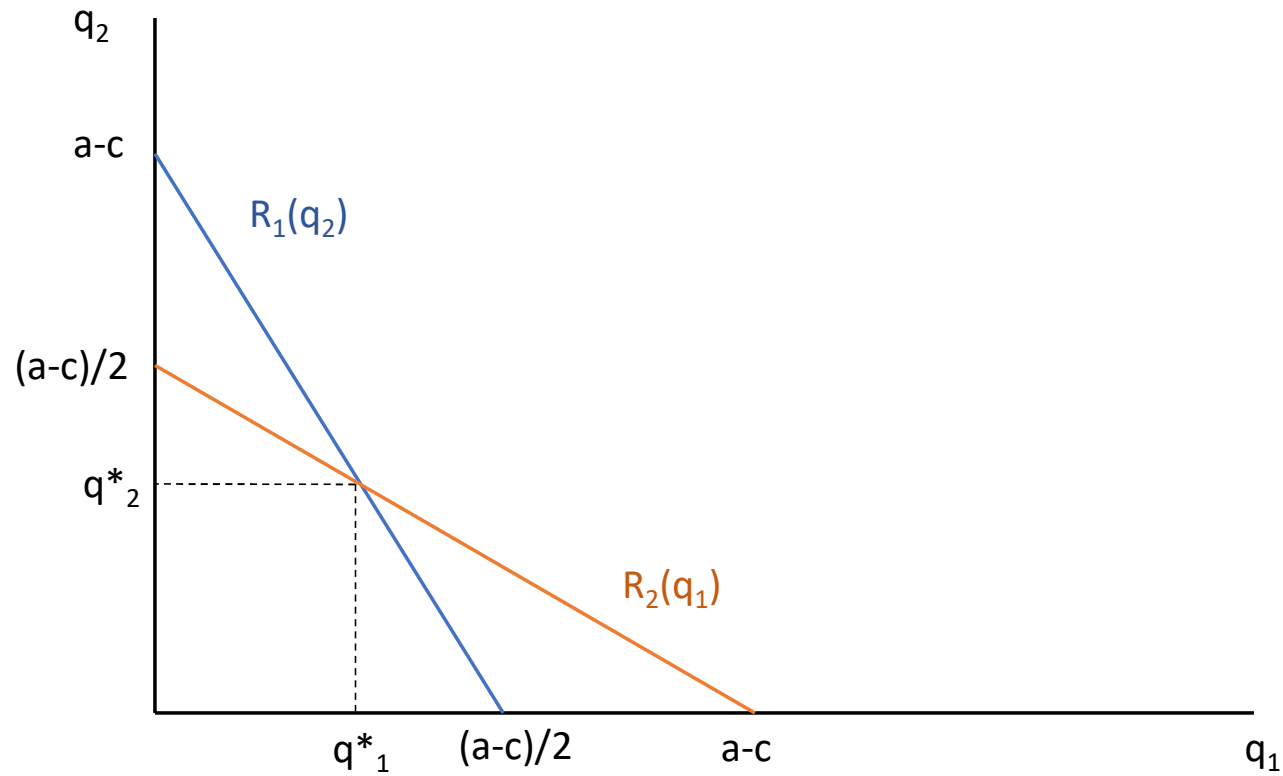
$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{a - c - q_1}{2}$$

Η βέλτιστη απάντηση (αντίδραση) της εταιρείας 2 σε κάθε μια από τις αποφάσεις της εταιρείας 1.

Καμπύλες αντίδρασης,

Best Reaction/Response Functions.

Πως υπολογίζουμε την λύση;



- Σημείωση: οι καμπύλες αντίδρασης μπορεί να έχουν θετική ή αρνητική κλίση. Αυτό εξαρτάται από το ποιες είναι οι στρατηγικές μεταβλητές.
- Όταν οι στρατηγικές μεταβλητές είναι οι ποσότητες και τα προϊόντα είναι ομοιογενή τότε οι καμπύλες αντίδρασης όπως είδαμε έχουν αρνητική κλίση.
- Αν οι στρατηγικές μεταβλητές είναι ποσότητες και τα αγαθά είναι υποκατάστατα, τότε πάλι έχουν αρνητική κλίση.
- Αν τα αγαθά είναι συμπληρωματικά έχουν θετική κλίση.
- Αν οι στρατηγικές μεταβλητές είναι οι τιμές, και τα αγαθά είναι υποκατάστατα τότε θα έχουν θετική κλίση.
- Αν είναι συμπληρωματικά, θα έχουν αρνητική κλίση.
- Στην γενική περίπτωση οι καμπύλες αντίδρασης μπορεί να είναι οτιδήποτε: κοίλες, κυρτές, μη-συνεχείς κλπ.

- Λύνουμε το σύστημα:

- $q_1 = \frac{a-c-q_2}{2}$

- $q_2 = \frac{a-c-q_1}{2}$

- $q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{3}$

Άρα $Q^* = 2 \frac{a-c}{3}$

$$P^* = a - \frac{2(a-c)}{3}$$

$$\Pi_1^* = \Pi_2^* = \frac{(a-c)^2}{9}$$

Η λύση αυτή είναι αποτελεσματική
κατά Pareto;

Αν οι εταιρείες συνεργαστούν, ποιο θα είναι το αποτέλεσμα;

- $\max \Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = P q_1 - c q_1 + P q_2 - c q_2$

Για να διευκολυνθούμε στις πράξεις θα θέσουμε $q_1 = q_2$

Όμως προσοχή! Αν τα κόστη είναι μη γραμμικά, τότε να μεγιστοποιήσουμε ως προς q_1 & q_2 .

Άρα για αυτό το πρόβλημα: $q_1 + q_2 = Q$

Άρα $\max \Pi = PQ - cQ = (a - Q)Q - cQ$

- Πως μεγιστοποιούμε:

- $\frac{\partial \Pi}{\partial Q} = 0 \Rightarrow a - 2Q - c = 0 \Rightarrow Q^* = \frac{a - c}{2}$

$$P^* = a - \frac{a - c}{2}$$

$$\Pi_m^* = \frac{(a - c)^2}{4}$$

Αν οι εταιρείες συνεργαστούν, ποιο θα είναι το αποτέλεσμα;

- Άρα αν συνεργαστούν, τότε θα τα μοιραστούν:

- $\Pi_1^* = \Pi_2^* = \frac{(a-c)^2}{8} > \frac{(a-c)^2}{9}$

- Με $q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{4} < \frac{a-c}{3}$

Έστω ότι η 2 συνεργάζεται, αλλά η 1 όχι

- Η 2 θα παράγει: $q_2^* = \frac{a-c}{4}$

- Η 1 εφόσον δεν συνεργάζεται, θα παίξει βάσει της:

$$R_1(q_2) = \frac{a - c - q_2}{2}$$

$$q_1^* = \frac{3(a - c)}{8}$$

Παρατηρείστε ότι $q_1^* > q_2^*$

Επίσης παρατηρείστε ότι $q_1^* + q_2^*$ είναι μεγαλύτερο από το Q^* της ισορροπίας κατά Nash.

$$P^* = a - \frac{5(a - c)}{8}$$

Έστω ότι η 2 συνεργάζεται, αλλά η 1 όχι

- $\Pi_1^* = \frac{9(a-c)^2}{64}$
- $\Pi_2^* = \frac{6(a-c)^2}{64}$

Έστω ότι η 1 συνεργάζεται, αλλά η 2 όχι

- $\Pi_1^* = \frac{6(a-c)^2}{64}$
- $\Pi_2^* = \frac{9(a-c)^2}{64}$

1

2

	Συνεργασία	Δεν Συνεργάζεται
Συνεργασία	$\frac{(a-c)^2}{8}, \frac{(a-c)^2}{8}$	$\frac{6(a-c)^2}{64}, \frac{9(a-c)^2}{64}$
Δεν Συνεργάζεται	$\frac{9(a-c)^2}{64}, \frac{6(a-c)^2}{64}$	$\frac{(a-c)^2}{9}, \frac{(a-c)^2}{9}$

2

1

	Συνεργασία	Δεν Συνεργάζεται
Συνεργασία	$\frac{(a-c)^2}{8}, \frac{(a-c)^2}{8}$	$\frac{6(a-c)^2}{64}, \frac{9(a-c)^2}{64}$
Δεν Συνεργάζεται	$\frac{9(a-c)^2}{64}, \frac{6(a-c)^2}{64}$	$\frac{(a-c)^2}{9}, \frac{(a-c)^2}{9}$

(1, 2; Δεν συνεργ, Δεν συνεργ.)

Ανάλυση Ευημερίας

Σύγκριση:

- Τέλειος Ανταγωνισμός
- Μονοπώλιο
- Ολιγοπώλιο Cournot (2 εταιρείες)

Συνθήκες:

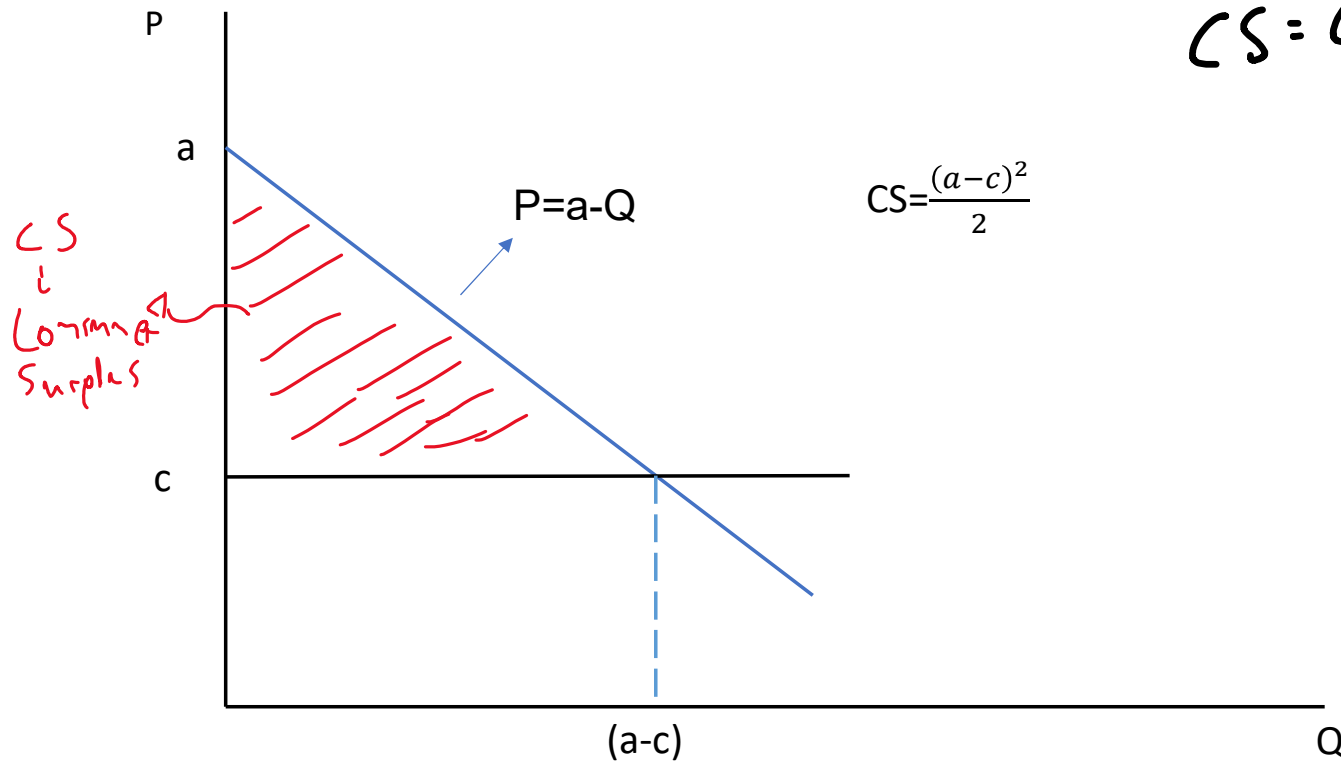
- $P(Q)=a-Q$
- Υποθέτουμε ότι $MC=AC=c$

Τέλειος Ανταγωνισμός

Το σημείο ισορροπίας θα είναι (δεν το λύνουμε):

$$P(Q)=c \Rightarrow Q^*=a-c$$

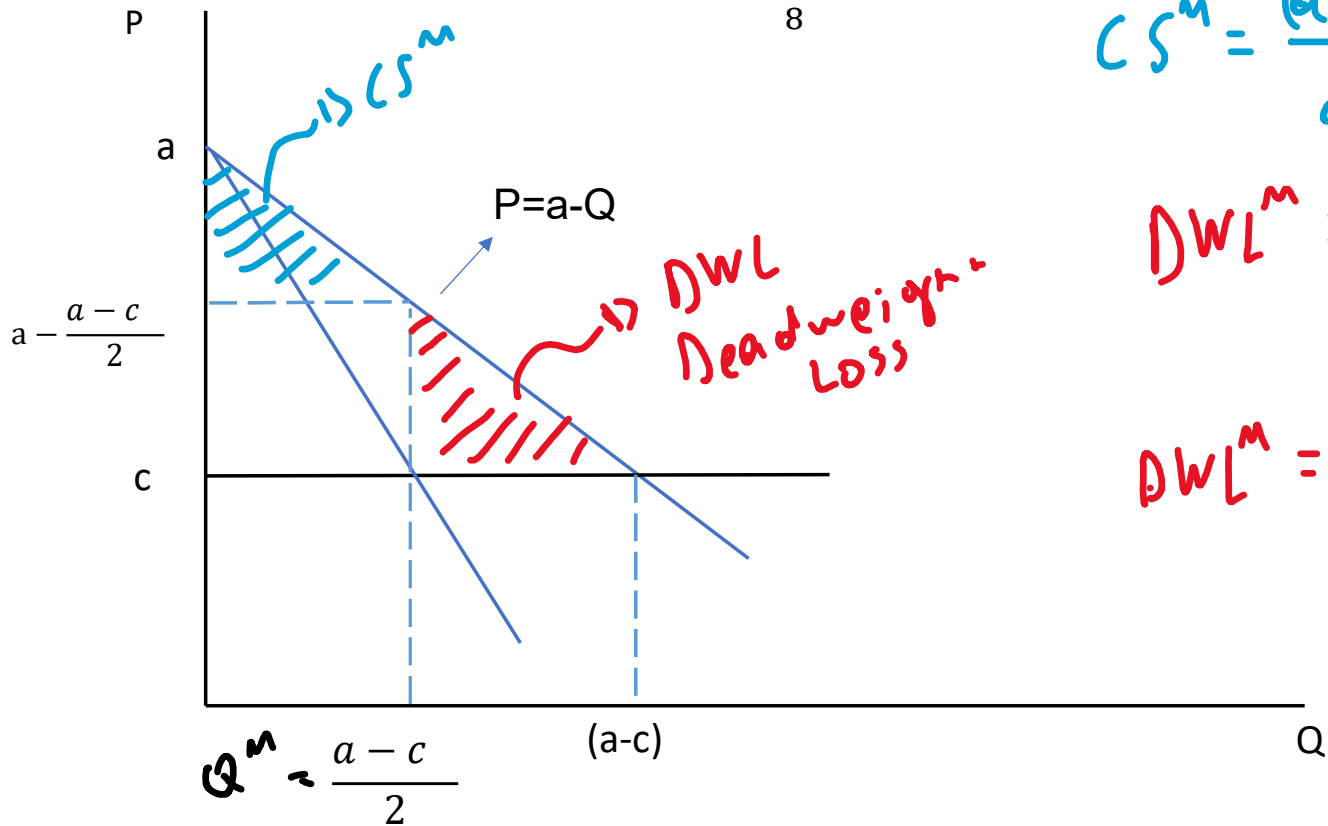
$$CS = \frac{(a-c) \cdot (a-c)}{2} \Rightarrow \int_0^{Q^*} P(Q) dQ = \frac{(a-c)^2}{2}$$



Μονοπώλιο

$$CS = \frac{(a-c)^2}{8}$$

$$DWL = \frac{(a-c)^2}{8}$$



$$CS^M = \frac{[a - \frac{a-c}{2}] \cdot [\frac{a-c}{2}]}{2} \Rightarrow$$

$$CS^M = \frac{(a-c)^2}{8}$$

$$DWL^M = \frac{[a - \frac{a-c}{2} - c] \cdot [a - c - \frac{a-c}{2}]}{2} \Rightarrow$$

$$DWL^M = \frac{[\frac{a-c}{2}] \cdot [\frac{a-c}{2}]}{2} \Rightarrow DWL^M = \frac{(a-c)^2}{8}$$

Ολιγοπώλιο (Cournot – 2 Επιχειρήσεις)

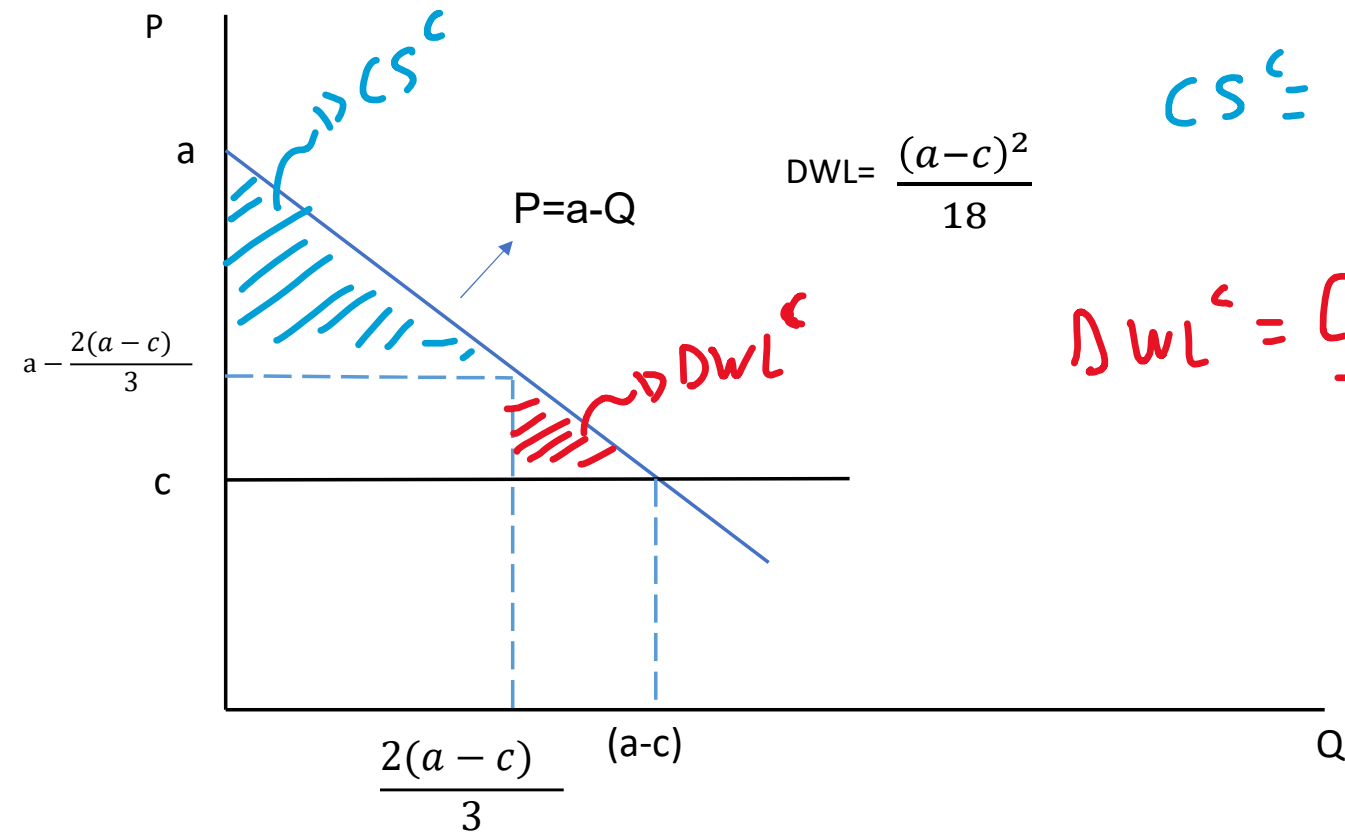
$$Q^* = 2 \frac{a-c}{3}, P^* = a - \frac{2(a-c)}{3}$$

$$CS^c = \frac{\left[a - \left(a - \frac{2(a-c)}{3}\right)\right] \cdot \left[2 \frac{2(a-c)}{3}\right]}{2} \Rightarrow$$

$$CS^c = \frac{\frac{4(a-c)^2}{9}}{2} \Rightarrow CS^c = \frac{2(a-c)^2}{9}$$

$$DWL^c = \frac{\left[a - \frac{2(a-c)}{3} - c\right] \cdot \left[a - \frac{2(a-c)}{3}\right]}{2} \Rightarrow$$

$$DWL^c = \frac{(a-c)^2}{8}$$



Ανακεφαλαίωση

$$Q^{TA} > Q^{Cournot} > Q^{\text{Μονοπώλιο}}$$

$$P^{TA} < P^{Cournot} < P^{\text{Μονοπώλιο}}$$

$$0 = \Pi^{TA} < \Pi^{Cournot} < \Pi^{\text{Μονοπώλιο}}$$

$$0 = DWL^{TA} < DWL^{Cournot} < DWL^{\text{Μονοπώλιο}}$$

Σημειώσεις:

- Το μονοπώλιο ισοδυναμεί με Καρτέλ
- Το Cournot εδώ αναφέρεται σε 2 ίδιες εταιρείες.

Cournot με 3 ίδιες Εταιρείες

- Έστω μία γραμμική συνάρτηση ζήτησης για ένα προϊόν:
 $D(P)=a-p$ ή $Q=a-P$ όπου $Q = q_1 + q_2 + q_3$
- Πρώτο βήμα για την επίλυση: Υπολογισμός της αντίστροφης ζήτησης:
- $P(Q)=a-Q$
- Υποθέτουμε ότι $MC=AC=c$

Τι μεγιστοποιεί η εταιρεία 1;

- $\max \Pi_1 = P q_1 - c q_1 = (a - q_1 - q_2 - q_3) q_1 - c q_1$
- Πως μεγιστοποιούμε:
- $\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow a - 2q_1 - q_2 - q_3 - c = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{a - c - q_2 - q_3}{2}$

$$R_1(q_2, q_3) = \frac{a - c - q_2 - q_3}{2}$$

Ανάλογα, και για τις άλλες 2:

$$R_2(q_1, q_3) = \frac{a - c - q_1 - q_3}{2}$$

$$R_3(q_1, q_2) = \frac{a - c - q_1 - q_2}{2}$$

• Λύνουμε το σύστημα:

$$• q_1^* = q_2^* = q_3^* = \frac{a-c}{4}$$

$$\text{Άρα } Q^* = 3 \frac{a-c}{4}$$

$$P^* = a - \frac{3(a-c)}{4}$$

Ας θυμηθούμε Cournot με 2 ίδιες εταιρείες:

$$• q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{3}$$

$$\text{Άρα } Q^* = 2 \frac{a-c}{3}$$

$$P^* = a - \frac{2(a-c)}{3}$$

Άσκηση

- Έστω η Ζήτηση: $P = 100 - Q$.

- 2 εταιρείες με κόστη:

$$TC_1 = 2q_1 \text{ και } TC_2 = 4q_2$$

Οι εταιρείες ανταγωνίζονται ala Cournot. Βρείτε το σημείο ισορροπίας (q_1^* , q_2^* , Q^* , P^* , Π_1^* , Π_2^*)

- $q_1^* = 33.33$

- $q_2^* = 31.33$

- $Q^* = 64.66$

- $P^* = 35.34$

- $\Pi_1^* = 1111.22$, $\Pi_2^* = 981.88$. Άρα $\Pi_1^* + \Pi_2^* = 2093,1$

- $CS = 2090.5$

Άσκηση

- Έστω ότι οι εταιρείες συνεργάζονται. Βρείτε το σημείο ισορροπίας (Q^* , P^* , Π^*). Υποθέστε ότι τα κοινά κόστη είναι $TC=6Q$
- $Q^*=47$
- $P^*=53$
- $\Pi^*=2209$
- $CS=1104.5$

Ανταγωνισμός σε Τιμές ή Ανταγωνισμός Bertrand

- Ο ανταγωνισμός Bertrand είναι ένα μοντέλο ανταγωνισμού που χρησιμοποιείται στα οικονομικά, το όνομά του από τον Joseph Louis François Bertrand (1822–1900).
- Περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των επιχειρήσεων που ορίζουν τιμές.
- Το μοντέλο διατυπώθηκε το 1883 από τον Bertrand σε μια ανασκόπηση του βιβλίου του Antoine Augustin Cournot *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses* (1838) στο οποίο ο Cournot είχε παρουσιάσει το μοντέλο Cournot.

Υποθέσεις

- 2 εταιρείες
- Τα αγαθά είναι ομοιογενή.
- Η καμπύλη ζήτησης $D(p)$ με Κλίση αρνητική $D'(p) < 0$.
- $AC=MC=c$
- Οι τιμές είναι οι στρατηγικές μεταβλητές.
- Όταν οι τιμές των δύο εταιρειών είναι οι ίδιες υποθέτουμε ότι μοιράζονται τη ζήτηση της αγοράς.

Επίλυση

- Αν μια από τις επιχειρήσεις έχει ψηλότερη τιμή δεν θα εξυπηρετήσει κανέναν, γιατί όλοι οι καταναλωτές θα πάνε να αγοράσουν το αγαθό από την άλλη επιχείρηση.
- Αν η τιμή της επιχείρησης είναι χαμηλότερη από την τιμή της άλλης τότε η εταιρεία *ί* θα πιάσει όλη την αγορά.
- Θέλουμε να προσδιορίσουμε ποια είναι η ισορροπία κατά Nash.
- Για να βρούμε την ισορροπία κατά Nash αυτό που θα κάνουμε τώρα δεν είναι να προσδιορίσουμε τις καμπύλες αντίδρασης αλλά να προτείνουμε κάποια ισορροπία κατά Nash και να δούμε αν πράγματι είναι.
- Κατόπιν επειδή μπορεί να μην υπάρχει μόνο μια ισορροπία κατά Nash πρέπει να αποκλείσουμε και όλες τις άλλες περιπτώσεις ότι αποτελούν ισορροπία κατά Nash.

Επίλυση

- Οπότε το πρώτο πράγμα που πρέπει να δούμε είναι αν ο συνδυασμός $P_1=P_2=c$ είναι ισορροπία κατά Nash (δηλαδή οι δύο τιμές είναι ίσες με το $MC=AC$).
- Αν η επιχείρηση 2 παίξει $P_2=c$, το άριστο για μένα (εταιρεία 1) είναι να χρεώσω και εγώ c γιατί αν χρεώσω περισσότερα θα έχω μηδέν ζήτηση, αν χρεώσω πιο κάτω δεν με συμφέρει γιατί δεν θα καλύπτονται τα κόστη, άρα $P_1=P_2=c$ είναι το άριστο.
- Δεδομένου ότι η 2 θέτει μια τιμή ίση με το οριακό κόστος η 1 δεν έχει κίνητρο να αυξήσει την τιμή γιατί δεν αυξάνονται τα κέρδη. Και προφανώς δεν έχει κίνητρο να μειώσει την τιμή γιατί θα έχει απώλειες. Και αυτό συμβαίνει και για τις δύο εταιρείες. Οπότε το $P_1=P_2=c$ είναι μια ισορροπία κατά Nash. Γιατί όμως είναι η μοναδική ισορροπία κατά Nash;

- Εδώ θα πρέπει να αποκλείσουμε όλες τις άλλες ισορροπίες. Πρέπει να δούμε άλλες τρεις περιπτώσεις που είναι υποψήφιες ισορροπίες:

(i) $c < P_i < P_j$ •

(ii) $c = P_i < P_j$

(iii) $c < P_i = P_j$

- Πέραν από αυτές τις τρεις περιπτώσεις δεν υπάρχει καμιά άλλη περίπτωση. οι (i)-(iii) καλύπτουν το σύνολο των ενδεχομένων. Οπότε σε κάθε μια από αυτές τις περιπτώσεις μπορούμε να δούμε αν υπάρχει καμιά στρατηγική — κάποια επιλογή τιμής που να δίνει μεγαλύτερα κέρδη σε κάποια από τις δύο εταιρείες. Δηλαδή ψάχνουμε για κάποια απόκλιση.

(i) $c < P_i < P_j$

Ποια απόκλιση υπάρχει σε αυτή την περίπτωση;

Η επιχείρηση j θα θέσει μια τιμή η οποία θα είναι λίγο μικρότερη από την P_i . Με αυτό τον τρόπο η επιχείρηση j πουλάει σε όλους, κάνει θετικά κέρδη γιατί $P_j' > c$, άρα αυτό το $P_j' = P_i - \epsilon$ είναι μια απόκλιση η οποία αυξάνει τα κέρδη σε μια από τις επιχειρήσεις. Άρα αυτό που υποθέσαμε $c < P_i < P_j$ ότι μπορεί να είναι ισορροπία κατά Nash, δεν μπορεί να είναι.

(ii) $c = P_i < P_j$.

- Η i επιχείρηση μπορεί να αυξήσει την τιμή της και να γίνει λίγο πιο μικρή από την τιμή της j , θα πάρει όλη την αγορά και θα αυξήσει τα Κέρδη της. Άρα βρήκανε μια απόκλιση. Η i εταιρεία όταν κάνει κέρδη μηδέν. Άρα μπορεί να αυξήσει τα κέρδη της αυξάνοντας λίγο την τιμή της, αλλά να μην είναι μεγαλύτερη της αντιπάλου της.

(iii) $c < P_i = P_j$

- Μια οποιαδήποτε επιχείρηση από τις δύο μπορεί να θέσει μια μικρότερη τιμή. Εδώ τα πράγματα είναι λίγο πιο μπερδεμένα γιατί και οι δύο κάνουν θετικά Κέρδη
- Η τιμή που θέτουν είναι πάνω από το c και μοιράζονται μεταξύ τους τη ζήτηση. Όμως με το να μειώσει κατά ε την τιμή η i , υπερδιπλασιάζει την ποσότητα την οποία πουλάει και άρα αυξάνει τα κέρδη.
- Αυτό που κάνουμε τώρα είναι thought experiment. τι σημαίνει αυτό; Ας πούμε ότι έρχεται ένας μεσολαβητής και τους προτείνει να θέσουνε τις τιμές οι οποίες είναι μεγαλύτερες από το c .
- Η ερώτηση είναι: θα ακολουθήσουν τις συμβουλές ή όχι; Δεν υπάρχει επικοινωνία μεταξύ των εταιρειών, ο καθένας σκέφτεται μόνος του. Δεν υπάρχει δυνατότητα να υπογράψουν συμβόλαιο με κάποια τιμωρία σε περίπτωση παράβασης. Οπότε δεδομένου του τι κάνει ο άλλος, πάντοτε η εταιρεία i έχει κίνητρο να μειώσει την τιμή της κατά λίγο και να πουλήσει σε όλη την αγορά και να κάνει πολύ μεγαλύτερα κέρδη.

- Ο Cournot υποστήριξε ότι όταν οι εταιρείες επιλέγουν ποσότητες, το αποτέλεσμα ισορροπίας συνεπάγεται τιμολόγηση των εταιρειών πάνω από το οριακό κόστος και ως εκ τούτου την ανταγωνιστική τιμή.
- Στην αναθεώρησή του, ο Bertrand υποστήριξε ότι εάν οι εταιρείες επιλέγουν τιμές και όχι ποσότητες, τότε το ανταγωνιστικό αποτέλεσμα θα συμβεί με τιμή ίση με το οριακό κόστος. Το μοντέλο δεν επισημοποιήθηκε από τον Bertrand: ωστόσο, η ιδέα αναπτύχθηκε σε μαθηματικό μοντέλο από τον Francis Ysidro Edgeworth το 1889.

Stackelberg

- Η διαφορά εδώ είναι ότι οι επιχειρήσεις δεν παίρνουν τις αποφάσεις ταυτόχρονα, αλλά υπάρχει μια επιχείρηση η οποία καθορίζει πρώτα την απόφασή της και κατόπιν έρχεται η δεύτερη, η οποία δεδομένης της αποφάσεως της πρώτης, παίρνει την δική της απόφαση.
- Υπάρχει με άλλα λόγια χρονική διάσταση στο πρόβλημα.

Μοντέλο

- Η εταιρεία 1 που είναι ο ηγέτης αποφασίζει την ποσότητα της την πρώτη χρονική στιγμή.
- Δεδομένης της ποσότητας που έχει η 1, η 2 αποφασίζει την ποσότητα της.
- Στο τέλος βάζουμε τα κέρδη των δύο εταιρειών σαν συνάρτηση της ποσότητας και των δύο.
- Θα χρησιμοποιήσουμε το ίδιο μοντέλο που αναλύσαμε την τελευταία φορά, για να δούμε πως διαφέρουν τα αποτελέσματα αυτού του καινούριου μοντέλου με το προηγούμενο.

Μοντέλο

- Θα πούμε ότι η ζήτηση της οικονομίας για το προϊόν είναι γραμμική και δίνεται από τον τύπο:
- $P(Q)=a-Q$ όπου $Q= q_1+q_2$
- Υποθέτουμε ότι $MC=AC=c$ και για τις 2 εταιρείες.
 - Δηλαδή $TC_1=cq_1$ και $TC_2=cq_2$ αντίστοιχα

Επίλυση

- Ας δούμε λοιπόν πως λύνεται ένα τέτοιο πρόβλημα. Η μεθοδολογία είναι γενική. Οποιοδήποτε πρόβλημα έχει ένα παίκτη που αποφασίζει πρώτος και ένα παίκτη που αποφασίζει δεύτερος ξέρουμε ότι αυτό το πρόβλημα λύνεται με **backwards induction**.
- Ξεκινάμε λοιπόν πηγαίνοντας στο τελευταίο στάδιο, όπου και θα υποθέσουμε ότι ο παίκτης 1 έχει πάρει την απόφασή του (η οποία είναι δεδομένη για το στάδιο 2), και θα βρούμε την καλύτερη απάντηση που μπορεί να δώσει ο παίκτης 2 (καμπύλη αντίδρασης).
- Κατόπιν, πάμε πίσω ένα βήμα και λέμε: ο 1 ξέρει πως θα αντιδράσει ο 2. Άρα ο 1 θα πάρει υπόψη του την αντίδραση του 2 και θα την βάλει μέσα στη συνάρτηση των κερδών του όπου και θα μεγιστοποιήσει, προκειμένου να βρει ένα q , έτσι ώστε δεδομένης της αντίδρασης του αντίπαλου του να μεγιστοποιούνται τα κέρδη του.

Στάδιο 2:

$$\max_{q_2} \Pi_2 = p \cdot q_2 - c \cdot q_2 = (a - q_1 - q_2) q_2 - c q_2$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 0 \Rightarrow a - q_1 - 2q_2 - c = 0 \Rightarrow q_2 = \frac{a - c - q_1}{2} = R_2(q_1) \quad (1)$$

Στάδιο 1:

$$\max_{q_1} \Pi_1 = p q_1 - c q_1 \quad \text{u.n.} \quad q_2 = \frac{a - c - q_1}{2}$$

$$\max_{q_1} \Pi_1 = \left(a - q_1 - \frac{a - c - q_1}{2} \right) q_1 - c q_1$$

$$\frac{dn_1}{dq_1} = 0 \Rightarrow a - 2q_1 - \frac{1}{2}(a-c) + q_1 - c = 0 \Rightarrow q_1^* = \frac{a-c}{2}$$

$$(1) \Rightarrow q_2^* = \frac{a-c}{4}$$

Επίλυση

- Συνεπώς πρέπει να ξεκινήσουμε από το δεύτερο στάδιο το οποίο όμως ήδη το έχουμε κάνει την προηγούμενη φορά. (Δηλαδή τι θέλουμε στο δεύτερο στάδιο; Την καλύτερη απάντηση, και έχουμε την καμπύλη αντίδρασης).
- Την είχαμε βρει την προηγούμενη φορά. Είχαμε πει ότι η καμπύλη αντίδρασης της 2 σε κάθε απόφαση του 1 δεν είναι τίποτε άλλο παρά:

$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{a-c-q_1}{2} \quad (1)$$

Επίλυση

- Δεν αλλάζει τίποτα, το ίδιο πράγμα θα συμβεί και τώρα. Απλώς προηγουμένως ο 2 δεν ήξερε την ποσότητα του 2.
- Τώρα όμως την ξέρει. Και το q_1 στην (1) είναι ένα συγκεκριμένο νούμερο.
- **Αυτό που διαφοροποιεί την ανάλυση, είναι ότι ο παίκτης 1 γνωρίζει τη βέλτιστη συνέχεια του παιγνιδιού ποια είναι.**
- Άρα τι θα κάνει ο παίκτης 1; Θα μεγιστοποιήσει τα κέρδη του κάτω από ένα περιορισμό:

Επίλυση

- $\max \Pi_1 = TR_1 - TC_1 = P q_1 - c q_1 = (a - q_1 - q_2) q_1 - c q_1$

υ.π. $q_2 = \frac{a - c - q_1}{2}$

- Δεν χρειάζεται να κάνουμε Lagrange. Απλά αντικαθιστούμε τον περιορισμό στην αντικειμενική συνάρτηση:

$$\max \Pi_1 = (a - q_1 - \frac{a - c - q_1}{2}) q_1 - c q_1$$

- Πως μεγιστοποιούμε:

- $\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{a - c}{2}$

Αντικαθιστούμε το q_1 στην (1) για να βρούμε και το q_2 :

$$q_2 = \frac{a - c}{4}$$

Επίλυση

$$Q^* = 3 \frac{a-c}{4}$$

$$P^* = a - \frac{a-c}{2}$$

$$\Pi_1^* = \frac{(a-c)^2}{8}$$

$$\Pi_2^* = \frac{(a-c)^2}{16}$$

	Cournot	Stackelberg
q_1	$\frac{a - c}{3}$	$\frac{a - c}{2}$
q_2	$\frac{a - c}{3}$	$\frac{a - c}{4}$
Q	$2 \frac{a - c}{3}$	$3 \frac{a - c}{4}$
P	$a - \frac{2(a - c)}{3}$	$a - \frac{3(a - c)}{4}$
Π_1	$\frac{(a - c)^2}{9}$	$\frac{(a - c)^2}{8}$
Π_2	$\frac{(a - c)^2}{9}$	$\frac{(a - c)^2}{16}$
$\Pi_1 + \Pi_2$	$\frac{2(a - c)^2}{9}$	$\frac{3(a - c)^2}{16}$

- Ο ηγέτης του Stackelberg παράγει μεγαλύτερη ποσότητα από ότι παράγουν οι επιχειρήσεις στο Cournot, όταν εκλέγουν ταυτόχρονα τις ποσότητες τους, και αυτό είναι μεγαλύτερο από την ποσότητα του ακόλουθου.
- Η ίδια σχέση επίσης ισχύει για τα κέρδη.
- Ποιος έχει πλεονέκτημα, αυτός που κινείται πρώτος ή ο ακόλουθος;
- Αυτός που κινείται πρώτος. **Αυτό λέγεται «First mover advantage» (πλεονέκτημα του ηγέτη)**
- Πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι αυτό δεν είναι ένα γενικό αποτέλεσμα. Αυτό εξαρτάται από το παίγνιο. Σε ορισμένα παίγνια το πλεονέκτημα το έχει ο ηγέτης σε ορισμένα άλλα μπορεί να το έχει ο ακόλουθος.

- Ποιο από τα δύο μοντέλα Cournot και Stackelberg είναι πιο ανταγωνιστικό;
- Το προϊόν είναι ομοιογενές οπότε αν συγκρίνουμε είτε την τιμή είτε την ποσότητα το ίδιο κάνει.
- Βλέπουμε λοιπόν ότι ο Stackelberg παράγει περισσότερη ποσότητα.

ΑΣΚΗΣΗ 1

- Έστω η Ζήτηση: $P = 50 - 2Q$.

- 2 εταιρείες με κόστη:

$$TC_1 = 10 + 2q_1 \text{ και } TC_2 = 10 + 2q_2$$

Οι εταιρείες ανταγωνίζονται ala Cournot. Βρείτε το σημείο ισορροπίας (q_1^* , q_2^* , Q^* , P^* , Π_1^* , Π_2^*)

- $q_1^* = 8$

- $q_2^* = 8$

- $Q^* = 16$

- $P^* = 18$

- $\Pi_1^* + \Pi_2^* = 236$

- $CS = 256$

ΑΣΚΗΣΗ 1

- Έστω ότι οι εταιρείες συμπράττουν με $TC=10+2Q$
- Βρείτε το σημείο ισορροπίας (Q^* , P^* , Π^*)
- $Q^*=12$
- $P^*=26$
- $\Pi^*=278$
- $CS=144$

ΑΣΚΗΣΗ 1

- Έστω ότι οι εταιρείες ανταγωνίζονται σε ποσότητες και ότι η εταιρεία 1 επιλέγει πρώτη και 2^η ακολουθεί.
- Βρείτε το σημείο ισορροπίας ($q_1^*, q_2^*, Q^*, P^*, \Pi_1^*, \Pi_2^*$)
- $q_1^* = 12$
- $q_2^* = 6$
- $Q^* = 18$
- $P^* = 14$
- $\Pi_1^* = 134$
- $\Pi_2^* = 62$
- $CS = ?$

ΑΣΚΗΣΗ 2

- Έστω η Ζήτηση: $P = 100 - Q$.

- 2 εταιρείες με κόστη:

$$TC_1 = 40q_1 \text{ και } TC_2 = 40q_2$$

Οι εταιρείες ανταγωνίζονται ala Cournot. Βρείτε το σημείο ισορροπίας (q_1^* , q_2^* , Q^* , P^* , Π_1^* , Π_2^*)

- $q_1^* = 20$

- $q_2^* = 20$

- $Q^* = 40$

- $P^* = 60$

- $\Pi_1^* + \Pi_2^* = 800$

- $CS = 800$

ΑΣΚΗΣΗ 2

- Έστω ότι οι εταιρείες συμπράττουν με $TC=40Q$
- Βρείτε το σημείο ισορροπίας (Q^* , P^* , Π^*)
- $Q^*=30$
- $P^*=70$
- $\Pi^*=900$
- $CS=450$

$$P = 100 - Q \quad TC_1 = 40q_1 \quad \text{Stackelberg}$$

$$Q = q_1 + q_2$$

$$\max_{q_2} \Pi_2 = P \cdot q_2 - TC_2 = (100 - q_1 - q_2)q_2 - 40 \cdot q_2$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 0 \Rightarrow 100 - q_1 - 2q_2 - 40 = 0 \Rightarrow q_2 = 30 - 0,5 q_1 \rightarrow R_2(q_1)$$

$$\text{Max}_{q_1} \Pi_1 = P \cdot q_1 - TC_1 \quad \text{u.n.} \quad q_2 = 30 - 0,5q_1$$

$$\text{Max}_{q_1} \Pi_1 = (100 - q_1 - 30 + 0,5q_1) q_1 - 40q_1$$

$$\frac{d\Pi_1}{dq_1} = 0 \Rightarrow 100 - 2q_1 - 30 + q_1 - 40 = 0 \Rightarrow q_1^* = 30$$

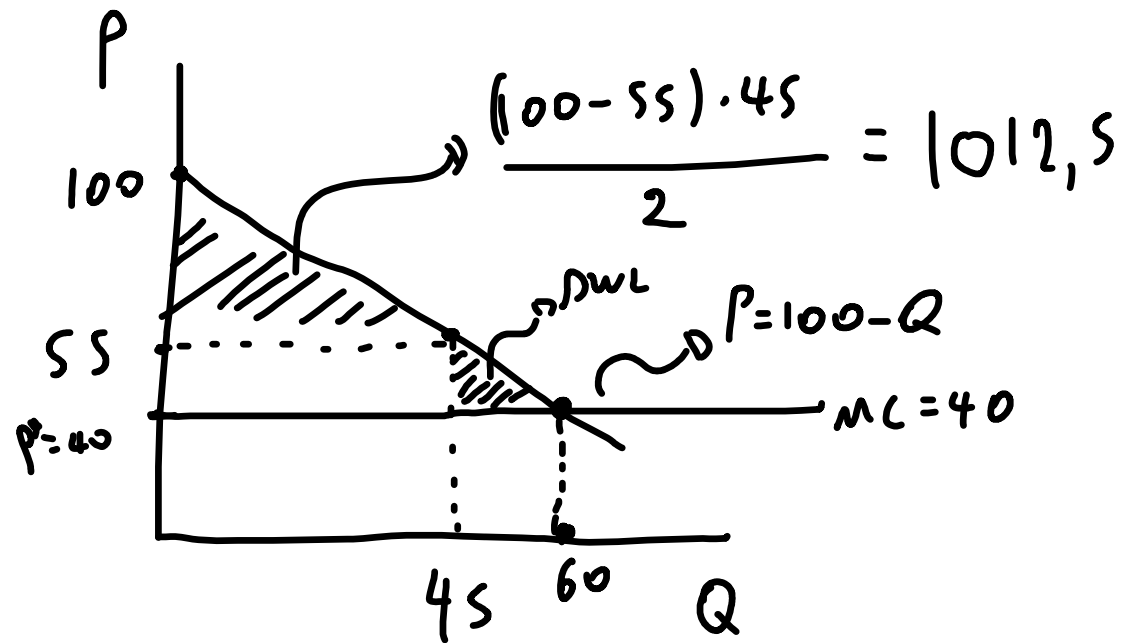
$$Q^* = 45$$

$$R_2(q_1^*) = q_2^* = 15$$

$$P^* = 55$$

$$\Pi_1^* = 55 \cdot 30 - 40 \cdot 30 = 450$$

$$\Pi_2^* = 55 \cdot 15 - 40 \cdot 15 = 225$$



$$T.A : P^* = 40 \\ Q^* = 6$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

- Έστω ότι οι εταιρείες ανταγωνίζονται σε ποσότητες και ότι η εταιρεία 1 επιλέγει πρώτη και 2^η ακολουθεί.
- Βρείτε το σημείο ισορροπίας ($q_1^*, q_2^*, Q^*, P^*, \Pi_1^*, \Pi_2^*$)
- $q_1^* = 30$
- $q_2^* = 15$
- $Q^* = 45$
- $P^* = 55$
- $\Pi_1^* =$
- $\Pi_2^* =$
- $CS = ?$