

## Επιλογή υπό Συνθήκες Αβεβαιότητας

*Είναι ένας τρελός κόσμος. Οτιδήποτε μπορεί να συμβεί.*

-Ilsa, στην *Casablanca*

Το 1965, ένας Γάλλος ονόματι André-François Raffray νόμισε ότι πέτυχε μια καλή συμφωνία: «Θα πλήρωνε μια 90-χρονη γυναίκα \$500 το μήνα μέχρι να πεθάνει και μετά θα μετακόμιζε στο μεγάλο διαμέρισμά της σε μια πόλη που κάποτε κυκλοφορούσε ο Βαν Γκογκ. Αλλά [στις 25 Δεκεμβρίου 1995] ο Raffray πέθανε σε ηλικία 77 χρονών, έχοντας πληρώσει πάνω από \$184.000 για ένα διαμέρισμα στο οποίο ποτέ δεν έζησε. Την ίδια μέρα, η Jeanne Calment, το γηραιότερο άτομο στον κόσμο ηλικίας τώρα 120 χρονών, δειπνούσε με φουά-γκρα, πάπια, τυρί και κέικ σοκολάτας στον οίκο ευγηρίας κοντά στο περιζήτητο διαμέρισμα». (*Trenton Times*, 1995).

Η ιστορία του Raffray μας θυμίζει την αλήθεια ότι η ζωή είναι γεμάτη αβεβαιότητα. Αντιμετωπίζεις την αβεβαιότητα τόσο όταν ζητάς αγαθά όσο και όταν προσφέρεις συντελεστές. Το αυτοκίνητο που αγόρασες μπορεί να αποδειχτεί ελαττωματικό· ενώ προσφέρεις την εργασία σου μπορεί να σου συμβεί κάποιο εργατικό ατύχημα. Φυσικά, οι απρόσμενες εκβάσεις δεν είναι πάντα κακές. Μπορεί να επενδύσεις στην εκπαίδευσή σου για να γίνεις οδοντίατρος και να ανακαλύψεις ότι η οδοντιατρική σου αποδίδει περισσότερα από ότι φανταζόσουν όταν έμπαινες στη σχολή. Ή μπορεί να αγοράσεις ένα μπουκάλι σαμπάνια και να ανακαλύψεις ότι η ποιότητά της είναι καλύτερη από ό,τι είχες υποθέσει. Ανεξάρτητα από το αν η έκβαση είναι καλή ή κακή, το βασικό σημείο παραμένει: Οι άνθρωποι πρέπει συχνά να παίρνουν αποφάσεις χωρίς να γνωρίζουν με βεβαιότητα ποιες θα είναι οι συνέπειες.

Σε αυτό το κεφάλαιο, εξετάζουμε πώς οι ορθολογικοί λήπτες αποφάσεων αντιμετωπίζουν την αβεβαιότητα. Παρόλο που τα προηγούμενα κεφάλαια αγνόησαν την αβεβαιότητα, δεν είναι απαραίτητο να ξεκινήσουμε από την αρχή, με ολόκληρο νέο σύνολο αναλυτικών τεχνικών. Τα βασικά εργαλεία που έχετε τώρα κατακτήσει είναι αρκετά ευέλικτα, έτσι ώστε, με μια μικρή τροποποίηση, να μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μελέτη των αποφάσεων που παίρνονται κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας.

## 6.1 ΤΥΧΕΡΑ ΠΑΙΓΝΙΑ ΚΑΙ ΕΞΑΡΤΩΜΕΝΑ ΑΓΑΘΑ

Εκτιμάται ότι στις Η.Π.Α., οι άνθρωποι αφιερώνουν νόμιμα πάνω από \$500 δισεκατομμύρια το χρόνο σε τυχερά παιχνίδια (Simon, 1995). Είναι ξεκάθαρο ότι ο τζόγος είναι ένα σημαντικό φαινόμενο. Η ουσία ενός τυχερού παιχνιδιού φυσικά, είναι ότι από τη σκοπιά του τζογαδόρου, το αποτέλεσμα είναι αβέβαιο. Ξεκινάμε την ανάλυσή μας σχετικά με την επιλογή υπό συνθήκες αβεβαιότητας εξετάζοντας την απόφαση ενός ατόμου για το αν θα δεχτεί ή όχι να παίξει ένα τυχερό παιχνίδι.

Σκεφτείτε τον Rhett, του οποίου το εισόδημα είναι \$100 και στον οποίο προσφέρεται η ευκαιρία να ποντάρει όσα θέλει στο ακόλουθο στοίχημα: Για κάθε δολάριο που θα ποντάρει, θα χάνει \$1 αν τραβήξει κούπα από μια τράπουλα, αλλά θα κερδίζει \$0,40 αν τραβήξει καρό, μπαστούνι ή σπαθί. Πόσα δολάρια θα στοιχηματίσει ο Rhett; Στα προηγούμενα τέσσερα κεφάλαια, θέσαμε μια γενική διαδικασία για να βάλουμε σε υπόδειγμα την επιλογή ανάμεσα σε διάφορα αγαθά. Θα ήταν ωραίο να μπορούσαμε να εφαρμόσουμε αυτό το γενικό πλαίσιο εδώ, αλλά φαίνεται να υπάρχει ένα πρόβλημα. Ανάμεσα σε ποια «αγαθά» επιλέγει ο Rhett όταν αποφασίζει πόσα θα στοιχηματίσει στο παιχνίδι;

Για να απαντήσουμε σε αυτήν την ερώτηση, ας κάνουμε τη γνωστή υπόθεση ότι ο Rhett καταναλώνει μια μοναδική σύνθεση αγαθών (που ορίζουμε ως  $c$ ) η οποία αντιπροσωπεύει όλα τα αγαθά και τις υπηρεσίες και έχει τιμή \$1. Με δεδομένο το εισόδημά του των \$100, πόση από αυτήν τη σύνθεση μπορεί να καταναλώσει; Δεν μπορούμε να απαντήσουμε σ' αυτήν την ερώτηση αν δεν γνωρίζουμε πόσο μεγάλο στοίχημα βάζει ο Rhett και το αποτέλεσμα του τυχερού παιχνιδιού. Αν ο Rhett δεν στοιχηματίσει τίποτα, τότε καταναλώνει 100 μονάδες αγαθών άσχετα με το αποτέλεσμα του παιχνιδιού. Αλλά αν στοιχηματίσει, δεν ξέρουμε ποια θα είναι η κατανάλωσή του μέχρι να δούμε ποιο φύλλο θα εμφανιστεί. Υποθέστε ότι στοιχηματίζει \$10. Αν τραβήξει κούπα, ο Rhett χάνει \$10 και μπορεί να καταναλώσει μόνο 90 μονάδες αγαθών. Αν τραβήξει φύλλο άλλου χρώματος όμως, κερδίζει \$4 και μπορεί να καταναλώσει 104 μονάδες. Παρομοίως, αν στοιχηματίσει \$25 η κατανάλωσή του σε αγαθά θα είναι είτε 75 ( $=100-25$ ) μονάδες αν έρθει κούπα, είτε 110 ( $=100+0,4 \times 25$ ) μονάδες αν έρθει οποιοδήποτε άλλο χαρτί. Το κύριο σημείο εδώ είναι ότι υπάρχουν στην πραγματικότητα δύο αγαθά στο υπόδειγμα — το επίπεδο κατανάλωσης αν εμφανιστεί κούπα

**κοσμική κατάσταση**

Η έκβαση μιας αβέβαιης κατάστασης.

**εξαρτώμενα αγαθά**

Ένα αγαθό του οποίου το επίπεδο εξαρτάται από το ποια «κοσμική κατάσταση» θα συμβεί.

(που ορίζεται ως  $c_h$ ), και το επίπεδο κατανάλωσης αν εμφανιστεί άλλο χαρτί (που ορίζεται ως  $c_a$ : το  $a$  σημαίνει «όλα τα άλλα»). Ως αποτέλεσμα, η απόφαση του πόσο να στοιχηματίσει είναι μια επιλογή ανάμεσα σε ποσότητες των αγαθών  $c_h$  και  $c_a$ .

Το αποτέλεσμα μιας αβέβαιης κατάστασης ονομάζεται **κοσμική κατάσταση**. Στο παρόν παράδειγμα, υπάρχουν δύο πιθανές κοσμικές καταστάσεις: «τραβιέται κούπα» και «τραβιέται κάποιο άλλο χαρτί». Ξεκάθαρα, τα επίπεδα των δύο αγαθών  $c_h$  και  $c_a$  εξαρτώνται από το ποια κατάσταση θα συμβεί. Έτσι, τα  $c_h$  και  $c_a$  αναφέρονται ως **εξαρτώμενα αγαθά**.

Παρόλο που αυτή η έννοια του αγαθού μπορεί να σας φαίνεται αφύσικη, εξυπηρετεί έναν εξαιρετικά χρήσιμο σκοπό. Μετατρέπει την απόφαση για ένα στοιχείο σε ισοδύναμη απόφαση για το πόση ποσότητα από κάθε εξαρτώμενο αγαθό θα καταναλωθεί, πράγμα που μας επιτρέπει να μελετήσουμε τα τυχερά παίγνια με τις καθιερωμένες τεχνικές μας για την ανάλυση επιλογών ανάμεσα σε αγαθά. Βρίσκουμε την ισορροπία του καταναλωτή καθορίζοντας τον εισοδηματικό περιορισμό για εξαρτώμενα αγαθά, καθώς και τις προτιμήσεις του γι' αυτά. Θα συζητήσουμε το κάθε ένα απ' αυτά ξεχωριστά (ΕΠ 6.1).

**6.1 Έλεγχος προόδου**

«...για να μην κερδίσει τον επόμενο ασπράγαλό του δεν μπορεί να συμμετέχει σε μια μεγάλη διοργάνωση και, άρα, το εισόδημά του μειώνεται». Σε αυτό το παράδειγμα, καθορίστε τις κοσμικές καταστάσεις και τα εξαρτώμενα αγαθά.

**ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΙΚΟΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ**

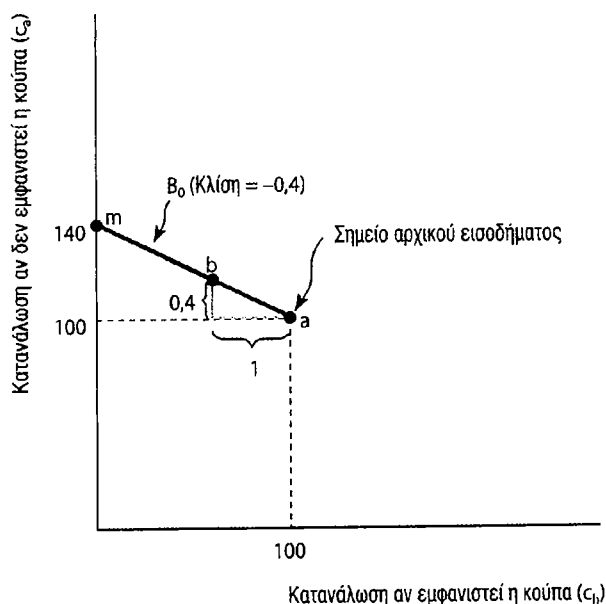
Στο Διάγραμμα 6.1, ο οριζόντιος άξονας δείχνει την ποσότητα κατανάλωσης αν εμφανιστεί κούπα ( $c_h$ ) και ο κάθετος την κατανάλωση αν εμφανιστεί άλλο χαρτί ( $c_a$ ). Με δεδομένο το εισόδημά του των \$100, ποιες είναι οι επιλογές του Rhett; Σίγουρα, μια πιθανότητα είναι να μην παίξει καθόλου. Σ' αυτήν την περίπτωση, έχει \$100 να ξοδέψει, όποιο χαρτί κι αν τραβηχτεί από την τράπουλα:  $c_h=100$  και  $c_a=100$ . Αυτό το σημείο σημειώθηκε με  $a$  στο Διάγραμμα 6.1 και ονομάζεται **σημείο αρχικού εισοδήματος**. Όπως πάντα, το σημείο αρχικού εισοδήματος αναφέρεται στο πακέτο κατανάλωσης που μπορεί να απολαύσει ο καταναλωτής αν δεν έχει συναλλαγές με την αγορά.

Τώρα υποθέστε ότι ο Rhett αποφασίζει να στοιχηματίσει \$1. Αν έρθει κούπα, η κατανάλωσή του είναι \$99· αν έρθει άλλο χαρτί, είναι \$100,40. Έτσι, μια ακόμη πιθανότητα για τον Rhett είναι  $c_h=\$99$  και  $c_a=\$100,40$ . Γεωμετρικά, αυτό βρίσκεται αν κινηθούμε μια μονάδα αριστερά του σημείου  $a$  στο Διάγραμμα 6.1, και μετά προς τα πάνω κατά 0,4 της μονάδας, στο σημείο  $b$ . Έτσι, το σημείο  $b$  είναι, επίσης, πάνω στον εισοδηματικό περιορισμό του Rhett. Παρομοίως, για κάθε επιπλέον δολάριο που στοιχηματίζει, ο Rhett μπορεί να μειώσει το  $c_h$  κατά ένα δολάριο και ταυτόχρονα να αυξήσει το  $c_a$  κατά 0,4 δολάρια. Η πιο ακραία

Διάγραμμα 6.1

**Εισοδηματικός  
περιορισμός για  
εξαρτώμενα αγαθά**

Αν δεν υπάρξει στοίχημα, το άτομο καταναλώνει 100 μονάδες σε οποιαδήποτε κοσμική κατάσταση. Έτσι, το σημείο στο οποίο  $c_h = c_a = 100$  είναι το σημείο αρχικού εισοδήματος. Για κάθε δολάριο που στοιχηματίζει το άτομο, το  $c_h$  μειώνεται κατά ένα δολάριο, και το  $c_a$  αυξάνει κατά 40 σεντς. Έτσι, η κλίση της  $B_0$  είναι  $-0,4$ .

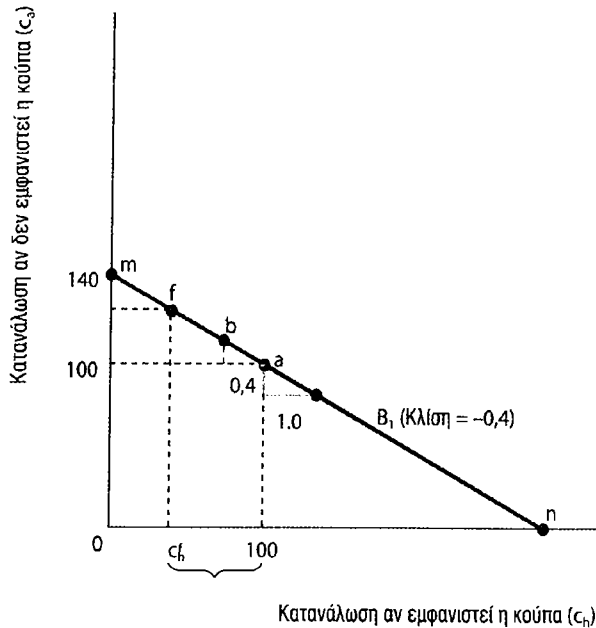


α πιθανότητα είναι να στοιχηματίσει όλα όσα έχει στο τυχερό παιχνίδι με την τράπουλα. Επειδή πρέπει να μπορεί να πληρώσει το στοίχημα αν χάσει, δεν μπορεί να στοιχηματίσει παραπάνω από το εισόδημά του των \$100. Αν ο Rhett στοιχηματίσει \$100, η κατανάλωσή του αν εμφανιστεί κούπα είναι μηδέν, αλλά αν έρθει κάποιο άλλο χαρτί, ισούται με \$140, που σημειώνεται ως σημείο  $m$  στο Διάγραμμα 6.1. Βάζοντάς τα όλα αυτά μαζί, βλέπουμε ότι ο εισοδηματικός περιορισμός του Rhett είναι η γραμμή  $B_0$ , με κλίση  $-0,4$ .

Σε σύγκριση με τους «τυπικούς» γραμμικούς εισοδηματικούς περιορισμούς που είδαμε στα προηγούμενα κεφάλαια, η  $B_0$  φαίνεται ατελής. Γιατί δεν εκτείνεται ο εισοδηματικός περιορισμός ως τον οριζόντιο άξονα; Ο λόγος είναι ότι ως τώρα δεν επιτρέψαμε στο Rhett να επιλέξει την άλλη πλευρά του αρχικού στοιχήματος. Δηλαδή, δεν του επιτρέψαμε να στοιχηματίσει έτσι ώστε να κερδίζει \$1 αν έρθει κούπα και να χάνει \$0,40 αν έρθει άλλο χαρτί. Καθιστώντας αυτήν την επιλογή διαθέσιμη του επιτρέπουμε να προτείνει στους άλλους το ίδιο στοίχημα που πρότειναν σ' αυτόν. Υποθέστε τώρα ότι αυτή η επιλογή γίνεται διαθέσιμη στον Rhett. Πώς αλλάζει αυτό τις δυνατότητές του; Παίρνοντας \$1 από την άλλη πλευρά του στοιχήματος, ο Rhett μπορεί να αυξήσει την κατανάλωσή του αν εμφανιστεί κούπα από 100 σε 101, με κόστος τη μείωση της κατανάλωσής του αν δεν εμφανιστεί κούπα σε 99,60. Έτσι, το πακέτο στο οποίο  $c_h = 101$  και  $c_a = 99,60$  γίνεται διαθέσιμο – το σημείο  $d$  στο Διάγραμμα 6.2. Παρόμοια λογική δείχνει ότι διάφορα ποσά που στοιχηματίζονται σ' αυτό το παιχνίδι του επιτρέπουν να καταναλώσει τις ποσότητες  $c_h$  και  $c_a$  που βρίσκονται κατά μήκος του τμήματος που συνδέει τα σημεία  $a$  και  $n$ , με κλίση επίσης  $-0,4$ . Καταλήγουμε

**Διάγραμμα 6.2**

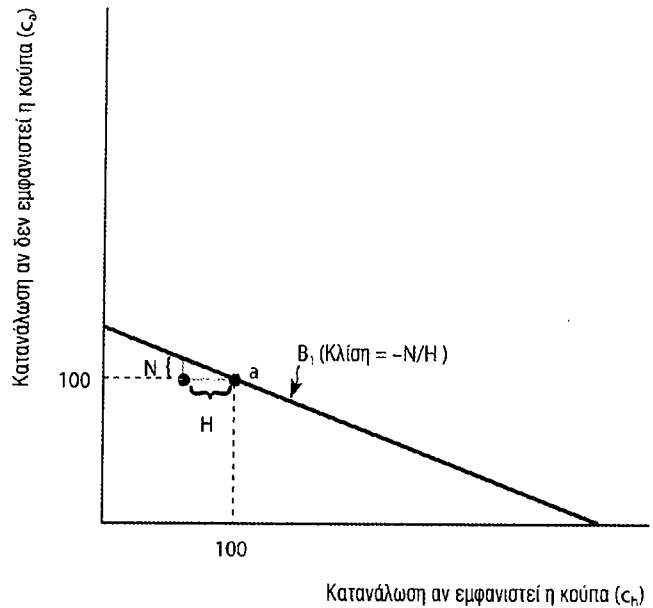
Εισοδηματικός περιορισμός όταν μπορούν να παιχτούν και οι δύο πλευρές του στοιχήματος



Αν το άτομο μπορεί να πάρει και τις δύο πλευρές του στοιχήματος, ο εισοδηματικός περιορισμός είναι ο  $B_1$ , μια γραμμή που διασχίζει το σημείο αρχικού εισοδήματος. Κάθε σημείο του οριζόντιου άξονα αντιστοιχεί με ένα στοίχημα κάποιου μεγέθους. Απλώς βρείτε τη διαφορά ανάμεσα σ' αυτό το σημείο και το σημείο αρχικού εισοδήματος. Έτσι, το σημείο  $f$  αντιπροσωπεύει ένα στοίχημα  $100 - c_h^f$ , η απόσταση στο άγκιστρο.

**Διάγραμμα 6.3**

Κλίση του εισοδηματικού περιορισμού ανάμεσα σε εξαρτώμενα αγαθά



Γενικά, η κλίση του εισοδηματικού περιορισμού είναι  $-N/H$ , όπου  $H$  είναι η αλλαγή στην κατανάλωση αν συμβεί η πιθανότητα του οριζόντιου άξονα, και  $N$  η αλλαγή στην κατανάλωση αν συμβεί η πιθανότητα του κάθετου άξονα.

ότι αν επιτραπεί στο Rhett να εμπλακεί και στις δύο πλευρές του στοιχήματος, ο εισοδηματικός περιορισμός του είναι η ευθεία γραμμή  $B_1$ , που περνάει μέσα από το σημείο αρχικού εισοδήματος  $a$  με κλίση  $-0,4$ .

Σημειώστε ότι κάθε σημείο του οριζόντιου άξονα αντιστοιχεί σε ένα στοίχημα κάποιου μεγέθους. Για παράδειγμα, στο σημείο  $f$  ο Rhett καταναλώνει  $c_h^f$  αν εμφανιστεί κούπα. Επειδή θα καταναλώνει 100 αν δεν στοιχημάτιζε καθόλου, τότε η διαφορά ανάμεσα στις δύο ποσότητες,  $100 - c_h^f$  αντιπροσωπεύει το ποσό που στοιχηματίζει.

Ας γενικεύσουμε τη συζήτηση. Υποθέστε ότι οι όροι του στοιχήματος είναι ότι ο Rhett χάνει  $\$H$  αν εμφανιστεί κούπα και κερδίζει  $\$N$  αν εμφανιστεί κάποιο άλλο χαρτί. Υποθέστε, ακόμη, ότι μπορεί να πάρει οποιαδήποτε πλευρά του στοιχήματος. Για να βρούμε τον σχετικό εισοδηματικό περιορισμό, αναπαράγουμε το σημείο αρχικού εισοδήματος του Rhett  $a$  στο Διάγραμμα 6.3. Για κάθε δολάριο που στοιχηματίζει κατά της εμφάνισης κούπας, ο Rhett μειώνει το  $c_h$  κατά  $H$  μονάδες (κινείται  $H$  μονάδες προς τα αριστερά) και ταυτόχρονα αυ-

ξάνει το  $c_a$  κατά  $N$  μονάδες (κινείται προς τα πάνω  $N$  μονάδες). Έτσι, ο εισοδηματικός περιορισμός είναι μια ευθεία γραμμή μέσα από το σημείο αρχικού εισοδήματος με κλίση  $-N/H$ . Ως συνήθως, η κλίση του εισοδηματικού περιορισμού δείχνει το κόστος ευκαιρίας ενός αγαθού σε σχέση με ένα άλλο — το κόστος της αύξησης της κατανάλωσης κατά  $\$H$  αν εμφανιστεί κούπα ή την απώλεια κατά  $\$N$  αν δεν εμφανιστεί κούπα.

#### πιθανότητα

Το ενδεχόμενο να συμβεί μια κοσμική κατάσταση.

### Πιθανότητα και προβλεπόμενη αξία

Ως τώρα επικεντρωθήκαμε στις ποσότητες κατανάλωσης που συνδέονται με κάθε «κοσμική κατάσταση», και δεν είπαμε τίποτα για την πιθανότητα να συμβούν πράγματι διαφορετικές «κοσμικές καταστάσεις». Η **πιθανότητα** μιας δεδομένης κοσμικής κατάστασης είναι μια μέτρηση του ενδεχόμενου να συμβεί. Αν το γεγονός δεν μπορεί να συμβεί, η πιθανότητα είναι μηδέν· αν είναι σίγουρο ότι θα συμβεί, η πιθανότητα είναι ένα. Αν μπορεί να συμβεί αλλά δεν είναι σίγουρο, η πιθανότητα είναι κάπου ανάμεσα στο μηδέν και το ένα. Για παράδειγμα, η πιθανότητα να τραβηχτεί κούπα από μια τράπουλα είναι  $13/52 = 1/4$  (ή 0,25), το ποσοστό από κούπες στην τράπουλα. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν 25 πιθανότητες στις 100 ότι το γεγονός θα συμβεί και 75 στις 100 ότι δεν θα συμβεί. Για μια δεδομένη τυχαία διαδικασία, οι πιθανότητες όλων των κοσμικών καταστάσεων πρέπει να έχουν άθροισμα 1, επειδή είναι βέβαιο ότι ή η μία κατάσταση ή η άλλη θα συμβεί. Έτσι, αν υπάρχουν μόνο δύο καταστάσεις και η πιθανότητα να συμβεί η πρώτη είναι  $p$ , τότε η πιθανότητα της δεύτερης είναι  $(1-p)$ . Επειδή η πιθανότητα να εμφανιστεί κούπα είναι  $1/4$ , η πιθανότητα «οποιοδήποτε άλλου χαρτιού» είναι  $3/4$ .

Επιστρέψτε στην κατάσταση του Rhett και υποθέστε ότι στοιχηματίζει  $\$1$  ότι δεν θα εμφανιστεί κούπα. Ποια θα είναι τα καθαρά κέρδη του κατά μέσο όρο; Η απάντηση εξαρτάται από το τι κερδίζει σε κάθε κατάσταση (από το αν το φύλλο θα είναι κούπα ή όχι) σταθμισμένο με την πιθανότητα να συμβούν διαφορετικές καταστάσεις. Υπάρχει μια πιθανότητα  $3/4$  ότι το φύλλο δεν είναι κούπα, στην οποία περίπτωση ο Rhett κερδίζει 40 σεντς. Υπάρχει μια πιθανότητα  $1/4$  να είναι κούπα, στην οποία χάνει  $\$1$ . Παίρνοντας το άθροισμα, σταθμισμένο με την πιθανότητα να συμβεί πραγματικά το ένα από τα δυο, έχουμε

$$3/4 \times \$0,40 + 1/4 \times (-\$1) = \$0,30 - \$0,25 = \$0,05.$$

Έτσι, κατά μέσο όρο, ο Rhett μπορεί να περιμένει να έχει καθαρά κέρδη 5 σεντς από κάθε δολάριο που στοιχηματίζει. Ο μέσος όρος αυτών των καθαρών κερδών είναι επίσης γνωστός ως προβλεπόμενη αξία του τυχερού παιχνιδιού.

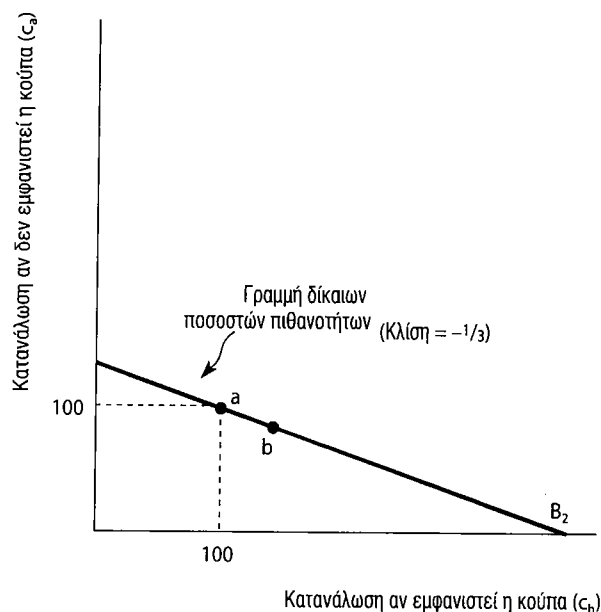
Η έννοια της προβλεπόμενης αξίας είναι γενική και προκύπτει όταν αξιολογούμε τυχαία αποτελέσματα. Υποθέστε ότι η αξία κάποιας μεταβλητής  $X$  εξαρτάται από την κοσμική κατάσταση που θα συμβεί. Η **προβλεπόμενη αξία** του  $X$  είναι η αξία του  $X$  που συμβαίνει «κατά μέσο όρο». Για να βρείτε την προβλεπόμενη αξία του  $X$ , σταθμίζετε την αξία του  $X$  σε κάθε κοσμική κατάσταση με την πιθανότητα να συμβεί αυτή η κατάσταση. Υποθέστε ότι υπάρχουν

#### προβλεπόμενη αξία

Η αξία κάποιας μεταβλητής, που εξαρτάται από την κοσμική κατάσταση που συμβαίνει κατά μέσο όρο.

**Διάγραμμα 6.4****Γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων**

Όταν το ενδεχόμενο για ένα γεγονός στον οριζόντιο άξονα έχει πιθανότητα  $1/4$  και στον κάθετο  $3/4$ , η κλίση της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων είναι  $-1/4 \div 3/4$  ή  $-1/3$ .



δύο πιθανές καταστάσεις, ότι η αξία του  $X$  στην κατάσταση 1 είναι  $X_1$  και στην κατάσταση 2 είναι  $X_2$ . Αν η πιθανότητα της πρώτης κατάστασης είναι  $\rho$ , τότε η προβλεπόμενη αξία του  $X = \rho \times X_1 + (1-\rho) \times X_2$  (ΕΠ 6.2).

**Η γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων**

Τώρα υποθέστε ότι το στοίχημα του Rhett έχει διαμορφωθεί έτσι ώστε για κάθε δολάριο που στοιχηματίζει, αν εμφανιστεί κούπα να κερδίζει \$1 και αν εμφανιστεί άλλο χαρτί να χάνει \$0,33  $1/3$ . Γι' αυτό το στοίχημα, υπάρχει  $1/4$  πιθανότητα κέρδους \$1 και  $3/4$  πιθανότητες ζημίας \$0,33  $1/3$ . Έτσι, η προβλεπόμενη αξία είναι  $1/4 \times \$1 - 3/4 \times \$0,33 \frac{1}{3} = \$0,25 - \$0,25 = 0$ . Ένα στοίχημα σαν αυτό, στο οποίο το αναμενόμενο χρηματικό κέρδος ισούται με μηδέν, ονομάζεται **πραγματιστικά δίκαιο**, επειδή κατά μέσο όρο δεν υπάρχει ούτε κέρδος ούτε ζημία σε χρηματικούς όρους. Πώς μοιάζει ο εισοδηματικός περιορισμός που σχετίζεται με αυτό το στοίχημα; Από την παραπάνω συζήτησή μας, ξέρουμε ότι σε απόλυτη τιμή η κλίση πρέπει να είναι το κέρδος αν δεν εμφανιστεί κούπα (\$0,33  $1/3$ ) δια τη ζημία αν εμφανιστεί κούπα (\$1), ή  $1/3$ . Στο Διάγραμμα 6.4, η γραμμή με αυτήν την κλίση που περνάει από το σημείο αρχικού εισοδήματος είναι η  $B_2$ . Ένας εισοδηματικός περιορισμός σαν τον  $B_2$ , που αντικατοπτρίζει τις ευκαιρίες που πα-

**πραγματιστικά δίκαιο**

Ένα στοίχημα για το οποίο το αναμενόμενο χρηματικό κέρδος ισούται με το μηδέν.

**6.2 Έλεγχος προόδου**

Χρησιμοποιώντας το ετήσιο ποσοστό ανάπτυξης των εργασιών, ο έλεγχος προόδου και η αξία της πιθανότητας αύξησης στη δουλειά ή αρρώστιας για έναν πλήρως απασχολούμενο εργάτη στη βιομηχανία συσκευασίας κρέατος στην διάρκεια του έτους είναι 0,33. Υποθέστε ότι το εισόδημα ενός συσκευαστή κρέατων είναι \$42.000 αν παραμείνει υγιής και \$12.000 αλλιώς. Ποιο είναι το αναμενόμενο εισόδημα;

ρουσιάζονται σε ένα πραγματιστικά δίκαιο στοίχημα, ονομάζεται **γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων**. Κατά μήκος της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων, ένα άτομο ούτε κερδίζει ούτε ζημιώνει σε όρους προβλεπόμενης αξίας (Δηλαδή, το μέσο χρηματικό κέρδος ισούται με μηδέν).

### 6.3 Έλεγχος προόδου

Το εισοδήμα σας είναι \$25. Θα ριχτεί ένα ζάρι. Αν έρθει άσος, κερδίζετε ένα δολάριο\* αν έρθει οποιοδήποτε άλλο νούμερο χάνετε ένα δολάριο. Ποιες είναι οι πιθανότητες κέρδους; Ποιο είναι το σημείο αρχικού εισοδήματος σας; Σχεδιάστε τη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων που σχετίζεται με αυτό το στοίχημα. Γιατί περνάει από το σημείο αρχικού εισοδήματος;

#### γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων

Ένας εισοδηματικός περιορισμός που αντανakλά τις ευκαιρίες που παρουσιάζονται σε ένα πραγματιστικά δίκαιο στοίχημα.

#### ποσοστά πιθανοτήτων

Ο λόγος των πιθανοτήτων του να συμβούν δύο γεγονότα.

Είναι ξεκάθαρο γιατί αυτή η συγκεκριμένη γραμμή ονομάζεται «δίκαιη», αλλά πού κολλάει το «ποσοστό πιθανοτήτων» στην εικόνα; Το **ποσοστό πιθανότητας** να συμβούν δύο γεγονότα είναι ο λόγος των πιθανοτήτων τους. Αν η πιθανότητα βροχής σήμερα είναι  $1/5$  και η πιθανότητα μη βροχής είναι  $4/5$ , τότε το ποσοστό της πιθανότητας να βρέξει είναι 1 προς 4. Το ποσοστό πιθανότητας ενός γεγονότος είναι ένας τρόπος έκφρασης του πόσο πιθανό είναι να συμβεί ένα γεγονός σε σχέση με ένα άλλο. Όταν τα ποσοστά πιθανότητας βροχής είναι 1 προς 4, ξέρουμε ότι η πιθανότητα να βρέξει είναι ένα τέταρτο σε σχέση με το να μη βρέξει. Γενικότερα, αν η πιθανότητα ενός γεγονότος είναι  $p$ , και η πιθανότητα ενός δεύτερου γεγονότος είναι  $(1-p)$ , το ποσοστό πιθανότητας του πρώτου είναι  $p / (1-p)$  (ΕΠ 6.3).

Επιστρέφοντας στη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων για το στοίχημα του Rhett, θα πρέπει να σημειώσετε ότι η αρνητική τιμή της κλίσης,  $1/3$ , ισούται με την πιθανότητα του ενδεχόμενου στον οριζόντιο άξονα,  $1/4$ , διαιρεμένο με την πιθανότητα του ενδεχόμενου στον κάθετο άξονα,  $3/4$ . Αυτό δεν είναι τυχαίο. Η αρνητική τιμή της κλίσης σε μια γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων είναι πάντα ο λόγος των πιθανοτήτων, «το ποσοστό».

Για να αποδείξουμε αυτό το σημείο γενικά, υποθέστε ότι ένα άτομο αντιμετωπίζει το ακόλουθο πραγματιστικά δίκαιο στοίχημα: για κάθε στοίχημα που θα βάζει, χάνει  $L$  με πιθανότητα  $p$  και κερδίζει  $W$  με πιθανότητα  $(1-p)$ . Με δεδομένο ότι το στοίχημα είναι πραγματιστικά δίκαιο, ποιες πρέπει να είναι οι τιμές των  $L$  και  $W$ ; Ορίστε την πραγματιστικά δίκαιη τιμή του  $W$  ως  $\bar{W}$  και του  $L$  ως  $\bar{L}$ . Εξ ορισμού, η προβλεπόμενη αξία του στοιχήματος πρέπει να είναι μηδέν:

$$(1-p) \times \bar{W} - p \times \bar{L} = 0,$$

ή

$$\bar{W} / \bar{L} = p / (1-p)^1 \quad (6.1)$$

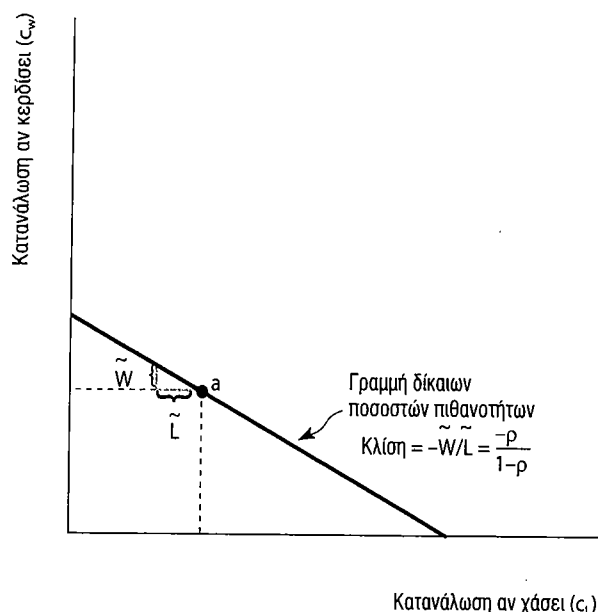
Τώρα που ξέρουμε αυτόν το λόγο, μπορούμε να αναπαραστήσουμε διαγραμματικά τον εισοδηματικό περιορισμό. Τα σχετικά εξαρτώμενα αγαθά είναι *κατανάλωση αν χάσει* ( $c_L$ ) και *κατανάλωση αν κερδίσει* ( $c_W$ ). Στο Διάγραμμα 6.5, το  $c_L$  μετριέται στον οριζόντιο άξονα, το  $c_W$  στον κάθετο και το σημείο αρχικού εισοδήματος είναι το  $a$ . Αλλά θυμηθείτε από την συζήτησή γύρω από το

<sup>1</sup> Σημειώστε ότι *οποιοδήποτε* αξίες του  $\bar{W}$  και  $\bar{L}$  που ικανοποιούν την εξίσωση (6.1) είναι πραγματικά δίκαιες. Το μόνο που ξέρουμε σίγουρα είναι ο δείκτης τους, όχι οι συγκεκριμένες αξίες τους.



**Διάγραμμα 6.5****Κλίση της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων**

Γενικά, η κλίση της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων είναι το αρνητικό του ενδεχόμενου της πιθανότητας του οριζόντιου άξονα διαιρεμένο με το ενδεχόμενο της πιθανότητας του κάθετου άξονα.



Διάγραμμα 6.3 ότι  $-W/L$  είναι η κλίση του εισοδηματικού περιορισμού. Έτσι, η κλίση της γραμμής των δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων είναι το αρνητικό του λόγου των πιθανοτήτων  $-p/(1-p)$ .

Για να καταλάβουμε τι υποδηλώνει αυτό το αποτέλεσμα, φανταστείτε ότι αντιμετωπίζετε ένα πραγματιστικά δίκαιο στοίχημα και ξαφνικά η πιθανότητα ζημίας αυξάνεται. Για να εξακολουθήσετε να αντιμετωπίζετε την ίδια πιθανότητα κέρδους και ζημίας, είτε το ποσό που κερδίζετε,  $W$ , θα πρέπει να αυξηθεί ή το ποσό που μπορεί να χάσετε,  $L$ , θα πρέπει να μειωθεί. Κάθε μια από αυτές τις αλλαγές έχει ως αποτέλεσμα μια γραμμή με πιο απότομη κλίση από την αρχική γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων. Έτσι, όταν το  $p$  αυξάνει, η γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων γίνεται πιο απότομη, το οποίο είναι ακριβώς αυτό που μας λέει η εξίσωση (6.1).

Για να εξερευνήσουμε τις ιδιότητες της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων, ας καθορίσουμε την προβλεπόμενη αξία της κατανάλωσης του Rhett σε διάφορα σημεία της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων. Συμβουλευτείτε πάλι το Διάγραμμα 6.4. Στο σημείο  $a$  της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων, είναι εύκολο να υπολογίσουμε την προβλεπόμενη αξία της κατανάλωσης. Σε αυτό το σημείο, ο Rhett λαμβάνει \$100 σε κάθε κοσμική κατάσταση, έτσι η προβλεπόμενη αξία της κατανάλωσης είναι ακριβώς \$100. Τώρα σκεφτείτε το σημείο  $b$ , όπου ο Rhett στοιχηματίζει \$10 ότι θα εμφανιστεί κούπα. Με δίκαια ποσοστά πιθανοτήτων, αν εμφανιστεί κούπα, ο Rhett κερδίζει \$10 και αν εμφανιστεί άλλο χαρτί χάνει \$3,33. Έτσι, στο σημείο  $b$ ,  $c_h = 100$  ( $=100+10$ ), και  $c_a = 96,67$  ( $=100-3,33$ ). Επειδή η πιθανότητα να εμφανιστεί κούπα είναι  $1/4$ , η

## 6.4 Έλεγχος προόδου

Έχετε ήδη καταλάβει ότι αν το στοιχείο να στοιχηματίσετε είναι διαθέσιμο στο στοίχημα, τότε θα παίξετε το στοιχείο αυτό. Αν έρθει κορώνας και θα χάνετε \$1, αν έρθει γραμμή και θα παίξετε \$1,20. Όταν η πιθανότητα της κορώνας είναι  $1/2$  — ένα λεγόμενο «τίμο» νόμισμα — ποια είναι η προβλεπόμενη αξία ενός στοιχήματος \$1; Είναι το στοιχείο «δίκαιο»; Ένα «πειραγμένο» νόμισμα είναι αυτό που δεν έχει 50-50 πιθανότητες κορώνας. Ποιες θα έπρεπε να ήταν οι πιθανότητες με ένα πειραγμένο νόμισμα για να είναι το παραπάνω στοιχείο δίκαιο; Σχεδιάστε την γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων που σχετίζεται με το στοιχείο στο στρίψιμο του νομίσματος όταν μπορείτε να πάρετε και τις δύο πλευρές του στοιχήματος.

προβλεπόμενη κατανάλωση του Rhett στο  $b$  είναι  $1/4 c_h + 3/4 c_a = 1/4 \times 110 + 3/4 \times 96,67 = \$100$ . Αυτή είναι ακριβώς ίδια με την προβλεπόμενη αξία κατανάλωσης του πακέτου  $a$ . Δεν είναι σύμπτωση: η προβλεπόμενη αξία της κατανάλωσης είναι ίδια για κάθε πακέτο πάνω στη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων.<sup>2</sup> Επειδή ένα στοιχείο με δίκαια ποσοστά πιθανοτήτων έχει μηδέν προβλεπόμενη αξία, τότε η προβλεπόμενη αξία της κατανάλωσης ενός ατόμου είναι η ίδια άσχετα με το ποσό που στοιχηματίζει.

Ολοκληρώνουμε τη συζήτησή μας σχετικά με τον εισοδηματικό περιορισμό για εξαρτώμενα αγαθά τονίζοντας ότι αν και η γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων είναι σημαντική για λόγους αναφοράς, δεν υπάρχει λόγος να υποθέσουμε ότι τα τυχερά παίγνια του πραγματικού κόσμου είναι απαραίτητα πραγματιστικά δίκαια. Το αποτέλεσμα κάποιων στοιχημάτων, όπως στο καζίνο και στις ιπποδρομίες, είναι πολύ χειρότερο από αυτό που υποδηλώνουν τα δίκαια ποσοστά (Φυσικά, από τη σκοπιά του καζίνο και των ιδιοκτητών αλόγων, τα ποσοστά πιθανοτήτων είναι κάτι παραπάνω από δίκαια). Έτσι, οι εισοδηματικοί περιορισμοί για εξαρτώμενα αγαθά μπορεί να έχουν μεγαλύτερη ή μικρότερη κλίση από τη σχετική γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων (ΕΠ 6.4).

## ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΙΣ

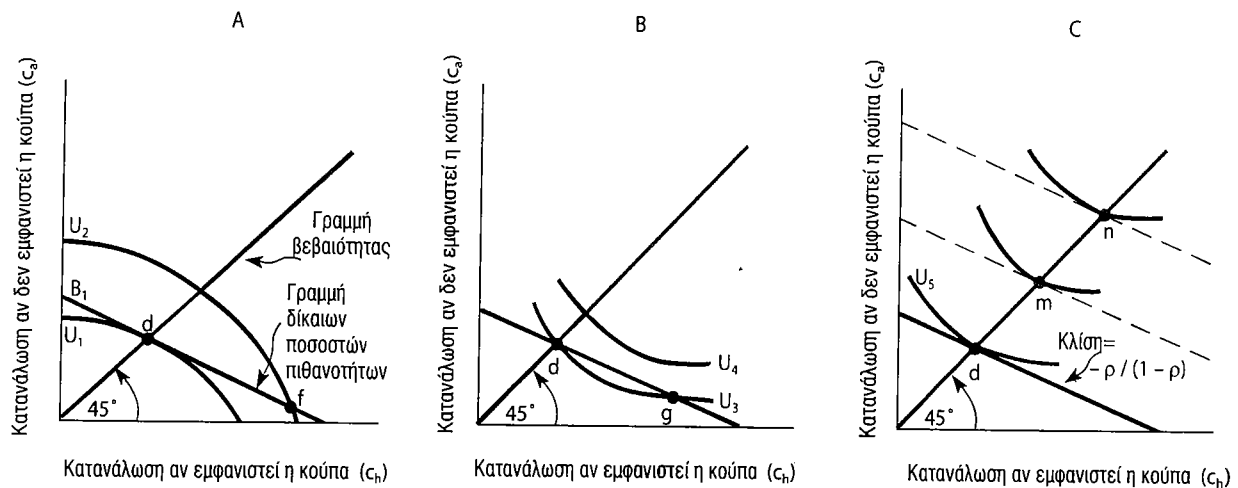
Ας επιστρέψουμε τώρα στο απλό παιχνίδι με την τράπουλα του Διαγράμματος 6.2. Ο εισοδηματικός περιορισμός ( $B_I$ ) δείχνει τους συνδυασμούς των δύο πιθανών αγαθών ( $c_h$  και  $c_a$ ) που είναι διαθέσιμοι στο Rhett. Το πώς αξιολογούνται αυτές οι διάφορες εναλλακτικές εξαρτάται από τις προτιμήσεις του Rhett. Σ' αυτό το πλαίσιο, πρέπει να είμαστε πολύ ξεκάθαροι για το τι ενδιαφέρει τον Rhett — την ποσότητα της κατανάλωσης που του είναι διαθέσιμη σε κάθε κοσμική κατάσταση. Δεν τον ρωτάμε «Θα προτιμούσες να εμφανιστεί κούπα αντί για σπαθί, καρδό ή μπαστούνι;». Μάλλον ρωτάμε «Ποιο πακέτο εξαρτώμενων αγαθών θα προτιμούσες;».

Όπως και στην περίπτωση των τυπικών αγαθών, χρειάζεται να κάνουμε υποθέσεις για τις προτιμήσεις του ατόμου σε σχέση με αυτά τα αγαθά. Υποθέτουμε, ως συνήθως, ότι ισχύει η υπόθεση της έλλειψης — περισσότερη κατανάλωση

<sup>2</sup> Απόδειξη: Έστω  $x$  η αξία της κατανάλωσης στο σημείο αρχικού εισοδήματος. Αν το άτομο κερδίσει το στοιχείο, η κατανάλωσή του είναι  $x + \bar{w}$ · αν χάσει είναι  $x - \bar{L}$ . Η αναμενόμενη κατανάλωσή του είναι άρα  $(1 - p)(x + \bar{w}) + p(x - \bar{L}) = x + (1 - p)\bar{w} - p\bar{L}$ . Αλλά από την εξίσωση (6.1), κατά μήκος της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων,  $(1 - p)\bar{w} - p\bar{L} = 0$ . Έτσι, η προβλεπόμενη αξία κατά μήκος της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων είναι πάντα  $x$  για κάθε πακέτο που ικανοποιεί την (6.1), δηλαδή, για κάθε πακέτο κατά μήκος της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων.

## Διάγραμμα 6.6

Καμπύλες αδιαφορίας για εξαρτώμενα αγαθά



Με τι μοιάζουν οι καμπύλες αδιαφορίας για άτομα με αποστροφή κινδύνου; Δεν είναι κυρτές προς την αρχή των αξόνων σαν αυτές του πίνακα Α, επειδή αυτές υπονοούν ότι μια αβέβαιη έκβαση ( $f$ ) προτιμάται από μια βέβαιη με την ίδια προβλεπόμενη αξία ( $d$ ). Δεν μπορούν να τέμνουν τη γραμμή βεβαιότητας και τη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων όπως στον πίνακα Β, επειδή αυτό υπονοεί ότι μια βέβαιη έκβαση είναι ισοδύναμη με μια αβέβαιη με την ίδια προβλεπόμενη αξία. Η αποστροφή κινδύνου αναπαριστάται σωστά στον πίνακα C — όποτε μια καμπύλη αδιαφορίας τέμνει τη γραμμή βεβαιότητας, η κλίση είναι το αρνητικό των πιθανοτήτων.

λωση ενός εξαρτώμενου αγαθού προτιμάται από λιγότερη. Υποθέτουμε, επίσης, ότι η κοσμική κατάσταση δεν επηρεάζει από μόνη της το πώς αξιολογεί ο Rhett τις επιπλέον μονάδες κατανάλωσης (την οριακή χρησιμότητα της κατανάλωσης). Αυτή η υπόθεση είναι αρκετά λογική στην περίπτωση του Rhett — είναι ανόητο να σκεφτούμε ότι η εμφάνιση μιας κούπας αυτή καθαυτή επηρεάζει την αξία που αποδίδει στις επιπλέον μονάδες κατανάλωσης.<sup>3</sup>

Για να πούμε οτιδήποτε παραπάνω για τις καμπύλες αδιαφορίας του ατόμου ανάμεσα σε εξαρτώμενα αγαθά, θα πρέπει να γνωρίζουμε τις απόψεις του για τον κίνδυνο. Μπορούμε να διακρίνουμε τρία είδη απόψεων:

**1. Αποστροφή κινδύνου.** Λέμε ότι ένα άτομο **αποστρέφεται τον κίνδυνο** αν δεν στοιχηματίζει σε ένα πραγματιστικά δίκαιο στοίχημα που του προσφέρεται. Παρόλο που κατά μέσο όρο ένα δίκαιο στοίχημα δεν επηρεάζει την κατανάλωση, ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο θα απορρίψει το στοίχημα εξαιτίας της αβεβαιότητας που προκαλεί. Θυμηθείτε από την προηγούμενη ενότητα ότι όλα τα πακέτα εξαρτώμενων αγαθών που σχετίζονται με ένα δίκαιο στοίχημα έχουν την ίδια προβλεπόμενη αξία. Ανάμεσα σε όλα τα πακέτα που έχουν την ίδια προβλεπόμενη αξία, ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο

**αποστρέφεται τον κίνδυνο**

Ένα άτομο που δεν θα δεχτεί ένα πραγματιστικά δίκαιο στοίχημα.

<sup>3</sup> Πάντως, αυτή η υπόθεση δεν στέκει πάντα. Για παράδειγμα, η αξία που θέτετε στην επιπλέον κατανάλωση της κατάστασης «υγιής» μπορεί να διαφέρει από αυτήν της κατάστασης «μη υγιής».

**γραμμή βεβαιότητας**

Το σύνολο όλων των πιθανών  
επιπέδων βέβαιης  
κατανάλωσης.

προτιμάει την απόλυτη βεβαιότητα.

Για να σχεδιάσουμε τις καμπύλες αδιαφορίας ενός τέτοιου ατόμου, μας εξυπηρετεί να σχεδιάσουμε δύο γραμμές αναφοράς. Στον πίνακα Α του Διαγράμματος 6.6, πρώτα σχεδιάζουμε μια ακτίνα σε γωνία  $45^\circ$  από την αρχή των αξόνων. Κάθε σημείο στη γραμμή των  $45^\circ$  περιλαμβάνει ίση κατανάλωση και στις δυο κοσμικές καταστάσεις. Επειδή αυτό το επίπεδο κατανάλωσης είναι διαθέσιμο, τι και αν συμβεί, εξ ορισμού μπορεί να καταναλωθεί με βεβαιότητα. Άρα, η γραμμή των  $45^\circ$  συνδέει τις τοποθεσίες όλων των πιθανών επιπέδων βέβαιης κατανάλωσης και αποκαλείται **γραμμή βεβαιότητας**. Τώρα επιλέξτε ένα τυχαίο σημείο  $d$  πάνω στη γραμμή βεβαιότητας και σχεδιάστε δια μέσου αυτού τη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων που σχετίζεται με το στοίχημα. Αυτή η γραμμή, που ονομάζεται  $B_1$  στο Διάγραμμα, έχει κλίση  $-\rho/(1-\rho)$ , που στην περίπτωση του Rhett είναι  $-1/3$ .

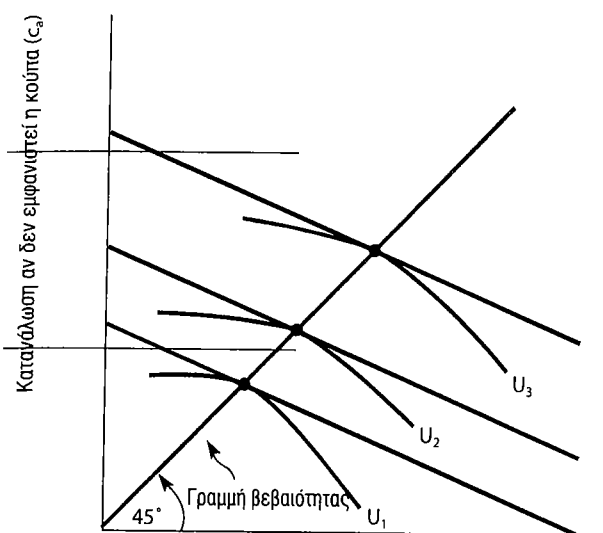
Τώρα σκεφτείτε τις καμπύλες αδιαφορίας  $U_1$  και  $U_2$  στον πίνακα Α. Μπορούν να απεικονίσουν τις προτιμήσεις ενός ατόμου που αποστρέφεται τον κίνδυνο; Όχι. Επειδή το  $f$  βρίσκεται σε υψηλότερη καμπύλη αδιαφορίας από το  $d$ , προτιμάται από το  $d$ . Αλλά το πακέτο  $d$  προσφέρει την ίδια προβλεπόμενη αξία με βεβαιότητα που προσφέρει το  $f$  με αβεβαιότητα. Εξ ορισμού, ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο δεν θα προτιμούσε ποτέ το  $f$  από το  $d$ . Καταλήγουμε ότι οι καμπύλες αδιαφορίας ενός ατόμου που αποστρέφεται τον κίνδυνο δεν είναι κοίλες προς την αρχή των αξόνων.

Τώρα, σκεφτείτε τις καμπύλες αδιαφορίας  $U_3$  και  $U_4$  στον πίνακα Β του Διαγράμματος 6.6. Επειδή είναι κυρτές προς την αρχή των αξόνων, δεν έχουν το πρόβλημα που επισημάνσαμε στον πίνακα Α. Παρ' όλα αυτά, δεν μπορούν να είναι μέρος του χάρτη αδιαφορίας ενός ατόμου που αποστρέφεται τον κίνδυνο. Γιατί; Επειδή, σύμφωνα με το διάγραμμα, το άτομο είναι αδιάφορο ανάμεσα στα πακέτα  $d$  και  $g$ . Αλλά ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο πρέπει να προτιμήσει το  $d$  από το  $g$  — το  $d$  έχει την ίδια προβλεπόμενη αξία χωρίς καμία αβεβαιότητα. Εν συντομία, η καμπύλη αδιαφορίας ενός ατόμου που αποστρέφεται τον κίνδυνο δεν μπορεί να περάσει από το σημείο όπου τέμνονται η γραμμή βεβαιότητας και η γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων.

Τέλος, σκεφτείτε την καμπύλη αδιαφορίας  $U_5$  στον πίνακα C. Εφάπτεται στη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων στο  $d$ , έτσι η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας στο  $d$  είναι  $-\rho/(1-\rho)$ . Επειδή το  $d$  είναι στο σημείο όπου εφάπτονται η γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων και η καμπύλη αδιαφορίας, το  $d$  προτιμάται αυστηρά από κάθε άλλο σημείο στη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων. Αυτό είναι απόλυτα σύμφωνο με τον ορισμό της αποστροφής κινδύνου. Έτσι, η καμπύλη αδιαφορίας ενός ατόμου που αποστρέφεται τον κίνδυνο πρέπει να μοιάζει με την  $U_5$ : δηλαδή, η κλίση της όταν τέμνει τη γραμμή των  $45^\circ$  πρέπει να είναι  $-\rho/(1-\rho)$ . Επιπλέον, θυμηθείτε ότι το σημείο  $d$  επιλέχθηκε τυχαία. Θα μπορούσαμε να επιλέξουμε οποιαδήποτε άλλα σημεία στη γραμμή αβεβαιότητας (όπως το  $m$  και το  $n$ ), να σχεδιάσουμε τη γραμμή δίκαιων ποσοστών πι-

Διάγραμμα 6.7

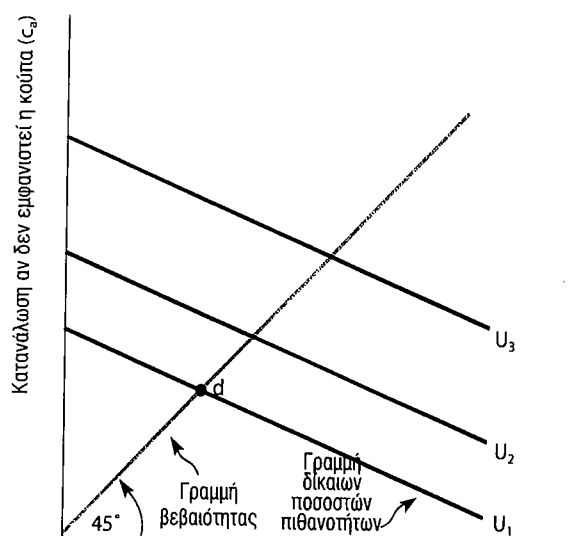
Καμπύλες αδιαφορίας για έναν ριψοκίνδυνο

Κατανάλωση αν εμφανιστεί η κούπα ( $c_h$ )

Οι καμπύλες αδιαφορίας για έναν ριψοκίνδυνο είναι κυρτές προς την αρχή των αξόνων και με κλίση ίση με το αρνητικό των πιθανοτήτων όπου τέμνουν τη γραμμή βεβαιότητας.

Διάγραμμα 6.8

Καμπύλες αδιαφορίας για ένα άτομο αδιάφορο κινδύνου

Κατανάλωση αν εμφανιστεί η κούπα ( $c_h$ )

Η καμπύλη αδιαφορίας για ένα άτομο αδιάφορο κινδύνου συμπίπτει με τη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων. Ο χάρτης αδιαφορίας αποτελείται από παράλληλες γραμμές· η κλίση κάθε μιας από αυτές είναι το αρνητικό των πιθανοτήτων.

θανοτήτων μέσα από αυτά και να πάρουμε το ίδιο αποτέλεσμα: Για ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο, η κλίση κάθε καμπύλης αδιαφορίας καθώς τέμνει τη γραμμή βεβαιότητας είναι η αρνητική τιμή των ποσοστών πιθανοτήτων να συμβεί το γεγονός που απεικονίζεται στον οριζόντιο άξονα.

Συνεπάγεται ότι αν δύο άτομα που αποστρέφονται τον κίνδυνο αντιμετωπίζουν το ίδιο στοίχημα, τότε οι καμπύλες αδιαφορίας τους έχουν την ίδια κλίση κατά μήκος της γραμμής αβεβαιότητας. Δεν συνεπάγεται ότι οι καμπύλες αδιαφορίας τους είναι ταυτόσημες παντού. Τα άτομα που αποστρέφονται τον κίνδυνο μπορούν να διαφέρουν και όντως διαφέρουν στις προτιμήσεις τους για την κατανομή της κατανάλωσης σε διαφορετικές «κοσμικές καταστάσεις» (Βλέπε Ερώτηση Συζήτησης 6.3).

**2. Επιθυμία κινδύνου.** Ένα άτομο λέγεται **ριψοκίνδυνο** όταν προτιμάει μια αβέβαιη προοπτική με συγκεκριμένη προβλεπόμενη αξία από μια βέβαιη με την ίδια προβλεπόμενη αξία. Οι ριψοκίνδυνοι άνθρωποι προτιμούν ένα στοίχημα από ένα σίγουρο αποτέλεσμα. Επιχειρήματα παρόμοια με αυτά των πινάκων Β και C του Διαγράμματος 6.6 δείχνουν ότι οι καμπύλες του πίνακα Α του Διαγράμματος 6.6 ικανοποιούν τον ορισμό του ριψοκίνδυνου επειδή εκτός του ότι είναι κυρτές προς την αρχή των αξόνων, επιπλέον εφάπτονται στη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων, όποτε η γραμμή βεβαιότητας και η γραμμή δί-

#### ριψοκίνδυνο

Ένα άτομο που προτιμάει μια αβέβαιη προοπτική με μια συγκεκριμένη προβλεπόμενη αξία από μια βεβαιότητα με την ίδια προβλεπόμενη αξία.

**αδιάφορος κινδύνου**

Ένα άτομο που είναι αδιάφορο ανάμεσα σε εναλλακτικές με την ίδια προβλεπόμενη αξία.

**6.5 Έλεγχος προόδου**

Η επιλογή  $A$  είναι καλύτερη από την επιλογή  $B$  όταν η προβλεπόμενη αξία της  $A$  είναι μεγαλύτερη από την προβλεπόμενη αξία της  $B$ . Αποτέλεσμα από ένα άτομο: \$500 με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$ , και \$2.000 με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$ . Ο Bart αποστρέφεται τον κίνδυνο, η Lisa είναι ριψοκίνδυνη και η Maggie είναι αδιάφορη κινδύνου. Για κάθε ένα άτομο δείξτε ποια επιλογή θα προτιμήσει. Αν χρειάζεστε περισσότερες πληροφορίες για να κάνετε μια πρόβλεψη για κάποιο άτομο εξηγήστε το γιατί.

καιων ποσοστών πιθανοτήτων τέμνονται. Για εύκολη αναφορά, αυτές οι καμπύλες αδιαφορίας αναπαράγονται στο Διάγραμμα 6.7. Είναι ενδιαφέρον ότι, τόσο για το άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο όσο και για το ριψοκίνδυνο, η κλίση των καμπυλών αδιαφορίας ισούται με την αρνητική τιμή των πιθανοτήτων όποτε τέμνουν τη γραμμή βεβαιότητας. Η διαφορά έγκειται στην κυρτότητα — οι καμπύλες των ριψοκίνδυνων είναι κοίλες προς την αρχή των αξόνων, ενώ οι καμπύλες των ανθρώπων που αποστρέφονται τον κίνδυνο είναι κυρτές προς την αρχή των αξόνων.

**3. Αδιαφορία για τον κίνδυνο.** Ένα άτομο λέγεται ότι είναι **αδιάφορο στον κίνδυνο αν είναι αδιάφορο** σε όλες τις εναλλακτικές με την ίδια προβλεπόμενη αξία. Όσο δύο εκβάσεις έχουν την ίδια προβλεπόμενη αξία, το άτομο δεν ενδιαφέρεται για το ποια θα συμβεί, άσχετα με το αν η μια έκβαση είναι πιο αβέβαιη από την άλλη.

Στο Διάγραμμα 6.8, σχεδιάζουμε και πάλι τη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων μέσα από ένα τυχαίο σημείο  $d$  της γραμμής βεβαιότητας. Θυμηθείτε ότι κάθε σημείο της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων έχει την ίδια προβλεπόμενη αξία. Συνεπάγεται ότι ένα άτομο αδιάφορο στον κίνδυνο είναι αδιάφορο σε όλα τα σημεία της γραμμής δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων. Άρα, η καμπύλη αδιαφορίας για ένα τέτοιο άτομο συμπίπτει με τη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων. Ο χάρτης αδιαφορίας αποτελείται από ένα σύνολο από παράλληλες ευ-

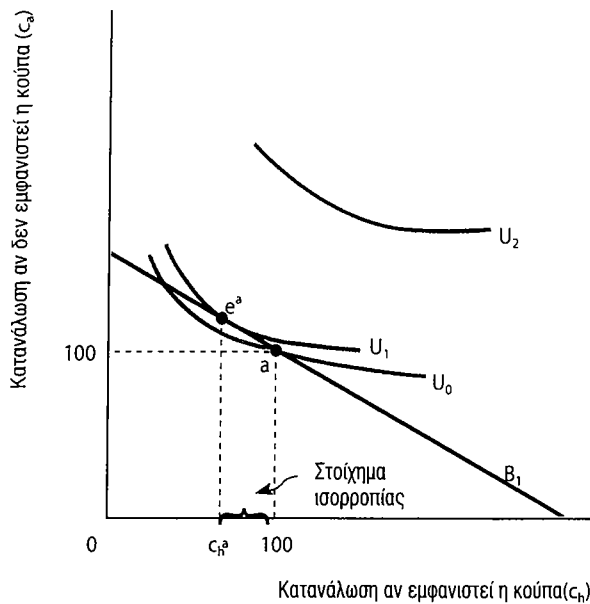
θείες γραμμές· η κλίση κάθε μιας από αυτές είναι η αρνητική τιμή των ποσοστών πιθανοτήτων (ΕΠ 6.5).

**ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ**

Τώρα που έχουμε βάλει σε υπόδειγμα και τον εισοδηματικό περιορισμό και τις προτιμήσεις, είμαστε σε θέση να αναλύσουμε τη συμπεριφορά του καταναλωτή. Θα υποθέσουμε ότι ο Rhett αποστρέφεται τον κίνδυνο και ότι οι προτιμήσεις του είναι αυτές του πίνακα C στο Διάγραμμα 6.6. Στο Διάγραμμα 6.9, ο χάρτης αδιαφορίας του Rhett τοποθετείται πάνω στον εισοδηματικό περιορισμό του από το Διάγραμμα 6.2. Η ισορροπία είναι στο σημείο  $e^a$ . Πόσο από το αρχικό εισόδημα των 100 στοιχηματίζει ο Rhett; Στην ισορροπία, η κατανάλωσή του στην περίπτωση της κούπας είναι  $c_h^a$ . Όπως δείξαμε ήδη, όμως, η απόστασή ανάμεσα σε ένα δεδομένο πακέτο και το σημείο αρχικού εισοδήματος μετράει το μέγεθος του στοιχήματος. Ο Rhett στοιχηματίζει  $100 - c_h^a$ . Το γεγονός ότι ο Rhett επιλέγει να ρισκάρει κάποια χρήματα είναι απόλυτα λογικό. Θυμηθείτε ότι σύμφωνα με τους όρους του στοιχήματος που περιέχονται στον εισοδηματικό περιορισμό  $B_1$ , κατά μέσο όρο, το να δεχτεί να στοιχηματίσει έχει σαν αποτέλεσμα ένα χρηματικό κέρδος. Έτσι, ο Rhett είναι πρόθυμος να ποντάρει κάποια από τα χρήματά του στο στοίχημα. Το σημαντικό είναι, πάντως, ότι δεν στοιχηματίζει όλα τα χρήματά του. Παρόλο που οι πιθανότητες είναι με το μέρος

Διάγραμμα 6.9

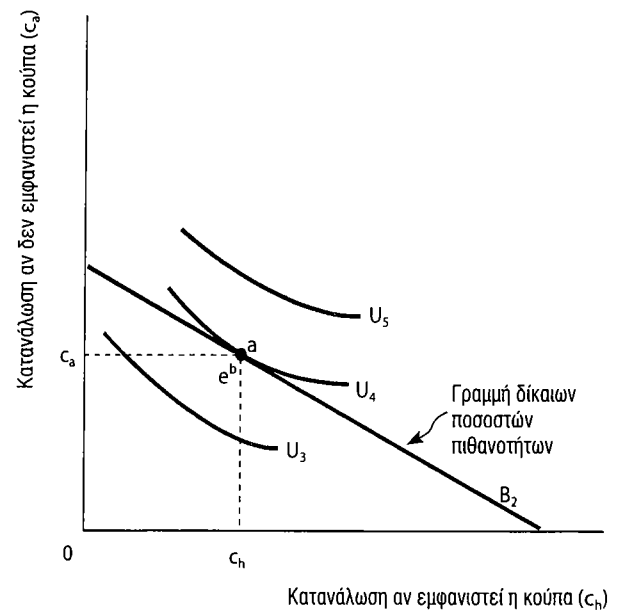
Επιλογή ισορροπίας για εξαρτώμενα αγαθά



Με δεδομένο τον εισοδηματικό περιορισμό  $B_1$ , το πιο προτιμητέο πακέτο είναι το  $e^a$ . Σ' αυτό το πακέτο, η κατανάλωση αν εμφανιστεί κούπα,  $c_h^a$ , είναι μικρότερη από το αρχικό εισόδημα των 100. Έτσι, το στοιχείο ισορροπίας είναι  $100 - c_h^a$ .

Διάγραμμα 6.10

Ισορροπία με γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων



Όταν αντιμετωπίζει ένα πραγμαστικά δίκαιο στοιχείο, ένα άτομο με αποστροφή κινδύνου μεγιστοποιεί την χρησιμότητα στο σημείο  $e^b$ , το οποίο αντιστοιχεί στο σημείο αρχικού εισοδήματος  $a$ . Δηλαδή, το στοιχείο δεν γίνεται αποδεκτό.

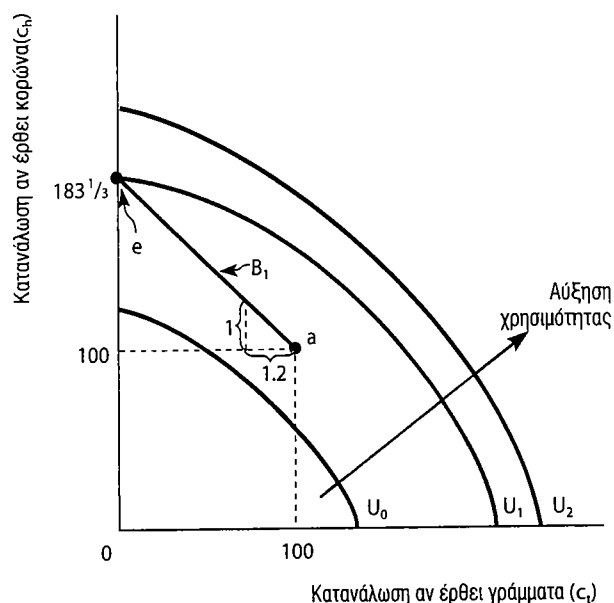
του, ο Rhett δεν «τα παίζει όλα για όλα» επειδή αποστρέφεται τον κίνδυνο.

Τώρα ας υποθέσουμε ότι αντί να αντιμετωπίζει το στοιχείο που περιέχεται στον εισοδηματικό περιορισμό  $B_1$ , ο Rhett αντιμετωπίζει ένα πραγμαστικά δίκαιο στοιχείο. Δηλαδή, ο εισοδηματικός περιορισμός του είναι η γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων  $B_2$  από το Διάγραμμα 6.4. Πώς αλλάζει αυτό το μέγεθος του στοιχείου του; Αυτό είναι ένα τυπικό πρόβλημα συγκριτικής στατικής ανάλυσης – απλώς πρέπει να βρούμε την ισορροπία που σχετίζεται με το νέο εισοδηματικό περιορισμό. Το Διάγραμμα 6.10 τοποθετεί το χάρτη αδιαφορίας του Διαγράμματος 6.9 πάνω στη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων. Το πιο προτιμητέο εφικτό σημείο είναι το  $e^b$ , στο οποίο η κατανάλωσή του αν εμφανιστεί κούπα είναι  $c_h^b$  και η κατανάλωσή του αν εμφανιστεί άλλο φύλλο είναι  $c_a^b$ . Σημειώστε ότι  $c_h^b = c_a^b$  η κατανάλωση και στις δύο περιπτώσεις είναι ίση. Αυτό το αποτέλεσμα δεν αποτελεί έκπληξη. Επειδή η απόλυτη κλίση του εισοδηματικού είναι  $1/3$ , το MRS πρέπει να ισούται με  $1/3$  στο σημείο ισορροπίας, αλλά ξέρουμε ήδη από τον πίνακα C του Διαγράμματος 6.6 ότι όλα τα MRS είναι  $1/3$  κατά μήκος της γραμμής βεβαιότητας.

Πόσο στοιχειματίζει ο Rhett; Επειδή το πακέτο ισορροπίας  $e^b$  είναι ταυτόσημο με το σημείο αρχικού εισοδήματος,  $a$ , δεν έχει στοιχειματίσει καθόλου.

**Διάγραμμα 6.11****Ισορροπία για έναν ριψοκίνδυνο**

Ένα ριψοκίνδυνο άτομο έχει καμπύλες αδιαφορίας που είναι κυρτές προς την αρχή των αξόνων. Γι' αυτό το άτομο, η ισορροπία βρίσκεται στο σημείο *e*, όπου το άτομο τοποθετεί όλα του τα χρήματα σε ένα πραγματιστικά άδικο στοίχημα.



Αυτό απλώς ενισχύει αυτό που ήδη ξέρουμε — ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο δεν θα δεχόταν ένα πραγματιστικά δίκαιο στοίχημα.

Σ' αυτό το σημείο, μπορεί να σκεφτείτε ότι εσείς ή οι άνθρωποι που ξέρετε δέχονται *όντως* πραγματιστικά δίκαια στοιχήματα. Στην πραγματικότητα, δεν είναι δύσκολο να βρούμε περιπτώσεις στις οποίες κάποια άτομα είναι πρόθυμα να δεχτούν πραγματιστικά άδικοι στοιχήματα. Για παράδειγμα, κάθε χρόνο κάποιοι άνθρωποι στοιχηματίζουν για την έκβαση του στριψίματος του νομίσματος που καθορίζει την αρχική θέση της μπάλας στο Super Bowl. Οι πράκτορες γενικά δίνουν πιθανότητες 5 προς 6, δηλαδή, αν προβλέψεις σωστά κερδίζεις \$5, αλλά αν κάνεις λάθος χάνεις \$6. Αυτό το στοίχημα είναι πραγματιστικά άδικο, επειδή η προβλεπόμενη αξία του είναι αρνητική:  $\frac{1}{2} \times \$5 - \frac{1}{2} \times \$6 = -\$0,50$ . Οι άνθρωποι που δέχονται αυτό το στοίχημα είναι πρόθυμοι να πληρώσουν (σε όρους διαφυγούσας προβλεπόμενης χρηματικής αξίας) για αυξημένο κίνδυνο.

Μπορεί μια τέτοια συμπεριφορά να είναι ορθολογική; Μπορεί αν οι άνθρωποι είναι ριψοκίνδυνοι. Υποθέστε ότι ο Hamilton είναι ριψοκίνδυνος, και έτσι οι καμπύλες αδιαφορίας του είναι κυρτές προς την αρχή των αξόνων, όπως στο Διάγραμμα 6.7. Υποθέστε, επίσης, ότι το αρχικό εισόδημά του είναι \$100, και του προσφέρεται το ακόλουθο πραγματιστικά άδικο στοίχημα: για κάθε δολάριο που θα στοιχηματίζει, αν έρθει κορώνα κερδίζει \$1· αν έρθει γράμμα χάνει \$1,20. Επιπλέον, δεν έχει την ευκαιρία να πάρει την άλλη πλευρά του στοίχηματος (Μόνο οι πράκτορες μπορούν να τη γλιτώσουν με τέτοια ποσοστά πιθανοτήτων!). Στο Διάγραμμα 6.11, η κατανάλωση αν έρθει γράμμα μετριέται στον οριζόντιο άξονα και η κατανάλωση αν έρθει κορώνα στον κάθετο. Σύμφωνα με τους όρους του στοίχηματος, ο εισοδηματικός περιορισμός είναι η ευθεία γραμμή



μή  $B_1$ , της οποίας η κλίση είναι  $-0,83 \frac{1}{3}$  ( $= -1/1,2$ ) και η οποία τέμνει τον κάθετο άξονα 183 και  $\frac{1}{3}$ . Με δεδομένο αυτόν τον εισοδηματικό περιορισμό, η υψηλότερη καμπύλη αδιαφορίας που μπορεί να επιτευχθεί είναι η  $U_1$ . Η ισορροπία (σημείο  $e$ ) είναι μια λύση γωνίας. Σ' αυτό το σημείο, αν έρθει κορώνα, η κατανάλωσή του θα είναι 183 και  $\frac{1}{3}$ , αλλά αν έρθει γράμμα, η κατανάλωσή του θα είναι μηδέν! Αυτή, φυσικά, είναι μια μάλλον ακραία περίπτωση, αλλά δείχνει πώς η αποδοχή ενός στοιχήματος με αναμενόμενη χρηματική απώλεια μπορεί να είναι κάτι «λογικό». Θυμηθείτε, η οικονομική ορίζει τη λογική με βάση το κατά πόσο ένα άτομο ενεργεί ορθολογικά με δεδομένες τις προτιμήσεις του, όχι με βάση το κατά πόσο οι προτιμήσεις του αυτές καθαντές είναι λογικές.

Ποιος τύπος προτίμησης είναι πιο σχετικός για την κατανόηση της συμπεριφοράς του καταναλωτή, η αποστροφή κινδύνου (όπως στο Διάγραμμα 6.6, πίνακας C) ή η επιθυμία κινδύνου (όπως στο Διάγραμμα 6.11); Όπως έχουμε πει, η ριψοκίνδυνη συμπεριφορά μπορεί να παρατηρηθεί και για κάποια άτομα δεν είναι ασήμαντη. Ένας άντρας από τη Φλόριδα, ο Anthony Giardino και ο πατέρας του αγόρασαν κάποτε 10.000 λαχεία του \$1 για να πάρουν μέρος στο κρατικό τζακ ποτ των \$115 εκατομμυρίων – και έχασαν. Γενικότερα, η ευημερία των καζίνο του Las Vegas και της Atlantic City δείχνουν ότι πολλοί άνθρωποι είναι ριψοκίνδυνοι. Από την άλλη, πολλοί θαμώνες του καζίνο και παίκτες λοταρίας ποντάρουν μόνο σχετικά μικρά ποσά: αυτοί οι άνθρωποι βγαίνουν έξω για λίγη διασκέδαση και δεν είναι στ' αλήθεια ριψοκίνδυνοι.<sup>4</sup> Στην πραγματικότητα, υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι για σημαντικές αποφάσεις στη ζωή τους, οι περισσότεροι άνθρωποι αποστρέφονται τον κίνδυνο. Μια σημαντική απόδειξη είναι ότι οι περισσότεροι άνθρωποι είναι πρόθυμοι να πληρώσουν μεγάλα ποσά χρημάτων για να μειώσουν το ρίσκο που αντιμετωπίζουν – αγοράζουν ασφάλειες. Σε μια άλλη υποενότητα θα εξετάσουμε πιο προσεκτικά την ζήτηση για ασφάλειες.

## ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

Κάθε θεωρία που ισχυρίζεται ότι εξηγεί τη συμπεριφορά των ανθρώπων πρέπει να μπορεί να διευθετήσει την αβεβαιότητα. Αυτή η ενότητα έδειξε πώς η θεωρία μας για τη λήψη ορθολογικών αποφάσεων μπορεί να επεκταθεί για να συμπεριλάβει την αβεβαιότητα. Το βασικό στοιχείο είναι ότι ένα άτομο που κάνει μια επιλογή υπό συνθήκες αβεβαιότητας, επιλέγει στην πραγματικότητα ανάμεσα σε *εξαρτώμενα αγαθά*. Από τη στιγμή που αυτό γίνεται αντιληπτό, μπορεί να χρησιμοποιηθεί το τυπικό εργαλείο για την ανάλυση της επιλογής ανάμεσα σε αγαθά. Οι μορφές των καμπυλών αδιαφορίας ενός ατόμου ανάμεσα σε *εξαρτώμενα αγαθά* εξαρτώνται από την άποψή που έχει για τον κίνδυνο. Έχουμε διαφορετικά αποτελέσματα ανάλογα με το αν το άτομο αποστρέφεται

<sup>4</sup> Βλέπε Friedman & Savage (1948) για μια θεωρία που εξηγεί γιατί τα ορθολογικά άτομα μπορεί να παίξουν μικρά στοιχήματα αλλά να αποστρέφονται τον κίνδυνο στις σημαντικές αποφάσεις.

τον κίνδυνο, είναι ριψοκίνδυνο ή είναι αδιάφορο στον κίνδυνο.

## 6.2 ΜΕΡΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΕΞΑΡΤΩΜΕΝΩΝ ΑΓΑΘΩΝ

Τα δύο παραδείγματα αυτού του τομέα δείχνουν τη χρησιμότητα της θεωρίας μας για την επιλογή υπό συνθήκες αβεβαιότητας.

### ΑΝΤΑΜΟΙΒΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΗΨΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Έχουμε πει ότι, γενικά, οι άνθρωποι είναι πιο πιθανό να αποστρέφονται τον κίνδυνο από το να είναι ριψοκίνδυνοι. Μια σημαντική απόδειξη αυτής της πρότασης είναι το γεγονός ότι οι πιο ριψοκίνδυνες αξίες τείνουν να έχουν μεγαλύτερες αποδόσεις από τις πιο ασφαλείς. Για παράδειγμα, τα ομόλογα που εκδίδονται από την κυβέρνηση των Η.Π.Α. είναι κυριολεκτικά χωρίς κίνδυνο, επειδή η πιθανότητα μη πληρωμής από την ομοσπονδιακή κυβέρνηση είναι μηδαμινή. Από την άλλη, ακόμη και πολύ σταθερές εταιρίες έχουν κάποια πιθανότητα να χρεοκοπήσουν. Έτσι, όταν δανειζετε χρήματα σε μια εταιρία (μέσω της αγοράς ομολόγου), υπάρχει κάποια πιθανότητα ότι θα χάσετε το κεφάλαιό σας. Ακόμη και αν πάρετε πίσω το κεφάλαιο, μπορεί να μην πάρετε όλον τον τόκο που περιμένατε. Αν οι περισσότεροι άνθρωποι ήταν αδιάφοροι ως προς τον κίνδυνο, τότε τα ομόλογα της κυβέρνησης και των εταιριών με την ίδια αναμενόμενη αποπληρωμή θα είχαν το ίδιο ποσοστό απόδοσης. Όμως, αν οι άνθρωποι αποστρέφονται τον κίνδυνο, χρειάζεται να πάρουν ένα επιπλέον ποσοστό απόδοσης ως αντιστάθμισμα για την αβεβαιότητα που σχετίζεται με την αγορά εταιρικών μετοχών. Ένα ακραίο παράδειγμα δίνεται από την Transamerican Refining Corporation. Το 1995 η εταιρία κατόρθωσε να συγκεντρώσει \$300 εκατομμύρια πουλώντας ομόλογα, παρόλο που είχε χρεοκοπήσει δύο φορές στο παρελθόν και ο διευθυντής αντιμετώπιζε αγωγή για απάτη από τον ίδιο του τον γιο (Norris 1995, F1). Τα εταιρικά ομόλογα είχαν απόδοση 18,5% ενώ τα κυβερνητικά ομόλογα περίπου 6%. Αυτή η επιπλέον απόδοση για την αντιστάθμιση του κινδύνου ονομάζεται **ανταμοιβή για την ανάληψη κινδύνου**.

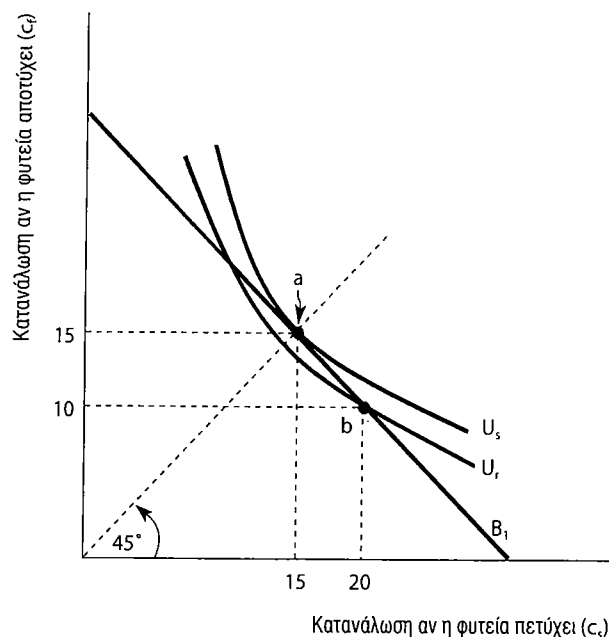
#### ανταμοιβή για την ανάληψη κινδύνου

Η επιπλέον απόδοση μιας επένδυσης για να αντισταθμίσει τον κίνδυνο.

Πώς καθορίζεται η ανταμοιβή για την ανάληψη κινδύνου μιας αξίας; Η ανάλυση των εξαρτώμενων αγαθών παρέχει μια ξεκάθαρη και ενημερωτική απάντηση. Σκεφτείτε τον Gerald, ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο, που έχει \$10.000 και μόνο δύο επιλογές για να τα επενδύσει. Η πρώτη είναι να επενδύσει \$10.000 σε κάποια αξία που θα του αποφέρει με βεβαιότητα \$5.000 τόκο, παρέχοντάς του μια *σίγουρη περιουσία* \$15.000. Η δεύτερη είναι να επενδύσει σε μετοχές μιας φυτείας φιστικιών που θα του αποδώσουν \$10.000 τόκο με μια πιθανότητα  $\frac{1}{2}$  και καθόλου τόκο με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$  (Σε κάθε περίπτωση, το κεφάλαιο των \$10.000 θα επιστραφεί). Έτσι, αν επενδύσει στις μετοχές της φυτείας, η περιουσία του Gerald θα είναι \$10.000 με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$  και \$20.000 με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$ , αποφέροντας μια *αναμενόμενη περιουσία* \$15.000. Γνωρίζετε ήδη ότι ο Gerald θα προτιμήσει τη σίγουρη αξία επειδή, όταν επιλέγει ανάμε-

**Διάγραμμα 6.12****Ανάλυση των ανταμοιβών για την ανάληψη κινδύνου**

Τα πακέτα  $a$  και  $b$  έχουν και τα δύο την ίδια προβλεπόμενη αξία, \$15.000. Επειδή η έκβαση με το πακέτο  $a$  είναι βέβαιη, προτιμάται από το πακέτο  $b$ , όπου η κατανάλωση εξαρτάται από την κοσμική κατάσταση. Αυτό αντανakλάται στο γεγονός ότι η καμπύλη αδιαφορίας μέσα από το  $a$ ,  $U_s$ , είναι πάνω από την καμπύλη αδιαφορίας μέσα από το  $b$ ,  $U_r$ .



σα σε δύο εναλλακτικές με την ίδια προβλεπόμενη αξία, ένα άτομο που αποσπρέφεται τον κίνδυνο επιλέγει το σίγουρο πράγμα. Το ερώτημα εδώ είναι, τι ποσοστό απόδοσης θα πρέπει να έχει η μετοχή της φυτείας για να αναγκάσει τον Gerald να την αγοράσει;

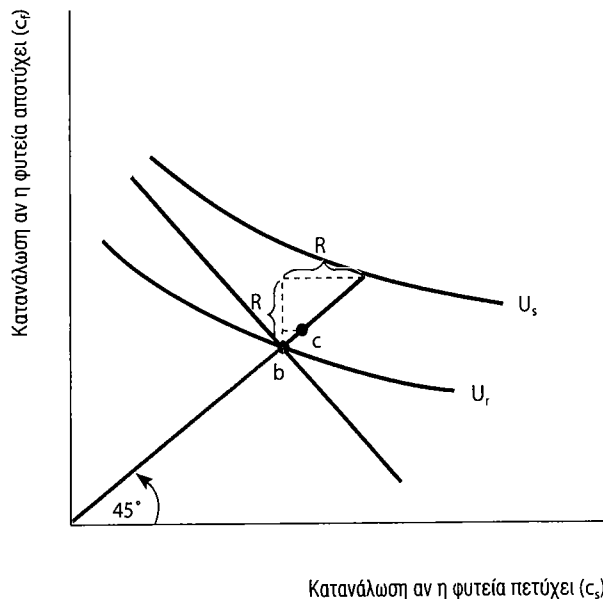
Στο Διάγραμμα 6.12, ο οριζόντιος άξονας μετράει την κατανάλωση του Gerald αν η φυτεία πετύχει ( $c_r$ ) και ο κάθετος την κατανάλωσή του αν η φυτεία αποτύχει ( $c_f$ ) (Οι μονάδες μετριοούνται σε χιλιάδες δολάρια). Το σημείο  $a$  είναι το πακέτο του Gerald αν επενδύσει στη σίγουρη αξία – η κατανάλωσή του είναι \$15.000 άσχετα με το τι θα συμβεί στη φυτεία. Το σημείο  $b$  είναι η κατανάλωσή του αν επενδύσει στη φυτεία – \$20.000 αν η φυτεία είναι πετυχημένη και \$10.000 αν αποτύχει. Για λόγους αναφοράς, σχεδιάστε τη γραμμή  $B_1$ , που ενώνει τα σημεία  $a$  και  $b$ . Επειδή το  $b$  είναι 5.000 μονάδες στα δεξιά του  $a$  και 5.000 κάτω απ' αυτό, η κλίση της  $B_1$  πρέπει να είναι  $-1$ .

Υποθέστε τώρα ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε την καμπύλη αδιαφορίας του Gerald που περνάει από το σημείο  $a$ . Τι γνωρίζουμε για την κλίση της στο σημείο  $a$ ; Θυμηθείτε ότι κατά μήκος της γραμμής βεβαιότητας, ο οριακός συντελεστής υποκατάστασης για κάθε καμπύλη αδιαφορίας είναι τα ποσοστά πιθανοτήτων να συμβεί το γεγονός του οριζόντιου άξονα. Σ' αυτήν τη συγκεκριμένη περίπτωση, οι πιθανότητες και των δύο γεγονότων είναι  $\frac{1}{2}$ , άρα το ποσοστό πιθανοτήτων είναι 1. Έτσι, στο σημείο  $a$  η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας είναι  $-1$ , η ίδια με την κλίση της  $B_1$ . Έτσι, η καμπύλη αδιαφορίας, που ονομάζεται  $U_s$ , πρέπει να εφάπτεται στην  $B_1$  στο σημείο  $a$ .

Κατόπιν, σχεδιάζουμε μια καμπύλη αδιαφορίας μέσα από το σημείο  $b$  και

**Διάγραμμα 6.13**

**Καθορίζοντας την ανταμοιβή για την ανάληψη κινδύνου**  
Ξεκινώντας από το σημείο  $b$ , το άτομο μπορεί να πετύχει την «ασφαλή» καμπύλη αδιαφορίας  $U_s$  αν λαμβάνει ένα επιπλέον  $\$R$  με σιγουριά. Έτσι, το  $\$R$  είναι η ανταμοιβή για την ανάληψη κινδύνου που σχετίζεται με την αβέβαιη έκβαση  $b$ .



την ονομάζουμε  $U_r$ . Το μόνο που ξέρουμε για την κλίση της καμπύλης αδιαφορίας καθώς περνάει μέσα από το  $b$  είναι ότι η απόλυτη τιμή της είναι μικρότερη του ένα· πάντως, δεν χρειάζεται να γνωρίζουμε την ακριβή τιμή για την ανάλυσή μας. Το καθοριστικό στοιχείο είναι ότι η καμπύλη αδιαφορίας για τη ριψοκίνδυνη επιλογή,  $U_r$ , είναι κάτω από την καμπύλη αδιαφορίας για την ασφαλή επιλογή,  $U_s$ . Αυτό συμβαίνει επειδή ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο προτιμάει ένα σίγουρο αποτέλεσμα από ένα ριψοκίνδυνο εγχείρημα με την ίδια προβλεπόμενη αξία.

Είμαστε τώρα έτοιμοι να βρούμε την ανταμοιβή για την ανάληψη κινδύνου που σχετίζεται με τη μετοχή της φυτείας – πόσο περισσότερο θα έπρεπε να αποδώσει για να πείσει τον Gerald να την αγοράσει. Για να απαντήσουμε σ' αυτήν την ερώτηση, ας μεγεθύνουμε την περιοχή γύρω από το πακέτο  $b$  (βλέπε Διάγραμμα 6.13). Υποθέστε ότι η μετοχή της φυτείας θα απέδιδε ένα επιπλέον δολάριο σε κάθε κοσμική κατάσταση. Γεωμετρικά, αυτό αναπαριστάται από μια κίνηση από το σημείο  $b$  στο σημείο  $c$ , το οποίο είναι μια μονάδα στα δεξιά του  $b$  και μια μονάδα πάνω από αυτό. Θα ήταν αυτή η αμοιβή του  $\$1$  αρκετή για να αναγκάσει τον Gerald να αγοράσει την μετοχή; Η απάντηση είναι όχι, επειδή το σημείο  $c$  εξακολουθεί να είναι κάτω από την καμπύλη αδιαφορίας  $U_s$ . Για να πειστεί ο Gerald να αγοράσει την μετοχή, η απόδοσή της θα πρέπει να είναι τόσο αυξημένη ώστε να μπορεί να πετύχει ένα σημείο στην «ασφαλή» καμπύλη αδιαφορίας  $U_s$ . Στο Διάγραμμα 6.13, ο Gerald πρέπει να πάρει  $R$  επιπλέον μονάδες κατανάλωσης σε κάθε κοσμική κατάσταση για να πετύχει το «ασφαλές»



«Η μητέρα σου τηλεφώνησε να σου θυμίσει να επιμερίσεις». Από M. Twohy. © 1987, The New Yorker

επίπεδο χρησιμότητας. Επειδή το  $R$  προστίθεται σε κάθε κοσμική κατάσταση, είναι ισοδύναμο με την βέβαιη αύξηση της απόδοσης που είναι απαραίτητη για να κάνει τον Gerald αδιάφορο ανάμεσα στην επένδυση στη φυτεία και στην ασφαλή αξία. Εξ ορισμού, λοιπόν, το  $R$  είναι η ανταμοιβή για την ανάληψη του κινδύνου. Αν όλοι οι άνθρωποι είναι σαν τον Gerald, θα προβλέπαμε ότι η προβλεπόμενη χρηματική απόδοση των μετοχών της φυτείας θα υπερέβαινε την αντίστοιχη της σίγουρης αξίας κατά  $\$R$ . Έτσι, η ανάλυση των εξαρτώμενων αγαθών μας βοηθάει να εξηγήσουμε γιατί αξίες με διαφορετικό κίνδυνο έχουν διαφορετικές αποδόσεις.

### Ο ρόλος του επιμερισμού κινδύνου

Ως τώρα έχουμε υποθέσει ότι υπάρχει μόνο μία ριψοκίνδυνη αξία. Σκεφτείτε τώρα το πρόβλημα επιλογής ανάμεσα σε δύο ριψοκίνδυνες χρηματοοικονομικές αξίες, μετοχές της εταιρίας Alpha Sun Screen και της εταιρίας Beta Umbrella Company. Οι μετεωρολόγοι προβλέπουν ότι το επόμενο καλοκαίρι θα είναι ή τελείως ηλιόλουστο ή τελείως βροχερό, αλλά κανένας δεν ξέρει τι από τα δύο. Αν η κοσμική κατάσταση είναι «ηλιόλουστο», η απόδοση της Alpha θα είναι 7%· δηλαδή, για κάθε  $\$1,00$  επένδυσης, η εταιρία πληρώνει  $\$1,07$ . Αν η κοσμική κατάσταση είναι «βροχερό», όμως, η Alpha δεν πληρώνει τίποτα. Η Beta έχει ακριβώς αντίθετο αποδοτικό σχήμα: Αν η κοσμική κατάσταση είναι «ηλιόλουστο», η Beta δεν πληρώνει τίποτα· αν είναι «βροχερό» αποδίδει 7%.

Σκεφτείτε την Sue Ellen, που έχει  $\$100$  να επενδύσει σε ένα χαρτοφυλάκιο

αυτών των δύο μετοχών. Υποθέστε ότι τοποθετεί όλα της τα χρήματα στην Alpha. Σ' αυτήν την περίπτωση, η προβλεπόμενη ποσοστιαία απόδοση, υποθέτοντας ότι η πιθανότητα βροχής είναι 50-50, θα ήταν

$$3,5 = \frac{1}{2} \times 7 + \frac{1}{2} \times 0.$$

Παρομοίως, αν επενδύσει όλα της τα χρήματα στην Beta, η προβλεπόμενη ποσοστιαία απόδοση θα ήταν

$$3,5 = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2} \times 7.$$

Τι θα συνέβαινε αν η Sue Ellen επένδυε και στις δύο εταιρίες, ας πούμε βάζοντας \$50 στην Alpha και \$50 στην Beta; Σ' αυτήν την περίπτωση, αν έβρεχε θα κέρδιζε \$0 από τα \$50 που επένδυσε στην Alpha, αλλά \$3,50 από την απόδοση 7% των \$50 που επένδυσε στην Beta. Αν είχε ήλιο, η Sue Ellen θα κέρδιζε \$3,50 από τα \$50 που επένδυσε στην Alpha, αλλά \$0 από την Beta. Έτσι, η προβλεπόμενη ποσοστιαία απόδοσή της θα ισούταν με

$$3,5 = \frac{1}{2} \times 3,5 + \frac{1}{2} \times 3,5.$$

Δεν φαίνεται να την έχει ωφελήσει η αγορά και των δύο μετοχών. Η Sue Ellen παίρνει μια προβλεπόμενη απόδοση 3,5% είτε βάλει όλα της τα χρήματα στην Alpha, είτε στην Beta, είτε τα χωρίσει 50-50 ανάμεσα στις δύο. Αλλά υπάρχει μια βασική διαφορά — αγοράζοντας ίσες ποσότητες της Alpha και της Beta, παίρνει μια απόδοση 3,5% σε κάθε κοσμική κατάσταση. Δηλαδή, μπορεί να επιτύχει μια απόλυτα ασφαλή απόδοση 3,5%, χωρίς να ανησυχεί για το αν θα έχει ήλιο ή βροχή. Αυτή η διαδικασία αγοράς πολλών αξιών με στόχο τον περιορισμό του κινδύνου ονομάζεται **επιμερισμός κινδύνου**. Ο επιμερισμός κινδύνου είναι απλώς ένας κομψός τρόπος να πει κανείς «Μη βάζεις όλα σου τα αυγά σε ένα καλάθι». Όπως δείχνει η γελοιογραφία, αυτό είναι μια συνηθισμένη συμβουλή.

Στο παράδειγμά μας, ο επιμερισμός κινδύνου επιτρέπει στον επενδυτή να αποφύγει τελείως τον κίνδυνο, διότι όποτε ανεβαίνει μια αξία, η άλλη πέφτει κατά το ίδιο ακριβώς ποσοστό. Σύμφωνα με την ορολογία της στατιστικής, οι αποδόσεις της Alpha και της Beta είναι *τέλεια αρνητικά συσχετισμένες*. Στον πραγματικό κόσμο, είναι δύσκολο να βρεθούν τέτοιες αξίες. Οι περισσότερες αξίες τείνουν να κινούνται μαζί. Όταν η τιμή της μετοχής της IBM είναι υψηλή, οι τιμές των άλλων μετοχών είναι γενικά υψηλές, επίσης. Παρ' όλα αυτά, εφόσον οι κινήσεις των τιμών δεν είναι απόλυτα συγχρονισμένες (δηλαδή, δεν είναι τέλεια θετικά συσχετισμένες), είναι δυνατόν να μειώσουμε το κίνδυνο, επιμερίζοντάς τον. Αλλά δεν μπορούμε πάντοτε να τον περιορίσουμε στο μηδέν.

Επειδή ο επιμερισμός κινδύνου μας βοηθάει να μειώσουμε τον ενδεχόμενο κίνδυνο, η θεωρία μας προβλέπει ότι τα άτομα που αποστρέφονται τον κίνδυνο θα διαφοροποιήσουν τις χρηματοοικονομικές αξίες που έχουν στην κατοχή τους. Υπάρχουν αρκετές ενδείξεις ότι αυτή η πρόβλεψη είναι ορθή. Σκεφτείτε, για παράδειγμα, την ύπαρξη αμοιβαίων κεφαλαίων, που διατηρούν ένα διαφοροποιημένο σύνολο αξιών και πουλούν μετοχές στο κοινό. Όταν οι άνθρωποι αγορά-

---

#### επιμερισμός κινδύνου

Η διαδικασία αγοράς πολλών αξιών για να μειωθεί ο κίνδυνος.

---

ζουν μια μετοχή σε αμοιβαία κεφάλαια, αγοράζουν απλώς ένα αναλογικό κομμάτι όλων των αξιών τους. Έτσι, ένα αμοιβαίο κεφάλαιο επιτρέπει στο άτομο να διατηρεί εξαιρετικά διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια χωρίς να είναι υποχρεωμένο να πληρώσει μεγάλες αμοιβές στους χρηματιστές. Τα νοικοκυριά διατηρούν πάνω από ένα τρισεκατομμύριο δολάρια σε αμοιβαία κεφάλαια (Γραφείο Απογραφών Η.Π.Α. 1994, 512). Η δημοτικότητά τους είναι μια πειστική ένδειξη ότι οι άνθρωποι αποστρέφονται τον κίνδυνο και θέλουν διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια.

## ΦΟΡΟΔΙΑΦΥΓΗ

### φοροδιαφυγή

Η μη πληρωμή φόρων που είναι νόμιμα οφειλόμενοι.

Το 1990, ένας αστέρας του μπίιζμπολ, ο Pete Rose, καταδικάστηκε για φοροδιαφυγή σε κέρδη αξίας \$345.967,60. Η ποινή του Rose ήταν να καταδικαστεί σε 5 μήνες φυλάκιση και να υποχρεωθεί να πληρώσει πρόστιμο \$50.000. Η περίπτωση του είναι απλώς ένα ιδιαίτερα δραματικό παράδειγμα **φοροδιαφυγής**, της αποφυγής να πληρωθούν φόροι που επιβάλλονται νόμιμα.

Από τη φύση της, η φοροδιαφυγή είναι εξαιρετικά δύσκολο να μετρηθεί. Φαίνεται, όμως, ότι αποτελεί ένα μεγάλο πρόβλημα σε κυριολεκτικά όλες τις οικονομίες. Στις Η.Π.Α., εκτιμάται ότι ένα 6-8% του ακαθάριστου εθνικού προϊόντος αποκρύπτεται από τις φορολογικές αρχές. Στο Ηνωμένο Βασίλειο, το ποσοστό είναι περίπου 3,5% και στην Νορβηγία 6,3% (Επιτροπή Φορολογίας 1996, 71).

Τι σχέση έχει η φοροδιαφυγή με τη θεωρία της επιλογής σε συνθήκες αβεβαιότητας; Η φοροδιαφυγή *είναι* μια επιλογή υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Αν φοροδιαφεύγετε και δεν σας πιάσουν, κερδίζετε. Αλλά η εμπειρία του Pete Rose δείχνει ξεκάθαρα ότι μπορεί, επίσης, να χάσετε. Ας χρησιμοποιήσουμε τη θεωρία μας για τη λήψη αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας για να σκεφτούμε την απόφαση της φοροδιαφυγής και το σχεδιασμό δημόσιας πολιτικής για την αντιμετώπισή της.

Σκεφτείτε την περίπτωση της Leona, μια αθήνη πολίτη που αποστρέφεται τον κίνδυνο, της οποίας το εισόδημα πριν τους φόρους είναι \$1.500. Αντιμετωπίζει ένα φορολογικό σύστημα με τις ακόλουθες τρεις ιδιότητες:

1. Ο φορολογικός συντελεστής για κάθε δολάριο που δηλώνει η Leona είναι  $t$ . Έτσι, αν  $t = 1/3$ , τότε για κάθε δολάριο εισοδήματος που δηλώνει στο φοροεισπράκτορα, πληρώνει \$0,33  $1/3$ . Για να το θέσουμε αλλιώς, αποταμιεύει \$ $t$  για κάθε δολάριο φορολογητέου εισοδήματος που δεν δηλώνει.

2. Η επιστροφή φόρου της Leona θα ελεγχθεί με μια πιθανότητα  $\rho$ : αυτό το ξέρει. Αν ελεγχθεί και έχει φοροδιαφύγει, η απάτη θα αποκαλυφθεί οπωσδήποτε.

3. Αν πιαστεί να φοροδιαφεύγει, πληρώνει ένα πρόστιμο \$ $f$  για κάθε δολάριο εισοδήματος που δεν δήλωσε. Για παράδειγμα, αν  $f = 0,8$ , τότε για κάθε δολάριο εισοδήματος που αποκρύπτει από το φοροεισπράκτορα, η Leona πρέπει να πληρώσει πρόστιμο \$0,80. Το πρόστιμο είναι επιπλέον του φόρου που θα





της είναι μια ευθεία γραμμή που συνδέει τα σημεία  $b$  και  $a$ , με κλίση  $-t/f$ .<sup>5</sup> Σημειώστε ότι σ' αυτό το πλαίσιο, δεν έχει νόημα να επεκτείνουμε τη γραμμή μέχρι τον οριζόντιο άξονα. Αν αποφασίσετε να πληρώσετε φόρους για μεγαλύτερο εισόδημα από αυτό που κερδίζετε το Υπουργείο Οικονομίας δεν πρόκειται να σας δώσει βραβείο! Παρομοίως, η γραμμή εισοδήματος δεν εκτείνεται μέχρι τον κάθετο άξονα επειδή η κυβέρνηση δεν σας δίνει επιστροφή αν το δηλωθέν εισόδημά σας είναι αρνητικό.

Στο Διάγραμμα 6.14, η Leona μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα στο σημείο  $e^g$ , όπου η κατανάλωσή της στην περίπτωση μη ελέγχου είναι  $c_n^g$ , απόσταση  $c_n^g - 1.000$  πάνω από το σημείο αρχικού εισοδήματος. Αυτό σημαίνει ότι πληρώνει λιγότερο φόρο κατά  $(c_n^g - 1.000)$  δολάρια. Αντίστοιχα, δηλώνει μικρότερο το εισόδημά της κατά  $(c_n^g - 1.000)/t$  δολάρια. Για παράδειγμα, όταν ο φορολογικός συντελεστής φόρου είναι  $1/3$ , μια υπο-πληρωμή της τάξης των \$200 σημαίνει ότι δηλώθηκε μικρότερο εισόδημα της τάξης των \$600.

### Σχεδιασμός πολιτικής για την αντιμετώπιση της φοροδιαφυγής

Υποθέστε ότι οι φορολογικές αρχές θέλουν να μειώσουν το ποσό της φοροδιαφυγής που προέρχεται από άτομα σαν τη Leona. Τι θα μπορούσαν να σκεφτούν; Το καθοριστικό στοιχείο που απαιτείται για να δοθεί μια απάντηση, είναι ότι ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο δεν θα δεχτεί ένα πραγματιστικά δίκαιο στοίχημα. Έτσι, αν το ποσοστό του προστίμου ( $f$ ) και η πιθανότητα ελέγχου ( $\rho$ ) τεθούν έτσι ώστε το αναμενόμενο κέρδος από το να γλιτώσεις φοροδιαφεύγοντας ένα δολάριο εισοδήματος να ισούται με την προβλεπόμενη αξία του να συλληφθείς, τότε η Leona δεν θα αποκρύψει το εισόδημά της. Έστω  $\bar{f}$  η τιμή του ποσοστού προστίμου που θα καθιστούσε τη φοροδιαφυγή ένα πραγματιστικά δίκαιο στοίχημα, με δεδομένες τις τιμές των  $t$  και  $\rho$ . Τότε, εξ ορισμού,  $\rho \times \bar{f}$  (η αναμενόμενη απώλεια αν η Leona ελεγχθεί) πρέπει να ισούται με  $(1-\rho) \times t$  (το αναμενόμενο κέρδος αν δεν ελεγχθεί): ή

$$\rho \times \bar{f} = (1-\rho) \times t.$$

διαιρώντας με το  $\rho$  μας δίνει

$$\bar{f} = \frac{(1-\rho)}{\rho} \times t \quad (6.2)$$

Η εξίσωση (6.2) μας λέει ότι για να εξαλείψουμε τη φοροδιαφυγή, το πρόστιμο πρέπει να καθοριστεί έτσι ώστε να ισούται τουλάχιστον με τα ποσοστά πιθανότητας μη ελέγχου, επί το συντελεστή φόρου. Για παράδειγμα, αν η πιθανότητα ελέγχου είναι 10%, το ποσοστό της πιθανότητας μη ελέγχου είναι 9 προς 1, άρα χρειάζεται ένα υψηλό πρόστιμο. Συγκεκριμένα, αν ο φορολογικός συ-

<sup>5</sup> Επειδή το σημείο αρχικού εισοδήματος  $a$  εμπεριέχει ήδη μια πληρωμή φόρου, μια κίνηση  $f$  μονάδων στα αριστερά του  $a$  υπονοεί ότι πληρώθηκε ένας φόρος συν το πρόστιμο.

ντελεστής είναι  $1/3$ , τότε το ποσοστό προστίμου θα πρέπει να καθοριστεί στα 300% [=  $(0,9/0,1) \times 1/3$ ]. Για κάθε δολάριο εισοδήματος που δεν δηλώνεται, ο φοροφυγιάς πρέπει να πληρώνει πρόστιμο \$3,00.

Μια ενδιαφέρουσα εφαρμογή της εξίσωσης (6.2) είναι ότι, για μια δεδομένη πιθανότητα ελέγχου, όταν αυξάνει το  $t$ , πρέπει να αυξάνει και το  $\bar{f}$ . Δηλαδή, όταν ο φορολογικός συντελεστής είναι υψηλότερος, πρέπει να είναι υψηλότερα και τα πρόστιμα που χρειάζονται για να αποθαρρύνουν τη φοροδιαφυγή. Γιατί; Όσο υψηλότερος ο φορολογικός συντελεστής, τόσο μεγαλύτερο το αναμενόμενο επιπλέον όφελος της απόκρυψης κάθε δολαρίου εισοδήματος. Όσο μεγαλώνει η αμοιβή για την απάτη, τόσο πρέπει το πρόστιμο να την αποθαρρύνει. Όντως, σε πρόσφατες συζητήσεις σχετικά με τη φορολογική πολιτική, τόσο στη Βόρεια Αμερική όσο και στην Ευρώπη, αυτοί που προτείνουν τη μείωση του φορολογικού συντελεστή ισχυρίζονται ότι ένα από τα οφέλη θα ήταν η μείωση της φοροδιαφυγής.

### Αξιολόγηση του υποδείγματος φοροδιαφυγής

Το απλό υπόδειγμα της φοροδιαφυγής αγνοεί μερικά δυνητικά σημαντικά στοιχεία. Για παράδειγμα, το υπόδειγμα υποθέτει ότι το μόνο που έχει σημασία είναι η κατανάλωση εξαρτώμενων αγαθών. Αντίθετα, η φοροδιαφυγή μπορεί να επηρεαστεί από συναισθήματα ενοχής (ή, για άτομα που απεχθάνονται την κυβέρνηση, από υπερηφάνεια). Μια άλλη απλοποίηση είναι ότι η πιθανότητα ελέγχου είναι ανεξάρτητη και από το ποσό της φοροδιαφυγής και από το δηλωθέν εισόδημα. Όμως, στις περισσότερες χώρες οι πιθανότητες ελέγχου εξαρτώνται από το επάγγελμα, το ύψος του δηλωθέντος εισοδήματος και το αν έχει προηγηθεί άλλος έλεγχος ή όχι. Θα μπορούσαμε να επεκτείνουμε το υπόδειγμα για να συμπεριλάβει αυτές και άλλες περιπτώσεις, αλλά η βασική θεωρηση θα παρέμενε — υψηλότεροι φορολογικοί συντελεστές τείνουν να ενθαρρύνουν την απάτη ενώ υψηλότερα πρόστιμα και μεγαλύτερες πιθανότητες ελέγχου τείνουν να μειώσουν την απάτη, *ceteris paribus*. Όπως τονίσαμε και πριν, ένα «μη ρεαλιστικό» υπόδειγμα μπορεί να είναι καλό υπόδειγμα αν μας βοηθάει στην κατανόηση του φαινομένου που μελετάμε. Με αυτό το κριτήριο, το υπόδειγμα της φοροδιαφυγής είναι πετυχημένο.

## ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

Το υπόδειγμα των εξαρτώμενων αγαθών οδηγεί σε προβλέψεις που είναι συνεπείς με τα φαινόμενα του πραγματικού κόσμου. Εξηγεί, για παράδειγμα, γιατί οι ριψοκίνδυνες μετοχές έχουν μεγαλύτερα ποσοστά απόδοσης από ότι οι ασφαλείς και γιατί οι επενδυτές επιζητούν να επιμερίσουν τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου τους. Παρέχει, επίσης, ένα χρήσιμο πλαίσιο για να σκεφτούμε σημαντικά θέματα δημόσιας πολιτικής όπως η φοροδιαφυγή. Ειδικότερα, προτείνει πώς θα έπρεπε να καθοριστούν τα ποσοστά προστίμων ώστε να αποθαρρύνουν τη φοροδιαφυγή.

### 6.3 ΑΣΦΑΛΙΣΗ

Νωρίτερα σ' αυτό το κεφάλαιο ρωτήσαμε έναν καταναλωτή αν θα ήθελε να διακινδυνεύσει παίζοντας τυχερά παιχνίδια. Στην περίπτωση ενός ατόμου που αποστρέφεται τον κίνδυνο και που αντιμετωπίζει πραγματιστικά δίκαια στοιχήματα, η απάντηση ήταν «Όχι, ευχαριστώ». Το άτομο απλώς αρνείται να αναλάβει τον κίνδυνο. Όμως, σε πολλές καταστάσεις οι άνθρωποι δεν ερωτώνται αν θέλουν να αναλάβουν τον κίνδυνο ή όχι· δεν έχουν επιλογή. Για παράδειγμα, υπάρχει πάντα κάποιος κίνδυνος ότι θα αρρωστήσετε και δεν θα μπορείτε να δουλέψετε. Άρα, είτε σας αρέσει είτε όχι, το επίπεδο κατανάλωσής σας είναι αβέβαιο. Ή, αν έχετε δικό σας σπίτι, μπορεί να μηνυθείτε από κάποιον καλεσμένο σας που έπεσε από το κεφαλόσκαλό σας.

Αν οι άνθρωποι που αποστρέφονται τον κίνδυνο δεν επιλέγουν με τη θέλησή τους να αναλάβουν επιπλέον κίνδυνο, οφείλεται στο ότι θα ήθελαν να απαλλαγούν και από αυτόν που έχουν ήδη να αντιμετωπίσουν. Ο ρόλος των ασφαλιστικών αγορών είναι αυτός ακριβώς. Για να δούμε πώς λειτουργεί η διαδικασία, θα αναλύσουμε την περίπτωση της Scarlet, μιας γυναικολόγου. Όποτε ξεγεννάει ένα μωρό, αντιμετωπίζει την πιθανότητα  $\rho$  να μηνυθεί και να χάσει. Για να αντιδράσει, σκέφτεται την αγορά κάποιας ασφάλισης αμέλειας ιατρικού καθήκοντος.

#### ΔΙΚΑΙΗ ΑΣΦΑΛΙΣΗ

##### ασφάλιστρο

Η τιμή για την απόκτηση ασφαλιστικής κάλυψης.

Αρχικά, πρέπει να γνωρίζουμε τους όρους του συμβολαίου που προσφέρεται στην Scarlet. Η τιμή της ασφαλιστικής κάλυψης αξίας ενός δολαρίου είναι το **ασφάλιστρο** του ασφαλιστικού συμβολαίου, δηλωμένο ως  $r$ .

Η Scarlet πληρώνει το ασφάλιστρο  $r$  ανά δολάριο ασφαλιστικής κάλυψης είτε μηνυθεί είτε όχι. Αν μηνυθεί, λαμβάνει επίσης ένα δολάριο από την ασφαλιστική εταιρία για κάθε δολάριο κάλυψης. Έτσι, σε περίπτωση μήνυσης, το καθαρό ποσό που λαμβάνει από την εταιρία ανά μονάδα ασφάλισης είναι  $(1-r)$  δολάρια — η αποζημίωση μείον το ασφάλιστρο. Αυτή είναι, συμπτωματικά, η πραγματική δομή των περισσότερων ασφαλιστικών συμβολαίων στον πραγματικό κόσμο. Συνεχίζετε να πληρώνετε ασφάλιστρα για ασφάλιση υγείας, αυτοκινήτου και σπιτιού ακόμη και αν η εταιρία ταυτόχρονα σας πληρώνει κάποια αποζημίωση.

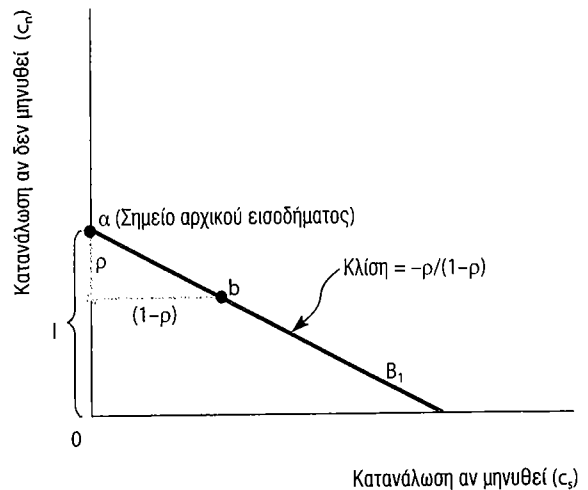
Με δεδομένη αυτήν τη δομή, ποια είναι η αξία του  $r$ ; Θα υποθέσουμε ότι το συμβόλαιο παρέχει **πραγματιστικά δίκαιη ασφάλιση**, δηλαδή ότι το ασφάλιστρο ισούται με την αναμενόμενη αποζημίωση που θα καταβάλλει η ασφαλιστική εταιρία. Κάθε μονάδα ασφάλισης αποφέρει \$1 σε περίπτωση μήνυσης και μηδέν σε άλλη περίπτωση. Καθώς η πιθανότητα μήνυσης είναι  $\rho$ , η αναμενόμενη αποζημίωση είναι  $\rho \times \$1$ , ή απλά  $\rho$ . Θέτοντας το ασφάλιστρο και την αναμενόμενη πληρωμή ίσα, έχουμε

##### πραγματιστικά δίκαιη ασφάλιση

Το ασφάλιστρο ισούται με την αναμενόμενη πληρωμή από την ασφαλιστική εταιρία.

**Διάγραμμα 6.15****Εισοδηματικός περιορισμός με πραγματιστικά δίκαιη ασφάλιση**

Αν μια μήνυση έχει ως αποτέλεσμα την απώλεια ολόκληρου του εισοδήματος, το σημείο αρχικού εισοδήματος είναι το  $a$ , όπου το  $c_s$  είναι μηδέν. Με μια πραγματιστικά δίκαιη ασφάλιση, η κλίση του εισοδηματικού περιορισμού είναι  $-p/(1-p)$ .



$$r=q.$$

(6.3)

Η εξίσωση (6.3) μας λέει ότι για ένα πραγματιστικά δίκαιο συμβόλαιο ασφάλισης, το ασφάλιστρο για κάλυψη αξίας \$1 είναι απλώς η πιθανότητα να συμβεί η «κακή» κοσμική κατάσταση. Για παράδειγμα, αν η πιθανότητα μήνυσης είναι  $1/5$ , τότε η Scarlet μπορεί να αγοράσει \$1,00 πραγματιστικά δίκαιης ασφάλισης για \$0,20.

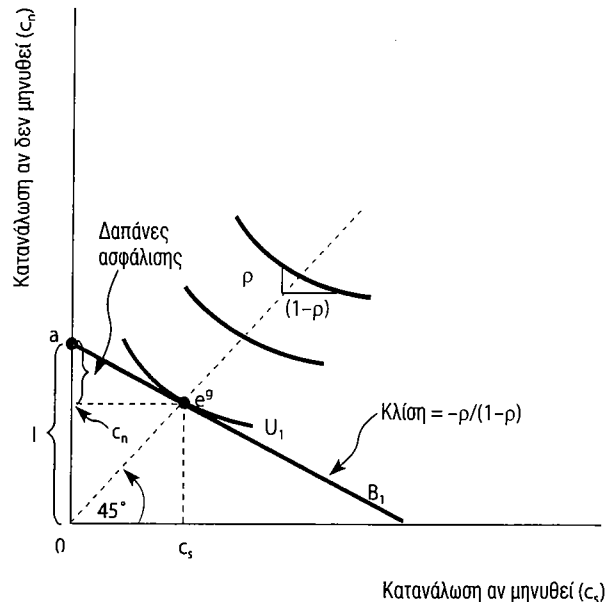
**Εισοδηματικός περιορισμός με δίκαιη ασφάλιση**

Μπορούμε τώρα να σχεδιάσουμε τον εισοδηματικό περιορισμό της Scarlet. Αρχικά σημειώνουμε ότι σ' αυτήν την περίπτωση τα εξαρτώμενα αγαθά είναι κατανάλωση αν μηνυθεί ( $c_s$ ) και κατανάλωση αν δεν μηνυθεί ( $c_n$ ). Στο Διάγραμμα 6.15, το  $c_s$  μετριέται στον οριζόντιο άξονα και το  $c_n$  στον κάθετο. Υποθέστε ότι το εισόδημα της Scarlet είναι  $I$ . Υποθέτουμε ότι σε περίπτωση μήνυσης θα χάσει ολόκληρο το εισόδημά της. Αλλιώς, θα καταναλώσει ολόκληρο το εισόδημά της. Με βάση αυτές τις υποθέσεις, το σημείο αρχικού εισοδήματος της Scarlet είναι το  $a$ , το οποίο είναι  $I$  μονάδες πάνω από την αρχή των αξόνων, στον κάθετο άξονα. Το γεγονός ότι το  $a$  είναι στον κάθετο άξονα δείχνει ότι αν μηνυθεί, η Scarlet δεν θα έχει τίποτα ( $c_s=0$ ).

Υποθέστε ότι η Scarlet θέλει να αγοράσει ασφάλιση αξίας ενός δολαρίου. Από πόσες μονάδες  $c_n$  πρέπει να παραιτηθεί; Εξ ορισμού, η απάντηση σ' αυτήν την ερώτηση είναι απλά η τιμή της απόκτησης της ασφάλισης αξίας \$1· δηλαδή, το ασφάλιστρο του συμβολαίου. Επειδή το ασφάλιστρο είναι  $p$ , όταν η Scarlet αγοράζει ασφάλιση αξίας \$1, μειώνει την κατανάλωσή της στην περίπτωση μη μήνυσης κατά  $p$  μονάδες. Στο Διάγραμμα 6.15, αυτό φαίνεται από μια καθοδική κίνηση  $p$  μονάδων από το σημείο αρχικού εισοδήματος  $a$ . Ταυτόχρονα, αγοράζοντας το συμβόλαιο, η Scarlet αυξάνει την κατανάλωσή της σε περίπτωση μήνυσης κατά  $$(1-p)$$  — η αποζημίωση στην περίπτωση μήνυσης (\$1) μείον το ασφά-

**Διάγραμμα 6.16****Ισορροπία με πραγματιστικά δίκαιη ασφάλιση**

Όταν η ασφάλιση είναι πραγματιστικά δίκαιη, η ισορροπία βρίσκεται όπου  $c_s = c_n$ . Το άτομο είναι πλήρως ασφαλισμένο με την έννοια ότι η κατανάλωση είναι ίδια σε κάθε κοσμική κατάσταση.



λιστρο ( $p$ ). Αυτό αναπαριστάται από μια κίνηση  $(1-p)$  μονάδων στα δεξιά του  $a$ . Εν συντομία, η αγορά ασφαλιστικής κάλυψης αξίας \$1 μετακινεί την Scarlet από το σημείο  $a$  στο σημείο  $b$ , που είναι  $p$  μονάδες κάτω από το  $a$  και  $(1-p)$  μονάδες στα δεξιά του. Κάθε επιτυχημένη αγορά ασφαλιστικής κάλυψης αξίας \$1 μετακινεί παρομοίως την Scarlet προς τα κάτω κατά  $p$  μονάδες και προς τα δεξιά κατά  $(1-p)$  μονάδες. Έτσι, ο εισοδηματικός περιορισμός που σχετίζεται με την πραγματιστικά δίκαιη ασφάλιση είναι η ευθεία γραμμή  $B_1$ , που περνάει μέσα από το σημείο αρχικού εισοδήματος  $a$  κι έχει κλίση  $-p/(1-p)$ . Για παράδειγμα, αν η πιθανότητα μήνυσης είναι  $1/5$ , η κλίση του εισοδηματικού περιορισμού είναι  $-1/4 = -(1/5) / (4/5)$ .

**Προτιμήσεις**

Ως συνήθως, το πρόβλημά μας είναι να σχεδιάσουμε καμπύλες αδιαφορίας που αναπαριστούν προτιμήσεις για διάφορα πακέτα αγαθών. Στο θέμα μας, το ζήτημα δεν είναι αν η Scarlet θα προτιμούσε να μηνυθεί από το να την αφήσουν ήσυχη. Μάλλον, η ερώτηση κλειδί είναι πώς αξιολογεί την κατανάλωση διαφόρων ζευγαριών εξαρτώμενων αγαθών.

Τι μπορούμε να πούμε για τις καμπύλες αδιαφορίας της; Όπως δείξαμε νωρίτερα, αν αποστρέφεται τον κίνδυνο και το αποτέλεσμα «του στοιχήματος» αυτό καθαντό δεν επηρεάζει την οριακή χρησιμότητα του εισοδήματος, τότε: (α) οι καμπύλες αδιαφορίας της δείχνουν ένα φθίνοντα οριακό συντελεστή υποκατάστασης και (β) στα σημεία κατά μήκος της γραμμής των  $45^\circ$  από την αρχή των αξόνων, ο οριακός συντελεστής υποκατάστασης είναι  $p/(1-p)$ . Ένας χάρτης αδιαφορίας με αυτές τις ιδιότητες φαίνεται στο Διάγραμμα 6.16.

### Ποσότητα ισορροπίας δίκαιης ασφάλισης

Το πιο προτιμητέο σημείο είναι το  $e^S$ , όπου η κατανάλωση σε περίπτωση μήνυσης είναι  $c_s^S$  και η κατανάλωση άνευ μήνυσης είναι  $c_n^S$ . Σημειώστε ότι  $c_s^S = c_n^S$ . Η κατανάλωση είναι ίση και στις δύο κοσμικές καταστάσεις. Αυτό δεν είναι σύμπτωση. Η απόλυτη τιμή της κλίσης του εισοδηματικού περιορισμού είναι ίση με  $\rho/(1-\rho)$ . Άρα, στην ισορροπία, το  $MRS$  πρέπει να ισούται με  $\rho/(1-\rho)$ . Αλλά ξέρουμε ότι το  $MRS = \rho/(1-\rho)$  μόνο στα σημεία όπου  $c_s = c_n$ .

Για να βρούμε την ασφαλιστική κάλυψη της Scarlet, το μόνο που έχουμε να κάνουμε είναι να συγκρίνουμε το σημείο αρχικού εισοδήματος  $a$  με την ισορροπία  $e^S$ . Κινούμενη από το  $a$  στο  $e^S$ , η Scarlet μειώνει την κατανάλωσή της σε περίπτωση μη μήνυσης από το  $a$  στο  $c_n^S$  έτσι, το  $a - c_n^S$  μετράει το ποσό που ξοδεύει για ασφάλιση. Κάνοντας αυτήν τη δαπάνη για ασφάλεια, εξαλείφει τελείως κάθε κίνδυνο. Είτε δεχθεί μήνυση είτε όχι, η κατανάλωσή της είναι η ίδια — είναι πλήρως ασφαλισμένη. Αυτό το αποτέλεσμα είναι γενικό: Ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο αγοράζει πλήρη ασφαλιστική κάλυψη όταν του προσφέρονται πραγματιστικά δίκαιες πιθανότητες.

Το Διάγραμμα 6.16 δείχνει πώς οι ασφαλιστικές αγορές επιτρέπουν στο άτομο να εξομαλύνει την κατανάλωση σε διάφορες κοσμικές καταστάσεις. Χωρίς την αγορά ασφάλισης, η Scarlet θα είχε κολλήσει στο σημείο  $a$ , όπου τα επίπεδα κατανάλωσής της στις δύο κοσμικές καταστάσεις είναι πολύ διαφορετικά. Η ασφάλιση της επιτρέπει ένα ψηλότερο επίπεδο ευημερίας εξισώνοντας τα ποσά κατανάλωσης και στις δύο κοσμικές καταστάσεις. Σημειώστε την αναλογία με την ανάλυση της διαχρονικής επιλογής που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Όπως μια αγορά κεφαλαίου επιτρέπει στο άτομο να μοιράσει την κατανάλωση σε διαφορετικές χρονικές περιόδους, μια ασφαλιστική αγορά επιτρέπει στο άτομο να μοιράσει την κατανάλωση σε διαφορετικές κοσμικές καταστάσεις.

### Η ΖΗΤΗΣΗ ΓΙΑ «ΑΔΙΚΗ» ΑΣΦΑΛΙΣΗ

Ως τώρα έχουμε υποθέσει ότι το ασφάλιστρο ενός ασφαλιστήριου συμβολαίου ισούται με το αναμενόμενο χρηματικό όφελος. Παρόλο που είναι μια χρήσιμη υπόθεση για να αντιληφθούμε το θέμα, τα ασφαλιστικά συμβόλαια του πραγματικού κόσμου είναι «άδिका» με την έννοια ότι το ασφάλιστρο υπερβαίνει το αναμενόμενο χρηματικό όφελος — κατά μέσο όρο, πληρώνετε περισσότερα από όσα παίρνετε. Υπάρχουν δύο λόγοι γι' αυτό:

1. Η δίκαιη ασφάλιση δεν αφήνει περιθώρια για τις ασφαλιστικές εταιρίες να καλύψουν τα λειτουργικά τους έξοδα. Αν μια εταιρία πληρώνει ακριβώς το ποσό των ασφαλιστρών (κατά μέσο όρο), πού θα βρει χρήματα να πληρώσει μισθούς, ενοίκιο κτιρίων, κλπ;

2. Τα ασφάλιστρα είναι ατελώς προσαρμοσμένα στα χαρακτηριστικά των



ωση (\$1) μείον το ασφάλιστρο (\$0,40). Η ίδια λογική με πριν λέει ότι ο εισοδηματικός περιορισμός που σχετίζεται με αυτό το συμβόλαιο είναι η ευθεία γραμμή  $B_2$ , που περνάει από το σημείο αρχικού εισοδήματος  $a$  και έχει κλίση  $-0,4/0,6$ , ή  $-2/3$ . Σημειώστε ότι είναι πιο απότομη από τη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων  $B_1$ .

Κατόπιν, σκεφτείτε το χάρτη αδιαφορίας. Ο οριακός συντελεστής υποκατάστασης της Scarlet ανάμεσα στα δύο εξαρτώμενα αγαθά βασίζεται στη δική της αξιολόγηση της πιθανότητας ατυχήματος. Καθώς η πιθανότητά της για ατύχημα δεν έχει αλλάξει, ο χάρτης αδιαφορίας της είναι ακριβώς ο ίδιος με του Διαγράμματος 6.16, και αναπαράγεται στο Διάγραμμα 6.17.

Το καλύτερο εφικτό πακέτο είναι το  $e^b$ , όπου η κατανάλωση στην περίπτωση μήνυσης είναι  $c_s^b$  και η κατανάλωση στην περίπτωση μη μήνυσης είναι  $c_n^b$ . Παρατηρήστε ότι  $c_n^b > c_s^b$ . Η κατανάλωση στην περίπτωση μήνυσης είναι μικρότερη από την κατανάλωση στην περίπτωση μη μήνυσης. Έχουμε δείξει το ακόλουθο σημαντικό αποτέλεσμα:

*Όταν το ασφαλιστήριο συμβόλαιο είναι πραγματιστικά άδικο, ακόμη και ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο αγοράζει λιγότερο από την πλήρη ασφάλιση. Διαισθητικά, όταν το ασφάλιστρο είναι υψηλότερο από την αναμενόμενη αποζημίωση, είναι λογικό για ένα άτομο να αναλάβει κάποιο ποσοστό κινδύνου σε αντάλλαγμα για τη μείωση των πληρωμών στην ασφαλιστική εταιρία.<sup>6</sup>*

### Μεταβολή της πιθανότητας μήνυσης

Για να βεβαιωθείτε ότι καταλαβαίνετε τη ζήτηση για ασφάλιση, σκεφτείτε το ακόλουθο πρόβλημα συγκριτικής στατικής ανάλυσης: Εξαιτίας του φόρτου εργασίας και του άγχους, η πιθανότητα ότι η Scarlet θα αντιμετωπίσει μια μήνυση αυξάνει από  $1/5$  σε  $1/3$ . Όμως, αυτό δεν παρατηρείται από την ασφαλιστική εταιρία της που συνεχίζει να τη χρεώνει \$0,40 για κάθε δολάριο κάλυψης. Τι συμβαίνει στη ζήτησή της για ασφάλιση αμέλειας ιατρικού καθήκοντος;

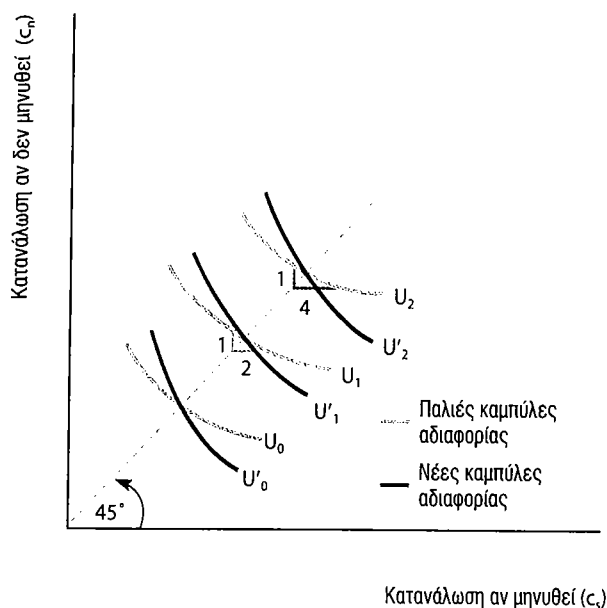
Το πρώτο πράγμα που πρέπει να συνειδητοποιήσουμε είναι ότι αυτή η αλλαγή μετακινεί τις καμπύλες αδιαφορίας της Scarlet, επειδή η σχέση στην οποία είναι πρόθυμη να ανταλλάξει το  $c_s$  για το  $c_n$  εξαρτάται από το  $\rho$ , την πιθανότητα ατυχήματος. Για να καθορίσουμε πώς ακριβώς μετακινούνται, είναι χρήσιμο να ξεκινήσουμε σχεδιάζοντας τις παλιές καμπύλες αδιαφορίας της από το Διάγραμμα 6.16. Αυτές φαίνονται στο Διάγραμμα 6.18 ως καμπύλες  $U_0$ ,  $U_1$ , και  $U_2$ . Θυμηθείτε το βασικό στοιχείο που μας βοήθησε να σχεδιάσουμε τις παλιές καμπύλες – κατά μήκος της γραμμής βεβαιότητας, ο οριακός συντελεστής υποκατάστασης είναι  $\rho/(1-\rho)$ . Έτσι, στις παλιές καμπύλες αδιαφορίας, επειδή  $\rho=1/5$ , το  $MRS$  σε κάθε σημείο της γραμμής βεβαιότητας είναι  $1/4$ .

<sup>6</sup> Μια εξαίρεση είναι η ειδική περίπτωση που όταν το άτομο αποστρέφεται τον κίνδυνο στο έπακρο – έχει καμπύλες αδιαφορίας με σχήμα L. Βλέπε ερώτηση συζήτησης 6.9.



Διάγραμμα 6.18

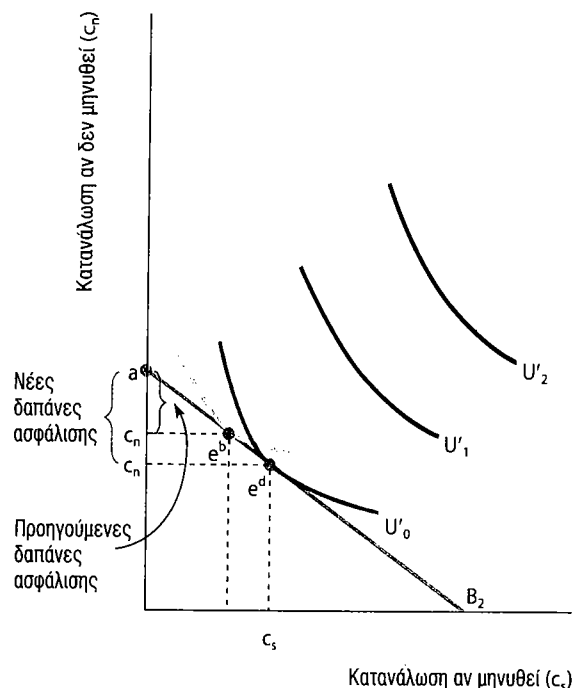
Επίδραση αλλαγής πιθανοτήτων στις προτιμήσεις



Όταν η πιθανότητα μίνυσης αυξάνει, οι προτιμήσεις για τα εξαρτώμενα αγαθά αλλάζουν. Το άτομο είναι πρόθυμο να ανταλλάξει περισσότερο  $c_n$  για μια μονάδα  $c_s$ . Δηλαδή, οι καμπύλες αδιαφορίας γίνονται πιο απότομες.

Διάγραμμα 6.19

Επίδραση αλλαγής πιθανοτήτων στις δαπάνες ασφάλισης



Με το νέο χάρτη αδιαφορίας να καθρεφτίζει μια υψηλότερη πιθανότητα ατυχήματος, το πακέτο ισορροπίας είναι το  $e^d$ , όπου οι δαπάνες ασφάλισης είναι  $a-c_n^d$ . Όταν η πιθανότητα ενός ατυχήματος ήταν χαμηλότερη, μόνο το  $a-c_n^b$  ξοδευόταν στην ασφάλιση.

Ο κανόνας ότι το  $MRS = \rho/(1-\rho)$  κατά μήκος της γραμμής των  $45^\circ$  πρέπει να ισχύει ανεξάρτητα από την τιμή του  $\rho$ . Έτσι, όταν το  $\rho$  γίνει  $1/3$ , τότε το  $MRS$  σε όλα τα σημεία της ακτίνας των  $45^\circ$  πρέπει να είναι  $1/2 = (1/3)/(2/3)$ . Συμπεραίνουμε ότι, με δεδομένη τη νέα κατάσταση, οι καμπύλες αδιαφορίας της Scarlet έχουν η κάθε μια κλίση  $1/2$  καθώς περνούν από τη γραμμή βεβαιότητας. Αυτές είναι οι καμπύλες αδιαφορίας που ονομάζονται  $U'_0$ ,  $U'_1$ , και  $U'_2$  στο Διάγραμμα 6.18. Σημειώστε ότι είναι πιο απότομες από τις αρχικές καμπύλες αδιαφορίας. Όσο πιο πιθανό είναι να είναι το θύμα μιας μίνυσης, τόσο μεγαλύτερο το ποσό της κατανάλωσης αν δεν μηνυθεί που είναι πρόθυμη να αποποιηθεί η Scarlet για να διατηρήσει μια μονάδα κατανάλωσης αν μηνυθεί.

Θα σκεφτούμε τώρα πώς η μεταβολή της πιθανότητας ατυχήματος μεταβάλλει τον εισοδηματικό περιορισμό της. Αυτό το μέρος είναι εύκολο — δεν υπάρχει καμία επίπτωση. Η κλίση του εξαρτάται από την τιμή που χρεώνεται από την ασφαλιστική εταιρία και, με βάση τις υποθέσεις μας, αυτή παραμένει ίδια με πριν. Στο Διάγραμμα 6.19, αναπαράγουμε, λοιπόν, τον παλιό εισοδηματικό περιορισμό  $B_2$  από το Διάγραμμα 6.17. Όταν επιθέσουμε το νέο σύνολο καμπυλών αδιαφορίας από το Διάγραμμα 6.18 πάνω σ' αυτόν τον εισοδηματικό περιορισμό, βρί-

σκουμε ότι το βέλτιστο πακέτο είναι το  $e^d$ , όπου η κατανάλωση στην περίπτωση μήνυσης είναι  $c_s^d$  και η κατανάλωση άνευ μήνυσης είναι  $c_n^d$ . Συγκρίνοντας το αποτέλεσμα με το προηγούμενο πακέτο ισορροπίας ( $e^b$ ), βλέπουμε ότι η ασφαλιστική κάλυψη είναι μεγαλύτερη με τις νέες καμπύλες αδιαφορίας. Αυτό είναι ένα σημαντικό αποτέλεσμα που θα χρησιμοποιηθεί σε κατοπινά κεφάλαια:

*Οι άνθρωποι με μεγαλύτερο κίνδυνο ατυχήματος αγοράζουν περισσότερη ασφάλιση, ceteris paribus.*

## Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ

Η συζήτησή μας για τη ζήτηση ασφάλισης επικεντρώθηκε στην απόφαση μιας γυναικολόγου για το πόση ασφάλιση θα αγοράσει για αμέλεια ιατρικού καθήκοντος. Όπως είπαμε νωρίτερα, υπάρχουν πολλά άλλα παραδείγματα ασφάλισης που αγοράζεται με επίσημα συμβόλαια. Οι άνθρωποι αγοράζουν συμβόλαια για να ασφαλίσουν τα σπίτια τους, τα αυτοκίνητά τους, την υγεία τους και τις ζωές τους. Η κατανόηση της ζήτησης για τέτοια συμβόλαια είναι σαφώς σημαντική, αλλά παρ' όλα αυτά πρέπει να τονιστεί ότι η θεωρία της ζήτησης για ασφάλιση μας βοηθάει να καταλάβουμε ένα πιο ευρύ φάσμα φαινομένων. Ειδικότερα, οποτεδήποτε σκέφτεστε να παραιτηθείτε από κάτι πολύτιμο για σας σε αντάλλαγμα για κάποια μείωση του κινδύνου, παίρνετε μια απόφαση για το αν θα αγοράσετε ασφάλιση. Για παράδειγμα, ένα βαρύ αυτοκίνητο όπως η Mercedes μειώνει τον κίνδυνο να τραυματιστείτε σοβαρά σε ένα ατύχημα, αλλά κοστίζει

περισσότερο από ένα ελαφρύ αυτοκίνητο. Μέρος της υψηλότερης τιμής της Mercedes είναι σαν ασφάλιστρο σε ένα «συμβόλαιο» που μειώνει τις συνέπειες ενός ατυχήματος. Ή σκεφτείτε την επιλογή ανάμεσα σε μια ασφαλή σταδιοδρομία, όπως του δημοσίου υπαλλήλου και μια ριψοκίνδυνη σταδιοδρομία όπως του επιχειρηματία. Κατά μέσο όρο, μπορεί να κερδίσετε περισσότερα χρήματα ως επιχειρηματίας, αλλά υπάρχει, επίσης, η πιθανότητα να χρεοκοπήσετε. Ο κατώτερος μισθός που παίρνετε ως δημόσιος υπάλληλος είναι το κόστος ενός «συμβολαίου» που εγγυάται σταθερή ροή εισοδήματος.

Μπορείτε να σκεφτείτε πολλά ακόμη παραδείγματα. Το σημαντικό στοιχείο είναι ότι η θεωρία μας μπορεί να χρησιμεύσει για να αναλύσει όλες αυτές τις αποφάσεις, όχι μόνο αυτές που περιλαμβάνουν επίσημα ασφαλιστικά συμβόλαια (ΕΠ 6.6).

### 6.6 Έλεγχος προόδου

Υποθέτουμε ότι ο Mike είναι ένας υπάλληλος που έχει το επιπλέον κόστος κάλυψης που θα είναι \$30.000, αλλιώς, θα είναι \$50.000. Ο Mike μπορεί να αγοράσει ασφάλιση στην τιμή των 20 σεντς ανά δολάριο κάλυψης. Είναι αυτό το συμβόλαιο δίκαιο; Υποθέτοντας ότι ο Mike αποστρέφεται τον κίνδυνο, σχεδιάστε τον εισοδηματικό περιορισμό του και τις καμπύλες αδιαφορίας. Θα αγοράσει ασφάλεια;

## ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

Αν στους ανθρώπους δεν αρέσει η αβεβαιότητα, θα πρέπει να είναι πρόθυμοι να πληρώσουν κάτι για να μειώσουν το ποσοστό της στις ζωές τους. Αυτή η άποψη αποτελεί τη βάση για τη θεωρία της ασφάλισης. Έχουμε δείξει ότι ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο και το οποίο μπορεί να αγοράσει «δίκαι-

η» ασφάλιση ασφαρίζεται πλήρως – η κατανάλωσή του είναι ίδια σε κάθε κοσμική κατάσταση. Όταν το ασφάλιστρο είναι «άδικο», μπορεί να αγοραστεί κάποια ασφάλιση, αλλά το άτομο καταλήγει να αναλαμβάνει κάποιο ποσοστό κινδύνου. Όπως κάθε άλλο αγαθό, η ζήτηση για ασφάλιση ποικίλλει ανάμεσα στα άτομα εφόσον διαφέρουν οι προτιμήσεις τους. Σ' αυτήν την περίπτωση, οι προτιμήσεις επηρεάζονται σημαντικά από την πιθανότητα που έχει το άτομο να του συμβεί το γεγονός έναντι του οποίου ασφαρίζεται. *Ceteris paribus*, όσο μεγαλύτερη η πιθανότητα να συμβεί το προς ασφάλιση γεγονός, τόσο περισσότερη ασφάλιση αγοράζει ένα ορθολογικό άτομο.

#### 6.4 ΛΗΨΗ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ ΜΕ ΠΟΛΛΑΠΛΑ ΑΒΕΒΑΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ: ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΚΑΤΑ ΤΟΥΣ VON NEUMANN-MORGENSTERN

Ως τώρα η ανάλυσή μας επικεντρώθηκε στην περίπτωση όπου υπάρχουν μόνο δύο πιθανά αποτελέσματα, άρα δύο εξαρτώμενα αγαθά. Αυτή η υπόθεση μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε καμπύλες αδιαφορίας για να αναλύσουμε τη λήψη απόφασης υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Στην πορεία, εξάγαμε ένα σημαντικό αριθμό αποτελεσμάτων. Παρ' όλα αυτά, σε πολλές ρεαλιστικές περιπτώσεις, είναι πιθανά περισσότερα από δύο αποτελέσματα. Σε αυτήν την ενότητα, αναπτύσσουμε τεχνικές για την ανάλυση τέτοιων πιο περίπλοκων αποφάσεων.

#### ΤΟ ΔΕΝΤΡΟ ΤΗΣ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

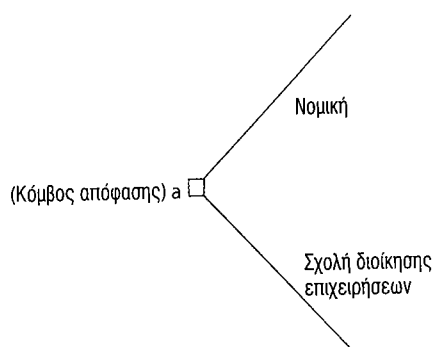
Σκεφτείτε την Melanie, μια τελειόφοιτη κολεγίου που παίρνει μια απόφαση επένδυσης ανθρώπινου κεφαλαίου. Μπορεί να πάει είτε στη νομική ώστε να μπορέσει αργότερα να μπει σε κάποια δικηγορική εταιρεία ως νέος συνεργάτης ή σε μια σχολή διοίκησης επιχειρήσεων ώστε να μπορέσει να ακολουθήσει μια σταδιοδρομία ως χρηματοοικονομικός σύμβουλος. Γνωρίζει ότι όποια και αν είναι η επιλογή της, το εισόδημά της θα είναι αβέβαιο. Ως δικηγόρος, τα κέρδη της θα εξαρτώνται από το αν θα γίνει συνεταίρος. Ως χρηματοοικονομικός σύμβουλος, το εισόδημά της θα εξαρτάται από τη συμπεριφορά του χρηματιστηρίου (Θυμάται ότι στα μέσα του 1990, πολλοί καλοπληρωμένοι επαγγελματίες της Wall Street έχασαν τη δουλειά τους). Μετά από κάποια έρευνα, η Melanie καθορίζει τα ακόλουθα:

Αν πάει στη νομική, θα έχει 0,4 πιθανότητα να γίνει συνεταίρος και να έχει ετήσια κέρδη \$80.000· και θα έχει 0,6 πιθανότητα να μην γίνει συνεταίρος και να έχει ετήσιο εισόδημα \$45.000.

Αν το χρηματιστήριο είναι ανερχόμενο, πράγμα που έχει πιθανότητα να συμβεί 0,2, τα ετήσια κέρδη της ως χρηματοοικονομικός σύμβουλος θα είναι \$120.000· υπάρχει όμως μια πιθανότητα 0,9 το χρηματιστήριο να έχει πτωτική

Διάγραμμα 6.20

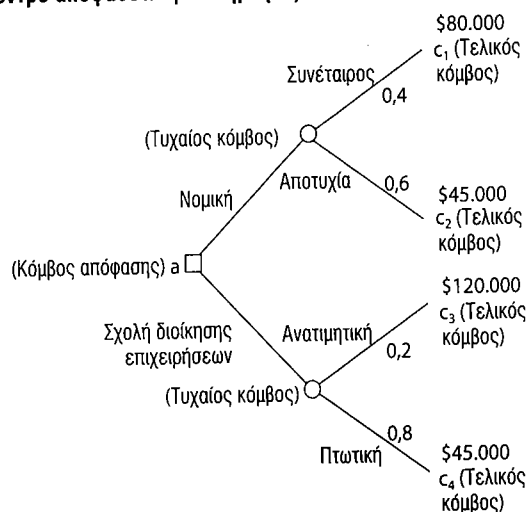
Φτιάχνοντας ένα δέντρο αποφάσεων



Στον κόμβο απόφασης, το άτομο πρέπει να κάνει μια επιλογή.

Διάγραμμα 6.21

Δέντρο αποφάσεων με πληρωμές



Στους τυχαιούς κόμβους, η έκβαση είναι μια τυχαία μεταβλητή. Οι τελικοί κόμβοι δείχνουν την αξία της τελικής έκβασης.

**δέντρο λήψης αποφάσεων**

Μια σχηματική αναπαράσταση ενός προβλήματος επιλογής που δείχνει τις πιθανές εκβάσεις και πώς αυτές σχετίζονται με τις τρέχουσες πράξεις.

**κόμβος απόφασης**

Ένα σημείο σε ένα δέντρο αποφάσεων όπου το άτομο αντιμετωπίζει μια απόφαση, με κλαδιά να ξεκινούν από αυτό αντιπροσωπεύοντας τις διαθέσιμες επιλογές.

τάση, και τα κέρδη της θα είναι μόνο \$45.000. Θα πρέπει να πάει στη νομική ή σε σχολή διοίκησης επιχειρήσεων;<sup>7</sup>

Για να αναλύσουμε αυτό το μάλλον περίπλοκο πρόβλημα, είναι χρήσιμο να κάνουμε μια σχηματική αναπαράσταση των πιθανών εκβάσεων και πώς σχετίζονται με την τρέχουσα δράση. Μια τέτοια απεικόνιση αναφέρεται ως **δέντρο λήψης αποφάσεων**. Σε ένα δέντρο λήψης αποφάσεων, κάθε σημείο των κλαδιών του αναπαριστά μια επιλογή που πρέπει να γίνει. Για να φτιάξουμε ένα δέντρο αποφάσεων για τη Melanie, σημειώστε ότι αρχικά μπορεί να πάρει οποιαδήποτε από τις δύο κατευθύνσεις, νομική ή σχολή διοίκησης επιχειρήσεων. Έτσι, το δέντρο λήψης αποφάσεων της ξεκινάει με δύο κλαδιά, ένα που ονομάζεται *νομική σχολή* και το άλλο *σχολή διοίκησης επιχειρήσεων*, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 6.20. Το κλαδί κατά μήκος του οποίου κινείται η Melanie εξαρτάται από την απόφασή της. Για αυτόν το λόγο, το σημείο *a* στο διάγραμμα αποκαλείται **κόμβος απόφασης**. Οποτεδήποτε ένας άνθρωπος αντιμετωπίζει μια απόφαση, βάζουμε ένα μικρό τετράγωνο με κλαδιά να βγαίνουν από αυτό για να παραστήσουμε τις διαθέσιμες επιλογές.

Υποθέστε ότι η Melanie κινείται κατά μήκος του κλαδιού της νομικής σχολής. Όπως σημειώθηκε νωρίτερα, υπάρχουν δύο πιθανότητες: Να γίνει συνεταίρος ή να αποτύχει να γίνει συνεταίρος. Επειδή υπάρχουν δύο πιθανές εκβάσεις, σχεδιάζουμε δύο ακόμη κλαδιά να βγαίνουν από το κλαδί της νομικής σχολής στο Διάγραμμα 6.21. Αυτό το νέο ζευγάρι κλαδιών μοιάζει πολύ με αυτό που

<sup>7</sup> Φυσικά, τα εισοδήματα και οι πιθανότητες επιτυχίας και για τη νομική και για τη σχολή επιχειρήσεων εξαρτώνται εν μέρει από το επίπεδο προσπάθειας. Υποθέτουμε ότι αυτό παραμένει σταθερό.

**τυχαίος κόμβος**

Ένα σημείο σε ένα δέντρο αποφάσεων όπου μια τυχαία διαδικασία καθορίζει ποιο κλαδί θα ακολουθηθεί.

**τελικός κόμβος**

Ένα σημείο που αντιπροσωπεύει την έσχατη έκβαση που σχετίζεται με ένα συγκεκριμένο κλαδί ενός δέντρου αποφάσεων.

αναφέρεται στην επιλογή σχολής. Αλλά προσέξτε μια πολύ σημαντική διαφορά. Εδώ, η Melanie δεν κάνει ξεκάθαρη επιλογή. Θα προτιμούσε να γίνει συνεταιίρος από το να μη γίνει, αλλά το αν θα γίνει συνεταιίρος εξαρτάται από πολλούς παράγοντες που είναι εκτός του ελέγχου της. Με βάση τις υποθέσεις μας, το ποια κλαδιά ακολουθεί η Melanie είναι αποτέλεσμα μιας τυχαίας διαδικασίας με πιθανότητα 0,4 γίνεται συνεταιίρος και με πιθανότητα 0,6 όχι. Επειδή η επιλογή των κλαδιών είναι τυχαία από τη σκοπιά της, το σημείο  $b$  στο 6.21 αποκαλείται **τυχαίος κόμβος**. Είναι συχνά χρήσιμο να σκεφτόμαστε ότι η «Φύση» κάνει τις επιλογές στον τυχαίο κόμβο. Οι τυχαίοι κόμβοι συμβολίζονται με μικρούς κύκλους.

Από τη στιγμή που έχουμε σχεδιάσει όλους τους κόμβους αποφάσεων και τους τυχαίους κόμβους, δεν υπάρχουν άλλες αποφάσεις που μπορούν να ληφθούν και πρέπει να αναπαραστήσουμε το τελικό αποτέλεσμα· αυτός είναι ο λόγος, άλλωστε, που η Melanie παίρνει αυτές τις αποφάσεις κατά πρώτο λόγο. Τα σημεία  $c_1$  και  $c_2$  βρίσκονται στο τέλος των κλαδιών και δείχνουν το τελικό αποτέλεσμα που σχετίζεται με τα αντίστοιχα κλαδιά. Αυτά τα σημεία ονομάζονται **τελικοί κόμβοι** δεδομένου ότι αναπαριστούν τις άκρες του δέντρου.

Ως τώρα, σχεδιάσαμε μόνο το μισό δέντρο αποφάσεων της Melanie. Υπάρχει ακόμη ένας τυχαίος κόμβος στο κλαδί της σχολής διοίκησης επιχειρήσεων· από αυτόν τον τυχαίο κόμβο προέρχεται ένα κλαδί που απεικονίζει ένα χρηματιστήριο με αυξητικές τάσεις με πιθανότητα 0,2 και με πτωτικές τάσεις με πιθανότητα 0,8. Στο τέλος αυτών των κλαδιών υπάρχουν οι τελικοί κόμβοι  $c_3$  και  $c_4$  με σχετικά επίπεδα εισοδήματος \$120.000 και \$45.000 αντίστοιχα.

## ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΑΒΕΒΑΙΕΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ

Το δέντρο λήψης αποφάσεων του Διαγράμματος 6.21 δείχνει ξεκάθαρα τις διάφορες επιλογές καθώς και τη σχέση ανάμεσα στις δράσεις και τις συνέπειες τους. Όμως, το δέντρο λήψης αποφάσεων δεν αξιολογεί αυτές τις συνέπειες. Χρειάζεται κάποια μέθοδος για να δείξουμε ποιοι συνδυασμοί είναι καλύτεροι από άλλους. Ως αποτέλεσμα, η Melanie έχει να επιλέξει ανάμεσα σε δύο λαχεία. Το πρώτο προσφέρει \$80.000 με πιθανότητα 0,4 και \$45.000 με πιθανότητα 0,6. Το δεύτερο προσφέρει \$120.000 με πιθανότητα 0,2 και \$45.000 με πιθανότητα 0,8. Όπως σημειώθηκε νωρίτερα, επειδή υπάρχουν περισσότερα από δύο πιθανά αποτελέσματα, οι δισδιάστατες καμπύλες αδιαφορίας δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αναπαραστήσουν τις προτιμήσεις.

Θυμηθείτε ότι αντιμετωπίσαμε παρόμοια περίπτωση στο κεφάλαιο 2. Εκεί, το πρόβλημα ήταν να αναπαραστήσουμε επιλογές ανάμεσα σε πακέτα με πολλά αγαθά στην τυπική κατάσταση βεβαιότητας. Η λύση ήταν να συντάξουμε μια συνάρτηση χρησιμότητας της οποίας η τιμή εξαρτιόταν από τις ποσότητες του κάθε καταναλούμενου αγαθού. Ήταν δυνατό να αξιολογηθούν πολλά πακέτα ανάλογα με την τιμή της συνάρτησης χρησιμότητας. Ακριβώς η ίδια διαδικασία μπορεί να χρησιμοποιηθεί εδώ, μόνο που τώρα οι μεταβλητές στη συνάρτηση

χρησιμότητας είναι ποσότητες εξαρτώμενων αγαθών. Υποθέστε ότι υπάρχουν  $n$  πιθανές κοσμικές καταστάσεις. Έστω  $c_1$  η κατανάλωση ενός εξαρτώμενου αγαθού στην πρώτη κοσμική κατάσταση, με πιθανότητα  $\varrho_1$ . Τα εξαρτώμενα αγαθά  $c_2$  μέχρι  $c_n$  ορίζονται με τον ίδιο τρόπο, όπως και οι σχετικές πιθανότητες  $\varrho_2$  μέχρι  $\varrho_n$ . Χρησιμοποιώντας αυτόν το συμβολισμό, η συνάρτηση χρησιμότητας που αξιολογεί όλα τα πιθανά αποτελέσματα είναι

$$U(c_1, c_2, \dots, c_n; \varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_n). \quad (6.4)$$

Τι δουλειά έχουν οι πιθανότητες μετά την άνω τελεία στην παράσταση (6.4); Βρίσκονται εκεί για να μας υπενθυμίζουν ότι οι πιθανότητες επηρεάζουν τη σχετική αξία που αποδίδει ο καταναλωτής στα εξαρτώμενα αγαθά. Αυτό είναι απλώς μια αλγεβρική αναπαράσταση αυτού που είδατε στο Διάγραμμα 6.18. Μια μεταβολή των πιθανοτήτων αλλάζει την αναλογία στην οποία ένα άτομο είναι πρόθυμο να ανταλλάξει ένα εξαρτώμενο αγαθό για ένα άλλο. Εν συντομία, η παράσταση (6.4) δείχνει ότι αυτό που ενδιαφέρει πραγματικά ένα άτομο είναι οι ποσότητες των εξαρτώμενων αγαθών, αλλά οι πιθανότητες επηρεάζουν την αξία που αποδίδει σ' αυτά τα αγαθά.

Από καθαρά θεωρητική σκοπιά, οι πιθανότητες των διάφορων φυσικών καταστάσεων μπορούν να εισαχθούν στη συνάρτηση χρησιμότητας με αρκετά πολύπλοκους τρόπους. Ευτυχώς, υπάρχει μια ιδιαίτερα απλή περίπτωση που είναι μεγάλης εμπειρικής αξίας και πρακτικής σημασίας. Σε αυτήν την ιδιαίτερη περίπτωση, η σχετική σημασία που ένα άτομο προσδίδει σε κάποιο ενδεχόμενο είναι ακριβώς ανάλογη με την πιθανότητα να συμβεί αυτό το ενδεχόμενο.<sup>8</sup> Η χρησιμότητα της κατανάλωσης σε κάθε κοσμική κατάσταση βρίσκεται και σταθμίζεται με την πιθανότητα να συμβεί αυτή η κοσμική κατάσταση, ώστε να καταλήξουμε σε ένα συνολικό επίπεδο χρησιμότητας:

$$U(c_1, c_2, \dots, c_n; \varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_n) = \varrho_1 \times u(c_1) + \varrho_2 \times u(c_2) + \dots + \varrho_n \times u(c_n) \quad (6.5)$$

#### συνάρτηση χρησιμότητας von Neumann-Morgenstern

Μια συνάρτηση χρησιμότητας όπου η χρησιμότητα που σχετίζεται με κάποιο αβέβαιο γεγονός είναι η αναμενόμενη αξία των χρησιμοτήτων καθεμιάς από τις πιθανές εκβάσεις.

Μια συνάρτηση χρησιμότητας που παίρνει αυτήν τη μορφή ονομάζεται **συνάρτηση χρησιμότητας von Neumann – Morgenstern (vN-M)**, από τους εμπνευστές της, John von-Neumann και Oskar Morgenstern. Σε μια συνάρτηση vN-M, η χρησιμότητα που σχετίζεται με ένα στοίχημα είναι ακριβώς η προβλεπόμενη αξία των χρησιμοτήτων καθενός από τα πιθανά αποτελέσματα. Υποθέστε, για παράδειγμα, ότι σας προσφέρεται το ακόλουθο στοίχημα: Ρίχνεται ένα ζάρι. Αν έρθει τρία, παίρνετε \$10· αλλιώς, παίρνετε \$1. Υποθέστε ότι οι προτιμήσεις σας αναπαριστώνται με  $u(10)=18$  και  $u(1)=6$ . Ποια είναι η αξία (χρησιμότητα) αυτού του **στοιχήματος** για σας; Καθώς η πιθανότητα κέρδους \$10 είναι  $1/6$ , και η πιθανότητα κέρδους \$1 είναι  $5/6$ , η αξία του στοιχήματος είναι απλώς η χρησιμότητα που παράγει «κατά μέσο όρο», ή

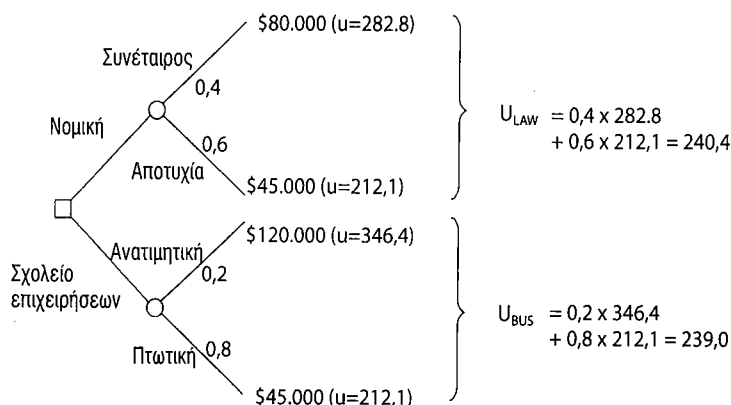
$$1/6 \times u(\$10) = 5/6 \times u(\$1) = 1/6 \times 18 = 5/6 \times 6 = 8.$$

<sup>8</sup> Οι ακριβείς προϋποθέσεις κάτω από τις οποίες μπορούν να χαρακτηριστούν οι προτιμήσεις με αυτόν τον τρόπο δίνονται λεπτομερώς από τον Kreps (1990, 72-81).

Διάγραμμα 6.22

**Συγκρίνοντας αναμενόμενες χρησιμότητες**

Αυτό το άτομο επιλέγει τη νομική, επειδή η αναμενόμενη χρησιμότητά της υπερβαίνει αυτήν της σχολής διοίκησης επιχειρήσεων.



Υποθέστε ότι κάποιος με συνάρτηση χρησιμότητας  $vN-M$  αντιμετωπίζει πολλές επιλογές, κάθε μια από τις οποίες περιλαμβάνει κάποια αβεβαιότητα. Ποια επιλογή διαλέγει; Η τιμή κάθε αβέβαιης επιλογής είναι η αναμενόμενη χρησιμότητά της. Έτσι, αυτή που θα επιλεγεί θα είναι αυτή με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη χρησιμότητα. Εν συντομία, ο στόχος ενός ατόμου με συνάρτηση χρησιμότητας  $vN-M$  είναι να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη χρησιμότητα.

Είναι σημαντικό να καταλάβουμε ότι με συνάρτηση χρησιμότητας  $vN-M$ , η ορθολογική συμπεριφορά καλείται να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη τιμή χρησιμότητας, όχι την χρησιμότητα της αναμενόμενης χρηματικής τιμής. Για να ενισχύσουμε την κατανόηση αυτής της διαφοράς, ας υποθέσουμε ότι η Melanie, της οποίας το πρόβλημα αναπαριστάται στο Διάγραμμα 6.21, έχει συνάρτηση χρησιμότητας  $vN-M$   $u = \sqrt{c}$ . Έτσι, για να βρούμε τη χρησιμότητα κάθε πιθανής έκβασης, το μόνο που έχουμε να κάνουμε είναι να πάρουμε την τετραγωνική ρίζα της σχετικής ποσότητας κατανάλωσης. Ποια είναι η αναμενόμενη χρησιμότητα της αν πάει στη νομική; Με πιθανότητα 0,4, το εισόδημά της θα είναι \$80.000, και, άρα, η χρησιμότητά της 282,8 ( $= \sqrt{80.000}$ ). Το γεγονός ότι η χρησιμότητα που σχετίζεται με το συγκεκριμένο τελικό κόμβο είναι 282,8 σημειώνεται στο Διάγραμμα 6.22. Παρομοίως, με πιθανότητα 0,6, το εισόδημά της είναι \$45.000 και, άρα, η χρησιμότητά της 212,1. Η αναμενόμενη χρησιμότητα της νομικής,  $U_{LAW}$ , είναι μόνο  $0,4 \times 282,8 + 0,6 \times 212,1 = 240,4$ . Παρόμοιοι υπολογισμοί για τη σχολή διοίκησης επιχειρήσεων (που καταγράφονται, επίσης, στο Διάγραμμα 6.22) δείχνουν ότι η χρησιμότητά της είναι 346,4 με πιθανότητα 0,2 και 212,1 με πιθανότητα 0,8· έτσι, η αναμενόμενη χρησιμότητα της σχολής διοίκησης επιχειρήσεων,  $U_{BUS}$ , είναι  $0,2 \times 346,4 + 0,8 \times 212,1 = 239,0$ . Καταλήγουμε ότι η Melanie θα πάει στη νομική, επειδή η αναμενόμενη χρησιμότητά της είναι υψηλότερη από αυτήν της σχολής διοίκησης επιχειρήσεων. Παρεμπιπτόντως, το αναμενόμενο εισόδημα στην περίπτωση της σχολής διοίκησης επιχειρήσεων είναι υψηλότερο κατά \$1.000 (Θα πρέπει να το επαληθεύσετε αυτό). Πάντως, με

βάση την υπόθεσή μας, η Melanie ενδιαφέρεται για την αναμενόμενη *χρησιμότητα*, όχι το αναμενόμενο *εισόδημα*, και έτσι επιλέγει τη νομική. Θεωρεί ότι η επιχειρηματική σταδιοδρομία είναι πολύ ριψοκίνδυνη και επιλέγει τη νομική, παρόλο που κατά μέσο όρο οι επιχειρήσεις οδηγούν σε υψηλότερο εισόδημα.

Γενικότερα, αυτό το παράδειγμα δείχνει πώς τα δέντρα λήψης αποφάσεων σε συνδυασμό με τις συναρτήσεις χρησιμότητας  $vN-M$  μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να διασπάσουν πολύπλοκα προβλήματα σε απλά στοιχεία. Απλώς ακολουθήστε τα ακόλουθα βήματα:

#### 6.7 Έλεγχος προόδου

Ο Sherman αντιμετωπίζει την ίδια ακριβώς επιλογή με την Melanie ανάμεσα στη νομική και στη σχολή διοίκησης επιχειρήσεων (βλέπε σχήμα 6.21). Όμως, η συνάρτηση χρησιμότητας του Sherman είναι  $u=1000c-c^2$ , όπου  $c$  είναι η κατανάλωση μετρημένη σε δεκάδες χιλιάδες δολάρια (Έτσι, για παράδειγμα, αν πάει στη νομική, με πιθανότητα 0,4, η κατανάλωσή του είναι 8 και η χρησιμότητά του είναι  $7.936=8.000-64$ ). Ποια επιλογή διαλέγει ο Sherman;

1. Σχεδιάστε ένα δέντρο λήψης αποφάσεων για να μπορείτε να παρακολουθήσετε όλες τις πιθανές εκβάσεις. Κάθε φορά που πρέπει να γίνει μια επιλογή, σχεδιάστε έναν κόμβο απόφασης με ένα κλαδί για κάθε εναλλακτική. Η αβεβαιότητα συμβολίζεται με το «η Φύση παίρνει την απόφαση» σε έναν τυχαίο κόμβο.

2. Αξιολογήστε τη συνάρτηση χρησιμότητας για να βρείτε τη χρησιμότητα της έκβασης σε κάθε τελικό κόμβο.

3. Βρείτε την αναμενόμενη χρησιμότητα που σχετίζεται με κάθε επιλογή.

4. Συγκρίνετε τις αναμενόμενες χρησιμότητες των διάφορων επιλογών. Επιλέξτε αυτήν που έχει την υψηλότερη αναμενόμενη χρησιμότητα (ΕΠ 6.7).

### Διαδοχικές αποφάσεις

Η συζήτησή μας για τα δέντρα λήψης αποφάσεων έγινε με βάση την υπόθεση ότι το άτομο έχει μόνο δύο επιλογές να κάνει – στην περίπτωση της Melanie στο Διάγραμμα 6.22, το αν θα πάει στη νομική ή στη σχολή διοίκησης επιχειρήσεων. Όμως, η πραγματική ισχύ και χρησιμότητα των δέντρων λήψης αποφάσεων φαίνεται όταν αναλύουμε καταστάσεις όπου πρέπει να γίνουν πολλαπλές επιλογές διαδοχικά. Υποθέστε, για παράδειγμα, ότι από τη στιγμή που η Melanie προτείνεται για συνεταιρισμό θα πρέπει να αποφασίσει αν θα δεχτεί ή όχι (Αν απορρίψει το συνεταιρισμό θα συνεχίσει να κερδίζει \$45.000). Το αντίστοιχο δέντρο, που σχεδιάζεται στο Διάγραμμα 6.23, απλώς προσθέτει στο Διάγραμμα 6.22 έναν κόμβο επιλογής (στο σημείο *b*), με δύο κλαδιά, «αποδοχή» ή «απόρριψη».

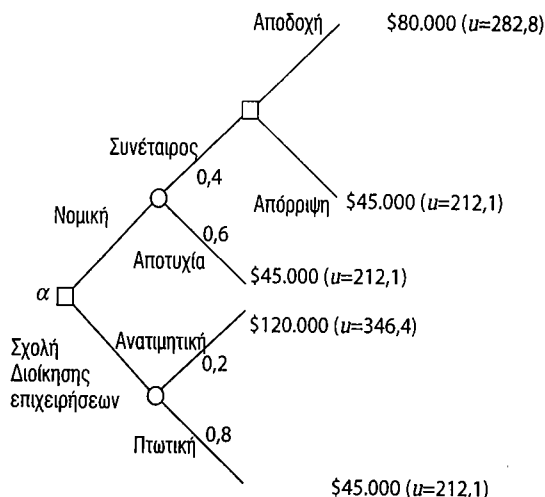
Πώς επηρεάζει αυτή η τελευταία απόφαση την προηγούμενη επιλογή της Melanie για το αν θα πάει στη νομική ή στη σχολή διοίκησης επιχειρήσεων; Αν πρόκειται να απορρίψει το συνεταιρισμό, τότε το εισόδημά της ως δικηγόρος θα είναι \$45.000, και ξέρουμε, ήδη, ότι θα επέλεγε τη σχολή διοίκησης επιχειρήσεων. Αν πρόκειται πάντα να αποδέχεται το συνεταιρισμό – με την προϋπόθεση ότι της προσφέρεται – τότε, όπως είδαμε στην προηγούμενη ανάλυση, το αναμενόμενο εισόδημά της ως δικηγόρος θα είναι \$80.000. Επιπλέον, ξέρουμε ότι θα επέλεγε τη νομική. Εν συντομία, η επαγγελματική επιλογή της εξαρτάται από το πώς θα δράσει στον κόμβο απόφασης *b*. Τώρα είναι ξεκάθαρο ότι αν



Διάγραμμα 6.23

**Δέντρο αποφάσεων για διαδοχικές αποφάσεις**

Στον κόμβο επιλογής  $b$ , το άτομο πρέπει να αποφασίσει αν θα δεχτεί ή θα απορρίψει ένα συνεταιρισμό αν του προσφερθεί. Για να λύσει το πρόβλημα, χρησιμοποιεί την αντίστροφη επαγωγή-πηγαίνει στο τέλος του δέντρου αποφάσεων και δουλεύει προς τα πίσω, επιλέγοντας τη βέλτιστη επιλογή σε κάθε βήμα της πορείας.



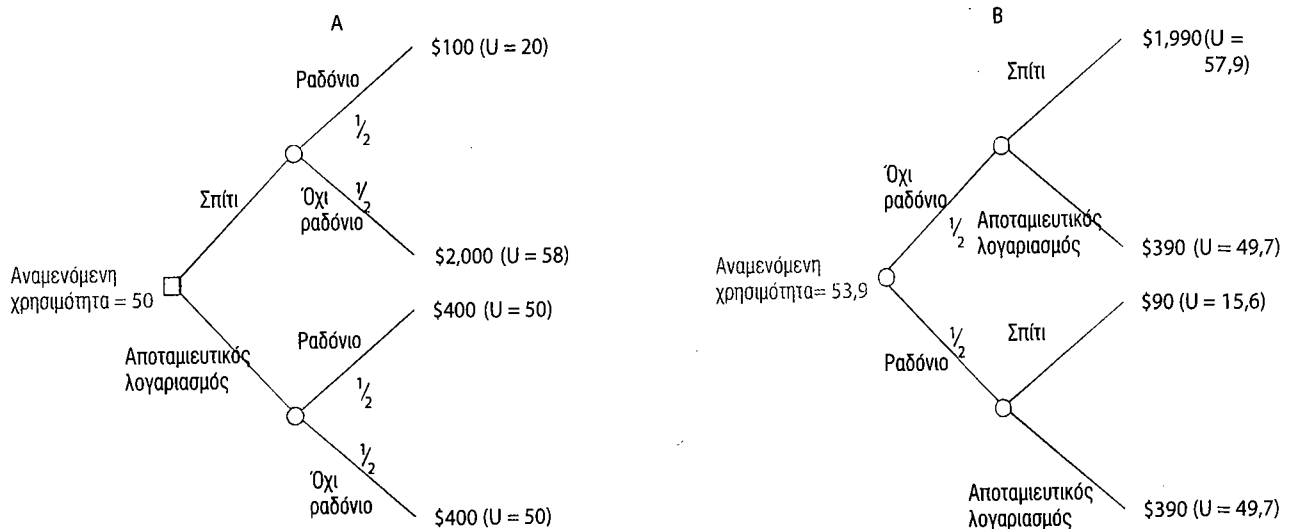
ποτέ φτάσει στον κόμβο  $b$ , η μόνη απόφαση που έχει νόημα είναι να αποδεχτεί το συνεταιρισμό. Άρα, θα έπρεπε να πάει στη νομική.

Αυτή η άσκηση μπορεί να σας φαίνεται ανόητη, επειδή είναι ολοφάνερο ότι, δεδομένου ότι το μόνο που την ενδιαφέρει είναι το επίπεδο κατανάλωσής της, η Melanie θα αποδεχτεί το συνεταιρισμό αν της προσφερθεί. Πάντως, η συζήτησή μας σχετικά με το Διάγραμμα 6.23 καταδεικνύει ένα σημαντικό σημείο — για να λύσουμε ένα πρόβλημα με διαδοχικές αποφάσεις, ξεκινάμε από τους τελικούς κόμβους και προχωρούμε προς τα πίσω. Σε κάθε βήμα της πορείας, επιλέγουμε την καλύτερη δράση για τη συνέχεια. Στο παρόν παράδειγμα, για να ξέρουμε τι θα κάνει η Melanie στον κόμβο  $a$ , πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε τι θα κάνει στον κόμβο  $b$ . Αυτή η διαδικασία είναι γνωστή ως *αντίστροφη επαγωγή*.

Η ισχύς της αντίστροφης επαγωγής είναι αυτή που μας επιτρέπει να πάρουμε ένα πολύπλοκο πρόβλημα διαδοχικών αποφάσεων και να το διασπάσουμε σε μικρά κομμάτια που είναι εύκολο να χειριστούμε (Για μια εφαρμογή, βλέπε ερώτηση συζήτησης 6.13).

### Εφαρμόζοντας τις συναρτήσεις von Neumann-Morgenstern: Η αξία της πληροφόρησης

Ένα επαναλαμβανόμενο θέμα σ' αυτό το κεφάλαιο είναι ότι οι άνθρωποι γενικά προτιμούν τη λιγότερη αβεβαιότητα από την περισσότερη και γι' αυτό σκέφτονται τη λήψη μέτρων για τη μείωση της αβεβαιότητας. Ένας τρόπος για να μειωθεί η αβεβαιότητα είναι να πάρουν πληροφορίες. Πριν αγοράσετε ένα Toyota, ίσως αγοράσετε και διαβάσετε το περιοδικό *Consumer Reports* για να πληροφορηθείτε για το κόστος επισκευής του αυτοκινήτου. Όμως, όπως κάθε άλλο α-

**Διάγραμμα 6.24****Η αξία της πληροφόρησης**

Ο πίνακας A δείχνει ότι η αναμενόμενη χρησιμότητα χωρίς το τεστ ραδόνιου είναι 50. Πάντως, ένα τεστ ραδόνιου \$10 αυξάνει την αναμενόμενη χρησιμότητα στα 53,9. Έτσι, το άτομο αγοράζει το τεστ ραδόνιου.

γαθό, οι πληροφορίες κοστίζουν. Για παράδειγμα, οι αγχωμένοι παραγωγοί ταινιών πληρώνουν χιλιάδες δολάρια σε εταιρίες που τους παρέχουν πληροφορίες «για κάθε τι, από το τι σχεδιάζουν να δουν οι θεατές ταινιών μέχρι ποιες κινηματογραφικές διαφημίσεις είναι πιο αποτελεσματικές» (Turner & Emshwiller 1993, A1). Σε αυτή την ενότητα εφαρμόζουμε τις συναρτήσεις vN-M για να δούμε πόσο είναι πρόθυμοι να πληρώσουν οι άνθρωποι για πληροφορίες.

Σκεφτείτε τον Ashley, που έχει κάποια χρήματα να επενδύσει. Μια επιλογή είναι να ανοίξει έναν αποταμιευτικό λογαριασμό· η άλλη είναι να αγοράσει ένα σπίτι και να το νοικιάσει. Ο αποταμιευτικός λογαριασμός πληρώνει \$400 το μήνα σίγουρα. Η απόδοση του σπιτιού δεν είναι σίγουρη επειδή υπάρχει μια πιθανότητα 50% να είναι μολυσμένο με ραδόνιο. Αν το σπίτι είναι καθαρό από ραδόνιο, τότε μπορεί να το νοικιάσει προς \$2.000 το μήνα. Αλλιώς το περισσότερο που μπορεί να πάρει είναι \$100 το μήνα.

Η κατάσταση του Ashley συνοψίζεται στο δέντρο λήψης απόφασης του πίνακα A στο Διάγραμμα 6.24. Στον κόμβο απόφασης, μπορεί είτε να αγοράσει σπίτι ή να καταθέσει τα χρήματα σε αποταμιευτικό λογαριασμό. Αν ακολουθήσει το μονοπάτι του σπιτιού, τα κλαδιά από τον τυχαίο κόμβο δείχνουν τις αποδόσεις που εξαρτώνται από το αν θα βρεθεί ή όχι ραδόνιο. Αν ακολουθήσει το μονοπάτι του αποταμιευτικού λογαριασμού, η πληρωμή είναι \$400 είτε βρεθεί είτε όχι ραδόνιο.

Για να προβλέψουμε την επιλογή του Ashley, πρέπει να γνωρίζουμε τη συνάρτηση χρησιμότητας. Ας υποθέσουμε ότι  $u = 60 - 4.000/c$ . Για να βρούμε τη χρησιμότητα κάθε έκβασης, διαιρούμε τη σχετική κατανάλωση με 4.000 και αφαιρού-

με το αποτέλεσμα από το 60. Οι αξίες της χρησιμότητας σημειώνονται, επίσης, στους τελικούς κόμβους. Η αναμενόμενη χρησιμότητα της αγοράς σπιτιού είναι  $\frac{1}{2} \times 20 + \frac{1}{2} \times 58 = 39$ . η αναμενόμενη χρησιμότητα του αποταμιευτικού λογαριασμού είναι 50, επειδή παράγει αυτήν την τιμή σε κάθε κοσμική κατάσταση. Έτσι, αν επιδιώκει να μεγιστοποιήσει την αναμενόμενη χρησιμότητα, ο Ashley επιλέγει τον αποταμιευτικό λογαριασμό και έχει αναμενόμενη χρησιμότητα 50.

Τώρα υποθέστε ότι ανοίγει μια εταιρία ελέγχου ραδόνιου και η εταιρία μπορεί να του πει με βεβαιότητα αν υπάρχει ή όχι ραδόνιο. Η αμοιβή για την ανίχνευση ραδόνιου είναι \$10. Θα ήταν πρόθυμος ο Ashley να πληρώσει αυτό το ποσό; Ο πίνακας B του Διαγράμματος 6.24, δείχνει την κατάσταση του Ashley πριν τον έλεγχο για ραδόνιο. Όπως δείχνει το δέντρο λήψης αποφάσεων, με μια πιθανότητα 0,5, ο ελεγκτής θα του πει ότι δεν έχει ραδόνιο. Σ' αυτήν την περίπτωση, ο Ashley θα αγοράσει το σπίτι και θα έχει ένα επίπεδο κατανάλωσης \$1.990 (\$2.000 μείον την αμοιβή \$10). Η χρησιμότητα είναι άρα 57,9 ( $= 60 - 4.000/1.990$ ). Από την άλλη, με μια πιθανότητα 0,5, ο ελεγκτής θα αναφέρει πρόβλημα ραδόνιου. Σε αυτήν την περίπτωση, ο Ashley θα βάλει τα χρήματά του σε αποταμιευτικό λογαριασμό, παίρνοντας \$390 μετά την πληρωμή του ελέγχου και έχοντας χρησιμότητα 49,7. Εν συντομία, αν αγοράσει τον έλεγχο του ραδόνιου, θα έχει 57,9 μονάδες με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$ , και 49,7 μονάδες με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$ , άρα η αναμενόμενη χρησιμότητά του είναι 53,9 μονάδες.

Τώρα θυμηθείτε από τον πίνακα A ότι χωρίς τον έλεγχο η αναμενόμενη χρησιμότητα του Ashley είναι 50 μονάδες. Επειδή η αναμενόμενη χρησιμότητά του είναι υψηλότερη αν αγοράσει τον έλεγχο ανίχνευσης ραδόνιου για \$10, προβλέπουμε ότι ο Ashley θα το κάνει (ΕΠ 6.8).

Αν απαντήσατε στον έλεγχο προόδου σωστά, βρήκατε ότι αν το σπίτι νοικιάζονταν για \$450 το μήνα με την παρουσία ραδόνιου, τότε ο Ashley θα αγόραζε το σπίτι ό,τι και αν έλεγε η αναφορά. Πόσο θα ήταν πρόθυμος να πληρώσει για τον έλεγχο; Η απάντηση είναι τίποτε. Το να γνωρίζει αν υπάρχει ραδόνιο δεν έχει επίπτωση στην αναμενόμενη χρησιμότητα του Ashley – θα αγοράσει το σπίτι όποιο κι αν είναι το αποτέλεσμα του ελέγχου και η αναμενόμενη χρησιμότητά του είναι η ίδια με ή χωρίς τις πληροφορίες. Αυτό το συμπέρασμα ισχύει πάντα: Όταν μια συγκεκριμένη πληροφορία δεν έχει επίπτωση στις ενέργειες ενός ατόμου, δεν έχει οικονομική αξία γι' αυτό το άτομο.

Γενικότερα, η θεωρία μας λέει ότι οι άνθρωποι είναι πρόθυμοι να πληρώσουν για πληροφορίες όταν η γνώση αυτών των πληροφοριών αυξάνει την αναμενόμενη χρησιμότητά τους. Το ποσό που είναι πρόθυμοι να πληρώσουν εξαρτάται από: (α) τη συγκεκριμένη πληρωμή και τις σχετικές πιθανότητες, και (β) τη συνάρτηση χρησιμότητας του ατόμου. Λέγεται μερικές φορές ότι ζούμε σε μια «ε-

#### 6.8 Έλεγχος προόδου

Υποθέστε ότι το σπίτι νοικιάζεται για \$450 το μήνα στην περίπτωση που υπάρχει ραδόνιο. Υποθέτοντας ότι όλα τα άλλα στο πρόβλημα παραμένουν ίδια, προβλέψτε την πορεία δράσης του Ashley αν αγοράσει το τεστ ραδόνιου.

ποχή πληροφοριών». Η οικονομική θεωρία μάς βοηθάει να καταλάβουμε γιατί οι πληροφορίες είναι πολύτιμες.

## ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

Η χρησιμότητα ενός ατόμου εξαρτάται από τα διαθέσιμα αγαθά σε διάφορες κοσμικές καταστάσεις και τις πιθανότητες κάθε κοσμικής κατάστασης. Γενικά, οι διάφορες πιθανότητες μπορούν να συσχετιστούν με τη συνάρτηση χρησιμότητας με πολύ πολύπλοκο τρόπο. Σ' αυτή την ενότητα συζητήσαμε μια απλή και σημαντική ειδική περίπτωση – τη συνάρτηση χρησιμότητας von Neumann-Morgenstern – όπου η πιθανότητα κάθε κοσμικής κατάστασης πολλαπλασιάζεται με τη χρησιμότητα που αποδίδεται σ' αυτήν την κοσμική κατάσταση. Ένα άτομο με αυτήν τη συνάρτηση χρησιμότητας επιλέγει οποιαδήποτε εναλλακτική μεγιστοποιεί την αναμενόμενη χρησιμότητα. Όταν χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με τα δέντρα λήψης αποφάσεων, είναι ένα ισχυρό εργαλείο για την ανάλυση προβλημάτων με πολλές επιλογές. Το να σχεδιάσουμε ένα δέντρο λήψης αποφάσεων μας επιτρέπει να δούμε την απόδοση που σχετίζεται με κάθε επιλογή. Συγκρίνοντας την αναμενόμενη χρησιμότητα κάθε επιλογής, το άτομο μπορεί να καθορίσει την βέλτιστη στρατηγική του.

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αν οι άνθρωποι πρέπει να πάρουν αποφάσεις υπό συνθήκες αβεβαιότητας, η λήψη ορθολογικών αποφάσεων παύει να ισχύει; Η απάντηση που δίνεται σ' αυτό το κεφάλαιο είναι ένα κατηγορηματικό όχι. Τα τυπικά εργαλεία για την ανάλυση της λογικής επιλογής μπορούν να τροποποιηθούν για να συμπεριλάβουν την αβεβαιότητα.

- Ένα άτομο με αβέβαιο περιβάλλον επιλέγει ανάμεσα σε εξαρτώμενα αγαθά – αγαθά των οποίων η αξία εξαρτάται από την πιθανή έκβαση (κοσμική κατάσταση). Όπως και με τα συνηθισμένα αγαθά, οι άνθρωποι έχουν προτιμήσεις για τα εξαρτώμενα αγαθά που μπορούν να αναπαρασταθούν σε ένα χάρτη αδιαφορίας.
- Η κλίση του εισοδηματικού περιορισμού ανάμεσα σε δύο εξαρτώμενα αγαθά εξαρτάται από την απόδοση που σχετίζεται με κάθε κοσμική κατάσταση. Η κυρτότητα των καμπυλών αδιαφορίας εξαρτάται από το αν το άτομο αποστρέφεται τον κίνδυνο, είναι ριψοκίνδυνο ή α-

διάφορο στον κίνδυνο.

- Ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο δεν θα δεχτεί ένα πραγματιστικά δίκαιο στοίχημα.
- Τα άτομα που αποστρέφονται τον κίνδυνο αγοράζουν ασφάλειες για να κατανείμουν την κατανάλωση πιο ομοιόμορφα στις διάφορες κοσμικές καταστάσεις. Όταν άτομα που αποστρέφονται τον κίνδυνο έχουν τη δυνατότητα να αγοράσουν δίκαιη ασφάλιση, θα εξασφαλίσουν πλήρως τον εαυτό τους με την έννοια ότι η κατανάλωσή τους θα είναι η ίδια σε κάθε κοσμική κατάσταση.
- Το ποσό της ζητούμενης ασφάλισης εξαρτάται από το ασφάλιστρο και την πιθανότητα να συμβεί το γεγονός έναντι του οποίου ασφαλίζεται το άτομο.
- Οι άνθρωποι με συνάρτηση χρησιμότητας vNM επιδιώκουν να μεγιστοποιήσουν την προβλεπόμενη αξία της χρησιμότητάς τους. Η υπόθεση της μεγιστοποίησης της χρησιμότητας, μαζί με

τα δέντρα λήψης αποφάσεων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να διασπάσει πολύπλοκες α-

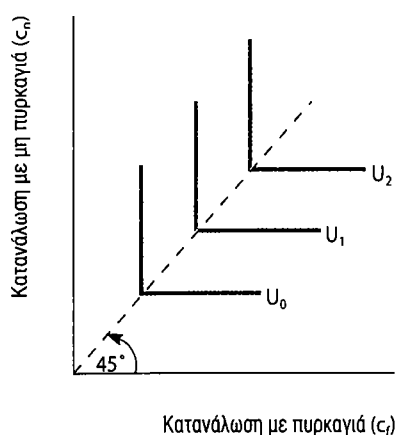
ποφάσεις σε απλά συστατικά που μπορούν να επιλυθούν εύκολα.

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΥΖΗΤΗΣΗΣ

- 6.1 Ο Jonathan έχει εισόδημα \$60. Του προσφέρεται το ακόλουθο στοίχημα: Ρίχνεται ένα ζάρι. Αν έρθει άσος, ο Jonathan χάνει \$1. Αν έρθει δύο, τρία, τέσσερα, πέντε ή έξι, κερδίζει \$3. Ο Jonathan μπορεί να πάρει και τις δύο πλευρές του στοίχηματος και αποστρέφεται τον κίνδυνο.
- Ποια είναι τα εξαρτώμενα αγαθά σε αυτό το πρόβλημα;
  - Σχεδιάστε τον εισοδηματικό περιορισμό.
  - Σχεδιάστε τις καμπύλες αδιαφορίας.
  - Δείξτε σε ένα διάγραμμα το ποσό που στοιχηματίζει ο Jonathan.
  - Σχεδιάστε τη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων που σχετίζεται με αυτό το στοίχημα. Πόσα στοιχηματίζει αν οι πιθανότητες είναι δίκαιες;
- 6.2 Το *ισοδύναμο βεβαιότητας* μιας τυχαίας έκβασης είναι το ποσό του εισοδήματος που λαμβάνεται στα σίγουρα που το άτομο θεωρεί ότι ισοούνται με την τυχαία έκβαση. Σκεφτείτε τον Mathew, ένα άτομο που αποστρέφεται τον κίνδυνο, που σκέφτεται να παρακολουθήσει ένα πρόγραμμα επαγγελματικής κατάρτισης. Μετά το πρόγραμμα, τα κέρδη του θα είναι \$20.000 με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$ , ή \$10.000 με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$ . Σχεδιάστε το χάρτη αδιαφορίας του. Στο διάγραμμά σας, δείξτε το *ισοδύναμο βεβαιότητας* του προγράμματος επαγγελματικής κατάρτισης. Αποδείξτε ότι το *ισοδύναμο βεβαιότητας* του προγράμματος είναι μικρότερο από την αναμενόμενη χρηματική του αξία (Συμβουλή: Σχεδιάστε τη γραμμή δίκαιων ποσοστών πιθανοτήτων μέσα από το πακέτο που σχετίζεται με το πρόγραμμα).
- 6.3 Ο Jack και η Jill που είναι άτομα που αποστρέφεται τον κίνδυνο, έχουν το ίδιο σημείο αρχικού εισοδήματος και έχουν την ίδια πιθανότητα να αντιμετωπίσουν μια μήνυση.
- Δείξτε ότι και τα δύο άτομα αγοράζουν το ίδιο ποσό δίκαιης ασφάλισης.
  - Δείξτε ότι και οι δύο δεν χρειάζεται να αγοράσουν το ίδιο ποσό άδικης ασφάλισης.
- 6.4 Ένας υπάλληλος γραφείου που αποστρέφεται τον κίνδυνο σκέφτεται να κάνει κατάχρηση. Η πιθανότητα να τον πιάσουν είναι  $\rho$ . Αν πιαστεί να καταχράζεται, πρέπει να πληρώσει πρόστιμο  $\psi$  για κάθε δολάριο που έκλεψε.
- Δείξτε διαγραμματικά πώς το πακέτο ισορροπίας της κατάχρησης εξαρτάται από τις τιμές των  $\rho$  και  $\psi$ .
  - Υποθέστε ότι  $\psi$  είναι \$3,00. Ποια είναι η μικρότερη τιμή του  $\rho$  που θα εγγυηθεί ότι ο υπάλληλος δεν θα καταχραστεί;
- 6.5 Τα πρόσφατα χρόνια, έχουν αναπτυχθεί οι λεγόμενες «δωρεές ετοιμοθάνατων» ανάμεσα στους ασθενείς με AIDS. Στα πλαίσια ενός τέτοιου διακανονισμού, ένα άτομο ορίζει κάποια εταιρία ως το μοναδικό δικαιούχο του ασφαλιστηρίου συμβολαίου ζωής του. Σε αντάλλαγμα, η εταιρία παρέχει στο άτομο ένα εφάπαξ ποσό σε μετρητά. Για παράδειγμα, ένας ασθενής με AIDS όρισε μια εταιρία ως το μοναδικό δικαιούχο του ασφαλιστηρίου συμβολαίου ζωής του, αξίας \$140.000· σε αντάλλαγμα, η εταιρία του πλήρωσε \$98.000 μετρητά (Miller 1994, 54).
- Υποθέστε ότι οι ιδιοκτήτες της εν λόγω εταιρίας είναι αδιάφοροι στον κίνδυνο. Γράψτε μια εξίσωση που δείχνει αν η εταιρία είναι πρόθυμη ή όχι να εμπλακεί σε έναν τέτοιο διακανονισμό με ένα συγκεκριμένο άτομο (Συμβουλή: Θα χρειαστεί να εφαρμόσετε την ανάλυση της παρούσας αξίας του προηγούμενου κεφαλαίου).
- 6.6 Ο Samuel Johnson είπε, «Δεν είναι σοφός άνθρωπος αυτός που θα εγκαταλείψει τη βεβαιό-

τητα για την αβεβαιότητα». Χρησιμοποιείστε την ορολογία που αναπτύχθηκε σ' αυτό το κεφάλαιο για να επαναδιατυπώσετε το απόφθεγμα με μεγαλύτερη ακρίβεια.

- 6.7 Όταν ο ανεμοστρόβιλος Andrew χτύπησε τη Φλόριδα το 1992, κόστισε στις ασφαλιστικές εταιρίες το ποσό ρεκόρ των \$16,5 δισεκατομμυρίων. Μετά την καταιγίδα, πολλές ασφαλιστικές εταιρίες σταμάτησαν να πωλούν ασφάλειες ιδιοκτησίας σπιτιού σε νέους πελάτες με σπίτια μπροστά στην παραλία της Ανατολικής Ακτής. Χρησιμοποιήστε την ανάλυση των εξαρτώμενων αγαθών για να δείξετε πώς η μη δυνατότητα αγοράς ασφάλειας επηρεάζει την ευημερία των ανθρώπων που το σπίτι τους βρίσκεται μπροστά στην παραλία.
- 6.8 Το εισόδημα της Lynne είναι \$2.000 και αποστρέφεται τον κίνδυνο. Η πιθανότητα να γλιστρήσει κάποιος στα σκαλιά της είναι  $1/8$ . Αν συμβεί, θα μηνυθεί για \$1.000 και θα πρέπει να πληρώσει αυτό το ποσό. Μπορεί να αγοράσει ασφάλιση στην τιμή των \$0,30 για κάθε δολάριο κάλυψης. Δείξτε πώς καθορίζεται το ποσό ισορροπίας της ασφαλιστικής κάλυψης. Δείξτε πώς αλλάζει αν η πιθανότητα να γλιστρήσει κάποιος αυξηθεί σε  $1/4$ , αλλά δεν αλλάξει το ασφάλιστρο.
- 6.9 Αν καεί το σπίτι του Ben, χάνει τα πάντα (η κατανάλωσή του είναι μηδέν). Παρακάτω βλέπετε το χάρτη αδιαφορίας του ανάμεσα στην κατανάλωση σε περίπτωση πυρκαγιάς και την κατανάλωση σε άλλη περίπτωση.



Αποδείξτε ότι ο Ben θα ασφαλιστεί πλήρως ακόμη και αν το ασφάλιστρο για πυρκαγιά είναι «άδικο». Πώς θα χαρακτηρίζατε τις προτιμήσεις του Ben όσον αφορά στη ανάληψη κινδύνου;

- 6.10 Η Jen έχει περιορίσει την απόφασή της για εργασία σε δύο επιλογές. Η μία δουλειά είναι πολύ ασφαλής (δεν υπάρχει πιθανότητα ατυχήματος στη δουλειά), ενώ η άλλη είναι μάλλον επικίνδυνη (υπάρχει 20% πιθανότητα να τραυματιστεί σοβαρά). Η ασφαλής δουλειά πληρώνει \$10.000. Η επικίνδυνη πληρώνει \$R.

α. Φτιάξτε ένα δέντρο λήψης αποφάσεων για το πρόβλημα της Jen.

β. Υποθέστε ότι οι προτιμήσεις της Jen μπορούν να απεικονιστούν σε μια συνάρτηση χρησιμότητας  $vN-M$  της μορφής  $u=20-20.000/c-\delta$ , όπου  $c$  είναι η κατανάλωσή της σε δολάρια και  $\delta=1$  αν τραυματιστεί και 0 αν δεν τραυματιστεί. (1) Ποια είναι η αναμενόμενη χρησιμότητα της ασφαλούς δουλειάς; (2) Ποια είναι η αναμενόμενη χρησιμότητα της επικίνδυνης δουλειάς (Γράψτε έναν τύπο που να εξαρτάται από το  $R$ ); (3) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή του  $R$  που θα έκανε την Jen να δεχτεί την επικίνδυνη δουλειά; Ποια είναι η ερμηνεία της διαφοράς ανάμεσα στην τιμή του  $R$  και στις \$10.000;

γ. Υποθέστε τώρα ότι η ασφαλής δουλειά αποδίδει \$20.000. Ποιο είναι το ελάχιστο επίπεδο του  $R$  που θα προσελκύσει την Jen στην επικίνδυνη δουλειά; Ποια είναι η ερμηνεία της διαφοράς ανάμεσα στην τιμή του  $R$  και στις \$20.000;

δ. Ερμηνεύστε τις διαφορές ανάμεσα στις απαντήσεις σας στις τελευταίες ερωτήσεις στα μέρη β και γ.

- 6.11 Η Sarah έχει συνάρτηση χρησιμότητας  $vN-M$   $u=500-100/c$ , όπου  $c$  είναι η κατανάλωσή της σε χιλιάδες δολάρια. Αν η Sarah γίνει υπάλληλος, θα βγάζει \$30 χιλιάδες το χρόνο στα σίγουρα. Αν γίνει παιδίατρος, θα βγάζει \$60 χιλιάδες το χρόνο αν υπάρξει σημαντική αύξηση των γεννήσεων και \$20 χιλιάδες αν υπάρξει πτώση.

Η πιθανότητα σημαντικής αύξησης είναι  $\frac{3}{4}$ · πτώσης,  $\frac{1}{4}$ . Μια εταιρία συμβούλων έχει προβεί σε δημογραφικές προβλέψεις που υποδεικνύουν ποιο γεγονός θα συμβεί. Ποιο είναι το μέγιστο ποσό που θα ήταν πρόθυμη να πληρώσει για αυτήν την πληροφορία;

- 6.12** Ο Αλέξανδρος έχει συνάρτηση χρησιμότητας  $vN-M u(c)$ . Αντιμετωπίζει την αγορά ενός λαχείου που αποδίδει  $X$  με πιθανότητα  $p$  και  $Y$  με πιθανότητα  $(1-p)$ . Είναι αδιάφορος ανάμεσα σ' αυτό το λαχείο και στο να λάβει  $Z$  ποσό με απόλυτη βεβαιότητα.

α. Γράψτε μια εξίσωση που να συσχετίζει τα  $u(X)$ ,  $u(Y)$  και  $u(Z)$ .

β. Τώρα υποθέστε ότι η συνάρτηση χρησιμότητας του Δαρείου είναι  $a + b \times u(c)$ , όπου  $a$  είναι οποιοσδήποτε αριθμός,  $b$  είναι οποιοσδήποτε θετικός αριθμός και  $u(c)$  είναι η ίδια συνάρτηση με του Αλέξανδρου. Αποδείξτε ότι ο Δαρείος θα αξιολογήσει τις εναλλακτικές  $X$ ,  $Y$  και  $Z$  ακριβώς κατά τον ίδιο τρόπο με τον Αλέξανδρο

[Μόλις έχετε δείξει ότι μια συνάρτηση χρησιμότητας  $vN-M$  μπορεί να δεχτεί «συγγενείς μετασχηματισμούς» χωρίς να επηρεαστεί το αποτέλεσμα. Δηλαδή, η μεγιστοποίηση της αναμενόμενης αξίας του  $u(c)$  και του  $a + b \times u(c)$  παράγει ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα].

- 6.13** Τα πρόσφατα χρόνια, πολλές νομικές και λογιστικές εταιρίες έχασαν σημαντικές αγωγές και οι συνεταίροι υποχρεώθηκαν να πληρώσουν τις ζημιές. Ο φόβος τέτοιων μεγάλων απωλειών εισοδήματος έχει στην κυριολεξία αποτρέψει κάποια άτομα από το να γίνουν συνεταίροι σε τέτοιες εταιρείες. Σκεφτείτε ξανά την περίπτωση της Melanie, που φαίνεται στο Διάγραμμα 6.23. Υποθέστε ότι πιστεύει ότι αν γίνει συνεταίρος, υπάρχει μια πιθανότητα 10% να μηνυθεί και να πρέπει να πληρώσει ζημιές της τάξης των \$30.000, πράγμα που της αφήνει ένα εισόδημα \$50.000. Κάτω από αυτές τις συνθήκες, θα πάει στη νομική ή στην σχολή διοίκησης επιχειρήσεων;

