

ΘΕΜΑΤΑ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΑΓΟΡΑΣ

Τα παρακάτω θέματα έχουν σχεδιαστεί σε εξεταστική μορφή και εστιάζουν αποκλειστικά στον κίνδυνο αγοράς.

Θέμα 1: Παραμετρικό VaR χαρτοφυλακίου δύο μετοχών και έλεγχος παραβίασης

Ένας διαχειριστής κινδύνου αγοράς παρακολουθεί ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από δύο μετοχές, A και B. Τα δεδομένα ημερήσιων αποδόσεων είναι τα ακόλουθα:

Μετοχή	Βάρος	Μέση ημερήσια απόδοση	Ημερήσια τυπική απόκλιση
A	40%	0,04%	1,80%
B	60%	0,02%	2,50%

Η συσχέτιση των ημερήσιων αποδόσεων των δύο μετοχών είναι $\rho_{AB} = 25\%$. Υποθέτουμε κανονική κατανομή και δίνεται $z_{0,01} = 2,33$. Να υπολογιστούν:

- I) η αναμενόμενη ημερήσια απόδοση και η ημερήσια τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου,
- II) το ημερήσιο VaR99% του χαρτοφυλακίου σε ποσοστό,
- III) το VaR99% σε ορίζοντα 10 ημερών σε ποσοστό,
- IV) αν υπάρχει εποπτική παραβίαση εφόσον την επόμενη ημέρα η πραγματική απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι -3,10%.

Λύση Θέματος 1

Η αναμενόμενη ημερήσια απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\mu_p = w_A \cdot \mu_A + w_B \cdot \mu_B = 0,40 \cdot 0,04\% + 0,60 \cdot 0,02\% = 0,028\%$$

Η διακύμανση και η τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + w_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w_A \cdot w_B \cdot \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

$$\sigma_p^2 = 0,40^2 \cdot 0,018^2 + 0,60^2 \cdot 0,025^2 + 2 \cdot 0,40 \cdot 0,60 \cdot 0,25 \cdot 0,018 \cdot 0,025 = 0,00033084$$

$$\sigma_p = \sqrt{0,00033084} = 0,018189 = 1,819\%$$

Μέγεθος	Τιμή
μ_p	0,028%
σ_p^2	0,00033084
σ_p	1,819%

Με την απλή παραμετρική μέθοδο, το VaR ως οριακή απόδοση είναι:

$$\text{VaR}_{99\%} = \mu_p - z_{0,01} \cdot \sigma_p = 0,00028 - 2,33 \cdot 0,018189 = -0,04210 = -4,210\%$$

Άρα, το ημερήσιο VaR99% ως μέγεθος ζημίας είναι 4,210%.

Για ορίζοντα 10 ημερών χρησιμοποιούμε κλιμάκωση της μέσης απόδοσης με h και της τυπικής απόκλισης με $\sqrt{h}$:

$$\text{VaR}_{99\%,10d} = 10 \cdot \mu_p - 2,33 \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{10} = -0,13122 = -13,122\%$$

Άρα, το VaR99% σε ορίζοντα 10 ημερών ως μέγεθος ζημίας είναι 13,122%.

Η πραγματική απόδοση της επόμενης ημέρας είναι -3,10%. Εφόσον η πραγματική ζημία 3,10% είναι μικρότερη από το ημερήσιο VaR99% 4,210%, δεν υπάρχει εποπτική παραβίαση.

Θέμα 2: Ιστορική προσομοίωση, Expected Shortfall και αξιολόγηση VaR

Ένας διαχειριστής κινδύνου αγοράς θέλει να υπολογίσει το VaR90% με ιστορική προσομοίωση για την ημερομηνία 31/01/2025. Κατά τη στιγμή της εκτίμησης είναι διαθέσιμες οι 20 ημερήσιες αποδόσεις από 03/01/2025 έως 30/01/2025, όπως παρουσιάζονται στον πίνακα.

Παρατήρηση	Ημερομηνία απόδοσης	Ημερήσια απόδοση
1	03/01/2025	0,70%
2	06/01/2025	-1,20%
3	07/01/2025	1,40%
4	08/01/2025	-0,50%
5	09/01/2025	2,50%
6	10/01/2025	-2,90%

7	13/01/2025	0,10%
8	14/01/2025	1,00%
9	15/01/2025	-3,80%
10	16/01/2025	0,90%
11	17/01/2025	-0,30%
12	20/01/2025	2,10%
13	21/01/2025	-1,60%
14	22/01/2025	1,80%
15	23/01/2025	0,50%
16	24/01/2025	-2,10%
17	27/01/2025	1,20%
18	28/01/2025	3,20%
19	29/01/2025	-0,90%
20	30/01/2025	0,30%

Να υπολογιστούν με ιστορική προσομοίωση:

I) το ημερήσιο VaR90% για την 31/01/2025 σε ποσοστό,

II) το ημερήσιο Expected Shortfall 90% σε ποσοστό,

III) αν υπάρχει παραβίαση εφόσον η πραγματική απόδοση την 31/01/2025 είναι -3,20%,

IV) να δοθεί σύντομη ερμηνεία της διαφοράς VaR και Expected Shortfall.

Λύση Θέματος 2

Πρώτα ταξινομούμε τις 20 ιστορικές αποδόσεις από τη χειρότερη προς την καλύτερη:

1η	2η	3η	4η	5η
-3,80%	-2,90%	-2,10%	-1,60%	-1,20%
-0,90%	-0,50%	-0,30%	0,10%	0,30%
0,50%	0,70%	0,90%	1,00%	1,20%
1,40%	1,80%	2,10%	2,50%	3,20%

Για $n = 20$ παρατηρήσεις και επίπεδο σημαντικότητας 10%, το 10% του δείγματος αντιστοιχεί σε 2 παρατηρήσεις.

Επομένως, το VaR90% είναι η 2η χειρότερη ημερήσια απόδοση.

VaR90% = -2,90%

Άρα, το VaR90% ως μέγεθος ζημίας είναι 2,90%.

Το Expected Shortfall 90% υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των αποδόσεων στο αριστερό tail, δηλαδή των δύο χειρότερων αποδόσεων:

$ES90\% = [(-3,80\%) + (-2,90\%)] / 2 = -3,35\%$

Άρα, το ES90% ως μέγεθος ζημίας είναι 3,35%.

Η πραγματική απόδοση την 31/01/2025 είναι -3,20%. Εφόσον $-3,20\% < -2,90\%$, η πραγματική ζημία υπερβαίνει το όριο του VaR90%. Άρα υπάρχει παραβίαση.

Ερμηνεία: Το VaR δείχνει το όριο ζημίας που αναμένεται να ξεπεραστεί μόνο στο tail της κατανομής. Το Expected Shortfall δείχνει τη μέση ζημία υπό την προϋπόθεση ότι η ζημία βρίσκεται στο tail. Για αυτό το ES είναι συνήθως πιο συντηρητικό μέτρο κινδύνου.

Θέμα 3: Ημι-παραμετρικό VaR με FHS-EWMA και backtesting

Ένας διαχειριστής κινδύνου αγοράς θέλει να υπολογίσει το VaR90% με τη μεθοδολογία Filtered Historical Simulation (FHS) και EWMA για την εκτίμηση της διακύμανσης. Η παράμετρος εξομάλυνσης είναι $\lambda = 0,94$. Τα διαθέσιμα δεδομένα παρουσιάζονται στον πίνακα. Οι αποδόσεις και οι τυπικές αποκλίσεις δίνονται σε ποσοστά, ενώ η διακύμανση δίνεται ως δεκαδικός αριθμός.

Ημερομηνία	Return	Variance	STDEV	STDRET
02/01/2025	-1,10%	0,000225	1,50%	-0,73
03/01/2025	0,80%	0,000219	1,48%	0,54
06/01/2025	-0,40%	0,000209	1,45%	-0,28
07/01/2025	1,50%	0,000198	1,41%	1,07
08/01/2025	-1,90%	0,000199	1,41%	-1,35

09/01/2025	0,60%	0,000209	1,45%	0,41
10/01/2025	-2,40%	0,000199	1,41%	-1,70
13/01/2025	1,00%	0,000221	1,49%	0,67
14/01/2025	-0,60%	0,000214	1,46%	-0,41
15/01/2025	1,80%	0,000203	1,43%	1,26
16/01/2025	-2,10%			
17/01/2025	-3,00%			

Να υπολογιστούν:

I) το VaR90% για την 16/01/2025 με FHS-EWMA και αν υπάρχει παραβίαση,

II) το VaR90% για την 17/01/2025 με FHS-EWMA και αν υπάρχει παραβίαση,

III) να εξηγηθεί σύντομα γιατί η FHS-EWMA μπορεί να είναι πιο κατάλληλη από την απλή ιστορική προσομοίωση σε περιόδους αυξημένης μεταβλητότητας.

Σημείωση: για την επιλογή του 10ου εκατοστημορίου των τυποποιημένων αποδόσεων, όταν το 10% αντιστοιχεί περίπου σε μία παρατήρηση, χρησιμοποιείται η πιο αρνητική διαθέσιμη τυποποιημένη απόδοση.

Λύση Θέματος 3

Η πρόβλεψη της διακύμανσης με EWMA γίνεται ως εξής:

$$\sigma^2_{t+1} = \lambda \cdot \sigma^2_t + (1-\lambda) \cdot R_t^2$$

Για την 16/01/2025, χρησιμοποιούμε τη διακύμανση και την απόδοση της 15/01/2025:

$$\sigma^2_{16/01} = 0,94 \cdot 0,00020345 + 0,06 \cdot (0,018)^2 = 0,00021068$$

$$\sigma_{16/01} = \sqrt{0,00021068} = 0,014515 = 1,4515\%$$

Το 10ο εκατοστημόριο των τυποποιημένων αποδόσεων έως και την 15/01/2025 είναι η πιο αρνητική τυποποιημένη απόδοση:

$$q_{10\%} = -1,70$$

$$\text{VaR}_{90\%,16/01} = q_{10\%} \cdot \sigma_{16/01} = -1,70 \cdot 0,014515 = -0,02470 = -2,47\%$$

Άρα, το VaR90% για την 16/01/2025 ως μέγεθος ζημίας είναι 2,47%.

Η πραγματική απόδοση την 16/01/2025 είναι -2,10%. Εφόσον $-2,10\% > -2,47\%$, δεν υπάρχει παραβίαση.

Για την 17/01/2025, πρώτα ενημερώνουμε τη διακύμανση χρησιμοποιώντας την απόδοση της 16/01/2025:

$$\sigma^2_{17/01} = 0,94 \cdot 0,00021068 + 0,06 \cdot (-0,021)^2 = 0,00022450$$

$$\sigma_{17/01} = \sqrt{0,00022450} = 0,014983 = 1,4983\%$$

Με την πληροφορία έως και την 16/01/2025, το $q_{10\%}$ παραμένει -1,70, καθώς η τυποποιημένη απόδοση της 16/01/2025 είναι περίπου -1,45 και δεν είναι η χειρότερη.

$$\text{VaR}_{90\%,17/01} = -1,70 \cdot 0,014983 = -0,02547 = -2,55\%$$

Άρα, το VaR90% για την 17/01/2025 ως μέγεθος ζημίας είναι 2,55%.

Η πραγματική απόδοση την 17/01/2025 είναι -3,00%. Εφόσον $-3,00\% < -2,55\%$, υπάρχει παραβίαση.

Ημερομηνία	VaR90%	Πραγματική απόδοση	Παραβίαση
16/01/2025	-2,47%	-2,10%	Όχι
17/01/2025	-2,55%	-3,00%	Ναι

Η FHS-EWMA συνδυάζει την ιστορική πληροφόρηση των τυποποιημένων αποδόσεων με δυναμική εκτίμηση μεταβλητότητας. Επομένως, σε περιόδους volatility clustering, όπου η πρόσφατη μεταβλητότητα είναι πιο σημαντική για τον βραχυπρόθεσμο κίνδυνο, μπορεί να προσαρμόζεται καλύτερα από την απλή ιστορική προσομοίωση.