



ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΙΝΔΥΝΩΝ

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΔΕΛΗΣ

Μαθήματα για τη Διαχείριση Χρηματοοικονομικών Κινδύνων

- Οι μεθοδολογίες τελευταίας τεχνολογίας βασίζονται σε υποθέσεις (π.χ. κανονική κατανομή, σταθεροί συντελεστές παραγόντων κινδύνου)
- Τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα έχουν στη διάθεσή τους μηχανές κινδύνου που βασίζονται σε θέσεις που προσφέρουν την ανάπτυξη μακροπρόθεσμων σεναρίων.
- Οι διαχειριστές κινδύνων θα πρέπει να ενημερώνουν τα VaR μοντέλα σε συχνή βάση, συμπεριλαμβανομένων των κατανομών και των σχετικών παραμέτρων, όπως τα μέτρα μεταβλητότητας.
- Οι διαχειριστές κινδύνων θα πρέπει να δίνουν έμφαση στα μοντέλα τους με βάση τις τρέχουσες (κάθε φορά) οικονομικές συνθήκες.
- Οι διαχειριστές κινδύνου θα πρέπει επίσης να είναι προετοιμασμένοι να εντοπίζουν σήματα έγκαιρης προειδοποίησης.

Μαθήματα για τη Διαχείριση Χρηματοοικονομικών Κινδύνων

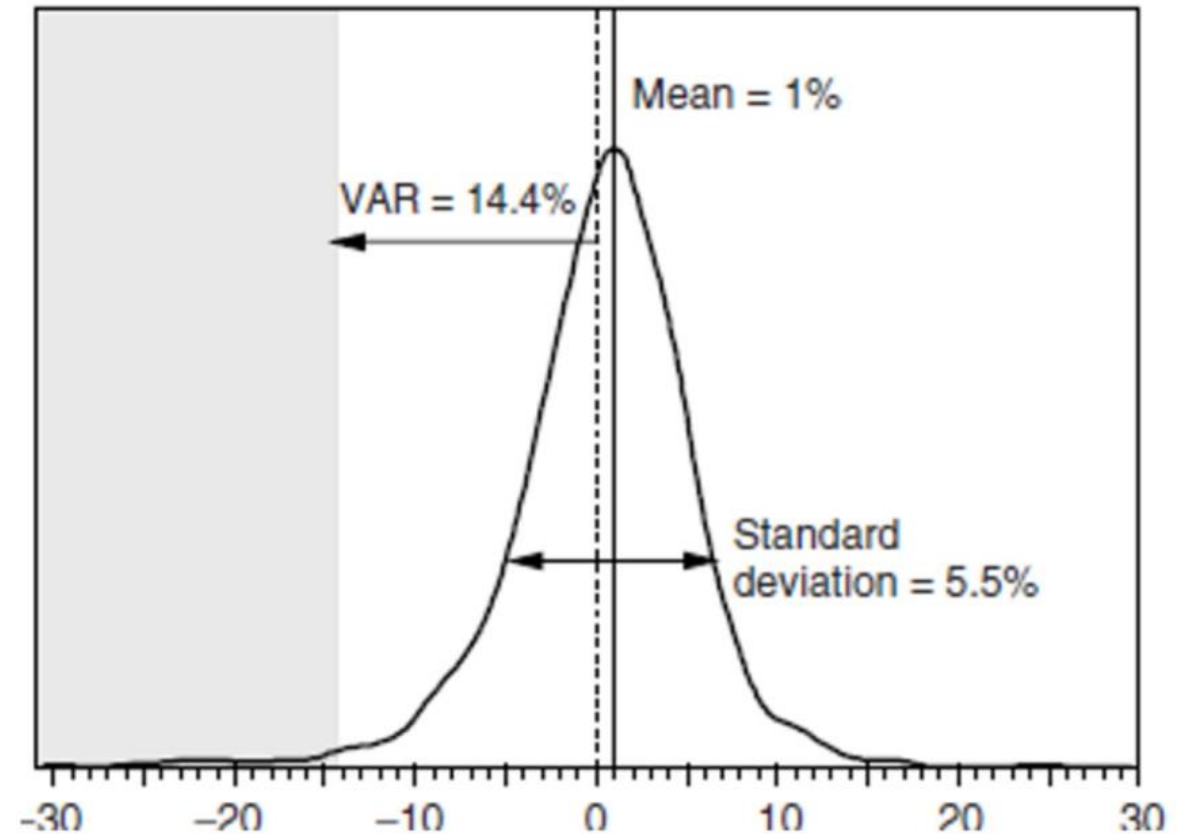
- Η διαχείριση κινδύνου δεν εγγυάται ότι δεν θα προκύψουν μεγάλες ζημίες.
- Το 2008, τα μοντέλα κινδύνου απέτυχαν σε μεγάλο βαθμό.
- Τα συστήματα διαχείρισης κινδύνων πρέπει να επικεντρωθούν στα stress tests και στην ανάλυση σεναρίων.

Ενα **ολοκληρωμένο σύστημα διαχείρισης κινδύνων** παρέχει τα εξής:

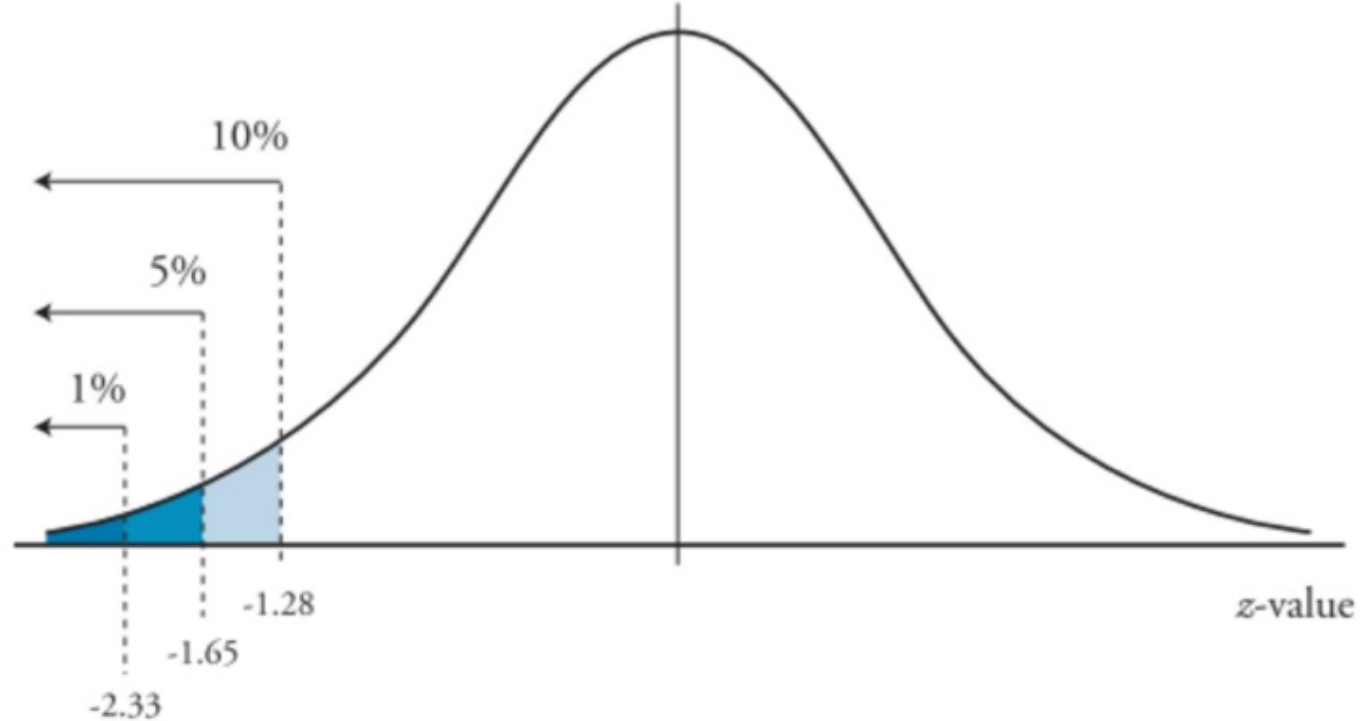
- Κατανομή παραγόντων κινδύνου.
- Θέσεις χαρτοφυλακίου και χαρτογράφηση τους στους παράγοντες κινδύνου.
- Χρήση της **Μηχανής κινδύνου** για τη δημιουργία P&L του χαρτοφυλακίου σε καθημερινή βάση.
- Εκτίμηση του VaR του χαρτοφυλακίου, η οποία αντιπροσωπεύει τη μέγιστη απώλεια που θα ξεπεραστεί για ένα συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης σε συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- Το VaR συνοψίζει τη μέγιστη πιθανή απώλεια για δεδομένο χρονικό ορίζοντα η οποία δεν θα ξεπεραστεί για α επίπεδο εμπιστοσύνης.
 - Πχ., ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα – μία τράπεζα – μπορεί να έχει υπολογίσει ότι το ημερήσιο VaR του χαρτοφυλακίου της είναι 10€ εκατομμύρια σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 99\%$.
 - Πιο συγκεκριμένα, αυτό σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα μόνο 1% η απώλεια να είναι μεγαλύτερη από 10€ εκατομμύρια.



Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)



$$VaR(X\%) = \mu - z_{X\%} \sigma$$

Όπου:

- $z_{X\%}$ η κριτική τιμή z της τυπικής κανονικής κατανομής για $X\%$ πιθανότητα,
- μ η μέση τιμή των ημερήσιων αποδόσεων σε ποσοστιαία βάση.
- σ η τυπική απόκλιση των ημερήσιων αποδόσεων σε ποσοστιαία βάση.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- Το VaR αναφέρεται μόνο στο ποσοστό των απωλειών που αναμένεται να ξεπεραστούν για συγκεκριμένο επίπεδο σημαντικότητας αλλά δεν καθορίζεται το μέγεθος αυτών.
- Το Expected Shortfall (ES) μας δίνει ενδείξεις για το ύψος της ζημιάς.

- Το ES υπολογίζεται ως εξής:

$$ES_{t+1}^p = -E_t[R_{t+1} | R_{t+1} < -VaR_{t+1}^p]$$

- Το ES μας ενημερώνει για την αναμενόμενη αξία της απώλειας αν η απώλεια είναι μεγαλύτερη του VaR.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- Βάση της υπόθεσης της κανονικότητας, το VaR υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τα εξής:
 - Μέση απόδοση
 - Τυπική απόκλιση
 - Ποσοστημόριο της κανονικής κατανομής
- Οι υποθέσεις που κάνουμε για να υπολογίσουμε το VaR είναι για:
 - Την υποκείμενη κατανομή
 - Την τυπική απόκλιση

Παραμετρική Μέθοδος

- Το πρώτο βήμα περιλαμβάνει την υποδειγματοποίηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου.
 - Απλή μεθοδολογία
 - RiskMetrics
 - GARCH models
- Το δεύτερο βήμα περιλαμβάνει την ενσωμάτωση της μη κανονικότητας των αποδόσεων των χρηματοοικονομικών σειρών.

Παραμετρική Μέθοδος

- Ένα χαρακτηριστικό της διακύμανσης των αποδόσεων είναι η υψηλή αυτοσυσχέτιση.
- Έχει παρατηρηθεί ότι η υψηλή διακύμανση ακολουθείται από υψηλές τιμές διακύμανσης.
- Η πρόβλεψη της διακύμανσης στη συγκεκριμένη περίπτωση ισούται με

$$\sigma_{t+1}^2 = \frac{1}{m} \sum_{\tau=1}^m R_{t+1-\tau}^2 = \sum_{\tau=1}^m \frac{1}{m} R_{t+1-\tau}^2$$

Παραμετρική Μέθοδος

- Η μεθοδολογία όμως αυτή για την εκτίμηση της διακύμανσης δίνει την ίδια βαρύτητα σε κάθε ιστορική παρατήρηση.
- Η προσέγγιση του συστήματος Risk Metrics περιορίζει τη βαρύτητα της κάθε παρατήρησης ιστορικά.
- Η πρόβλεψη της διακύμανσης στη συγκεκριμένη περίπτωση ισούται με

$$\sigma_{t+1}^2 = \lambda \sigma_t^2 + (1 - \lambda) R_t^2$$

Παραμετρική Μέθοδος

- Με αυτόν τον τρόπο, οι πιο πρόσφατες αποδόσεις επηρεάζουν σε μεγαλύτερο βαθμό την εκτίμηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου.
- Η παράμετρος λ έχει οριστεί να είναι ίση με 0,94.
- Παρόλα αυτά, θεωρείται μία προσέγγιση η οποία δεν αντικατοπτρίζει ακριβώς τις στατιστικές ιδιότητες της χρονοσειράς των αποδόσεων.

Παραμετρική Μέθοδος

- Κάτι το οποίο μπορεί να επιτευχθεί με τα GARCH μοντέλα.
- Η πιο απλή μορφή αυτών των υποδειγμάτων έχει τη μορφή:

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \beta \sigma_t^2 + \alpha R_t^2,$$

Όπου $\alpha + \beta < 1$.

Παραμετρική Μέθοδος

- Όπως αναφέρθηκε, μία υπόθεση που χρησιμοποιείται είναι η υπόθεση της κανονικής κατανομής των αποδόσεων.
- Παρόλα αυτά, υπάρχουν και άλλες κατανομές που έχουν χρησιμοποιηθεί για την προσέγγιση των αποδόσεων.

Student-t

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi \nu} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}$$

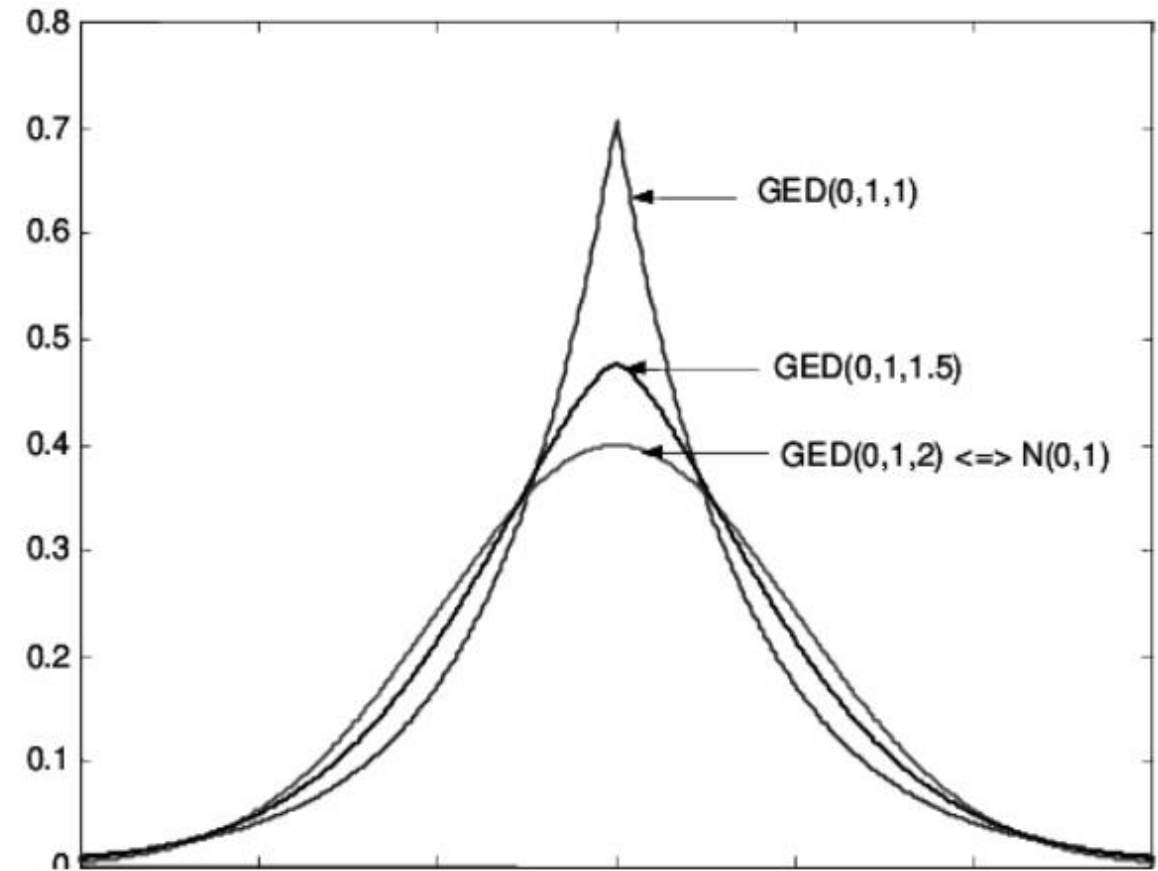
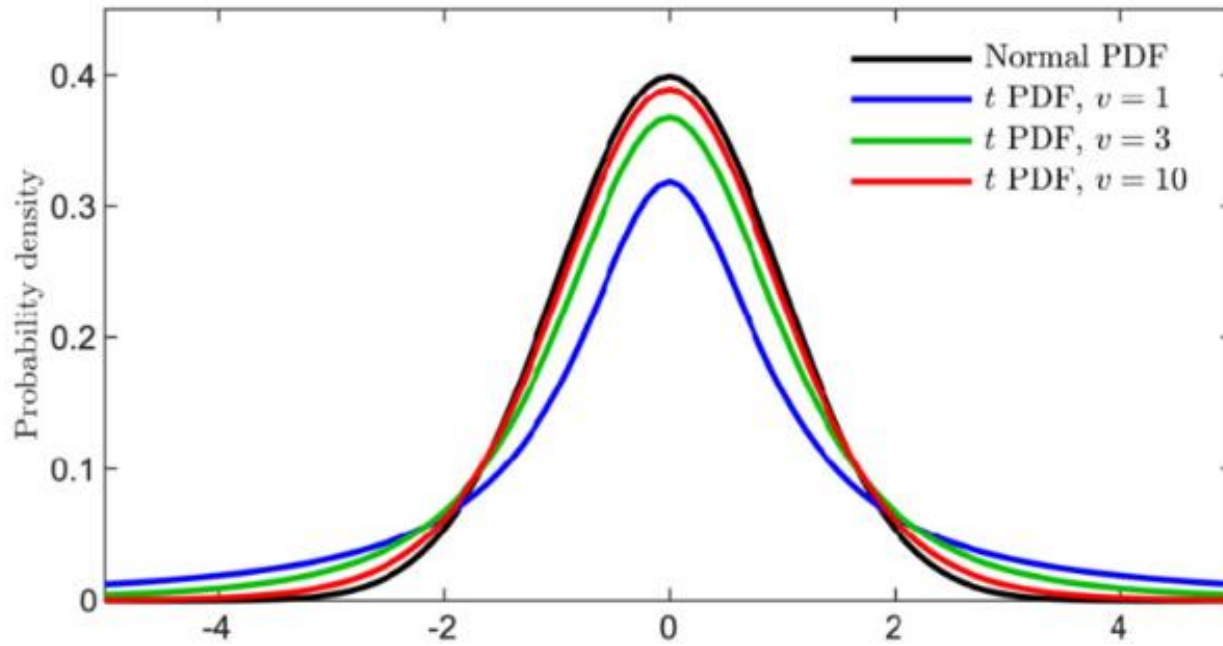
GED

$$f(z; \nu) = \frac{\nu \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}|z/\lambda|^\nu\right]}{\lambda 2^{(1+1/\nu)} \Gamma(1/\nu)},$$

$$\lambda \equiv \sqrt{\frac{2^{(-2/\nu)} \Gamma(1/\nu)}{\Gamma(3/\nu)}},$$

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

Παραμετρική Μέθοδος



Μη-παραμετρική Μέθοδος

- Η πιο γνωστή μη-παραμετρική μέθοδος είναι η ιστορική προσομοίωση (historical simulation).
- 1. Κατατάσσουμε τις ιστορικές αποδόσεις κατά αύξουσα σειρά
- 2. Επιλέγουμε $VaR_p\%$ ώστε το $100 \cdot p\%$ των παρατηρήσεων να είναι μικρότερο από το $VaR_p\%$.

$$VaR_{t+1}^p = -\text{Percentile} \left(\{R_{PF,t+1-\tau}\}_{\tau=1}^m, 100p \right)$$

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- **Παράδειγμα 1:** Η εκτιμώμενη μέση τιμή και τυπική απόκλιση της κατανομής των P&L είναι \$8 εκ. και \$15, αντίστοιχα. Υπολογίστε το VaR για επίπεδο σημαντικότητας 95%.
- **Παράδειγμα 2:** Χρησιμοποιώντας τις 30 ταξινομημένες αποδόσεις ενός χαρτοφυλακίου, υπολογίστε το VaR και ES για επίπεδο σημαντικότητας 90% (-22, -20, -15, -10, -9, -9, -8, -7, -6, -5, -5, -5, -5, -4, -4, -4, -3, -2, -2, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20).

Ήμι-παραμετρική Μέθοδος

- Η Filtered Historical Simulation (FHS) μεθοδολογία συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των παραμετρικών και μη-παραμετρικών μεθόδων.
- Στην περίπτωση δηλαδή που έχουμε αναπτύξει ένα ικανοποιητικό υπόδειγμα για την πρόβλεψη της διακύμανσης των αποδόσεων αλλά δεν είμαστε σίγουροι για την πρόβλεψη της υποκείμενης κατανομής.

Ήμι-παραμετρική Μέθοδος

Βήματα

1. Εκτίμηση υποδείγματος διακύμανσης (π.χ., GARCH)

$$R_{t+1} = \sigma_{t+1} Z_{t+1}$$
$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \beta \sigma_t^2 + \alpha R_t^2$$

2. Υπολογίζω τις τυποποιημένες αποδόσεις

$$\hat{z}_{t+1-\tau} = \frac{R_{t+1-\tau}}{\sigma_{t+1-\tau}} \quad \text{για } \tau = 1, 2, \dots, m$$

3. Υπολογίζω το VaR_p% ως εξής

$$\text{VaR}_{t+1}^p = -\sigma_{t+1} \text{Percentile}\{\{\hat{z}_{t+1-\tau}\}, 100p\}$$

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Έχοντας λοιπόν εκτιμήσει το VaR του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας διάφορα μοντέλα, θα πρέπει να κάνουμε έλεγχο για την απόδοση (performance) των προβλέψεων που παράγουν αυτά τα μοντέλα ώστε να καταλήξουμε σε αυτό που θα χρησιμοποιήσουμε.
- Οι προβλέψεις θα πρέπει να συγκριθούν με τις πραγματοποιηθείσες αποδόσεις.
- Οι προβλέψεις δεν πρέπει ούτε να υποεκτιμούν αλλά ούτε και να υπερεκτιμούν το VaR του χαρτοφυλακίου.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Η διαδικασία που αξιολογεί τις VaR προβλέψεις που έχουν παράγει τα διάφορα υποδείγματα λέγεται *backtesting*.
- Πρώτο βήμα είναι η κατασκευή της χρονοσειράς των παραβιάσεων.
- Αν ο αριθμός των παραβιάσεων δεν διαφέρει σημαντικά από τον αναμενόμενο, τότε το υπόδειγμα που παρήγαγε το VaR θεωρείται επαρκές.
- Παρόλα αυτά, χρειαζόμαστε στατιστικούς ελέγχους για να αποφασίσουμε με ακρίβεια ποιο υπόδειγμα είναι επαρκές ή όχι ώστε να καταλήξουμε.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Οι πιο διαδεδομένοι στατιστικοί έλεγχοι έχουν αναπτυχθεί από τους Kupiec (1995) και Christoffersen (1998, 2003).
- Οι συγκεκριμένοι έλεγχοι ελέγχουν τα εξής:
 - Αν το ποσοστό των παραβιάσεων διαφέρει στατιστικά σημαντικά με το αναμενόμενο (unconditional coverage).
 - Αν οι παραβιάσεις είναι ανεξάρτητες (conditional coverage), δηλαδή αν η παραβίαση τη χρονική στιγμή $t+1$ εξαρτάται από την παραβίαση τη χρονική στιγμή t .

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Ο δείκτης που κατασκευάζεται για τις παραβιάσεις είναι ο αξής:

$$I_{t+1} = \begin{cases} 1, & \text{if } y_{t+1} < VaR_{t+1|t}^p \\ 0, & \text{if } y_{t+1} \geq VaR_{t+1|t}^p \end{cases}$$

- Η μεταβλητή των παραβιάσεων ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή (binomial distribution).
- Πρώτα, πραγματοποιούμε τον έλεγχο:

$$H_0: \quad \frac{x}{N} = p$$

$$H_1: \quad \frac{x}{N} \neq p$$

- Όπου p είναι το αναμενόμενο ποσοστό των παραβιάσεων και η συνάρτηση ελέγχου είναι ίση με:

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Όπου p είναι το αναμενόμενο ποσοστό των παραβιάσεων και η συνάρτηση ελέγχου είναι ίση με:

$$LR_{uc} = -2\ln \left(\frac{(1-p)^{N-x} p^x}{(1-x/N)^{N-x} (x/N)^x} \right)$$

Όπου x ο αριθμός των παραβιάσεων, N ο αριθμός των παρατηρήσεων και $p = 1 - \text{VaR level}$.

- Ο Christoffersen ανέπτυξε το independence coverage test, το οποίο εξετάζει αν οι παραβιάσεις είναι ανεξάρτητες. Η συνάρτηση ελέγχου είναι η εξής:

$$LR_{ind} = -2\ln \left(\frac{(1-\pi)^{n^{00}+n^{10}} \pi^{n^{01}+n^{11}}}{(1-\pi_{01})^{n^{00}} \pi_{01}^{n^{01}} (1-\pi_{11})^{n^{01}} \pi_{11}^{n^{11}}} \right)$$

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Ο Christoffersen στη συνέχεια ανέπτυξε το conditional coverage test, το οποίο εξετάζει ταυτόχρονα αν οι παραβιάσεις είναι ίσες με τις αναμενόμενες και αν είναι ανεξάρτητες. Η συνάρτηση ελέγχου είναι η εξής:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$$

$$LR_{uc} = -2 \ln((1-p)^{N-x} p^x) + 2 \ln((1-\pi_{01})^{n^{00}} \pi_{01}^{n^{01}} (1-\pi_{11})^{n^{01}} \pi_{11}^{n^{11}})$$

- Όπου $n^{i,j}$ είναι ο αριθμός των παραβιάσεων με τιμή i η οποία ακολουθείται από την j για $i, j = 0, 1$ και αντίστοιχες πιθανότητες υπολογίζονται ως εξής:

$$\pi_{i,j} = \frac{n^{i,j}}{\sum_j n^{i,j}}$$