

# ΕΝΟΤΗΤΑ 5: ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

## ΜΕΡΟΣ Β

Υπόδειγμα RAROC

CDS

CREDIT (Var) METRICS

# Υποδείγματα RAROC

- Απόδοση Προσαρμοσμένη για Κίνδυνο  
(Risk adjusted return on capital)
  - ένα από τα πλέον διαδεδομένα υποδείγματα models

RAROC =

$$\frac{(\text{Καθαρό εισόδημα}^* \text{ ενός έτους από το δάνειο})}{(\text{Δάνειο ή κεφάλαιο σε κίνδυνο})}$$

\*Το καθαρό εισόδημα προσδιορίζεται από το επιτοκιακό άνοιγμα και τα άλλα έσοδα

- Ο κίνδυνος του δανείου εκτιμάται από τους δείκτες αθέτησης δανείων ή με τη βοήθεια της duration



# Χρήση της Σταθμισμένης Διάρκειας για την Εκτίμηση του Κινδύνου Δανείου

- Η προσέγγιση της διάρκειας που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της απώλειας αξίας από το δάνειο, δηλαδή του παρονομαστή της RAROC, είναι η εξής:
  - το  $\Delta R$  ενσωματώνει την αύξηση του επιτοκίου λόγω μείωσης της φερεγγυότητας

$$\Delta LN / LN = -D_{LN} \times (\Delta R / (1 + R))$$

- Αν  $RAROC > ROE$  το δάνειο εγκρίνεται



$$\Delta LN = -D_{LN} \times LN \times [\Delta R / (1 \times R)]$$

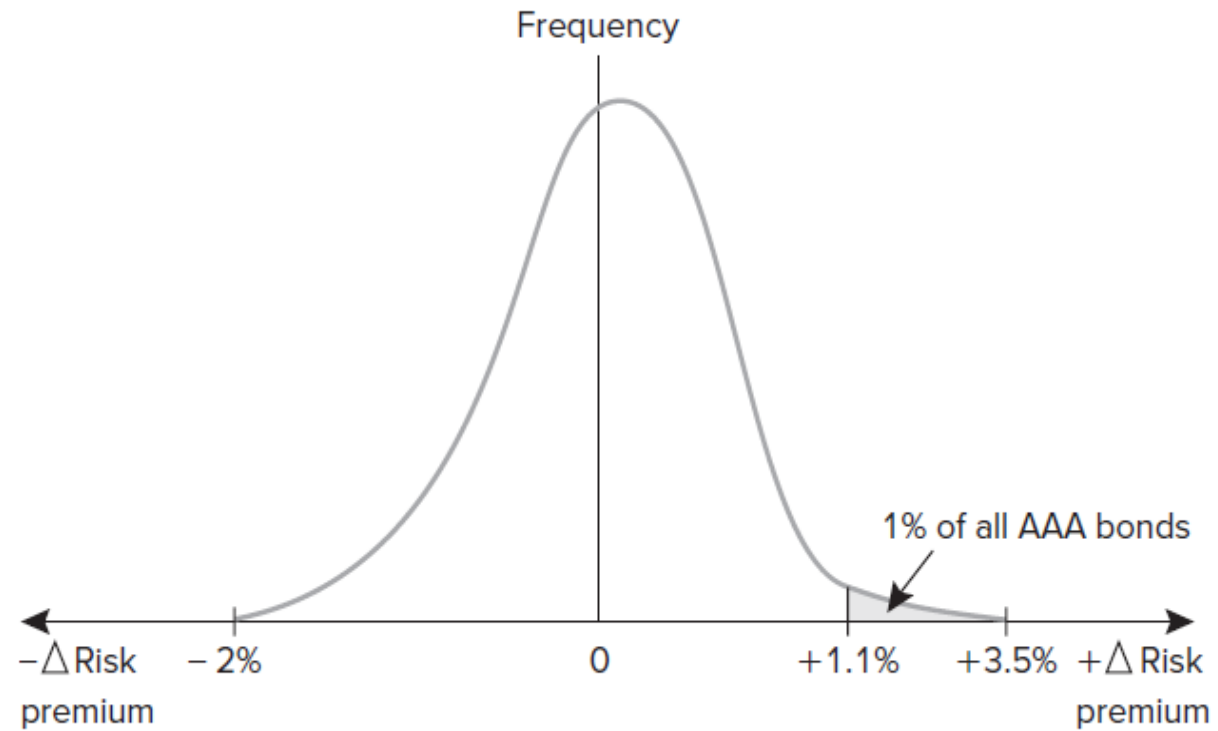
(dollar capital risk exposure or loss amount)      (duration of the loan)      (risk amount or size of loan)      (expected maximum change in the loan rate due to a change in the credit risk premium  $[\phi]$  or risk factor on the loan)

$$\Delta R = \text{Max}[\Delta(R_i - R_G) > 0]$$

where  $\Delta(R_i - R_G)$  is the change in the yield spread between corporate bonds of credit rating class  $i$  ( $R_i$ ) and matched duration Treasury security ( $R_G$ ) over the last year. In order to consider only the worst-case scenario, a maximum change in yield spread is chosen as opposed to the average change. In general, it is common to pick the 1 percent worst case or 99th percentile of credit risk changes.



**FIGURE 10–10**  
Hypothetical  
Frequency  
Distribution of  
Yield Spread  
Changes for All  
AAA Bonds in  
2024



**EXAMPLE 10-7**  
*Calculation of  
 RAROC on a  
 Loan*

Suppose an FI wants to evaluate the credit risk of a \$1 million loan with a duration of 2.7 years to a AAA borrower. Assume there are currently 400 publicly traded bonds in that class (i.e., bonds issued by firms of a rating type similar to that of the borrower). The first step is to evaluate the actual changes in the credit risk premiums ( $R_i - R_G$ ) on each of these bonds for the past year (in this example, the year 2024). These (hypothetical) changes are plotted in the frequency curve of Figure 10-10. They range from a fall in the risk premiums of negative 2 percent to an increase of 3.5 percent. Since the largest increase may be a very extreme (unrepresentative) number, the 99 percent worst-case scenario is chosen (i.e., only 4 bonds out of 400 had risk premium increases exceeding the 99 percent worst case). For the example shown in Figure 10-10, this is equal to 1.1 percent.

The estimate of loan (or capital) risk, assuming that the current average level of rates ( $R$ ) on AAA bonds is 5 percent, is:

$$\begin{aligned}\Delta LN &= -D_{LN} \times LN \times \frac{\Delta R}{1 + R} \\ &= -(2.7)(\$1 \text{ million}) \left( \frac{0.011}{1.05} \right) \\ &= -\$28,286\end{aligned}$$

While the market value of the loan amount is \$1 million, the risk amount, or change in the loan's market value due to a decline in its credit quality, is \$28,286. Thus, the denominator of the RAROC equation is this possible loss, or \$28,286.

To determine whether the loan is worth making, the estimated loan risk is compared with the loan's income (spread over the FI's cost of funds plus fees on the loan). Suppose the projected (one-year) spread plus fees is as follows:

$$\begin{aligned}\text{Spread} &= 0.2\% \times \$1 \text{ million} = \$2,000 \\ \text{Fees} &= 0.1\% \times \$1 \text{ million} = \$1,000 \\ &\quad \underline{\$3,000}\end{aligned}$$

The loan's RAROC is:

$$\text{RAROC} = \frac{\text{One-year net income on loan}}{\text{Loan risk (or capital risk)}(\Delta LN)} = \frac{\$3,000}{\$28,286} = 10.61\%$$



# Credit Derivatives

- Νοητό κεφάλαιο 800 δις το 2000 και 12 τρις το 2005
- Η αξία (κέρδη) του συμβολαίου εξαρτάται από την φερεγγυότητα εταιρειών ή κρατών.
- Επιτρέπουν την «αγοραπωλησία» πιστωτικού κινδύνου όπως γίνεται για τον κίνδυνο αγοράς μέσω μετοχών και παραγώγων.
- Επιτρέπουν την διαχείριση του πιστωτικού κινδύνου από τα ΠΙ αφού τον έχουν αναλάβει



# Credit Default Swaps

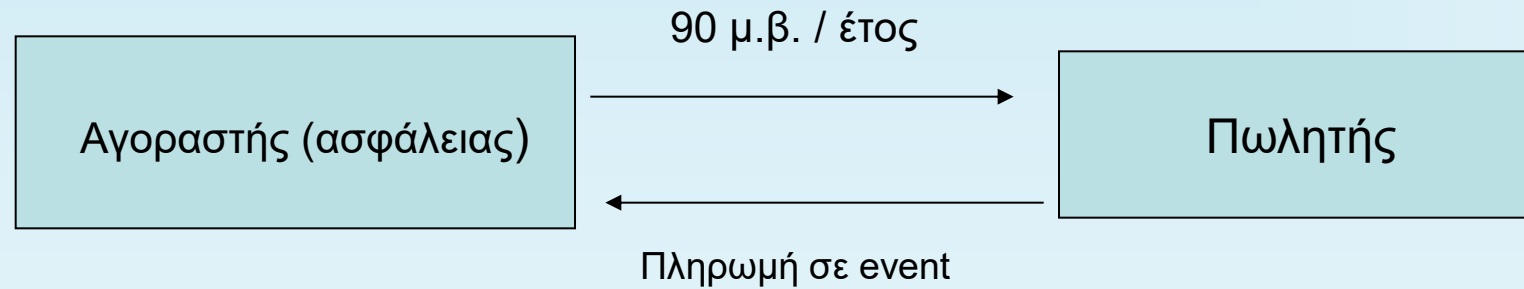
- Συμβόλαιο το οποίο ασφαλίζει σε περίπτωση χρεοκοπίας (credit event) μιας συγκεκριμένης εταιρίας (reference entity)
- Ο αγοραστής του συμβολαίου αποκτά το δικαίωμα να πουλήσει στον αντισυμβαλλόμενο ομολογίες της συγκεκριμένης επιχείρησης στην ονομαστική τους αξία σε περίπτωση credit event
- Η συνολική ονομαστική αξία των ομολόγων στο συμβόλαιο είναι το νοητό ποσό του συμβολαίου
- Ο αγοραστής πραγματοποιεί πληρωμές κάθε 3 ή 6 ή 12 μήνες μέχρι την λήξη του συμβολαίου ή μέχρι το event





# CDS

- 5ετές CDS με 100 εκατ. νοητό, εκκίνηση 27/5/2023
- Αν η επιχείρηση δεν χρεοκοπήσει ο αγοραστής θα πληρώσει 90 μ.β ( $0,009 \times 100.000.000 = 900.000$ ). στις 27/5/24, 25, 26, 27 και 2028 (annual swap payments in arrears- καθυστερημένη πληρωμή)
- Έστω την 27/8 2026 (1ο τρίμηνο του 4<sup>ου</sup> έτους) υπάρχει event, ο αγοραστής ανάλογα με τον τύπο του συμβολαίου (physical settlement η cash settlement ) πωλεί τις ομολογίες της «εταιρείας αναφοράς» και εισπράττει την ονομαστική τους αξία ή αν (cash settlement), παραδίδει την πιο συμφέρουσα ομολογία (cheapest deliverable bond)



# CDS

- Physical settlement: αγοραστής πωλεί ομολογίες της εταιρείας που πτώχευσε ονομ. αξίας 100 εκατ. προς 100 εκατ.
- Cash settlement: αγοραστής προσδιορίζει την φθηνότερη ομολογία που υπάρχει στην αγορά (με την βοήθεια ανεξάρτητου αξιολογητή), έστω ότι αυτή αξίζει 35 ευρώ ανά 100 ονομ. αξίας και εισπράττει  $100 - 35 = 65$  εκατ. (payoff =  $L(1-R)$ , όπου  $L$  το νοητό ποσό και  $R$  το ποσοστό ανάκτησης)
- Το event (χρεοκοπία) σηματοδοτεί την λήξη του συμβολαίου CDS αλλά συνήθως υπάρχει τελική καταβολή (δεδουλευμένη πληρωμή) του αγοραστή (payments in arrears)



# CDS

- Η δεδουλευμένη η καθυστερημένη πληρωμή αφορά την περίοδο 27/5/2026 ως 27/8/2026 ημερομηνία της χρεοκοπίας (περίπου 225.000 ευρώ)
- Η ετήσια πληρωμή του αγοραστή σαν ποσοστό του νοητού ποσού είναι το CDS spread
- Market makers δίνουν bid 250 bps και offer 260 bps για ομολογίες π.χ. της Ford Motor Credit, δηλαδή αγοράζουν προστασία από την Ford με 2,5% ετησίως και την πωλούν με 2,6% ετησίως.
- Αγοραστές κυρίως οι τράπεζες πωλητές κυρίως οι ασφαλιστικές



# CDS

- Αιτία η Βασιλεία I, II, III
- Το αποτέλεσμα : ‘ the result of all this is that the financial institutions bearing the credit risk of a loan is often different from the financial institution that did the original credit checks. Whether this proves to be good for the overall health of the financial system remains to be seen’, JOHN C. HULL 2007
- Η αγορά ενός CDS μετατρέπει ουσιαστικά μια εταιρική ομολογία σε κρατική, συνεπώς το
- n-ετές CDS spread\* είναι περίπου ίσο με το spread του par yield\*\* της εταιρικής ομολογίας διάρκειας N ετών, με το par yield του αντίστοιχης διάρκειας κρατικού ομολόγου
- \* n-year spread = η απόδοση της υποκείμενης ομολογίας ή δανείου στο συμβόλαιο CDS μείον την απόδοση αντίστοιχης διάρκειας κρατικού ομολόγου
- \*\*(par yield=coupon rate που κάνει την ομολογία να αποτιμάται στο άρτιο)



# CDS-INDICES

- Έστω επενδυτής αγοράζει εταιρικό ομόλογο με απόδοση 7% και  $M=5$  έτη. Αγοράζει 5ετές CDS με πληρωμή (CDS spread)= 2%
- Αν το  $n$ -ετές CDS spread\* είναι αρκετά μικρότερο από το spread του par yield\*\* της εταιρικής ομολογία τότε...
- Αν το  $n$ -ετές CDS spread\* είναι αρκετά μεγαλύτερο από το spread του par yield\*\* της εταιρικής ομολογία τότε...
- CREDIT INDICES:
- The five and ten year CDX NA IG indices tracking the credit spread for 125 investment grade North American companies
- The five and ten year iTraxx Europe indices tracking the credit spread for 125 investment grade European companies
- Οι επενδυτές έχουν την δυνατότητα να αγοράσουν και να πουλήσουν τον δείκτη στο bid- offer του market maker



# Αποτίμηση CDS

- Έστω ότι η υπό συνθήκη πιθανότητα (conditional) για χρεοκοπία της εταιρείας αναφοράς είναι 2% (σταθερή)
- Αν η πιθανότητα να επιβιώσει το 1<sup>ο</sup> έτος είναι 98%:
- Πιθανότητα χρεοκοπίας το 2<sup>ο</sup> έτος είναι:  $0,02 \times 0,98 = 0,0196$
- Πιθανότητα επιβίωσης μέχρι το 2<sup>ο</sup> έτος:  $0,98 \times 0,98 = 0,9604$
- Πιθανότητα χρεοκοπίας το 3<sup>ο</sup> έτος:  $0,02 \times 0,9604 = 0,0192$



# CDS valuation

## Unconditional default probabilities and survival probabilities

| Time (years) | Default probability<br>(unconditional) | Survival probability |
|--------------|----------------------------------------|----------------------|
| 1            | 0,0200                                 | 0,9800               |
| 2            | 0,0196                                 | 0,9604               |
| 3            | 0,0192                                 | 0,9412               |
| 4            | 0,0188                                 | 0,9224               |
| 5            | 0,0184                                 | 0,9039               |



# CDS valuation

- Έστω ότι πτωχεύσεις συμβαίνουν πάντα στο μέσο του έτους και πληρωμές του αγοραστή γίνονται μια φορά το χρόνο στο τέλος του έτους (in arrears)
- Το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο (LIBOR) είναι 5% με συνεχή ανατ.
- Ποσοστό ανάκτησης 40%. Νοητό ποσό \$1.
- Π.χ. η πιθανότητα να γίνει η 3<sup>η</sup> πληρωμή ίση με ένα ποσοστό (s) του νοητού ποσού είναι 0,9412
- $\text{Exp. Pmt} = 0,9412 \text{ s}$
- $\text{PV} = 0,9412 \text{se}^{-0,05 \times 3} = 0,8101 \text{ s}$
- $\text{Total} = 4,0704 \text{ s}$





# Calculation of the present value of expected payments. Payment=s per annum

| Time | Prob. Of survival | Expected payment | Discount factor | PV of expected payment |
|------|-------------------|------------------|-----------------|------------------------|
| 1    | 0,9800            | 0,9800s          | 0,9512          | 0,9322s                |
| 2    | 0,9604            | 0,9604s          | 0,9048          | 0,8690s                |
| 3    | 0,9412            | 0,9412s          | 0,8607          | 0,8101s                |
| 4    | 0,9224            | 0,9224s          | 0,8187          | 0,7552s                |
| 5    | 0,9039            | 0,9039s          | 0,7788          | 0,7040s                |



# CDS valuation

- Η πιθανότητα να υπάρξει event και πληρωμή από το πωλητή (ασφαλιστή) στα μισά του 3ου έτους είναι 0,0192
- Με  $R=40\%$ : αναμενόμενη πληρωμή
- $=0,0192 \times 0,6 \times 1 = 0,00115$
- $PV(\text{exp. Payoff}) = 0,00115 e^{-0,05 \times 2,5} = 0,00102$
- Total exp payoffs = 0,0511



# Calculation of the present value of expected payoff. Notional principal = \$1

| Time  | Prob. Of Default | Recovery rate | Expected payoff (\$) | Discount Factor | PV of Exp. Payoff |
|-------|------------------|---------------|----------------------|-----------------|-------------------|
| 0,5   | 0,0200           | 0,4           | 0,0120               | 0,9753          | 0,0117            |
| 1,5   | 0,0196           | 0,4           | 0,0118               | 0,9277          | 0,0109            |
| 2,5   | 0,0192           | 0,4           | 0,0115               | 0,8825          | 0,0102            |
| 3,5   | 0,0188           | 0,4           | 0,0113               | 0,8395          | 0,0095            |
| 4,5   | 0,0184           | 0,4           | 0,0111               | 0,7985          | 0,0088            |
| Total |                  |               |                      |                 | 0,0511            |



# Calculation of the present value of accrual payment

| Time  | Prob. Of Default | Expected accrual payment | Discount Factor | PV of exp. accrual pmt |
|-------|------------------|--------------------------|-----------------|------------------------|
| 0,5   | 0,0200           | 0,0100s                  | 0,9753          | 0,0097s                |
| 1,5   | 0,0196           | 0,0098s                  | 0,9277          | 0,0091s                |
| 2,5   | 0,0192           | 0,0096s                  | 0,8825          | 0,0085s                |
| 3,5   | 0,0188           | 0,0094s                  | 0,8395          | 0,0079s                |
| 4,5   | 0,0184           | 0,0092s                  | 0,7985          | 0,0074s                |
| total |                  |                          |                 | 0,0426                 |



# Υπολογισμός της παρούσας αξίας δεδουλευμένης πληρωμής

11- 21

- Αν γίνει το event στα μέσα του τρίτου έτους η δεδουλευμένη πληρωμή είναι
  - $0,5 \times s$
- Exp accrual pmt
  - $0,0192 \times 0,5 \times s = 0,0096 \times s$
- Total value of exp pmt
  - $4,0704 \times s + 0,0426 \times s = 4,1130 \times s$



# Αποτίμηση CDS

➤ 4,1130  $s=0,0511 \rightarrow s=0,0124=124$  bps



# Credit VaR

- Για ένα δάνειο που δεν έχει δευτερογενή αγορά δεν υπάρχει άμεσα η τρέχουσα τιμή και η τυπική απόκλιση
- Η προσέγγιση της κανονικής κατανομής για την αξία ή και την απόδοση δανείου είναι υπερβολικά απλουστευτική λόγω ασυμμετρίας των αποδόσεων μεταξύ ανοδικής και καθοδικής αγοράς. Απαιτείται η προσομοίωση όλης της κατανομής των τιμών του δανείου
- Για χαρτοφυλάκιο δανείων απαιτούνται οι συντελεστές συσχέτισης των δανείων



# CREDITMETRICS (JPM)

- Αν η επόμενη περίοδος ενός έτους είναι μια ‘κακή χρονιά’ πόση αξία θα χάσει το δάνειο;
- Η μεθοδολογία βασίζεται στον υπολογισμό της μελλοντικής (ένα έτος) κατανομής των μεταβολών της αξίας του δανείου (ομολόγου) ή του χαρτοφυλακίου δανείων
- Οι μεταβολές στην αξία σχετίζονται με τις μεταβολές στην αξιολόγηση της πιστοληπτικής ικανότητας των δανειζομένων δηλαδή της μεταπήδησης (μετάταξης) από μια κατηγορία σε άλλη (migration)
- Οι μέσες ιστορικές συχνότητες μεταπήδησης παρέχονται από τους οργανισμούς αξιολόγησης για κάθε κατηγορία πιστοληπτικής ικανότητας για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.



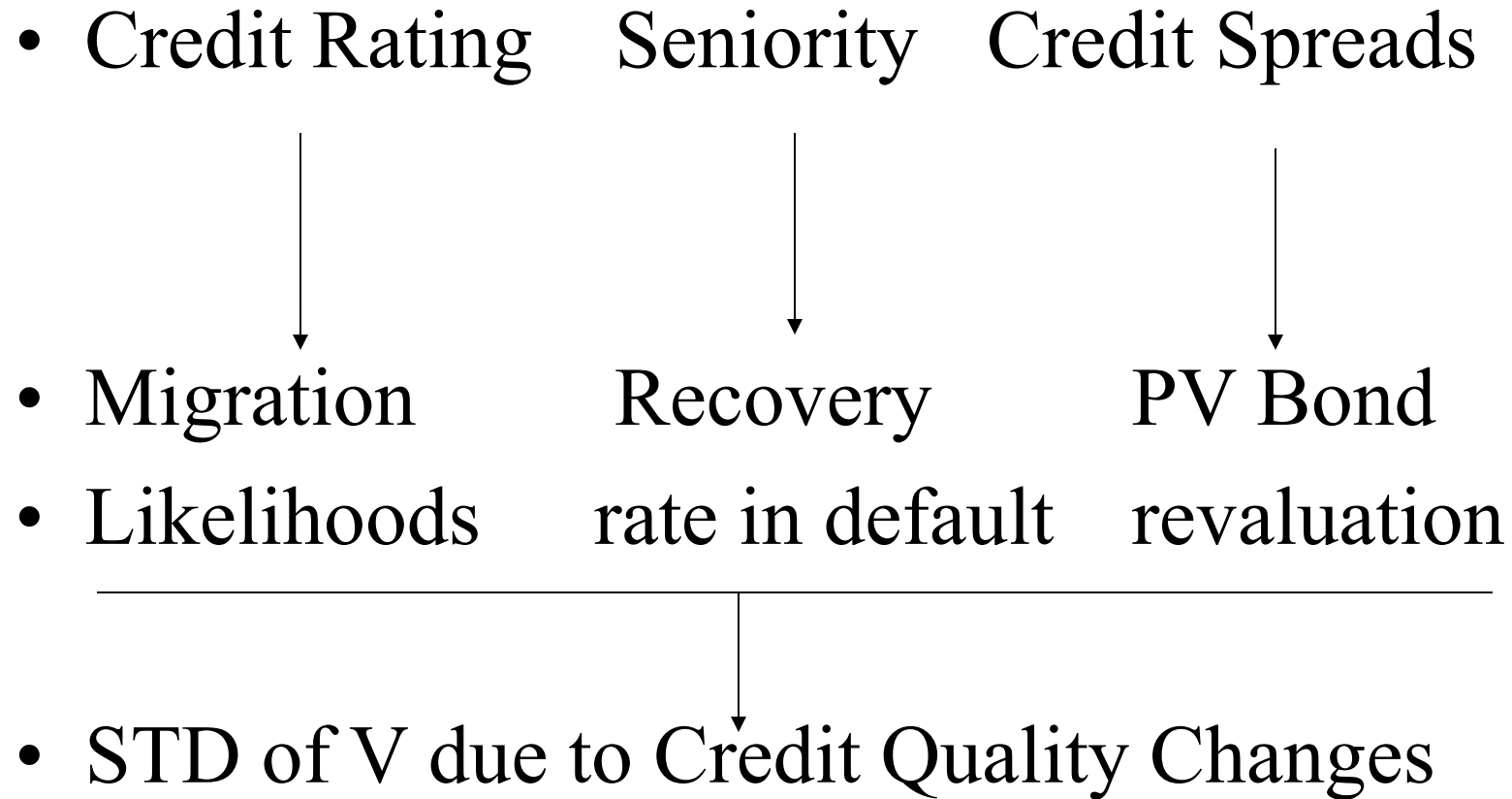


# CREDITMETRICS

- Βήμα 1: καθορισμός συστήματος αξιολόγησης και των πιθανοτήτων μετάταξης (migration matrix) υποθέτοντας ότι όλοι οι δανειολήπτες της ίδιας κατηγορίας πιστοληπτικής ικανότητας έχουν το ίδιο πιστωτικό κίνδυνο και ακριβώς τις ίδιες πιθανότητες μετάταξης και χρεοκοπίας
- Βήμα 2: καθορισμός χρονικού ορίζοντα
- Βήμα 3: καθορισμός των προθεσμιακών καμπυλών αποδόσεων για όλες τις πιστοληπτικές κατηγορίες
- Βήμα 4: Δημιουργία της μελλοντικής κατανομής των μεταβολών στην αξία του δανείου
- Βήμα 5: ποσοστό ανάκτησης σε περίπτωση χρεοκοπίας



# Credit VaR for a bond



# CREDIT VaR ΔΑΝΕΙΟΥ

- Δάνειο 100 εκατ. ευρώ με επιτόκιο 6% διάρκεια 5 έτη, εκδότης rated BBB



## Πιθανότητες μετάταξης για δανειολήπτη αξιολόγησης BBB

|         |       |
|---------|-------|
| AAA     | 0,02% |
| AA      | 0,33  |
| A       | 5,95  |
| BBB     | 86,93 |
| BB      | 5,30  |
| B       | 1,17  |
| CCC     | 0,12  |
| Default | 0,18  |



# Προθεσμιακές καμπύλες αποδόσεων 1 έτους ανά κατηγορία αξιολόγησης ( zero curves plus spread)

| Κατηγορία | 1-ετής<br>% | 2-ετής<br>% | 3-ετής<br>% | 4-ετής<br>% |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| AAA       | 3,60        | 4,17        | 4,73        | 5,12        |
| AA        | 3,65        | 4,22        | 4,78        | 5,17        |
| A         | 3,72        | 4,32        | 4,93        | 5,32        |
| BBB       | 4,10        | 4,67        | 5,25        | 5,63        |
| BB        | 5,55        | 6,02        | 6,78        | 7,27        |
| B         | 6,05        | 7,02        | 8,03        | 8,52        |
| CCC       | 15,05       | 15,02       | 14,03       | 13,52       |



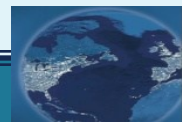
# Revaluation

- Στο τέλος του έτους ο εκδότης έχει παραμείνει στη κατηγορία:
- BBB:  $V_{BBB}(t+1) = 6 + 6/1,041 + 6/(1,0467)^2 + \dots + 106/(1,0563)^4 = 107,55$
- έχει μεταπηδήσει στην κατηγορία:
- AAA:  $V_{AAA}(t+1) = 109,37$
- CCC:  $V_{CCC}(t+1) = 83,64$
- BB:  $V_{BB}(t+1) = 102,02$
- default:  $V_{\text{default}}(t+1) = 51,13$  (senior unsecured)
- default:  $V_{\text{default}}(t+1) = 38,52$  (senior subordinated)
- default:  $V_{\text{default}}(t+1) = 53,80$  (senior secured)
- default:  $V_{\text{default}}(t+1) = 17,09$  (junior subordinated )



# Αξία του δανείου σε 1 έτος κάτω από διαφορετικές αξιολογήσεις

| Κατηγορία στο τέλος του έτους | Αξία (εκατ.ευρώ) |
|-------------------------------|------------------|
| AAA                           | 109,37           |
| AA                            | 109,19           |
| A                             | 108,66           |
| BBB                           | 107,55           |
| BB                            | 102,02           |
| B                             | 98,10            |
| CCC                           | 83,64            |
| Default                       | 51,13            |



# VaR calculations for the BBB Loan

| Κατηγορία<br>στο τέλος<br>του έτους | Πιθανότητα<br>μετάταξης<br>(%) | Νέα Αξία<br>Δανείου | Πιθ Χ Αξία<br>Ευρώ<br>$E(V)=107,09$ | $V-E(V)$ | Πιθ. Χ $[V-E(V)]^2$<br>$\sigma(V)=2,99$ ευρώ |
|-------------------------------------|--------------------------------|---------------------|-------------------------------------|----------|----------------------------------------------|
| AAA                                 | 0,02                           | 109,37              | 0,02                                | 2,28     | 0,0010                                       |
| AA                                  | 0,33                           | 109,19              | 0,36                                | 2,10     | 0,0146                                       |
| A                                   | 5,95                           | 108,66              | 6,47                                | 1,57     | 0,1474                                       |
| BBB                                 | 86,93                          | 107,55              | 93,49                               | 0,46     | 0,1853                                       |
| BB                                  | 5,30                           | 102,02              | 5,41                                | -5,06    | 1,3592                                       |
| B                                   | 1,17                           | 98,10               | 1,15                                | -8,99    | 0,9446                                       |
| CCC                                 | 0,12                           | 83,64               | 1,10                                | -23,45   | 0,6598                                       |
| Default                             | 0,18                           | 51,13               | 0,09                                | -55,96   | 5,6358                                       |





# VaR

- Υποθέτοντας κανονική κατανομή:
- 5% VaR=  $1,65 \times 2,99 = 4,93$  εκατ. ευρώ
- 1% VaR=  $2,33 \times 2,99 = 6,97$
- Υποθέτοντας την πραγματική κατανομή:
- 6,77% VaR = 93,23% της πραγμ. Κατανομής=  $107,09 - 102,02 = 5,07$  εκατ ευρώ



# Συσχετίσεις για CreditMetrics

- Vasicek (1987, 2002): Copulas, Factor models and Transition Matrices
- Οι τράπεζες κατέχουν χαρτοφυλάκια εταιρικών ομολόγων (δανείων).
- Ο υπολογισμός της VaR ενός έτους για το χαρτοφυλάκιο των ομολόγων απαιτεί προσομοίωση Monte Carlo της μετάταξης των αξιολογήσεων των ομολόγων του χαρτοφυλακίου.
- Κάθε φορά υπολογίζεται η τελική θέση του κάθε ομολόγου στον κατάλογο αξιολόγησης, αποτιμάται το χαρτοφυλάκιο και υπολογίζεται η 99% VaR



# Credit VaR χαρτοφυλακίου

- Ένα από τα προβλήματα της μεθοδολογίας αυτής είναι ο υπολογισμός της συσχέτισης των μετατάξεων μεταξύ των ομολόγων καθώς αυτές δεν είναι ανεξάρτητες
- Για τον καθορισμό της κοινής κατανομής πιθανοτήτων των μεταβολών στις αξιολογήσεις των ομολόγων χρησιμοποιείται η μεθοδολογία του Vasicek στη βάση ενός μονοπαραγοντικού υποδείγματος
- Η συσχέτιση μεταξύ των μεταβολών στην αξιολόγηση δύο εταιριών ισοδυναμεί με τη συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των μετοχών τους μέσα από το μονοπαραγοντικό μοντέλο

