

# ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

## ΜΕΡΟΣ Α:

### 0. Εισαγωγή

1. Υποσχόμενη και αναμενόμενη απόδοση δανείου

2. Credit Scoring models

3. Term structure derivation of credit risk

4. Deriving DPs from Bond Prices

# Επισκόπηση

- Στο παρόν κεφάλαιο περιγράφονται οι διάφοροι τύποι δανείων και γίνεται αναφορά στην ανάλυση και μέτρηση του πιστωτικού κινδύνου των επιμέρους δανείων.
- Έχει ιδιαίτερη σημασία όσον αφορά:
  - Την τιμολόγηση δανείων και ομολόγων
  - Τον καθορισμό ορίων αναφορικά με την έκθεση σε κίνδυνο



# Δάνεια και Πιστωτικός Κίνδυνος

- Εμπορικά και Βιομηχανικά Δάνεια: Ασφαλισμένα και ανασφάλιστα
  - Κοινοπρακτικά
  - Δάνεια άμεσης εκταμίευσης, πιστωτικές γραμμές
  - Μείωση E&B δανείων που χορηγούν οι εμπορικές τράπεζες και αύξηση της αγοράς εμπορικών ομολόγων
  - Υποβάθμιση της Ford, της General Motors και της Tyco
  - Επιπτώσεις της χρηματοπιστωτικής κρίσης στην αγορά εμπορικών ομολόγων
  - Δάνεια κτηματικής πίστης: Βασικά (ενυπόθηκα)
  - Βασικά Σταθερού επιτοκίου, Ενυπόθηκα δάνεια προσαρμοζόμενου επιτοκίου (ARM)
  - Τα ενυπόθηκα δάνεια υπόκεινται σε κίνδυνο αθέτησης αν αυξηθεί η σχέση δανείου - αξίας



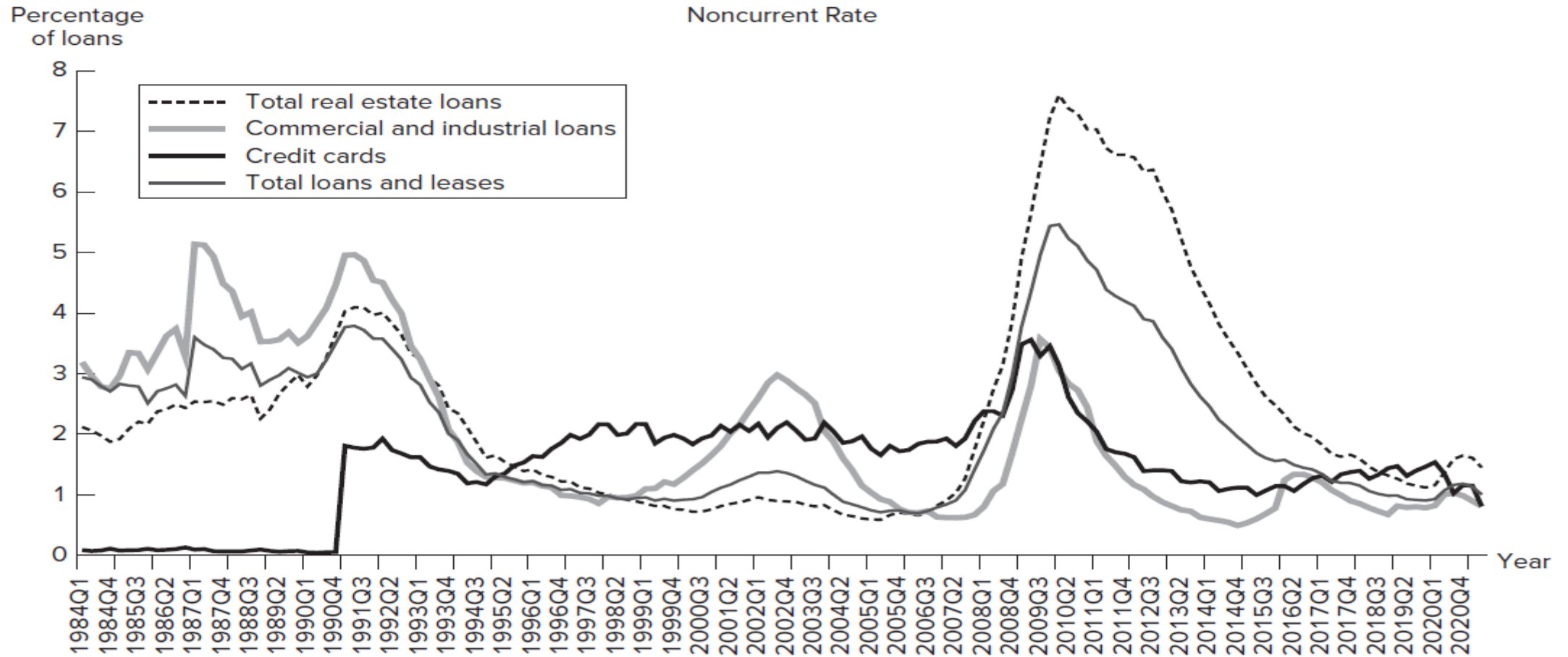
# Προβλήματα Ποιότητας Πιστώσεων

- Προβλήματα με ομόλογα-σκουπίδια, με δάνεια σε λιγότερο ανεπτυγμένες χώρες και με ενυπόθηκα στεγαστικά και καλλιεργητικά δάνεια
- Στα τέλη της δεκαετίας του 1990 προβλήματα με πιστωτικές κάρτες και δάνεια αγοράς αυτοκινήτου
- Κρίσεις σε άλλα κράτη όπως η Αργεντινή, η Βραζιλία, η Ρωσία και η Νότια Κορέα
- 2006-2007: Αθετήσεις ενυπόθηκων στεγαστικών δανείων και δανείων αυξημένου κινδύνου
- Τονίζουν τη σημασία της διαχείρισης του πιστωτικού κινδύνου



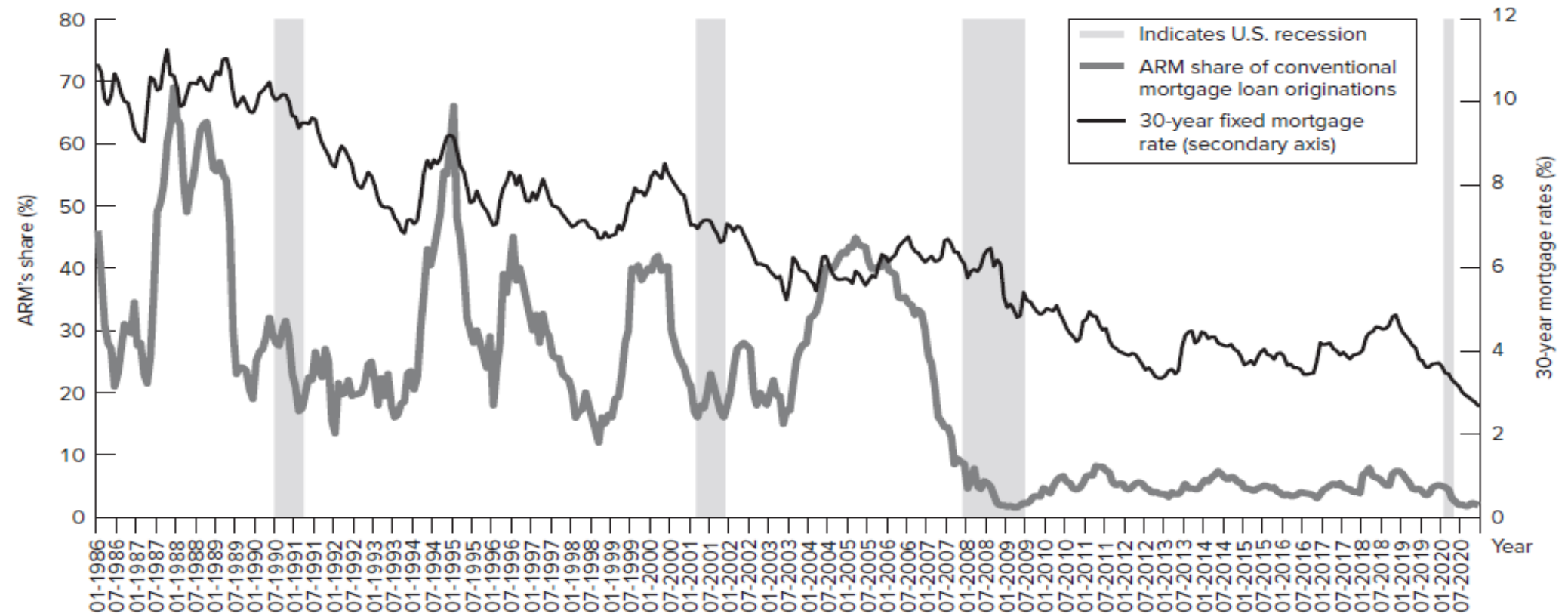
**FIGURE 10–1 Nonperforming Asset Ratio for U.S. Commercial Banks**

Source: Federal Deposit Insurance Corporation, Quarterly Banking Profile, various issues. [www.fdic.gov](http://www.fdic.gov)



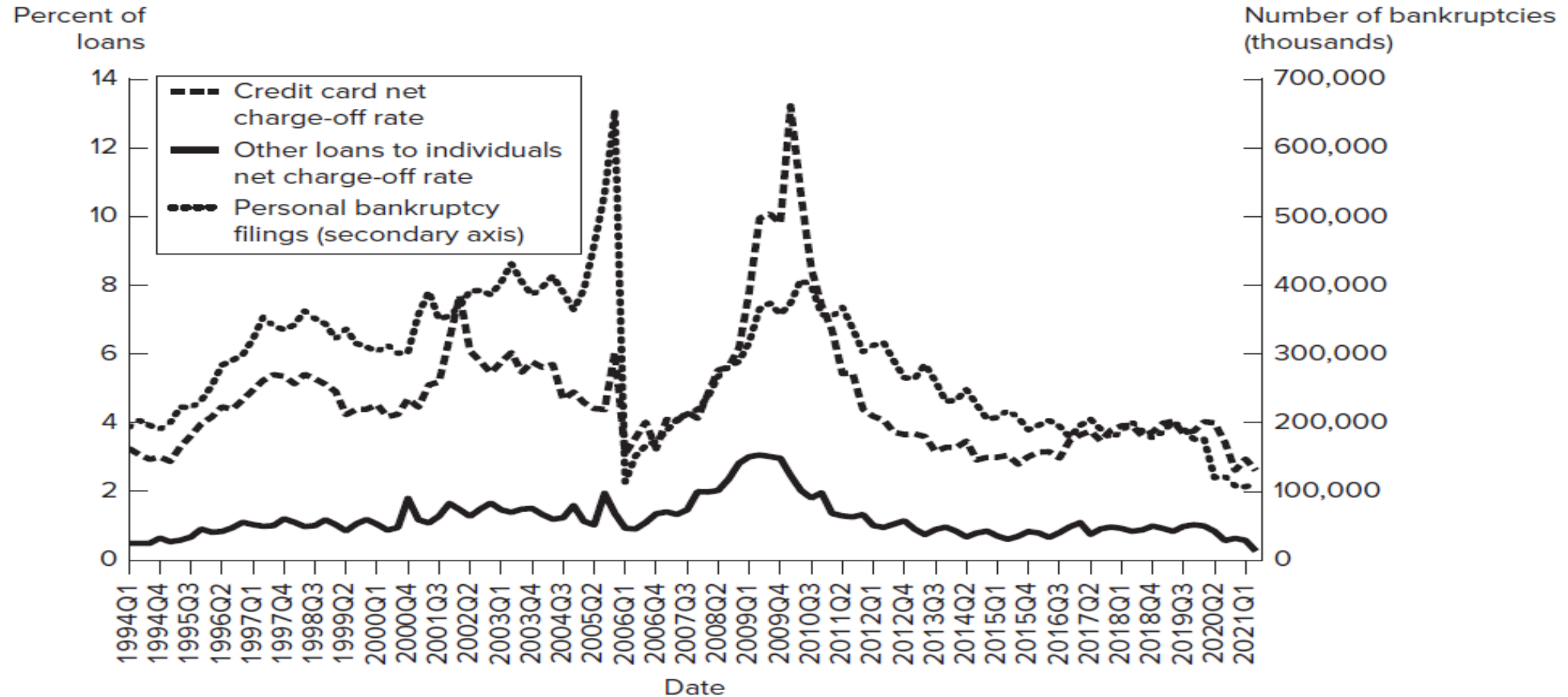
**FIGURE 10-2 ARMs' Share of Conventional Mortgage Loan Originations, 1986-2020**

Sources: Federal Housing Finance Agency (FHFA), National Mortgage Database (NMDB), [www.fhfa.gov](http://www.fhfa.gov), and Freddie Mac website, [www.freddiemac.com](http://www.freddiemac.com)



**FIGURE 10–3 Annual Net Charge-Off Rates on Loans**

Sources: Federal Deposit Insurance Corporation, *Quarterly Banking Profile*, various issues. [www.fdic.gov](http://www.fdic.gov); American Bankruptcy Institute (ABI), June 2021. [www.abi.org](http://www.abi.org)



# Τύποι Δανείων

## ➤ ΕΙΔΗ ΚΑΙ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΔΑΝΕΙΩΝ

- Διάρκεια
  - Βραχυχρόνια
  - Μεσοπρόθεσμα
  - Μακροπρόθεσμα
- Εξασφαλίσεις
  - Ενοχικές
  - Εμπράγματατες
- Χρόνος εκταμίευσης
  - Άμεσα
  - Ανοιχτές γραμμές πίστωσης





# Τύποι Δανείων

- Σκοπιμότητα
  - Κεφάλαια κίνησης
  - Πάγια
  - Στεγαστικά
  - Καταναλωτικά
  - Μετοχικά



# Απόδοση Δανείου και Πιστωτικός Κίνδυνος

## ➤ ΑΠΟΔΟΣΗ ΤΟΥ ΔΑΝΕΙΟΥ

### – Υποσχόμενη μεικτή απόδοση

- $BR = \rho$  =base lending rate
- $\phi$  = ασφάλιστρο κινδύνου
- $of$  = έξοδα σύναψης δανείου
- $1+k$  = υποσχόμενη μεικτή απόδοση
- $b$  = ποσοστό του δανείου που δεν εκταμιεύεται
- $RR$  = ποσοστό υποχρεωτικών διαθεσίμων
- $1 - b + b \times RR$  = το κεφάλαιο που δεσμεύει η τράπεζα για κάθε 1 ευρώ που δανείζει



# Απόδοση Δανείου και Πιστωτικός Κίνδυνος

$k = ROA$ ,  $of = \text{origination fee}$ ,  $RR = \text{reserve requirement}$ ,  $b = \% \text{compensating balance}$

Base lending rate ( $BR$ ) = 8%

+ Credit risk premium or margin ( $\phi$ ) = 2%

$$BR + \phi = 10\%$$

$$1 + k = 1 + \frac{of + (BR + \phi)}{1 - [b(1 - RR)]}$$



**EXAMPLE 10-1***Calculation of  
ROA on a Loan*

Suppose a bank does the following:

1. Sets the loan rate on a prospective loan at 10 percent (where  $BR = 6\%$  and  $\phi = 4\%$ ).
2. Charges a 1/8 percent (or 0.125 percent) loan origination fee to the borrower.
3. Imposes an 8 percent compensating balance requirement to be held as non-interest-bearing demand deposits.
4. Sets aside reserves, at a rate of 10 percent of deposits, held at the Federal Reserve (i.e., the Fed's cash-to-deposit reserve ratio is 10 percent).

Plugging the numbers from our example into the return formula, we have:<sup>10</sup>

$$1 + k = 1 + \frac{0.00125 + (0.06 + 0.04)}{1 - [(0.08)(0.9)]}$$

$$1 + k = 1 + \frac{0.10125}{0.928}$$

$$1 + k = 1.1091 \text{ or } k = 10.91\%$$

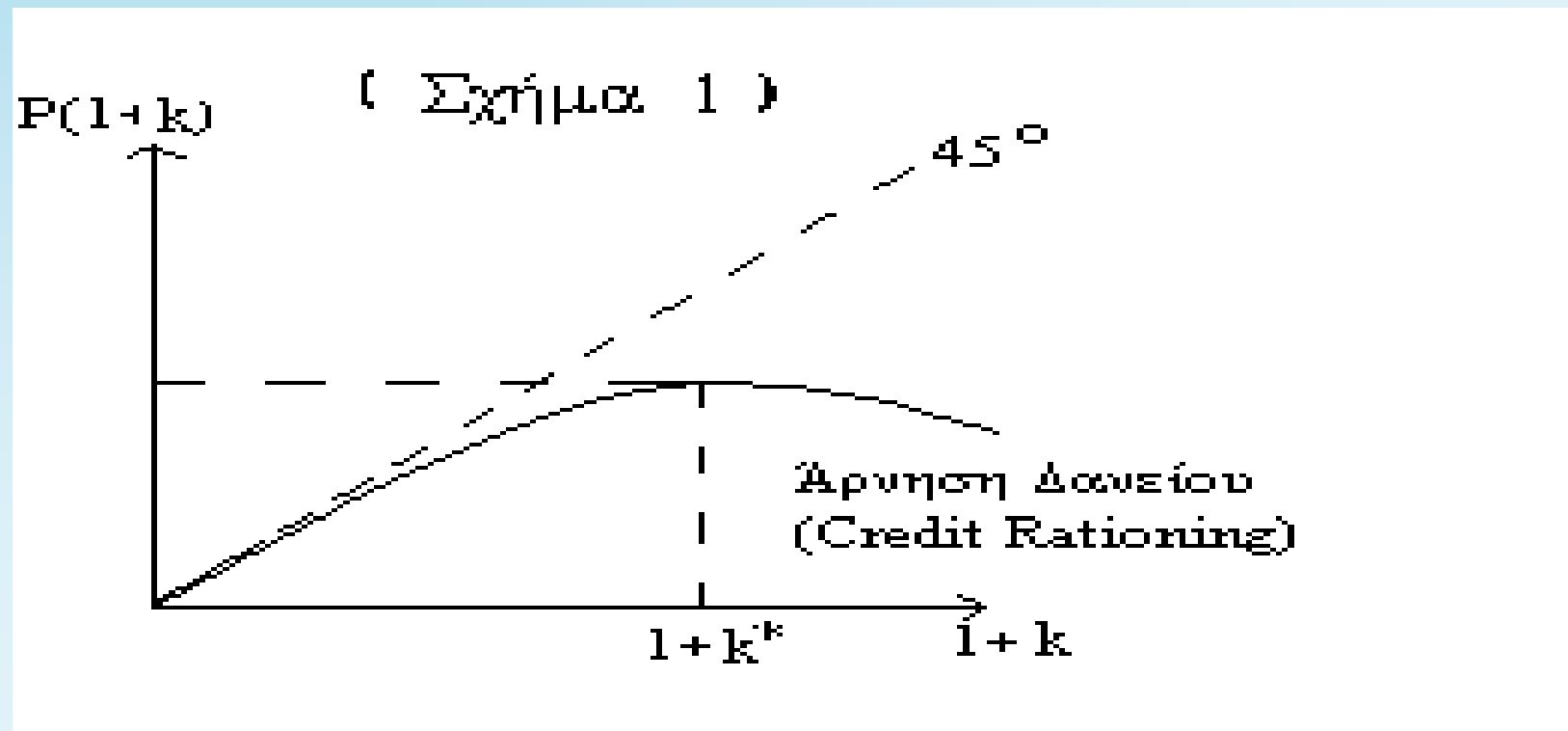
This is, of course, higher than the simple promised interest return on the loan,  $BR + \phi = 10\%$ .

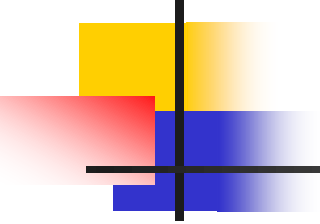


# Απόδοση Δανείου και Πιστωτικός Κίνδυνος

## ➤ Προσδοκώμενη μεικτή απόδοση

$1+E(r)=p(1+k)+(1-p) \times 0$ ,  $E(r)$  = expected return of the loan





# Εκτιμώντας τον κίνδυνο των χρηματοδοτών

- Επιτόκιο χρηματοδοτήσεως – Υπολογισμός

- Για να υπάρξει χρηματοδότηση,

$$\left( \begin{array}{c} \text{Αναμενόμενη} \\ \text{είσπραξη} \end{array} \right) \geq \left( \begin{array}{c} \text{Κόστος} \\ \text{δανείου} \end{array} \right)$$

$$[1 - PD * LGD] * (1 + i) * A \geq (1 + \rho) * A$$

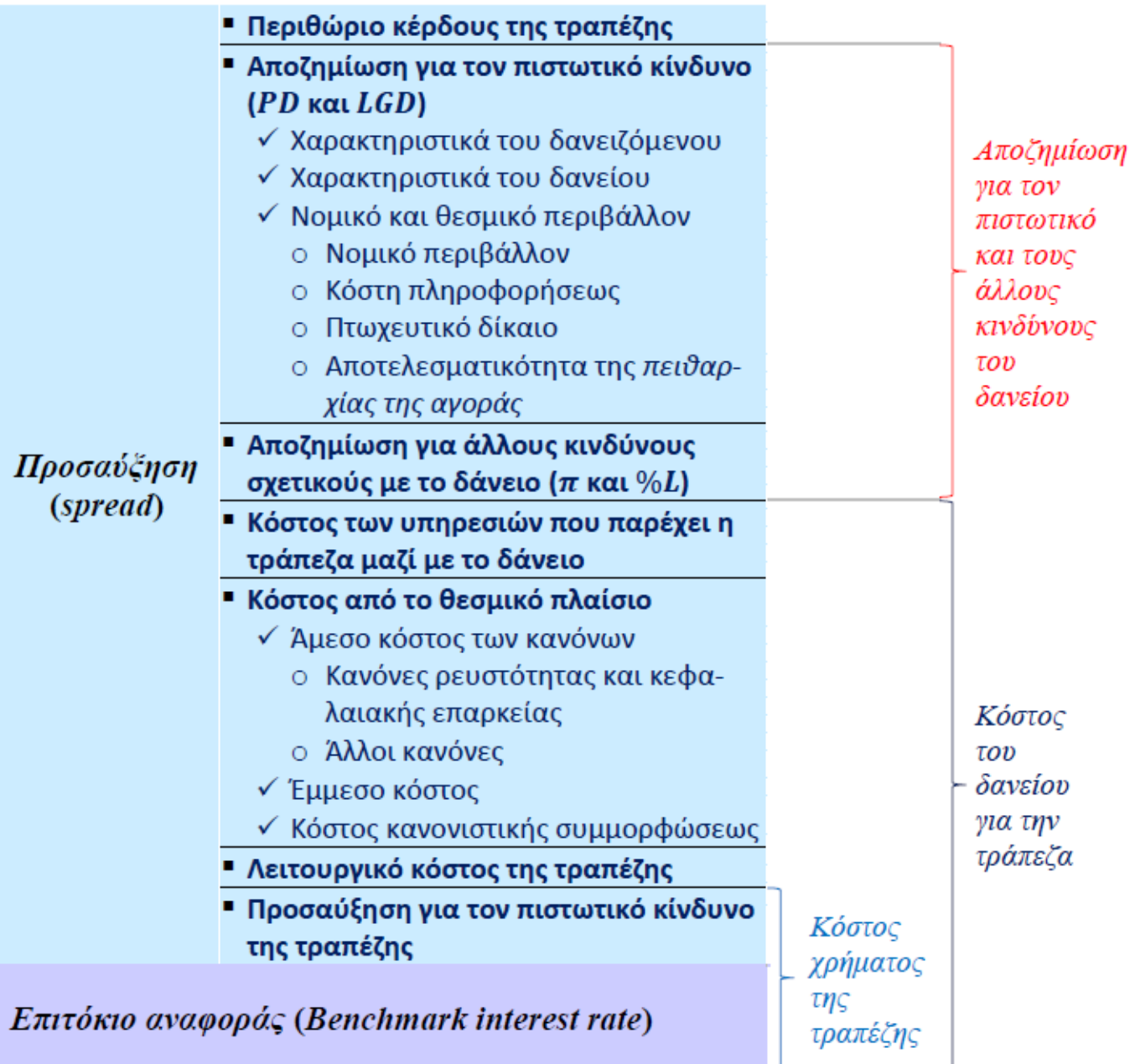
- Ελάχιστο επιτόκιο του δανείου

$$i_{min} = \frac{1 + \rho}{1 - PD * LGD} - 1 \quad (2.5)$$

- Υψηλότερος κίνδυνος, υψηλότερο επιτόκιο
  - $PD \uparrow, LGD \uparrow$
- Υψηλότερο κόστος χρήματος της τραπεζής,  $\rho \uparrow$ , υψηλότερο επιτόκιο

**Σχήμα 3.2. Συστατικά του επιτοκίου των δανείων**  
 Διαφέρουν από δάνειο σε δάνειο, από τράπεζα σε τράπεζα,  
 από χώρα σε χώρα, από περίοδο σε περίοδο

## ■ Επιτόκιο



$$i_{min, με\ παρενέργειες} = \frac{1 + \rho + c}{1 - PD * (LGD + \pi * \%L)} - 1 \quad (2.7)$$

## ■ Επιτόκιο

|                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Προσαύξηση<br>(spread) | ■ Περιθώριο κέρδους της τραπεζής                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|                        | ■ Αποζημίωση για τον πιστωτικό κίνδυνο (PD και LGD)                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Χαρακτηριστικά του δανειζόμενου</li> <li>✓ Χαρακτηριστικά του δανείου</li> <li>✓ Νομικό και θεσμικό περιβάλλον <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Νομικό περιβάλλον</li> <li>○ Κόστη πληροφόρησης</li> <li>○ Πτωχευτικό δίκαιο</li> <li>○ Αποτελεσματικότητα της πειθαρχίας της αγοράς</li> </ul> </li> </ul> |
|                        | ■ Αποζημίωση για άλλους κινδύνους σχετικούς με το δάνειο (π και %L)                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|                        | ■ Κόστος των υπηρεσιών που παρέχει η                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |

Αποζημίωση  
για τον  
πιστωτικό  
και τους  
άλλους  
κινδύνους  
του  
δανείου

$$\begin{aligned} \left( \text{Επιτόκιο} \right. \\ \left. \text{του δανείου} \right) &= \left( \text{Κόστος του} \right. \\ &\quad \left. \text{δανείου για} \right. \\ &\quad \left. \text{την τράπεζα} \right) + \left( \text{Αποζημίωση για} \right. \\ &\quad \left. \text{τον πιστωτικό} \right. \\ &\quad \left. \text{κίνδυνο} \right) \\ &+ \left( \text{Αποζημίωση για τους} \right. \\ &\quad \left. \text{άλλους κινδύνους} \right. \\ &\quad \left. \text{του δανείου} \right) + \left( \text{Περιθώριο} \right. \\ &\quad \left. \text{κέρδους} \right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

της τραπεζής

Επιτόκιο αναφοράς (Benchmark interest rate)

Κόστος  
χρήματος  
της  
τραπεζής



# Προβλήματα Ποιότητας Πιστώσεων

- Από τις αρχές μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 1990, τα μη εξυπηρετούμενα δάνεια (NPLs) και η γενική πιστωτική ποιότητα των δανείων μεγάλων τραπεζών παρουσίασαν βελτίωση
- Τέλη της δεκαετίας του 1990 και αρχές της δεκαετίας του 2000: Προβλήματα με τις εταιρίες τηλεπικοινωνιών και υψηλής τεχνολογίας
- Στα μέσα της δεκαετίας του 2000 σημειώθηκε οικονομική ανάπτυξη με παράλληλη μείωση των μη εξυπηρετούμενων δανείων
- Κρίση στην ενυπόθηκη στεγαστική πίστη
- Μεγαλύτερη έμφαση στην αποτίμηση του πιστωτικού κινδύνου



# Επιτόκια Δανεισμού και Ποσοτώσεις

- Περίπτωση Λιανικής Τραπεζικής
  - Συνήθως αρκεί μια απόφαση αποδοχής/απόρριψης αντί της προσαρμογής των επιτοκίων
  - Αν το δάνειο γίνει αποδεκτό, οι πελάτες ταξινομούνται ανάλογα με την ποιότητα και το ύψος του δανείου
  - Στην περίπτωση ενυπόθηκων δανείων, τα δάνεια ταξινομούνται ανάλογα με τη σχέση δανείου/αξίας αντί να επιλεγεί προσαρμογή των επιτοκίων
- Περίπτωση Χονδρικής Τραπεζικής
  - Χρήση ποιοτικών και τιμολογιακών προσαρμογών



# Μέτρηση Πιστωτικού Κινδύνου

- Κρίσιμοι παράγοντες στην αξιολόγηση του πιστωτικού κινδύνου: Διαθεσιμότητα, ποιότητα και κόστος πληροφόρησης
- Διευκολύνεται από την τεχνολογία και την πληροφορική
- Ποιοτικά υποδείγματα
  - Λαμβάνονται υπόψη συγκεκριμένοι παράγοντες του δανειολήπτη καθώς και συστηματικοί παράγοντες ή παράγοντες της αγοράς
  - Οι συγκεκριμένοι παράγοντες περιλαμβάνουν την συναλλακτική φήμη του δανειολήπτη, την μόχλευση, την αστάθεια των κερδών, τις συμβατικές ρήτρες, και τις εγγυήσεις
  - Οι συγκεκριμένοι παράγοντες της αγοράς περιλαμβάνουν τον επιχειρηματικό κύκλο και το επίπεδο των επιτοκίων



# Μέτρηση Πιστωτικού Κινδύνου

## ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΣΤΗ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

- ΠΟΙΟΤΙΚΑ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ (Expert Systems)
  - The 4 C's of credit: Character, Capital, Capacity, Collateral
  - Ειδικοί παράγοντες (συνθήκες) της αγοράς



# Μέτρηση Πιστωτικού Κινδύνου

- ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΙΚΤΩΝ

- Δείκτες ρευστότητας
- Δείκτες αποδοτικότητας/κερδοφορίας κεφαλαίου
- Δείκτες δανειακής επιβάρυνσης
- Δείκτες αποτελεσματικότητας ενεργητικού
- Δείκτες κάλυψης



# Μέτρηση Πιστωτικού Κινδύνου

- ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
  - ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΡΑΠΕΖΩΝ



# Μέτρηση Πιστωτικού Κινδύνου

## ➤ CREDIT SCORING MODELS

### ➤ 1. Το γραμμικό υπόδειγμα

$$Z_j = \beta_0 + \beta_1 X_{j1} + \beta_2 X_{j2} + \dots + \beta_k X_{jk} + e_j$$

Η ψευδομεταβλητή  $Z_j$  παίρνει την τιμή  $Z_j=1$  για όλα τα παλαιά δάνεια ( $j$ ) που δεν αποπληρώθηκαν και την τιμή  $Z_j=0$  για τα δάνεια που αποπληρώθηκαν.



# Μέτρηση Πιστωτικού Κινδύνου

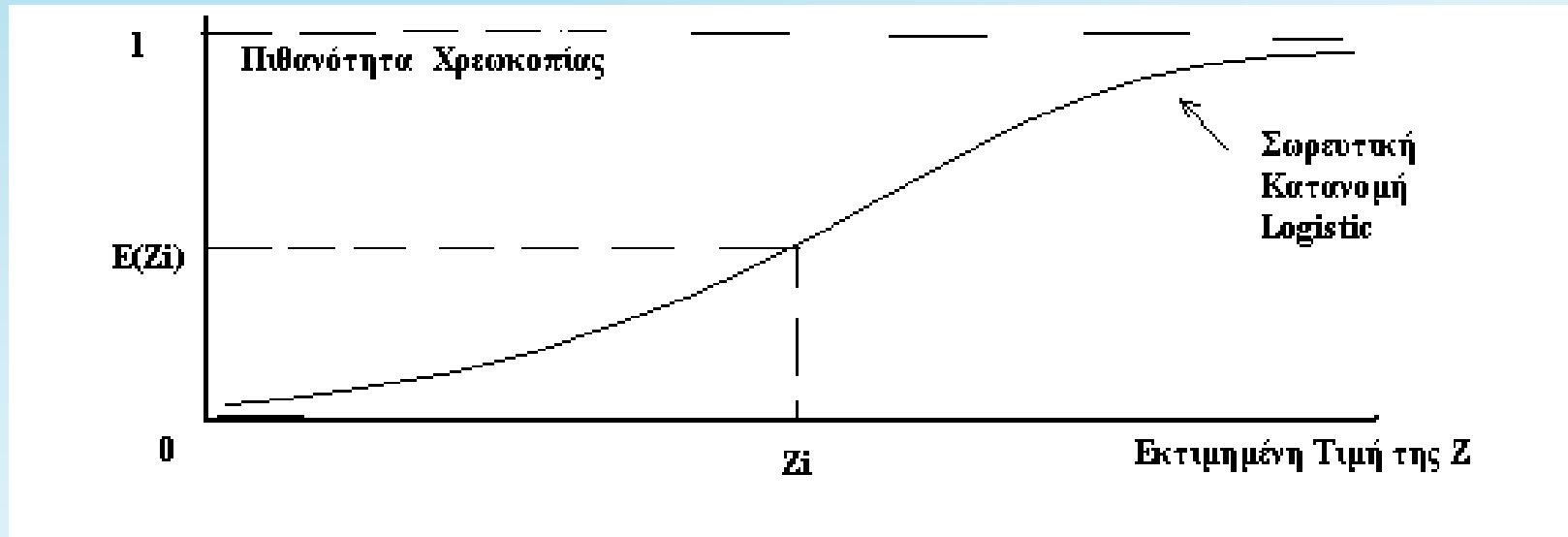
- 2. Μη γραμμικά υποδείγματα: Probit, Logit
- Τα υποδείγματα αυτά περιορίζουν τις προβλεπόμενες πιθανότητες χρεοκοπίας στο διάστημα  $[0,1]$ , υποθέτοντας ότι η πιθανότητα χρεοκοπίας ακολουθεί την (σωρευτική) κανονική και logistic κατανομή αντίστοιχα.





# Μέτρηση Πιστωτικού Κινδύνου

$$F(PD_i) = \frac{1}{1 + e^{-PD_i}}$$



# Μέτρηση Πιστωτικού Κινδύνου

- Έστω  $Z_i = (\text{ποσό που δεν επιστράφηκε}) / (\text{συνολικό δάνειο})$ .
- Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούνται πολυωνυμικά υποδείγματα (multinomial models).



# Μέτρηση Πιστωτικού Κινδύνου

## ➤ 3. Διακριτική ανάλυση

- Αντί να προβλέπει απευθείας την πιθανότητα χρεοκοπίας, κατατάσσει τις επιχειρήσεις σε υψηλού ή χαμηλού κινδύνου ανάλογα με κάποιες χαρακτηριστικές μεταβλητές τους
- Ο αλγόριθμος ορίζει μια γραμμική συνάρτηση που διαχωρίζει τις δύο ομάδες ώστε η μεταξύ ομάδων διακύμανση να είναι μεγάλη σε σχέση με την εντός ομάδος διακύμανση



# Altman's Linear Discriminant Model

- $Z = 1.2X_1 + 1.4X_2 + 3.3X_3 + 0.6X_4 + 1.0X_5$

Κριτική τιμή του  $Z = 1.81$ .

- $X_1$  = Κεφάλαιο Κίνησης/Σύνολο Ενεργητικού.
- $X_2$  = Παρακρατηθέντα Κέρδη/ Σύνολο Ενεργητικού.
- $X_3$  = EBIT/ Σύνολο Ενεργητικού.
- $X_4$  = Market Value Equity/ Book Value LT debt.
- $X_5$  = Πωλήσεις / Σύνολο Ενεργητικού.



# Altman's Linear Discriminant Model

- Type I error=Κακές εταιρείες κατατάσσονται ως καλές
- Type II error= Καλές εταιρείες κατατάσσονται ως κακές
  - Οι εταιρείες κατατάσσονται στα δύο άκρα: (default/no default).
  - Τα σταθμά μπορεί να μην είναι διαχρονικά σταθερά.
  - Το υπόδειγμα δεν περιλαμβάνει ποιοτικούς παράγοντες όπως το γενικό οικονομικό κλίμα.
  - Έλλειψη μια κεντρικής βάσης δεδομένων με εταιρίες που αθέτησαν τις υποχρεώσεις τους.



of repayment on the loan.

### EXAMPLE 10-2

*Estimating the  
Probability of  
Repayment on  
a Loan Using  
Linear Probability  
Credit Scoring  
Models*

Suppose there were two factors influencing the past default behavior of borrowers: the leverage or debt–equity ratio ( $D/E$ ) and the sales–asset ratio ( $S/A$ ). Based on past default (repayment) experience, the linear probability model is estimated as:

$$PD_i = 0.5(D/E_i) - 0.0525(S/A_i)$$

Assume a prospective borrower has a  $D/E = 0.3$  and an  $S/A = 2.0$ . Its expected probability of default ( $PD_i$ ) can then be estimated as:

$$PD_i = 0.5(0.3) - 0.0525(2.0) = 0.045 \text{ or } 4.5\%$$



**EXAMPLE 10-3***Calculation of  
Altman's Z Score*

Suppose that the financial ratios of a potential borrowing firm take the following values:

$$X_1 = 0.2$$

$$X_2 = 0$$

$$X_3 = -0.20$$

$$X_4 = 0.10$$

$$X_5 = 2.0$$

The ratio  $X_2$  is zero and  $X_3$  is negative, indicating that the firm has had negative earnings or losses in recent periods. Also,  $X_4$  indicates that the borrower is highly leveraged. However, the working capital ratio ( $X_1$ ) and the sales/assets ratio ( $X_5$ ) indicate that the firm is reasonably liquid and is maintaining its sales volume. The  $Z$  score provides an overall score or indicator of the borrower's credit risk since it combines and weights these five factors according to their past importance in explaining borrower default. For the borrower in question:

$$\begin{aligned} Z &= 1.2(0.2) + 1.4(0) + 3.3(-0.20) + 0.6(0.10) + 1.0(2.0) \\ &= 0.24 + 0 - 0.66 + 0.06 + 2.0 \\ &= 1.64 \end{aligned}$$

With a  $Z$  score less than 1.81 (i.e., in the high default risk region), the FI should not make a loan to this borrower until it improves its earnings.



# Μέθοδοι Βασισμένες στην Χρονική Διάρθρωση των Αποδόσεων

- Εφόσον γνωρίζουμε το ασφάλιστρο κινδύνου, μπορούμε να συναγάγουμε την πιθανότητα αθέτησης
- Το ασφάλιστρο κινδύνου μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας zero coupon κλάσματα (strips) κρατικών ομολόγων και εταιρικά ομόλογα χωρίς τοκομερίδιο

$$p(1+k) = 1+i$$

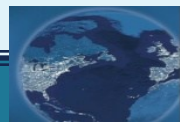




Let  $\gamma$  be the proportion of the loan's principal and interest that is collectible on default where in general  $\gamma$  is positive. The FI manager would set the expected return on the loan to equal the risk-free rate in the following manner:

$$[(1 - p)\gamma(1 + k)] + [p(1 + k)] = 1 + i$$

The new term here is  $(1 - p)\gamma(1 + k)$ ; this is the payoff the FI expects to get if the borrower defaults.



# Μέτρηση Πιστωτικού Κινδύνου

- ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΧΡΕΟΚΟΠΙΑΣ ΣΕ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΟΥΔΕΤΕΡΟΤΗΤΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΚΙΝΔΥΝΟ  
-REDUCED FORM MODELS
- Υπολογισμός της πιθανότητας χρεοκοπίας από τις καμπύλες αποδόσεων
  - Η διαδικασία χρεοκοπίας είναι εξωγενής αλλά η αποτίμηση του κινδύνου χρεοκοπίας από την αγορά αντανακλάται στις τιμές και τις αποδόσεις των ομολόγων.
  - Η παρατηρούμενη απόδοση ενός εταιρικού ομολόγου αποτελείται από το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και από ένα ασφάλιστρο κινδύνου

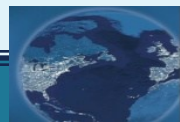
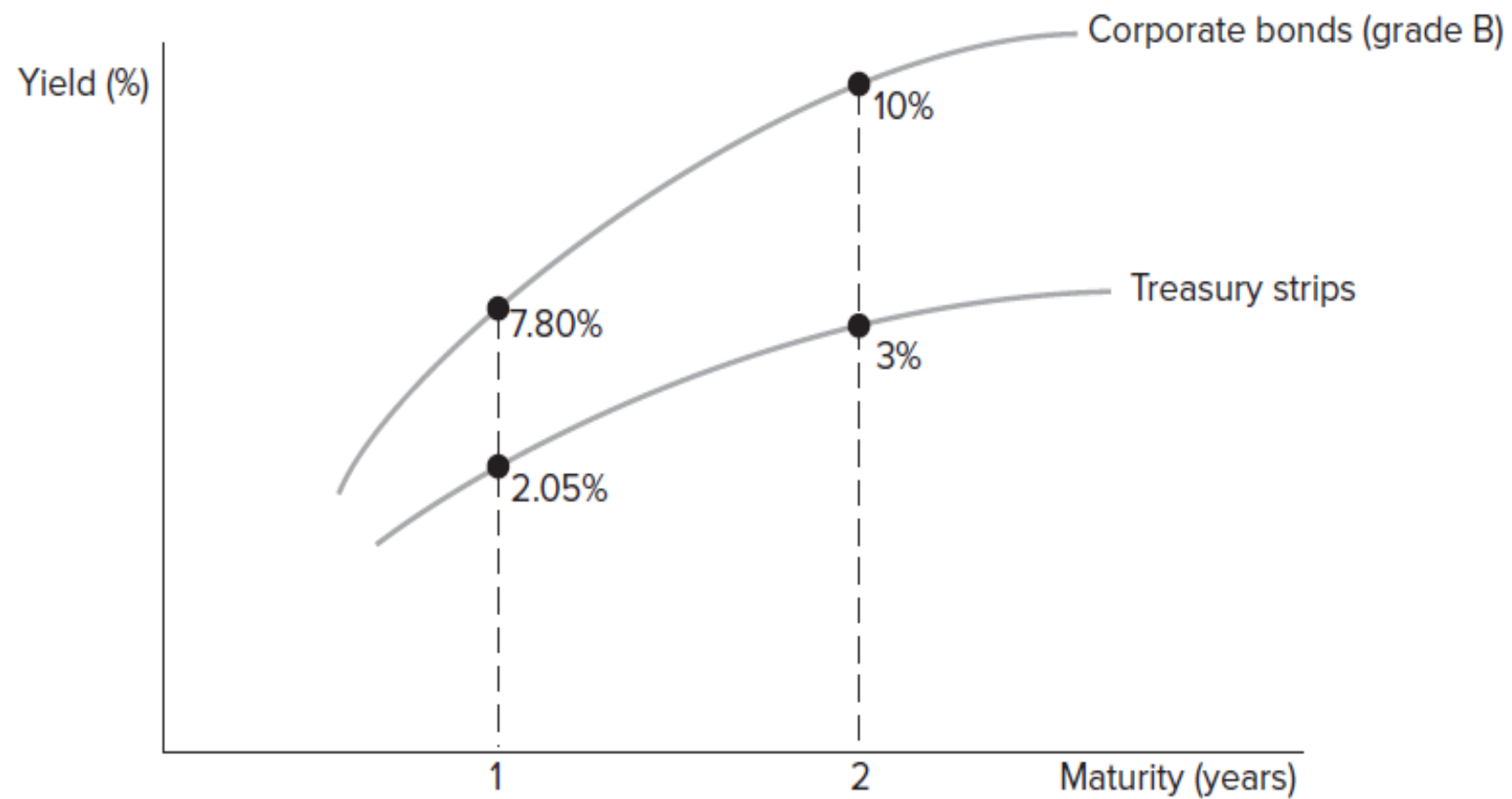


# Μέθοδοι Βασισμένες στην Χρονική Διάρθρωση των Αποδόσεων

- Μπορούν να γενικευτούν και στην περίπτωση δανείων διαφορετικής ληκτότητας και για διάφορους ρυθμούς ανάκτησης των αθετημένων απαιτήσεων
- Το δάνειο μπορεί να αξιολογηθεί με την βοήθεια πιθανοτήτων που έχουν συναχθεί από ομόλογα συγκρίσιμης ποιότητας



**FIGURE 10-6**  
Corporate and  
Treasury Discount  
Bond Yield Curves



- Έστω εταιρικό ομόλογο τελικής απόδοσης,  $r$  rated B, με ονομαστική αξία 100 και 1 έτος μέχρι την λήξη.
- Έχει Loss Given Default,  $LGD = 100\%$ , ( $LGD = 1 - \text{recovery rate}$ ).
- Έστω ότι η αποτίμηση γίνεται σε περιβάλλον ουδέτερο προς τον κίνδυνο
- ( $i = r_f = 8\% \text{ p.a.}$ )



## Υπολογισμός της πιθανότητας χρεοκοπίας από τις καμπύλες αποδόσεων

- Οι αναμενόμενες ταμειακές ροές της ομολογίας είναι 100  
 $p=(1-PD)$  όπου PD probability of default:
- Αν η τιμή της ομολογίας στην αγορά είναι 87,96 τότε PD =5% από:



$$\frac{100(1 - PD)}{1 + 0,08} = 87,96$$

➤ Αντίστοιχα αν η απόδοση της ομολογίας είναι  $k$  τότε:

$$\frac{100}{1 + k} = 87,96$$

➤ Και  $1 + i = (1 - PD)(1 + k)$

➤  $k = 13,69\%$



# Παράδειγμα

## EXAMPLE 10-4

*Calculating the Probability of Default on a One-Year Bond (Loan) Using Term Structure Derivation of Credit Risk*

Suppose, as shown in Figure 10-6, the interest rates in the market for one-year, zero-coupon Treasury strips and for one-year, zero-coupon grade B corporate bonds are, respectively:

$$i = 2.05\%$$

and

$$k = 7.80\%$$

This implies that the probability of repayment on the security as perceived by the market is:

$$p = \frac{1 + i}{1 + k} = \frac{1.0205}{1.0780} = 0.9467$$

If the probability of repayment is 0.9467, this implies a probability of default ( $1 - p$ ) equal to 0.0533. Thus, in this simple one-period framework, a probability of default of 5.33 percent on the corporate bond (loan) requires the FI to set a risk premium ( $\phi$ ) of 5.75 percent.<sup>24</sup>

$$\phi = k - i = 5.75\%$$

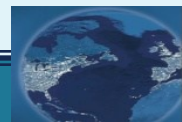
Clearly, as the probability of repayment ( $p$ ) falls and the probability of default ( $1 - p$ ) increases, the required spread  $\phi$  between  $k$  and  $i$  increases.





# Υπολογισμός της πιθανότητας χρεοκοπίας από τις καμπύλες αποδόσεων

- Η απόδοση μιας εταιρικής ομολογίας όταν  $LGD=100\%$  είναι το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου συν ένα credit spread.
- Αν, το ομόλογο υποστηρίζεται από κάποιας μορφής εγγύηση (recovery rate not zero)
- $EL$  (expected loss on default)  $= PD \times LGD$



# Υπολογισμός της πιθανότητας χρεοκοπίας από τις καμπύλες αποδόσεων

- Αν  $i_2$  και  $k_2$  10% και 16% αντίστοιχα ποια είναι η  $PD_{1,2}$  με την προϋπόθεση ότι το πρώτο έτος δεν έγινε χρεοκοπία;
- Αν οι ετήσιες πιθανότητες χρεοκοπίας είναι ανεξάρτητες ποια είναι η πιθανότητα η εταιρεία να χρεοκοπήσει κάποια στιγμή στα επόμενα δύο έτη;



# Υπολογισμός της πιθανότητας χρεοκοπίας από τις καμπύλες αποδόσεων

- $(1+k_{0,2})^2=(1+k_{0,1})(1+c_{1,2})$ ,  $c_{1,2}=18,36\%$
- $(1+i_{0,2})^2=(1+i_{0,1})(1+f_{1,2})$ ,  $f_{1,2}=12,04\%$
- $(1+f_{1,2})=(1-PD_{1,2})(1+c_{1,2})$
- $(1-PD_{1,2})=(1+f_{1,2})/(1+c_{1,2})=1-0,0534$
- Υποθέτοντας διαχρονική ανεξαρτησία των πιθανοτήτων πτώχευσης, η σωρευτική πιθανότητα χρεοκοπίας για δύο έτη είναι:
- $CumPD=1-[(1-PD_1)(1-PD_{1,2})]=10,07\%$



# Υπολογισμός της πιθανότητας χρεοκοπίας από τις καμπύλες αποδόσεων

## EXAMPLE 10-5

*Calculating the  
Probability of  
Default on a  
Multiperiod Bond*

Suppose the FI manager wants to find out the probability of default on a two-year loan. For the one-year loan,  $1 - p_1 = 0.05$  is the marginal and total or cumulative probability ( $Cp$ ) of default in year 1. Later in this chapter, we discuss ways in which  $p_2$  can be estimated by the FI manager, but for the moment suppose that  $1 - p_2 = 0.07$ . Then:

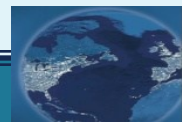
$$1 - p_1 = 0.05 = \text{Marginal probability of default in year 1}$$

$$1 - p_2 = 0.07 = \text{Marginal probability of default in year 2}$$

The probability of the borrower surviving—not defaulting at any time between now (time 0) and the end of period 2—is  $p_1 \times p_2 = (0.95)(0.93) = 0.8835$ .

$$Cp = 1 - [(0.95)(0.93)] = 0.1165$$

There is an 11.65 percent probability of default over this period.



# Υπολογισμός της πιθανότητας χρεοκοπίας από τις καμπύλες αποδόσεων

## **EXAMPLE 10–6**

*Calculating  
the Probability  
of Default on  
a Multiperiod  
Bond Using  
Term Structure  
Derivation of  
Credit Risk*

From the Treasury strip yield curve in Figure 10–6, the current required yields on one- and two-year Treasuries are  $i_1 = 2.05$  percent and  $i_2 = 3$  percent, respectively. If we use equation (2), the one-year forward rate,  $f_1$ , is:

$$1 + f_1 = \frac{(1.03)^2}{(1.0205)} = 1.0396$$

or

$$f_1 = 3.96\%$$

The expected rise in one-year rates from 2.05 percent ( $i_1$ ) this year to 3.96 percent ( $f_1$ ) next year reflects investors' perceptions regarding inflation and other factors that directly affect the time value of money.



# Υπολογισμός της πιθανότητας χρεοκοπίας από τις καμπύλες αποδόσεων

Further, the current yield curve in Figure 10–6 indicates that appropriate one-year discount bonds are yielding  $k_1 = 7.80$  percent and two-year bonds are yielding  $k_2 = 10$  percent. Thus, if we use equation (3), the one-year rate expected on corporate securities,  $c_1$ , is:

$$1 + c_1 = \frac{(1.10)^2}{(1.0780)} = 1.1224$$

or

$$c_1 = 12.24\%$$

We summarize these calculations in Table 10–8. As you can see, the expected spread between one-year corporate bonds and Treasuries in one year's time is higher than the spread for current one-year bonds. Thus, the default risk premium increases with the maturity on the corporate (risky) bond.

From these expected rates on one-year bonds, if we use equations (4) and (5), the expected probability of repayment on one-year corporate bonds in one year's time,  $p_2$ , is:

$$p_2 = \frac{[1.0396]}{[1.1224]} = 0.9262$$

and the expected probability of default in year 2 is:

$$1 - p_2 = 1 - 0.9262 = 0.0738$$

or

$$7.38\%$$



# Πιστωτικός Κίνδυνος

Πιθανότητες Αθέτησης από τις τιμές των  
ομολογιών (συνέχεια)



# ΠΙΣΤΩΤΙΚΟΣ ΚΙΝΔΥΝΟΣ-ΕΚΤΙΜΩΝΤΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΧΡΟΚΟΠΙΑΣ

- Πιθανότητα αθέτησης υποχρεώσεων-χρεοκοπίας δανειοληπτών, εκδοτριών ομολόγων, αντισυμβαλλόμενων σε παράγωγα
- ΒΑΣΙΛΕΙΑ II, III: εγκρίνει εσωτερική εκτίμηση πιθανοτήτων αθέτησης (PD, LGD, EAD) [Internal Rating Based (IRB) approach]
- Οργανισμοί αξιολόγησης ομολόγων:
  - Moody's (Aaa,Aa1,Aa2,Aa3,A1,...,Baa1,...,Ba1,...,B1,...C3)
  - S&P (AAA,AA+,AA,AA-,A+,...,BBB+,...,BB+,...B+,...,CCC,...C-)
- Σταθερότητα αξιολόγησης, μόνο μακροπρόθεσμες αλλαγές φερεγγυότητας αλλάζουν διαβάθμιση





# Μέση σωρευτική πιθανότητα χρεοκοπίας

**Table 19.1** Average Cumulative Issuer-Weighted Default Rates (%), 1970–2016

| Time (years) | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 7      | 10     | 15     | 20     |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Aaa          | 0.000  | 0.011  | 0.011  | 0.031  | 0.085  | 0.195  | 0.386  | 0.705  | 0.824  |
| Aa           | 0.021  | 0.060  | 0.110  | 0.192  | 0.298  | 0.525  | 0.778  | 1.336  | 2.151  |
| A            | 0.055  | 0.165  | 0.345  | 0.536  | 0.766  | 1.297  | 2.224  | 3.876  | 5.793  |
| Baa          | 0.177  | 0.461  | 0.804  | 1.216  | 1.628  | 2.472  | 3.925  | 7.006  | 10.236 |
| Ba           | 0.945  | 2.583  | 4.492  | 6.518  | 8.392  | 11.667 | 16.283 | 23.576 | 29.733 |
| B            | 3.573  | 8.436  | 13.377 | 17.828 | 21.908 | 28.857 | 36.177 | 43.658 | 48.644 |
| Caa–C        | 10.624 | 18.670 | 25.443 | 30.974 | 35.543 | 42.132 | 50.258 | 53.377 | 53.930 |

SOURCE: Moody's.



# Ιστορικές πιθανότητες χρεοκοπίας

- Μια ομολογία Baa έχει 0.177% πιθανότητα να αθετηθεί στο 1<sup>ο</sup> έτος και 0.461% να αθετηθεί μέχρι το τέλος του 2<sup>ου</sup> έτους
- Η πιθανότητα να αθετηθεί στο 2<sup>ο</sup> έτος είναι:
  - $0.461 - 0.177 = 0.284\%$
- Για ομολογίες με αξιολόγηση investment grade (πάνω από Baa) οι (unconditional) πιθανότητες βαίνουν αυξανόμενες, ως συνάρτηση του χρόνου λήξης ενώ για ομολογίες χαμηλής αξιολόγησης βαίνουν μειούμενες



# ΑΔΕΣΜΕΥΤΗ ΚΑΙ ΔΕΣΜΕΥΜΕΝΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΑΘΕΤΗΣΗΣ – DEFAULT INTENSITIES

- Αδέσμευτη πιθανότητα ομολογίας Caa για αθέτηση το τρίτο έτος (πίνακας 19.1):
  - $25.443 - 18.670 = 6.773\%$ 
    - (πιθανότητα που διαμορφώνεται σε  $t=0$ )
- Πιθανότητα μη αθέτησης ως το  $t=2$ :
  - $100 - 18.670 = 81.330\%$
- Από το 81% των εταιρειών που δεν χρεοκόπησαν ως το τέλος του 2<sup>ου</sup> έτους το 6,773% στατιστικά θα χρεοκοπήσουν το 3<sup>ο</sup> έτος
- Πιθανότητα αθέτησης το τρίτο έτος με προϋπόθεση μη αθέτησης μέχρι τότε:
  - $0.06773 / 0.81330 = 8.33\%$
- **Η πιθανότητα αθέτησης την περίοδο  $t$  με την προϋπόθεση μη πρότερης αθέτησης (δεσμευμένη πιθανότητα) είναι η default intensity ή hazard rate**





# ΠΟΣΟΣΤΟ ΑΝΑΚΤΗΣΗΣ ΣΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΧΡΕΟΚΟΠΙΑΣ - RECOVERY RATE

- Recovery rate= 1- LGD
  - LGD= Loss Given Default (Ζημία σε περίπτωση χρεοκοπίας)
  - Reorganization – Liquidation
- Είναι ίσο με την αγοραία αξία της ομολογίας αμέσως μετά την χρεοκοπία σαν ποσοστό της ονομαστικής αξίας
- **Τα ποσοστά ανάκτησης συσχετίζονται αρνητικά με τα ποσοστά χρεοκοπίας**
- Εκτίμηση για την περίοδο 1984-2004 από την Moody's
- Μέσο ποσοστό ανάκτησης=0,52-6,9 x μέσο ποσοστό χρεοκοπίας
  
- Αν % χρεοκοπίας =0,1%, %ανάκτησης=51,3%
- Αν % χρεοκοπίας =3%, %ανάκτησης=31,3%



# DR'S ΑΠΟ ΤΙΜΕΣ ΟΜΟΛΟΓΩΝ

Η δεσμευμένη πιθανότητα χρεοκοπίας ή default intensity δίδεται από τον τύπο:  
Αφαιρώντας το επιχείρημα της ρευστότητας (πριμ ρευστότητας, ο μόνος λόγος για μια εταιρική ομολογία να τιμολογείται λιγότερο από μια όμοια της μηδενικού ρίσκου είναι η πιθανότητα χρεοκοπίας. Έστω  $k=i+s$  ( $s=2\%$ ) και  $R=40\%$ ,  $h=3.33\%$

$$h = s / 1 - R$$

Όπου:  $h$  (conditional probability of default (ή default intensity) ανά έτος,  $s$  το spread της ομολογίας ως προς το αντίστοιχης διάρκειας ομόλογο χωρίς κίνδυνο αθέτησης και  $R$  είναι το ποσοστό ανάκτησης



# DP's ΑΠΟ ΤΙΜΕΣ ΟΜΟΛΟΓΩΝ

- **τα spreads εταιρικών ομολόγων από πιστωτικό κίνδυνο – αγνοώντας κίνδυνο ρευστότητας**
- Ομολογία,  $M=5$ ,  $c=6\%$ ,  $YTM=7\%$ ,  $P=95,34$ , recovery rate  $=40\%$
- Ανάλογη ομολογία χωρίς κίνδυνο,  $YTM=5\%$  (έστω  $r_f=5\%$  για όλες τις λήξεις),  $P=104,09$
- Αναμενόμενη απώλεια για τα 5 έτη  $=8,75$
- **Έστω PD ανά έτος  $=Q$  ( $Q$  σταθερό)**
- Έστω ότι αθέτηση συμβαίνει αποκλειστικά σε  $t=0,5, 1,5, 2,5, 3,5, 4,5$  ακριβώς πριν την πληρωμή τοκομεριδίου



# DR's ΑΠΟ ΤΙΜΕΣ ΟΜΟΛΟΓΩΝ

- Για παράδειγμα: υπολογισμός αναμενόμενης απώλειας στο  $t=3,5$ :
- Αναμενόμενη τιμή ομολογίας χωρίς κίνδυνο στο  $t=3,5$ :
- $3 + 3e^{-0,05 \times 0,5} + 3e^{-0,05 \times 1,0} + 103e^{-0,05 \times 1,5} = 104,34$
- Η απώλεια σε περίπτωση χρεοκοπίας  $= 104,34 - 40 = 64,34$
- $PV_{5\%}(64,34) = 54,01$ , συνεχής ανατοκισμός:  $e^{-0,05 \times 3,5} = 0,839$
- Αναμενόμενη απώλεια στο  $t=3,5$ :  $54,01Q$





# DP's ΑΠΟ ΤΙΜΕΣ ΟΜΟΛΟΓΩΝ

- Συνολική αναμενόμενη ζημία:  $288,48 \times Q = 8,75$
- $Q = 3,03\%$
- Επέκταση με χρεοκοπία σε συχνότερες περιόδους
- Επέκταση από αδέσμευτη και σταθερή πιθανότητα χρεοκοπίας σε σταθερή δεσμευμένη πιθανότητα
- Υπολογισμός της χρονικής διάρθρωσης των PD's με την χρήση πολλών λήξεων
- Έστω ομολογίες με λήξη 3, 5, 7, 10 έτη
- Χρησιμοποιούμε την μεθοδολογία bootstrap για υπολογισμό DP κατ' έτος για τα έτη 1-10



# DP'S ΑΠΟ TIMEΣ ΟΜΟΛΟΓΩΝ

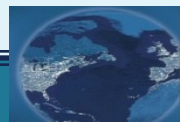
446

RISK MANAGEMENT AND FINANCIAL INSTITUTIONS

**Table 19.3** Calculation of Loss from Default on a Bond in Terms of the Default Probabilities per Year,  $Q$

| Time<br>(yrs) | Def.<br>Prob. | Recovery<br>Amount (\$) | Default-Free<br>Value (\$) | Loss (\$) | Discount<br>Factor | PV of Expected<br>Loss (\$) |
|---------------|---------------|-------------------------|----------------------------|-----------|--------------------|-----------------------------|
| 0.5           | $Q$           | 40                      | 106.73                     | 66.73     | 0.9753             | 65.08 $Q$                   |
| 1.5           | $Q$           | 40                      | 105.97                     | 65.97     | 0.9277             | 61.20 $Q$                   |
| 2.5           | $Q$           | 40                      | 105.17                     | 65.17     | 0.8825             | 57.52 $Q$                   |
| 3.5           | $Q$           | 40                      | 104.34                     | 64.34     | 0.8395             | 54.01 $Q$                   |
| 4.5           | $Q$           | 40                      | 103.46                     | 63.46     | 0.7985             | 50.67 $Q$                   |
| Total         |               |                         |                            |           |                    | 288.48 $Q$                  |

Notional Principal = \$100.



# DP's από Asset Swaps

- Τα asset swap spreads αποτελούν εκτιμήσεις των yield spreads των ομολόγων πάνω στην LIBOR /swap curve
- Έστω asset swap spread =150 bps
- Αν το ομόλογο είναι στο άρτιο, ο A πληρώνει το τοκομερίδιο της ομολογίας και ο B πληρώνει LIBOR +150
- Αν το ομόλογο είναι below par στα 95, ο A πληρώνει εκτός από το τοκομερίδιο και 5 ανά 100 στην εκκίνηση (και εισπράττει LIBOR+150)
- Αν το ομόλογο είναι στα 108 ο B πληρώνει 8 ανά 100 στην εκκίνηση και LIBOR +150 ενώ εισπράττει το τοκομερίδιο
- Η παρούσα αξία του spread είναι ίση με την διαφορά της τιμής της ομολογίας χωρίς κίνδυνο από την εταιρική ομολογία, όταν το risk free rate δίδεται από την LIBOR/ swap curve.



# DP's από Asset Swaps

- Αν δεν γνωρίζουμε την τιμή της ομολογίας αλλά μόνο το spread του swap π.χ. 150 μ.β., υπολογίζουμε την αξία κατά την οποία η ομολογία χωρίς κίνδυνο είναι μεγαλύτερη από την εταιρική ομολογία ως την PV των 150 μβ ανά έτος για 5 έτη.
- Με εξαμηνιαίες πληρωμές η PV είναι \$6,55 ανά \$100 ονομαστικής αξίας
- $Q = 6,55 / 288,48 = 2,27\%$

