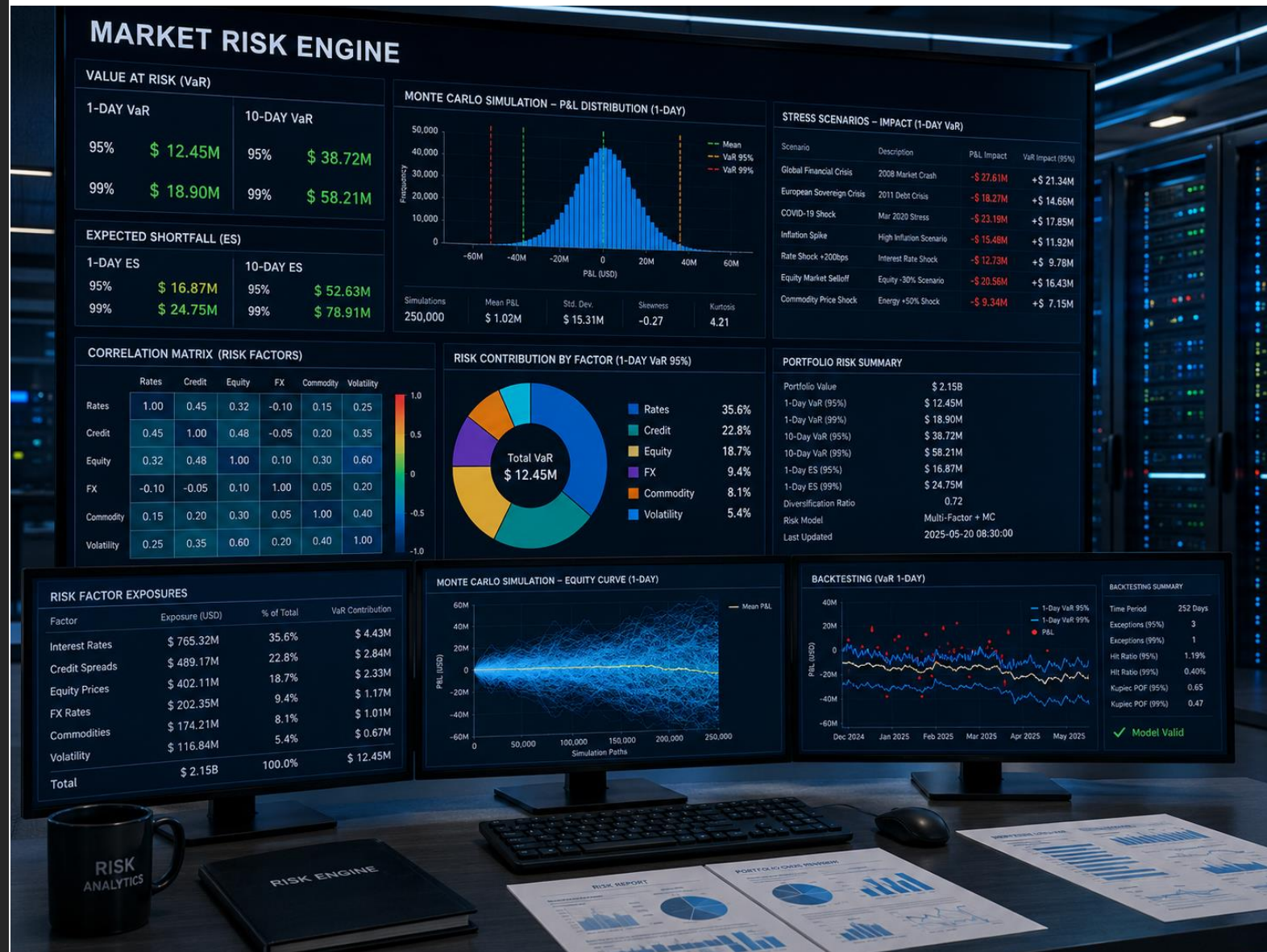


Τραπεζική Διοικητική και Διαχείριση Τραπεζικών Κινδύνων

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΔΕΛΗΣ



Χρηματοοικονομικοί κίνδυνοι

- Μία τράπεζα A αγοράζει 1 εκ. US dollars από μία τράπεζα B.
- Η spot ισοτιμία είναι €1.2/USD και η παράδοση θα γίνει σε 2 ημέρες.
- Η τράπεζα A θα παραδώσει €1.2 εκ. σε 2 μέρες για να παραλάβει τα US dollars.
- Ποιους κινδύνους ενέχουν οι πράξεις;

Spot Συναλλαγματική Συναλλαγή: Ροή και Κίνδυνοι

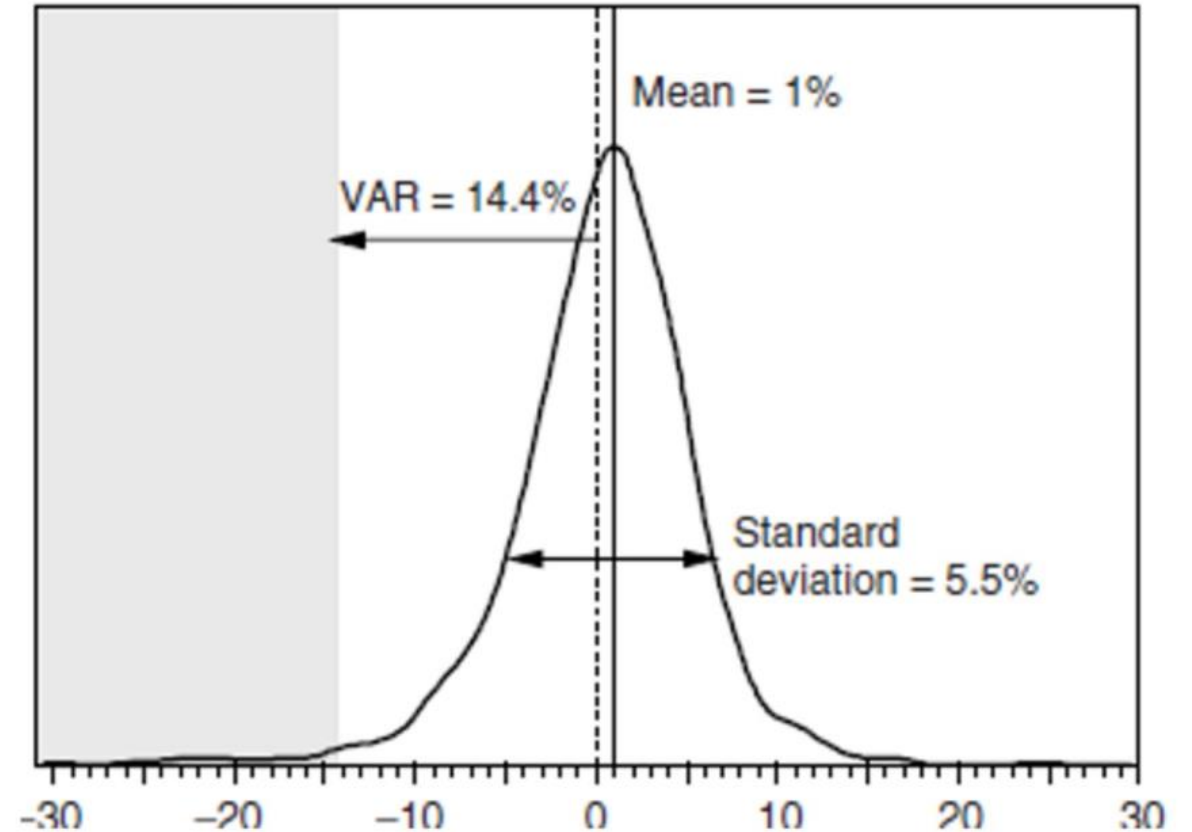
Η Τράπεζα A αγοράζει US\$1.000.000 από την Τράπεζα B



- **Κίνδυνος αγοράς (market risk):** Αλλαγή ισοτιμίας
- **Κίνδυνος εκκαθάρισης (credit – settlement risk):** Αν η τράπεζα Α μεταφέρει τα EUR 1.2 εκ. στην Τράπεζα Β και η Τράπεζα Β χρεωκοπεί τότε δεν θα παραδώσει το USD 1 εκ.
- **Λειτουργικός κίνδυνος (operational risk):** έστω ότι στέλνονται σε λάθος τράπεζα. Όταν ανακαλυφθεί το λάθος η απώλεια της τράπεζας θα είναι ο τόκος των ημερών.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- Το VaR μας δείχνει τη μέγιστη ζημία που αναμένεται να πραγματοποιηθεί σε δεδομένο χρονικό ορίζοντα και για συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης.



Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- Το VaR είναι η μέθοδος για την μέτρηση του κινδύνου η οποία χρησιμοποιεί εργαλεία από άλλες επιστήμες (π.χ., στατιστική, οικονομετρία).
- Το VaR συνοψίζει τη μέγιστη πιθανή απώλεια για δεδομένο χρονικό ορίζοντα η οποία δεν θα ξεπεραστεί για α επίπεδο εμπιστοσύνης.
 - Πχ., ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα – μία τράπεζα – μπορεί να έχει υπολογίσει ότι το ημερήσιο VaR του χαρτοφυλακίου της είναι 10€ εκατομμύρια σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 99\%$.
 - Πιο συγκεκριμένα, αυτό σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα μόνο 1% η απώλεια να είναι μεγαλύτερη από 10€ εκατομμύρια.

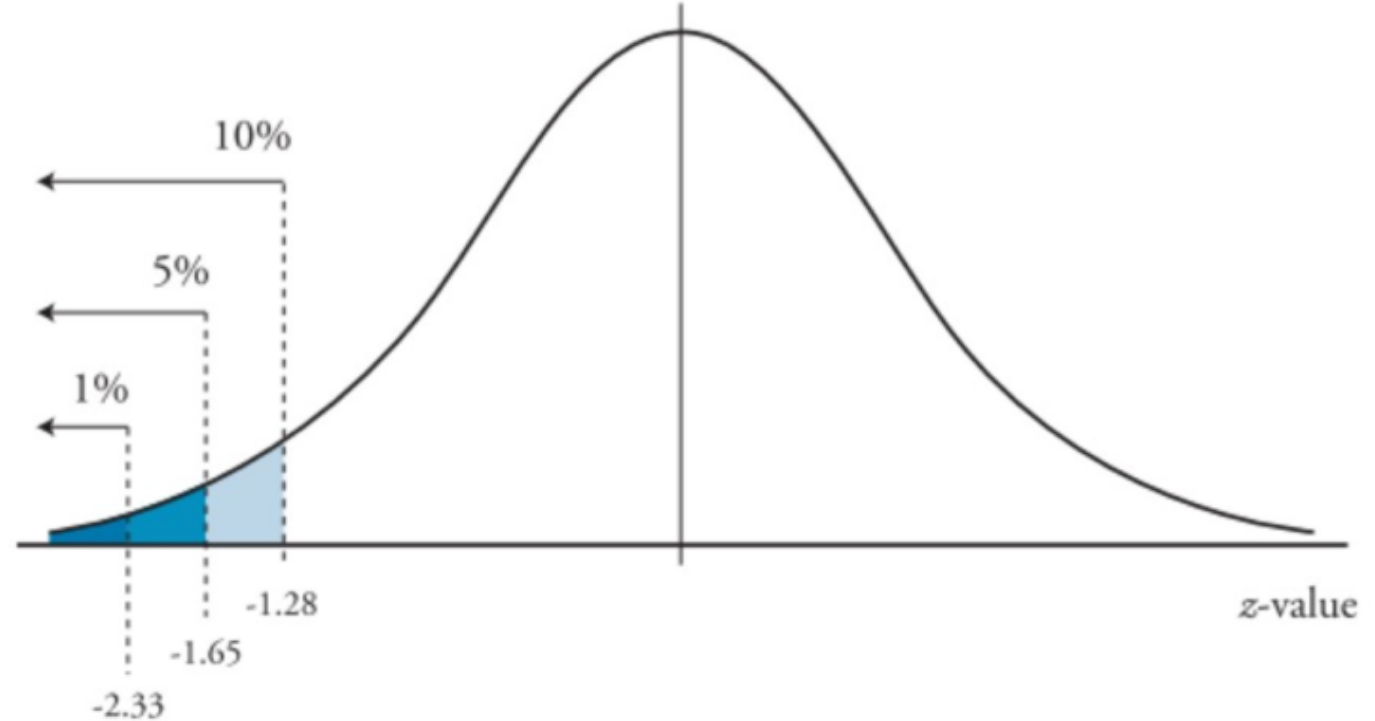
Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- Έστω y_t οι αποδόσεις (P&L) ενός χαρτοφυλακίου στο χρόνο t .
- Κάτω από την υπόθεση της κανονικής κατανομής, το VaR υπολογίζεται ως εξής:

$$p = \Pr \left(y_t \leq VaR_t^{(1-p)} \right) = \int_{-\infty}^{VaR_t^{(1-p)}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{1}{2} y_t^2 \right) dy_t$$



Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)



$$VaR(X\%) = \mu - z_{X\%} \sigma$$

Όπου:

- $z_{X\%}$ η κριτική τιμή z της τυπικής κανονικής κατανομής για $X\%$ πιθανότητα,
- μ η μέση τιμή των ημερήσιων αποδόσεων σε ποσοστιαία βάση.
- σ η τυπική απόκλιση των ημερήσιων αποδόσεων σε ποσοστιαία βάση.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- Το VaR αναφέρεται μόνο στο ποσοστό των απωλειών που αναμένεται να ξεπεραστούν για συγκεκριμένο επίπεδο σημαντικότητας αλλά δεν καθορίζεται το μέγεθος αυτών.
- Το Expected Shortfall (ES) μας δίνει ενδείξεις για το ύψος της ζημιάς.

- Το ES υπολογίζεται ως εξής:

$$ES_{t+1}^p = -E_t[R_{t+1} | R_{t+1} < -VaR_{t+1}^p]$$

- Το ES μας ενημερώνει για την αναμενόμενη αξία της απώλειας αν η απώλεια είναι μεγαλύτερη του VaR.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- Βάση της υπόθεσης της κανονικότητας, το VaR υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τα εξής:
 - Μέση απόδοση
 - Τυπική απόκλιση
 - Ποσοστημόριο της κανονικής κατανομής

- Οι υποθέσεις που κάνουμε για να υπολογίσουμε το VaR είναι για:
 - Την υποκείμενη κατανομή
 - Την τυπική απόκλιση

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

The 10-Q report of ABC Bank states that the monthly VAR of ABC Bank is USD 10 million at the 95% confidence level. What is the proper interpretation of this statement?

- a. If we collect 100 monthly gain/loss data of ABC Bank, we will always see five months with losses larger than \$10 million.
- b. There is a 95% probability that the bank will lose less than \$10 million over a month.
- c. There is a 5% probability that the bank will gain less than \$10 million each month.
- d. There is a 5% probability that the bank will lose less than \$10 million over a month.

Παραμετρική Μέθοδος

- Το πρώτο βήμα περιλαμβάνει την υποδειγματοποίηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου.
 - Απλή μεθοδολογία
 - RiskMetrics-EWMA
 - GARCH models
- Το δεύτερο βήμα περιλαμβάνει την ενσωμάτωση της μη κανονικότητας των αποδόσεων των χρηματοοικονομικών σειρών.

Παραμετρική Μέθοδος

- Ένα χαρακτηριστικό της διακύμανσης των αποδόσεων είναι η υψηλή αυτοσυσχέτιση.
- Έχει παρατηρηθεί ότι η υψηλή διακύμανση ακολουθείται από υψηλές τιμές διακύμανσης.
- Η πρόβλεψη της διακύμανσης στη συγκεκριμένη περίπτωση ισούται με

$$\sigma_{t+1}^2 = \frac{1}{m} \sum_{\tau=1}^m R_{t+1-\tau}^2 = \sum_{\tau=1}^m \frac{1}{m} R_{t+1-\tau}^2$$

Παραμετρική Μέθοδος

- Η μεθοδολογία όμως αυτή για την εκτίμηση της διακύμανσης δίνει την ίδια βαρύτητα σε κάθε ιστορική παρατήρηση.
- Ή προσέγγιση του συστήματος Risk Metrics περιορίζει τη βαρύτητα της κάθε παρατήρησης ιστορικά.
- Η πρόβλεψη της διακύμανσης στη συγκεκριμένη περίπτωση ισούται με

$$\sigma_{t+1}^2 = \lambda \sigma_t^2 + (1 - \lambda) R_t^2$$

Παραμετρική Μέθοδος

- Με αυτόν τον τρόπο, οι πιο πρόσφατες αποδόσεις επηρεάζουν σε μεγαλύτερο βαθμό την εκτίμηση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου.
- Η παράμετρος λ έχει οριστεί να είναι ίση με 0,94.
- Παρόλα αυτά, θεωρείται μία προσέγγιση η οποία δεν αντικατοπτρίζει ακριβώς τις στατιστικές ιδιότητες της χρονοσειράς των αποδόσεων.

Παραμετρική Μέθοδος

- Κάτι το οποίο μπορεί να επιτευχθεί με τα GARCH μοντέλα.
- Η πιο απλή μορφή αυτών των υποδειγμάτων έχει τη μορφή:

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \beta \sigma_t^2 + \alpha R_t^2,$$

Όπου $\alpha + \beta < 1$.

Παραμετρική Μέθοδος

- Όπως αναφέρθηκε, μία υπόθεση που χρησιμοποιείται είναι η υπόθεση της κανονικής κατανομής των αποδόσεων.
- Παρόλα αυτά, υπάρχουν και άλλες κατανομές που έχουν χρησιμοποιηθεί για την προσέγγιση των αποδόσεων.

Student-t

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi\nu} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}$$

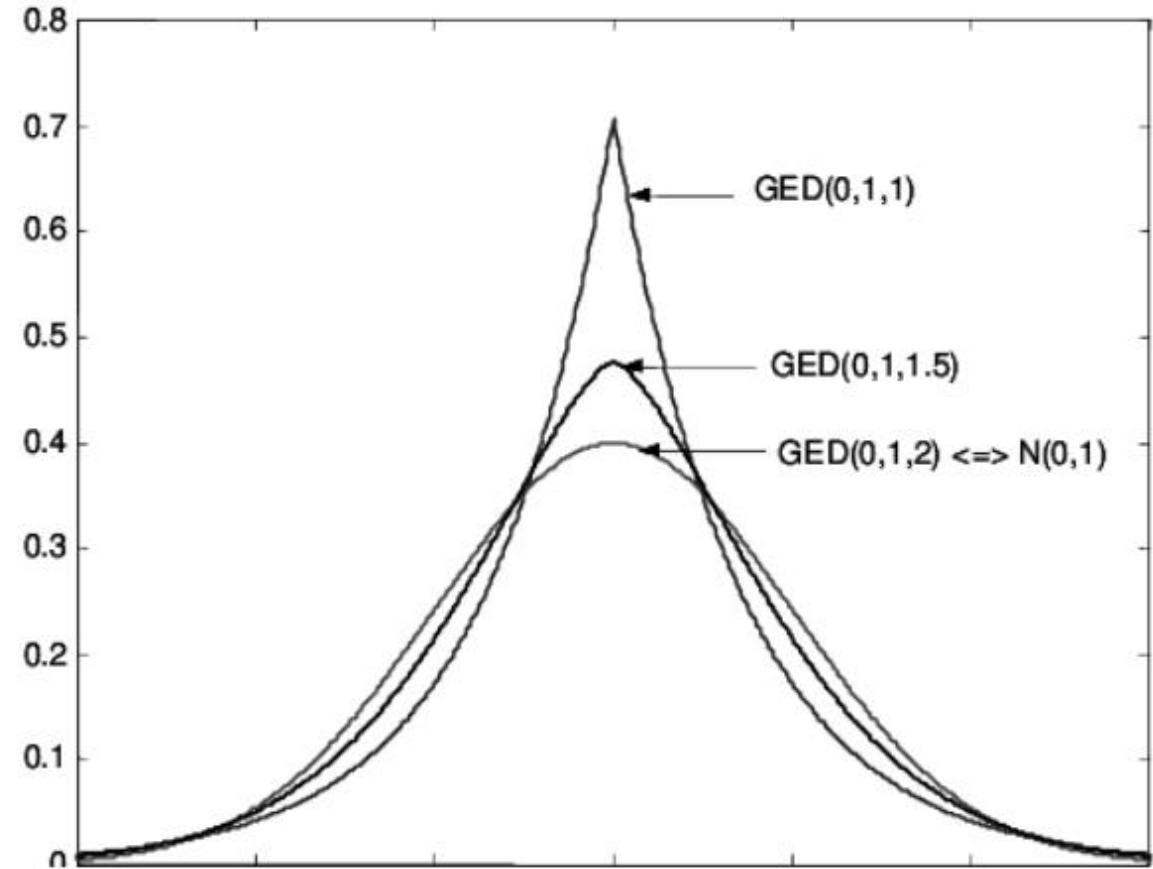
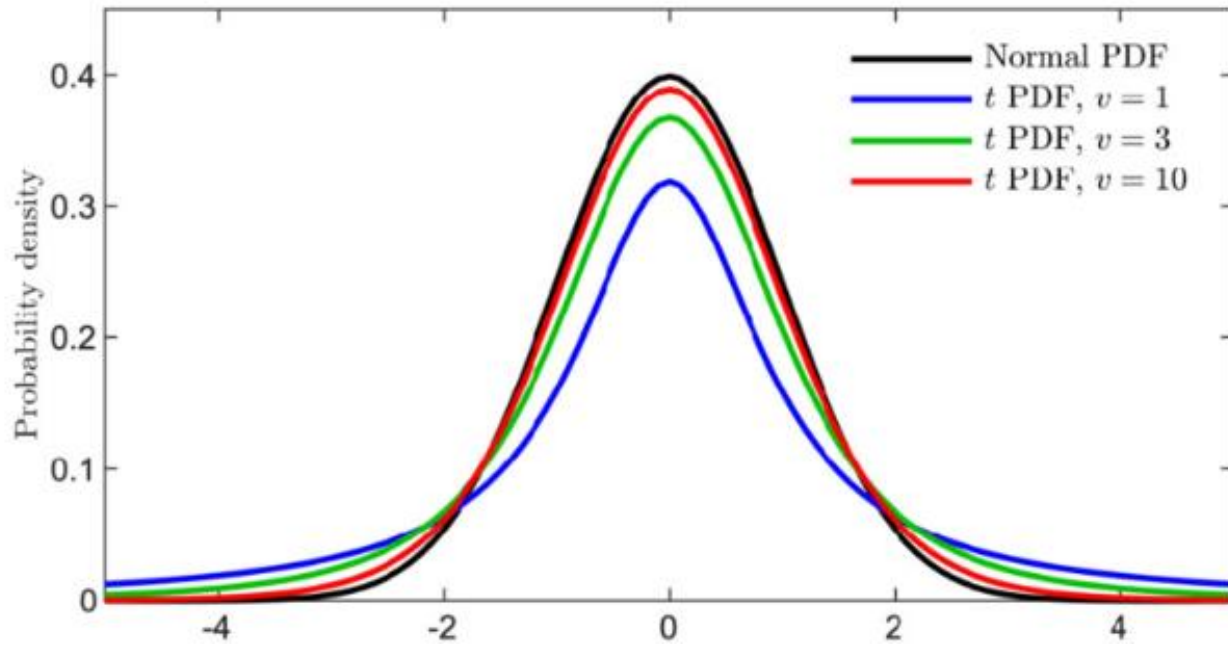
GED

$$f(z; \nu) = \frac{\nu \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}|z/\lambda|^\nu\right]}{\lambda 2^{(1+1/\nu)} \Gamma(1/\nu)},$$

$$\lambda \equiv \sqrt{\frac{2^{(-2/\nu)} \Gamma(1/\nu)}{\Gamma(3/\nu)}},$$

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

Παραμετρική Μέθοδος



Μη-παραμετρική Μέθοδος

- Η πιο γνωστή μη-παραμετρική μέθοδος είναι η ιστορική προσομοίωση (historical simulation).
1. Κατατάσσουμε τις ιστορικές αποδόσεις κατά αύξουσα σειρά
 2. Επιλέγουμε VaR_p% ώστε το 100**p*% των παρατηρήσεων να είναι μικρότερο από το VaR_p%.

$$VaR_{t+1}^p = -\text{Percentile} \left(\{R_{PF,t+1-\tau}\}_{\tau=1}^m, 100p \right)$$

Μη-παραμετρική Μέθοδος

- Πολύ εύχρηστη και απλή μεθοδολογία. Όπως επίσης ενσωματώνει μη κανονικές κατανομές και άλλα χαρακτηριστικά των αποδόσεων.
- Πολύ εύχρηστη και απλή μεθοδολογία. Όπως επίσης ενσωματώνει μη κανονικές κατανομές και άλλα χαρακτηριστικά των αποδόσεων.
- Παρόλα αυτά, δίνει την ίδια βαρύτητα στις παρατηρήσεις, που σημαίνει ότι σε μεγάλα δείγματα πολύ παλιές παρατηρήσεις των αποδόσεων έχουν την ίδια βαρύτητα με τις πιο πρόσφατες.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- **Παράδειγμα 1:** Η εκτιμώμενη μέση τιμή και τυπική απόκλιση της κατανομής των P&L είναι \$8 εκ. και \$15, αντίστοιχα. Υπολογίστε το VaR για επίπεδο σημαντικότητας 95%.
- **Παράδειγμα 2:** Έχοντας υπολογίσει τα VaR του χαρτοφυλακίου, όπως θα δείτε παρακάτω, υπολογίστε το ES για επίπεδο σημαντικότητας 95%.

$$VaR96\% = 1,75 - VaR97\% = 1,88 - VaR98\% = 2,05 - VaR99\% = 2.32$$

- **Παράδειγμα 3:** Χρησιμοποιώντας τις 30 ταξινομημένες αποδόσεις ενός χαρτοφυλακίου, υπολογίστε το VaR και ES για επίπεδο σημαντικότητας 90% (-22, -20, -15, -10, -9, -9, -8, -7, -6, -5, -5, -5, -5, -4, -4, -4, -3, -2, -2, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20).

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

- **Άσκηση 1:** Έστω ότι έχω ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από μία μετοχή, την A, και αξίζει \$10 εκ. Η τυπική απόκλιση ημέρας είναι 2%. Επίσης, η μέση τιμή των αποδόσεων της μετοχής είναι ίση με 1%. Υπό την υπόθεση της κανονικής κατανομής, να υπολογίσετε το VaR99% σε ορίζοντα 10 ημερών.
- **Άσκηση 2:** Έστω ότι έχω ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από δύο μετοχές, την A (weight = 30%) και B, και αξίζει συνολικά \$12 εκ. Η τυπική απόκλιση ημέρας της μετοχής A είναι 2% και της B ίση με 4%. Επίσης, η συσχέτιση των αποδόσεων των μετοχών A και B είναι -5%. Υποθέτουμε ότι η μέση τιμή των μετοχών είναι ίση με 0%. Υπό την υπόθεση της κανονικής κατανομής, να υπολογίσετε το VaR99% του χαρτοφυλακίου σε ορίζοντα 10 ημερών.

Ήμι-παραμετρική Μέθοδος

- Η Filtered Historical Simulation (FHS) μεθοδολογία συνδυάζει τα πλεονεκτήματα των παραμετρικών και μη-παραμετρικών μεθόδων.
- Στην περίπτωση δηλαδή που έχουμε αναπτύξει ένα ικανοποιητικό υπόδειγμα για την πρόβλεψη της διακύμανσης των αποδόσεων αλλά δεν είμαστε σίγουροι για την πρόβλεψη της υποκείμενης κατανομής.

Ήμι-παραμετρική Μέθοδος

Βήματα

1. Εκτίμηση υποδείγματος διακύμανσης (π.χ., GARCH)

$$R_{t+1} = \sigma_{t+1} Z_{t+1}$$
$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \beta \sigma_t^2 + a R_t^2$$

2. Υπολογίζω τις τυποποιημένες αποδόσεις

$$\hat{Z}_{t+1-\tau} = \frac{R_{t+1-\tau}}{\sigma_{t+1-\tau}} \quad \text{για } \tau = 1, 2, \dots, m$$

3. Υπολογίζω το VaR_p% ως εξής

$$\text{VaR}_{t+1}^p = -\sigma_{t+1} \text{Percentile}\{\{\hat{Z}_{t+1-\tau}\}, 100p\}$$

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Έχοντας λοιπόν εκτιμήσει το VaR του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας διάφορα μοντέλα, θα πρέπει να κάνουμε έλεγχο για την απόδοση (performance) των προβλέψεων που παράγουν αυτά τα μοντέλα ώστε να καταλήξουμε σε αυτό που θα χρησιμοποιήσουμε.
- Οι προβλέψεις θα πρέπει να συγκριθούν με τις πραγματοποιηθείσες αποδόσεις.
- Οι προβλέψεις δεν πρέπει ούτε να υποεκτιμούν αλλά ούτε και να υπερεκτιμούν το VaR του χαρτοφυλακίου.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Η διαδικασία που αξιολογεί τις VaR προβλέψεις που έχουν παράγει τα διάφορα υποδείγματα λέγεται *backtesting*.
- Πρώτο βήμα είναι η κατασκευή της χρονοσειράς των παραβιάσεων.
- Αν ο αριθμός των παραβιάσεων δεν διαφέρει σημαντικά από τον αναμενόμενο, τότε το υπόδειγμα που παρήγαγε το VaR θεωρείται επαρκές.
- Παρόλα αυτά, χρειαζόμαστε στατιστικούς ελέγχους για να αποφασίσουμε με ακρίβεια ποιο υπόδειγμα είναι επαρκές ή όχι ώστε να καταλήξουμε.

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Οι πιο διαδεδομένοι στατιστικοί έλεγχοι έχουν αναπτυχθεί από τους Kupiec (1995) και Christoffersen (1998, 2003).
- Οι συγκεκριμένοι έλεγχοι ελέγχουν τα εξής:
 - Αν το ποσοστό των παραβιάσεων διαφέρει στατιστικά σημαντικά με το αναμενόμενο (unconditional coverage).
 - Αν οι παραβιάσεις είναι ανεξάρτητες (conditional coverage), δηλαδή αν η παραβίαση τη χρονική στιγμή $t+1$ εξαρτάται από την παραβίαση τη χρονική στιγμή t .

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Ο δείκτης που κατασκευάζεται για τις παραβιάσεις είναι ο αξής:

$$I_{t+1} = \begin{cases} 1, & \text{if } y_{t+1} < VaR_{t+1|t}^p \\ 0, & \text{if } y_{t+1} \geq VaR_{t+1|t}^p \end{cases}$$

- Η μεταβλητή των παραβιάσεων ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή (binomial distribution).
- Πρώτα, πραγματοποιούμε τον έλεγχο:

$$H_0: \quad \frac{x}{N} = p$$

$$H_1: \quad \frac{x}{N} \neq p$$

- Όπου p είναι το αναμενόμενο ποσοστό των παραβιάσεων και η συνάρτηση ελέγχου είναι ίση με:

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Όπου p είναι το αναμενόμενο ποσοστό των παραβιάσεων και η συνάρτηση ελέγχου είναι ίση με:

$$LR_{uc} = -2\ln \left(\frac{(1-p)^{N-x} p^x}{(1-x/N)^{N-x} (x/N)^x} \right)$$

Όπου x ο αριθμός των παραβιάσεων, N ο αριθμός των παρατηρήσεων και $p = 1 - \text{VaR level}$.

- Ο Christoffersen ανέπτυξε το independence coverage test, το οποίο εξετάζει αν οι παραβιάσεις είναι ανεξάρτητες. Η συνάρτηση ελέγχου είναι η εξής:

$$LR_{ind} = -2\ln \left(\frac{(1-\pi)^{n^{00}+n^{10}} \pi^{n^{01}+n^{11}}}{(1-\pi_{01})^{n^{00}} \pi_{01}^{n^{01}} (1-\pi_{11})^{n^{01}} \pi_{11}^{n^{11}}} \right)$$

Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk) - Backtesting

- Ο Christoffersen στη συνέχεια ανέπτυξε το conditional coverage test, το οποίο εξετάζει ταυτόχρονα αν οι παραβιάσεις είναι ίσες με τις αναμενόμενες και αν είναι ανεξάρτητες. Η συνάρτηση ελέγχου είναι η εξής:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}$$

$$LR_{uc} = -2 \ln((1-p)^{N-x} p^x) + 2 \ln((1-\pi_{01})^{n^{00}} \pi_{01}^{n^{01}} (1-\pi_{11})^{n^{01}} \pi_{11}^{n^{11}})$$

- Όπου $n^{i,j}$ είναι ο αριθμός των παραβιάσεων με τιμή i η οποία ακολουθείται από την j για $i, j = 0, 1$ και αντίστοιχες πιθανότητες υπολογίζονται ως εξής:

$$\pi_{i,j} = \frac{n^{i,j}}{\sum_j n^{i,j}}$$

PAPER: Modeling risk for long and short trading positions

Purpose

- Aims to investigate the accuracy of parametric, nonparametric, and semiparametric methods in predicting the one-day-ahead value-at-risk (VaR) measure in three types of markets (stock exchanges, commodities, and exchange rates), both for long and short trading positions.

Design/methodology/approach

- The risk management techniques are designed to capture the main characteristics of asset returns, such as leptokurtosis and asymmetric distribution, volatility clustering, asymmetric relationship between stock returns and conditional variance, and power transformation of conditional variance.

PAPER: Modeling risk for long and short trading positions

Findings

- Based on ***back-testing measures and a loss function evaluation method***, finds that the ***modeling of the main characteristics of asset returns*** produces the most accurate VaR forecasts. Especially for the high confidence levels, a risk manager must employ different volatility techniques in order to forecast accurately the VaR for the two trading positions.

Practical implications

- Different models achieve accurate VaR forecasts for long and short trading positions, indicating to portfolio managers the significance of modeling separately the left and the right side of the distribution of returns.

PAPER: Modeling risk for long and short trading positions

Models

- Although the GARCH (1,1) model captures the volatility-clustering phenomenon, it could not explain the asymmetric relationship between returns and conditional variance.
- Nelson (1991) proposed the exponential GARCH, or EGARCH (1,1) model, which accommodates the asymmetric effect.
- Glosten et al. (1993) presented the TARARCH (1,1) specification, where good news and bad news have different effects on the conditional variance.

PAPER: Modeling risk for long and short trading positions

Parametric

- GARCH-type models
- Several conditional variance models, where innovation are assumed to be distributed differently

Non-parametric

- Historical Simulation

Semi-parametric

- Filtered Historical Simulation
- Several conditional variance models, where innovation are assumed to be distributed differently

PAPER: Modeling risk for long and short trading positions

Evaluation framework

- They employ a two-stage procedure to evaluate the various risk management techniques.
- In the first stage, two back-testing criteria (unconditional and conditional coverage) are implemented to examine the statistical accuracy of the models.
 - Kupiec and Christoffersen tests on violations
- In a second stage, we employ a forecast evaluation method to investigate whether the differences between the VaR models that exhibited sufficient unconditional and conditional coverage are statistically significant.
 - Lopez (1999) proposed an evaluation based on a loss function approach:

$$\Psi_{t+1} = \begin{cases} 1 + (VaR_{t+1|t} - y_{t+1})^2 & \text{if a violation occurs} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

PAPER: Modeling risk for long and short trading positions

Evaluation framework

- The magnitude term ensures that the larger the failure is the more the penalty added to a model.
- According to Lopez's loss function, a model that minimizes the total loss, is preferred over the others.

Forecasting framework

- They generate out-of-sample VaR forecasts for two equity indices (S&P500 and FTSE100), two commodities (Gold and London Brent Crude Oil Index) and two exchange rates (US\$ to Japanese ¥ and US\$ to UK£)
- And they calculate the 95 percent and the 99 percent VaR for long and short trading positions.

PAPER: *Modeling risk for long and short trading positions*

Results

- The VC method underestimates the “true” VaR, since portfolio returns exhibit excess kurtosis relative to that of the normal distribution.
- On the other hand, the RiskMetrics method is more appropriate than VC, as for the 95 percent confidence level the exception rates are statistically equal to the theoretical values.
- More sophisticated techniques that accommodate the features of financial time series are needed to calculate the one-day-ahead VaR.
- The volatility specifications, ***which parameterize the leverage effect for the conditional variance and the asymmetry of the innovations’ distribution,*** forecast the VaR at the 99 percent confidence level more adequately.

PAPER: *Modeling risk for long and short trading positions*

Results

- In terms of the coverage tests, the FHS procedure combined with a GARCH(1,1) updating-volatility technique ***offers a major improvement over both the parametric and the nonparametric methods***, as the exception rates are close to the theoretical ones for both trading positions.
- However, no model seems to produce systematically globally acceptable VaR estimates for all securities, trading positions, and confidence levels.

Conclusion

- Assuming normality for the conditional return distribution, we forecast accurately the one-day-ahead VaR at the 95 percent confidence level. However, gains in forecasting the 99 percent VaR with models that allow for asymmetries either in the conditional return distribution or in the volatility specification are substantial.

PAPER: The Use of GARCH Models in VaR Estimation

Purpose

1. to implement several volatility models under three distributional assumptions and four historical sample sizes in order to estimate the 95% and 99% one-day VaR for five completely diversified equity index portfolios (S&P 500, Nikkei 225, FTSE 100, CAC 40 and DAX 30).
2. to evaluate the predictive accuracy of various models under a risk management framework. We employ a two stages procedure to investigate the forecasting power of each volatility forecasting technique.
 - In the first stage, two backtesting criteria are implemented to test statistical accuracy of the models.
 - In the second stage, we employ standard forecast evaluation methods in order to examine whether the differences between models (which have converged sufficiently), are statistically significant.

PAPER: *The Use of GARCH Models in VaR Estimation*

Methodology

1. They estimate several GARCH models with different assumptions for the relevant distributions
2. Evaluation based on UC, IND, CC

■ UC for different evaluation sample sizes

Confidence level	Evaluation sample size			
	250	500	750	1000
5%	$7 \leq N \leq 19$	$17 \leq N \leq 35$	$27 \leq N \leq 49$	$38 \leq N \leq 64$
1%	$1 \leq N \leq 6$	$2 \leq N \leq 9$	$3 \leq N \leq 13$	$5 \leq N \leq 16$
0.5%	$0 \leq N \leq 4$	$1 \leq N \leq 6$	$1 \leq N \leq 8$	$2 \leq N \leq 9$
0.1%	$0 \leq N \leq 1$	$0 \leq N \leq 2$	$0 \leq N \leq 3$	$0 \leq N \leq 3$
0.01%	$0 \leq N \leq 0$	$0 \leq N \leq 0$	$0 \leq N \leq 1$	$0 \leq N \leq 1$

Table 1: Unconditional coverage "no rejection" regions for a 5% test size.

PAPER: *The Use of GARCH Models in VaR Estimation*

Evaluation – loss function

- The VaR forecast must neither overestimate nor underestimate the “true” VaR number as, in both cases, the financial institution allocates the wrong amount of capital. In the former case, regulators charge it a higher than really needed amount of capital, worsening its performance; in the latter, the regulatory capital set aside may not be enough to cover it from market risks.
- Consequently, the “true” but unobservable VaR is proxied using the empirical distribution of future realized returns. ***The proposed loss function, named Quantile Loss (QL) function***, has the following form:

$$\Psi_{t+1} = \begin{cases} (y_{t+1} - \text{VaR}_{t+1|t})^2, & \text{if } y_{t+1} < \text{VaR}_{t+1|t}; \\ [\text{Percentile}(y, 100p)_1^T - \text{VaR}_{t+1|t}]^2, & \text{if } y_{t+1} \geq \text{VaR}_{t+1|t}. \end{cases}$$

PAPER: *The Use of GARCH Models in VaR Estimation*

S&P 500									
95% daily VaR forecasts					99% daily VaR forecasts				
Model	Size	Distr.	Loss Value	t-stat.	Model	Size	Distr.	Loss Value	t-stat.
AR(1) EGARCH(0,1)	2000	T	5.61%	-	AR(1) GARCH(0,1)	500	T	16.00%	-
AR(1) EGARCH(0,1)	1500	T	6.51%	-1.95***	AR(1) EGARCH(0,1)	500	T	16.04%	-0.08
AR(1) GARCH(0,1)	1500	T	7.10%	-4.13*	AR(1) EGARCH(0,1)	1500	T	17.03%	-0.51
AR(1) GARCH(0,1)	2000	T	7.28%	-3.76*	AR(1) EGARCH(0,1)	1000	T	17.24%	-1.05
AR(1) EGARCH(0,1)	1000	T	7.54%	-4.83	AR(1) GARCH(0,1)	1000	T	18.21%	-1.90***
AR(1) EGARCH(0,1)	500	T	7.54%	-4.63*	AR(1) EGARCH(0,1)	2000	T	18.24%	-1.39
NIKKEI 225									
95% daily VaR forecasts					99% daily VaR forecasts				
Model	Size	Distr.	Loss Value	t-stat.	Model	Size	Distr.	Loss Value	t-stat.
AR(1) GARCH(0,1)	500	GED	4.85%	-	AR(1) EGARCH(0,1)	1500	GED	4.28%	-
AR(1) GARCH(0,2)	1000	GED	5.41%	-2.34**	AR(1) EGARCH(0,1)	1000	GED	5.08%	-3.66*
AR(1) TARCH(0,2)	1000	GED	5.64%	-2.82*	AR(1) EGARCH(0,1)	2000	GED	5.61%	-5.40*
AR(0) GARCH(0,2)	1000	Normal	5.72%	-1.53	AR(1) EGARCH(0,1)	500	GED	6.71%	-4.56*
AR(1) GARCH(0,2)	500	GED	5.95%	-4.11*	AR(1) EGARCH(0,2)	1500	GED	7.31%	-7.75*
AR(1) EGARCH(2,1)	500	GED	6.07%	-3.61*	AR(1) EGARCH(0,2)	1000	GED	7.37%	-8.96*

PAPER: *The Use of GARCH Models in VaR Estimation*

DAX 30									
95% daily VaR forecasts					99% daily VaR forecasts				
Model	Size	Distr.	Loss Value	t-stat.	Model	Size	Distr.	Loss Value	t-stat.
AR(1) EGARCH(0,1)	2000	T	7.39%	-	AR(1) EGARCH(0,1)	2000	T	22.08%	-
AR(1) EGARCH(0,1)	500	T	11.86%	-8.21*	AR(1) EGARCH(0,1)	1500	T	27.47%	-4.37*
AR(1) GARCH(0,1)	1500	T	13.20%	-7.17*	AR(1) EGARCH(0,2)	2000	T	35.10%	-7.13*
AR(1) GARCH(0,1)	2000	T	14.64%	-4.91*	AR(1) GARCH(0,1)	1500	T	38.26%	-8.47*
AR(1) GARCH(0,1)	1000	T	15.34%	-7.74*	AR(1) EGARCH(0,1)	500	T	40.70%	-7.47*
AR(1) TARCH(0,1)	2000	T	15.65%	-5.71*	AR(1) GARCH(0,1)	2000	T	41.20%	-5.18*
CAC 40									
95% daily VaR forecasts					99% daily VaR forecasts				
Model	Size	Distr.	Loss Value	t-stat.	Model	Size	Distr.	Loss Value	t-stat.
AR(1) EGARCH(0,1)	2000	T	3.96%	-	AR(1) GARCH(0,2)	2000	T	21.66%	-
AR(1) EGARCH(0,1)	1500	T	4.73%	-7.54*	AR(1) GARCH(0,2)	1500	T	26.34%	-12.59*
AR(1) EGARCH(0,2)	2000	T	4.81%	-4.09*	AR(1) EGARCH(1,2)	2000	T	27.85%	-5.48*
AR(1) GARCH(0,1)	2000	T	5.10%	-3.89*	AR(1) EGARCH(1,1)	2000	T	27.95%	-5.86*
AR(1) GARCH(0,1)	1500	T	5.44%	-5.53*	AR(1) EGARCH(2,1)	2000	T	27.96%	-5.68*
AR(1) EGARCH(0,2)	1500	T	5.56%	-6.38*	AR(1) GARCH(1,1)	1500	T	30.37%	-5.48*
FTSE 100									
95% daily VaR forecasts					99% daily VaR forecasts				
Model	Size	Distr.	Loss Value	t-stat.	Model	Size	Distr.	Loss Value	t-stat.
AR(1) GARCH(0,1)	1500	T	6.30%	-	AR(1) EGARCH(2,1)	1500	T	23.19%	-
AR(1) GARCH(0,2)	1500	T	7.66%	-5.14*	AR(1) EGARCH(1,2)	1500	T	23.32%	-0.69
AR(1) EGARCH(1,2)	1500	T	7.70%	-3.66*	AR(1) EGARCH(1,1)	2000	T	23.68%	-0.92
AR(1) EGARCH(1,1)	1500	T	7.72%	-4.12*	AR(1) EGARCH(1,2)	2000	T	23.75%	-1.06
AR(1) EGARCH(1,1)	2000	T	7.79%	-3.76*	AR(1) EGARCH(2,1)	2000	T	23.80%	-1.20
AR(1) EGARCH(1,2)	2000	T	7.85%	-3.65*	AR(1) GARCH(1,1)	1500	T	26.19%	-1.82***

PAPER: The Use of GARCH Models in VaR Estimation

Findings

- The study shows that the more flexible a GARCH model is, the more adequate it is in volatility forecasting, compared to parsimonious models, and that holds for all indices, all distributional assumptions and all confidence levels.
- Asymmetric models fare better than symmetric ones, as they capture more efficiently the characteristics of the underlying series.
- A restricted sample size could generate more accurate one-step-ahead VaR forecasts, since it incorporates changes in trading behaviour more efficiently.

BIS: Supervisory framework for the use of “backtesting”

- Η **ενδοημερήσια διαπραγμάτευση** τείνει να αυξάνει τη μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων συναλλαγών και μπορεί να οδηγήσει σε περιπτώσεις όπου το συνολικό αποτέλεσμα υπερβαίνει το μέτρο κινδύνου.
- Δεδομένου ότι τα **έσοδα από προμήθειες** συνήθως δεν περιλαμβάνονται στον υπολογισμό του μέτρου κινδύνου, η συμπερίληψή τους στο αποτέλεσμα συναλλαγών που χρησιμοποιείται στο backtesting μπορεί να συγκαλύψει αδυναμίες του υποδείγματος μέτρησης κινδύνου.
- Το πλαίσιο *backtesting* προβλέπει τυπικό έλεγχο και καταγραφή των παραβιάσεων σε τριμηνιαία βάση, με χρήση των πλέον πρόσφατων στοιχείων δώδεκα μηνών.
- Η εποπτική αρχή χρησιμοποιεί τον αριθμό των υπερβάσεων, 250 παρατηρήσεων, που παράγονται από το υπόδειγμα της τράπεζας ως βάση για την εποπτική αντίδραση.

BIS: Supervisory framework for the use of “backtesting”

Description of three-zone approach

- Στην πρώτη κατηγορία, τα αποτελέσματα του ελέγχου είναι συμβατά με ακριβές υπόδειγμα και η πιθανότητα εσφαλμένης αποδοχής μη ακριβούς υποδείγματος είναι χαμηλή (πράσινη ζώνη).
- Στο αντίθετο άκρο, τα αποτελέσματα είναι εξαιρετικά απίθανο να έχουν προκύψει από ακριβές υπόδειγμα και η πιθανότητα εσφαλμένης απόρριψης ακριβούς υποδείγματος είναι περιορισμένη (κόκκινη ζώνη).
- Μεταξύ των δύο άκρων βρίσκεται η ζώνη όπου τα αποτελέσματα του backtesting μπορεί να είναι συμβατά είτε με ακριβή είτε με μη ακριβή υποδείγματα. Ο επόπτης θα πρέπει να ζητά πρόσθετη τεκμηρίωση πριν από τη λήψη μέτρων (κίτρινη ζώνη).

BIS: Supervisory framework for the use of “backtesting”

Description of three-zone approach

Zone	Number of exceptions	Increase in scaling factor	Cumulative probability
Green Zone	0	0,00	8,11 %
	1	0,00	28,58 %
	2	0,00	54,32 %
	3	0,00	75,81 %
	4	0,00	89,22 %
Yellow Zone	5	0,40	95,88 %
	6	0,50	98,63 %
	7	0,65	99,60 %
	8	0,75	99,89 %
	9	0,85	99,97 %
Red Zone	10 or more	1,00	99,99 %

BIS: Supervisory framework for the use of “backtesting”

Description of three-zone approach

- Εντός της κίτρινης ζώνης, ο αριθμός των παραβιάσεων θα πρέπει κατά κανόνα να καθοδηγεί το μέγεθος πιθανών εποπτικών προσαυξήσεων στην κεφαλαιακή απαίτηση.
- Τα αποτελέσματα backtesting στην κίτρινη ζώνη γενικά συνεπάγονται αύξηση του συντελεστή πολλαπλασιασμού, εκτός εάν η τράπεζα αποδείξει ότι η αύξηση δεν δικαιολογείται.
- Για την αξιολόγηση του υποδείγματος μπορεί να απαιτούνται πρόσθετες πληροφορίες, ιδίως όταν οι παραβιάσεις δεν παρέχουν σαφή ένδειξη για την ποιότητα του μοντέλου.
- Ιδιαίτερα χρήσιμα είναι τα backtests σε επιμέρους δραστηριότητες συναλλαγών, ανά μονάδα διαπραγμάτευσης, παράγοντα κινδύνου ή κατηγορία προϊόντος.or product categories.

BIS: Supervisory framework for the use of “backtesting”

Classifying the exceptions generated by a bank’s model into these categories can be a very useful exercise.

Βασική ακεραιότητα του υποδείγματος

- 1) Τα συστήματα της τράπεζας δεν αποτυπώνουν επαρκώς τον κίνδυνο των ίδιων των θέσεων, π.χ. όταν οι θέσεις υποκαταστήματος στο εξωτερικό αναφέρονται εσφαλμένα.
- 2) Η μεταβλητότητα ή/και οι συσχετίσεις του υποδείγματος έχουν υπολογιστεί εσφαλμένα, π.χ. όταν το σύστημα διαιρεί με 250 κάθε χρόνο.

BIS: Supervisory framework for the use of “backtesting”

Classifying the exceptions generated by a bank’s model into these categories can be a very useful exercise.

Δυνατότητα βελτίωσης της ακρίβειας του υποδείγματος

3) Το υπόδειγμα μέτρησης κινδύνου δεν αξιολογεί ορισμένα μέσα με επαρκή ακρίβεια.

Ατυχής συγκυρία ή κινήσεις αγοράς μη προβλεπόμενες από το υπόδειγμα

4) Τυχαίο γεγονός, δηλαδή συμβάν πολύ χαμηλής πιθανότητας.

5) Οι αγορές κινήθηκαν περισσότερο από όσο προέβλεπε το υπόδειγμα, δηλαδή η μεταβλητότητα ήταν σημαντικά υψηλότερη από την αναμενόμενη.

6) Οι αγορές δεν κινήθηκαν από κοινού όπως αναμενόταν, δηλαδή οι συσχετίσεις διέφεραν σημαντικά από τις παραδοχές του υποδείγματος.

BIS: Supervisory framework for the use of “backtesting”

Classifying the exceptions generated by a bank’s model into these categories can be a very useful exercise.

Ενδοημερήσια διαπραγμάτευση

7) Σημειώθηκε μεγάλη ζημιογόνος μεταβολή στις θέσεις της τράπεζας μεταξύ του τέλους της πρώτης ημέρας, όταν υπολογίστηκε η εκτίμηση κινδύνου, και του τέλους της δεύτερης ημέρας, όταν καταγράφηκαν τα αποτελέσματα συναλλαγών.

- Για την επιβολή ή μη **αύξησης στην κεφαλαιακή απαίτηση**, ο επόπτης μπορεί να σταθμίσει τους ανωτέρω παράγοντες, καθώς και την τήρηση των ποιοτικών προτύπων διαχείρισης κινδύνων. Με βάση την πρόσθετη πληροφόρηση, αποφασίζει την κατάλληλη εποπτική ενέργεια.

BIS: Supervisory framework for the use of “backtesting”

Classifying the exceptions generated by a bank’s model into these categories can be a very useful exercise.

- Σε αντίθεση με την κίτρινη ζώνη, όπου ο επόπτης ασκεί κρίση, τα αποτελέσματα στην κόκκινη ζώνη, δηλαδή δέκα ή περισσότερες παραβιάσεις, σημαίνουν αυτομάτως πρόβλημα στο υπόδειγμα της τράπεζας.
1. Ο επόπτης θα πρέπει να αυξάνει αυτομάτως τον συντελεστή πολλαπλασιασμού που εφαρμόζεται στο υπόδειγμα.
 2. Παράλληλα, θα πρέπει να διερευνώνται οι αιτίες του μεγάλου αριθμού αστοχιών και να απαιτείται άμεση βελτίωση του υποδείγματος. Σε εξαιρετικές περιπτώσεις, όπως η COVID-19, οι παραβιάσεις μπορεί να αξιολογούνται υπό ειδικό πρίσμα.