

## INTEREST RATE RISK: DURATION

- 1. What are the two different general interpretations of the concept of duration, and what is the technical definition of this term? How does duration differ from maturity?**

Duration measures the weighted-average life of an asset or liability in economic terms. As such, duration has economic meaning as the interest rate sensitivity (or interest elasticity) of an asset's value to changes in the interest rate. Duration differs from maturity as a measure of interest rate sensitivity because duration takes into account the time of arrival and the rate of reinvestment of all cash flows during the assets life. Technically, duration is the weighted-average time to maturity using the relative present values of the cash flows as the weights.

- 2. Consider the case in which an investor holds a bond for a period of time longer than the duration of the bond, that is, longer than the original investment horizon.**
- a. **If interest rates rise, will the return that is earned exceed or fall short of the original required rate of return? Explain.**

In this case the actual return earned would exceed the yield expected at the time of purchase. The benefits from a higher reinvestment rate would exceed the price reduction effect if the investor holds the bond for a sufficient length of time.

- b. **What will happen to the realized return if interest rates decrease? Explain.**

If interest rates decrease, the realized yield on the bond will be less than the expected yield because the decrease in reinvestment earnings will be greater than the gain in bond value.

- 3. If an FI uses only duration to immunize its portfolio, what three factors affect changes in the net worth of the FI when interest rates change?**

The change in net worth for a given change in interest rates is given by the following equation:

$$\Delta E = - [D_A - D_L k] * A * \frac{\Delta R}{1 + R} \quad \text{where } k = \frac{L}{A}$$

Thus, three factors are important in determining  $\Delta E$ .

- 1)  $[D_A - D_L k]$  or the leveraged adjusted duration gap. The larger this gap, the more exposed is the FI to changes in interest rates.
- 2)  $A$ , or the size of the FI. The larger is  $A$ , the larger is the exposure to interest rate changes.
- 3)  $\Delta R/(1 + R)$ , or the interest rate shock. The larger is the shock, the larger is the interest rate risk exposure.

**4. Identify and discuss three criticisms of using the duration gap model to immunize the portfolio of a financial institution.**

The three criticisms are:

- a Immunization is a dynamic problem because duration changes over time. Thus, it is necessary to rebalance the portfolio as the duration of the assets and liabilities change over time.
- b Duration matching can be costly because it is not easy to restructure the balance sheet periodically, especially for large FIs.
- c Duration is not an appropriate tool for immunizing portfolios when the expected interest rate changes are large because of the existence of convexity. Convexity exists because the relationship between security price changes and interest rate changes is not linear, which is assumed in the estimation of duration. Using convexity to immunize a portfolio will reduce the problem.

**5. In general, what changes have occurred in the financial markets that would allow financial institutions to restructure their balance sheets more rapidly and efficiently to meet desired goals? Why is it critical for an FI manager who has a portfolio immunized to match a desired investment horizon to rebalance the portfolio periodically? What is convexity? Why is convexity a desirable feature to capture in a portfolio of assets?**

The growth of purchased funds markets, asset securitization, and loan sales markets have considerably increased the speed of major balance sheet restructurings. Further, as these markets have developed, the cost of the necessary transactions has also decreased. Finally, the growth and development of the derivative securities markets provides significant alternatives to managing the risk of interest rate movements only with on-balance-sheet adjustments.

Assets approach maturity at different rates of speed than the duration of the same assets approaches zero. Thus, after a period of time, a portfolio of asset that was immunized against interest rate risk will no longer be immunized. In fact, portfolio duration will exceed the remaining time in the investment or target horizon, and changes in interest rates could prove costly to the institution.

Convexity is a property of fixed-rate assets that reflects nonlinearity in the reflection of price-yield relationships. This characteristic is similar to buying insurance to cover part of the interest rate risk faced by the FI. The more convex is a given asset, the more insurance against interest rate changes is purchased.

6. Ένα ΧΙ έχει τον κατωτέρω Ισολογισμό σε τρέχουσες αξίες:

Ενεργητικό (δισ. Ευρώ)		Υποχρεώσεις και ΚΘ (δισ. Ευρώ)	
Διαθέσιμα	10	Καταθέσεις	45
Ομόλογα	20		
Δάνεια σταθερού επιτοκίου	40	Ομολογιακό δάνειο	45
Δάνεια κυμαινόμενου επιτοκίου	30	Ίδια κεφάλαια (καθαρή θέση)	10
Σύνολο	100	Σύνολο	100

- Οι σταθμισμένες διάρκειες (duration) ενεργητικού και παθητικού έχουν ως εξής:
- Ομόλογα ενεργητικού έχουν duration 4 έτη.
- Τα δάνεια σταθερού επιτοκίου, duration 12 έτη.
- Τα δάνεια κυμαινόμενου επιτοκίου έχουν αναπροσαρμογή επιτοκίου σε 1 έτος.
- Οι ομολογίες που έχει εκδώσει το ΧΙ είναι zero coupon και λήγουν σε 7 έτη.
- Οι καταθέσεις έχουν duration 2 έτη.

Ερώτημα 1°

Πόσο είναι το duration gap του ΧΙ;

Ερώτημα 2°

Πόση θα είναι η επίπτωση στην ΚΘ του ΧΙ αν τα επιτόκια αυξηθούν ομοιόμορφα κατά 0,5% από το τρέχον επίπεδο επιτοκίου 2%;

Ερώτημα 3°

Αν το ΧΙ χρησιμοποιήσει τον μηχανισμό τιτλοποίησης και μεταφέρει το 40% των δανείων σταθερού επιτοκίου εκτός ισολογισμού, πριν την αύξηση των επιτοκίων, πόση θα είναι η επίπτωση στην ΚΘ από την αύξηση των επιτοκίων κατά 0,5%;

Ερώτημα 4°

Μετά την τιτλοποίηση, το ΧΙ επιθυμεί να αντισταθμίσει πλήρως τον κίνδυνο επιτοκίου χρησιμοποιώντας ένα συμβόλαιο ανταλλαγής επιτοκίου, το οποίο έχει duration κυμαινόμενης ταμειακής ροής 0,5 έτη και duration ροής σταθερού επιτοκίου =4,5 έτη. Ποιο θα είναι το νοητό ποσό της ανταλλαγής και η αντίστοιχη θέση στην ανταλλαγή;

Ερώτημα 5°

Μετά την τιτλοποίηση, αντί για εξωχρηματιστηριακά συμβόλαια ανταλλαγής το ΧΙ επιλέγει να χρησιμοποιήσει ΣΜΕ (futures) σε ομόλογα. Η τιμή του συμβολαίου είναι 95 ευρώ ανά 100 ονομαστικής αξίας και η ονομαστική αξία του συμβολαίου είναι 1.000.000 ευρώ. Η duration του υποκείμενου τίτλου του συμβολαίου (implied duration) είναι 2 έτη. Πόσα συμβόλαια θα χρειαστεί και ποια η αντίστοιχη θέση;

## Πράξεις για τις λύσεις

### Ασκηση1

#### Ερώτημα 1

$$D(\text{assets})=0,1 \times 0 + 0,2 \times 4 + 0,4 \times 12 + 0,3 \times 1=5,9 \text{ yrs}$$

$$D(\text{liab.})=0,5 \times 2 + 0,5 \times 7=4,5 \text{ yrs}$$

$$D_{\text{gap}}= 5,9 - 0,9 \times 4,5= \mathbf{+1,85 \text{ yrs}}$$

#### Ερώτημα 2

$$\Delta E= - (+1,85) \times 100 \text{ bn} \times +0,005 / 1,02= \mathbf{-0,9 \text{ bn}}$$

#### Ερώτημα 3

0,4 x 40=16bn στα διαθέσιμα, 24 δις στα δάνεια σταθερού επιτοκίου

$$D(\text{assets})= 0,2 \times 4 + 0,24 \times 12 + 0,3 \times 1=3,98 \text{ yrs}$$

$$D_{\text{gap}}= 3,98 - 0,9 \times 4,5= -0,07 \text{ yrs}$$

$$\Delta E= - (-0,07) \times 100 \text{ bn} \times +0,005 / 1,02= \mathbf{+0,034 \text{ bn}}$$

#### Ερώτημα 4

Το XI έχει αρνητικό άνοιγμα και αντισταθμίζει πιθανή μείωση επιτοκίων άρα παίρνει θέση **πωλητή** στην ανταλλαγή

$$F = 0.07 \times 100 / (4,5-0,5) = \mathbf{1,75 \text{ bn}}$$

#### Ερώτημα 5

Το XI έχει αρνητικό άνοιγμα και αντισταθμίζει πιθανή μείωση επιτοκίων άρα παίρνει θέση **αγοραστή** στα ΣΜΕ

$$N(\text{ΣΜΕ}) = -D_{\text{gap}} \times A / P_F \times N = 0.07 \times 100 \text{ bn} / (0,00095 \text{ δις} \times 2) = \mathbf{14.737 \text{ συμβόλαια}}$$

### **Άσκηση 1**

Έστω ότι αγοράσατε σήμερα ομόλογο με κουπόνια απόδοσης στη λήξη 4,5%, διάρκειας 10 έτη και duration 8 έτη. Έστω ότι ευθύς μετά την αγορά του ομολόγου τα επιτόκια αυξήθηκαν το ίδιο για όλες τις λήξεις.

A. Αν διακρατήσετε και στην συνέχεια πουλήσετε το ομόλογο δύο έτη πριν τη λήξη του, η απόδοση που θα πραγματοποιήσετε θα είναι : 4,5%, λιγότερο από 4,5%, περισσότερο από 4,5%; Εξηγείστε

B. Αν διακρατήσετε και στην συνέχεια πουλήσετε το ομόλογο ένα έτος πριν τη λήξη του, η απόδοση που θα πραγματοποιήσετε θα είναι:  
4,5%, λιγότερο από 4,5%, περισσότερο από 4,5%; Εξηγείστε.

Γ. Αν διακρατήσετε το ομόλογο μέχρι τη λήξη του, η απόδοση που θα πραγματοποιήσετε θα είναι: 4,5%, λιγότερο από 4,5%, περισσότερο από 4,5%; Εξηγείστε.

Δ. Αν διακρατήσετε και στην συνέχεια πουλήσετε το ομόλογο σε δύο έτη, η απόδοση που θα πραγματοποιήσετε θα είναι : 4,5%, λιγότερο από 4,5%, περισσότερο από 4,5%;  
Εξηγείστε.

E. Αν το ομόλογο ήταν τελικής απόδοσης (zero coupon) πως θα άλλαζε η απάντησή σας

### **Απάντηση**

A. Με την υπόθεση της εφάπαξ αύξησης επιτοκίου που παραμένει σταθερό σε όλη την διάρκεια μέχρι την πώληση της ομολογίας (παράλληλη μετατόπιση της καμπύλης αποδόσεων), εξισώνοντας την περίοδο διακράτησης με την duration της ομολογίας εξασφαλίζουμε την υπεσχημένη απόδοση (YTM) 4,5%

B. Τα πανωτόκια που προέρχονται από την αύξηση του επιτοκίου υπερκαλύπτουν την μείωση της τιμής όταν  $H > D$ . Απόδοση  $> 4,5\%$

Γ. Ισχύει ότι στο B.

Δ. Επειδή  $D > H$  η απόδοση διακράτησης θα είναι μικρότερη από 4,5%

E. Η διακράτηση zero coupon ομολόγου μέχρι την λήξη εξασφαλίζει την απόδοση (YTM) 4,5%  
Αν το ομόλογο πωληθεί νωρίτερα η απόδοση θα είναι λιγότερη από 4,5%

Η C-BANK έχει τον κάτωθι ισολογισμό σε τρέχουσες αξίες (εκατ. ευρώ):

Ενεργητικό		Υποχρεώσεις	
Μετρητά στο ταμείο	100	Καταθέσεις	200
Στεγαστικά δάνεια	500	Δάνεια διατραπεζικής	200
Επιχειρηματικά δάνεια	400	Ομολογιακό δάνειο	500
		Ίδια κεφάλαια (καθαρή θέση)	100
Σύνολο	1.000	Σύνολο	1.000

- Τα στεγαστικά δάνεια είναι 10ετούς λήξεως με επιτόκιο 4% ετησίως και ετήσιες τοκοχρεωλυτικές πληρωμές
- Τα επιχειρηματικά δάνεια είναι κυμαινόμενου επιτοκίου (Euribor τριμήνου + 300bps) διάρκειας 5 ετών με τριμηνιαίο επανακαθορισμό (ο προσεχής καθορισμός επιτοκίου σε 3 μήνες)
- Οι καταθέσεις έχουν μέση διάρκεια και duration 3 έτη
- Τα διατραπεζικά δάνεια είναι 3μηνιαίας διάρκειας
- Το ομολογιακό δάνειο έχει διάρκεια 10 έτη επιτόκιο ετήσιου τοκομεριδίου 5% και τρέχουσα απόδοση 6%

**3.1** Πόσο είναι το Duration Gap της C-BANK;

**3.2** Ποια μεταβολή του επιτοκίου είναι αντίζηση για την C-BANK;

**3.3** Αν τα επιτόκια μειωθούν κατά 50 μονάδες βάσης από το επίπεδο του 2%, ποια θα είναι η επίπτωση στην Καθαρή Θέση του Ιδρύματος;

**3.4** Αν υποθέσουμε ότι το ΠΙ προβλέπει μείωση των επιτοκίων και έχει σαν μόνη επιλογή να αντικαταστήσει τις ομολογίες που έχει εκδώσει με μια νέα έκδοση. Αν έχει επιλογή ανάμεσα σε ομόλογα με duration 5, 3 και 2 ετών, ποια έκδοση θα επέλεγε και ποια θα ήταν η επίπτωση της μεταβολής αυτής στην καθαρή θέση, αν όντως τα επιτόκια στη συνέχεια μειωθούν όπως στην 3.3;

### Απάντηση:

Βρίσκω πρώτα την duration των στεγαστικών δανείων,  $M=10$ , επιτόκιο=4%. Ο τύπος της duration για χρονική ροή (ράντα) δίνει:

$$D = \frac{1+r}{r} - \left[ \frac{M}{(1+r)^M - 1} \right] = 5,17 \text{ \u03b5\u03c4\u03b7}$$

Συνεπ\u03c9\u03c2, \u03b7 duration του ενεργητικού \u03b5\u03b9\u03bd\u03b1\u03b9:

$$D_A = 100/1000 \times 0 + 500/1000 \times 5,17 + 400/1000 \times 0,25 = 2,6 \text{ \u03b5\u03c4\u03b7}$$

(\u03b7 duration των επιχειρηματικ\u03c9\u03bd \u03b4\u03b1\u03bd\u03b5\u03b9\u03c9\u03bd \u03b5\u03b9\u03bd\u03b1\u03b9 0,25 \u03b5\u03c4\u03b7 - 1\u03c4\u03c1\u03b9\u03bc\u03b7\u03bd\u03c9)

\u0397 duration των ομολ\u03cc\u03b3\u03c9\u03bd \u03b5\u03b9\u03bd\u03b1\u03b9 ( $M=10$ ,  $c=0,05$ ,  $r=0,06$ ):

$$D \text{ \u0391\u03c1\u03b9\u03c3\u03c4\u03cc\u03c3\u03b9\u03b1\u03c3: } D = \frac{1+r}{r} - \frac{M(c-r)+1+r}{(1+r)^M c - (c-r)} = 8,02 \text{ \u03b5\u03c4\u03b7}$$

\u0395\u03c0\u03b9\u03c3\u03c4\u03cc\u03c3\u03b9\u03b1\u03c3 \u03b7 duration των καταθέσεων \u03b5\u03b9\u03bd\u03b1\u03b9 3 \u03b5\u03c4\u03b7 \u03ba\u03b1\u03b9 των \u03b4\u03b1\u03bd\u03b5\u03b9\u03c9\u03bd \u03b4\u03b9\u03b1\u03c4\u03c1\u03b1\u03c0\u03b5\u03b6\u03b9\u03ba\u03b7\u03c3 0,25, \u03b1\u03c1\u03b1:

$$D_L = 200/900 \times 3 + 200/900 \times 0,25 + 500/900 \times 8 = 5,18 \text{ \u03b5\u03c4\u03b7}$$

$$D_{gap} = 2,68 - 900/1000 \times 5,18 = -1,97$$

\u0391\u03bd\u03c4\u03b9\u03be\u03b9 \u03bc\u03b5\u03c4\u03b1\u03b2\u03cc\u03bb\u03b7 \u03b3\u03b9\u03b1 \u03c4\u03b7\u03bd \u03c4\u03c1\u03ac\u03c0\u03b5\u03b6\u03b1 \u03b7 \u03bc\u03b5\u03b9\u03c9\u03c3\u03b7 των επιτοκ\u03b9\u03c9\u03bd

$$\Delta E = - (-) 1,97 \times 1.000.000.000 \times (-0,005) / 1,02 = -9,7 \text{ \u03b5\u03ba\u03c4. \u0395\u03c5\u03c1\u03c9\u03b9}$$

\u0398\u03b5\u03bb\u03cc\u03bd\u03c4\u03b1\u03c3 \u03bd\u03b1 \u03bc\u03b5\u03b9\u03c9\u03c3\u03b5\u03b9 \u03c4\u03b7\u03bd \u03b5\u03ba\u03b8\u03b5\u03c3\u03b7 \u03c3\u03c4\u03cc\u03bd \u03ba\u03b9\u03bd\u03b4\u03c5\u03bd\u03cc \u03b5\u03c0\u03b9\u03c4\u03cc\u03ba\u03b9\u03c5 \u03b7 \u03c4\u03c1\u03ac\u03c0\u03b5\u03b6\u03b1 \u03b8\u03b1 \u03c0\u03c1\u03cc\u03c3\u03c0\u03b1\u03b8\u03b7\u03c3\u03b5\u03b9 \u03bd\u03b1 \u03bc\u03b5\u03b9\u03c9\u03c3\u03b5\u03b9 \u03c4\u03b7\u03bd  $D_L$

\u039c\u03b5 \u03b2\u03ac\u03c3\u03b7 \u03c4\u03b9\u03c3 \u03b5\u03c0\u03b9\u03bb\u03cc\u03b3\u03b5\u03c3 \u03c4\u03b7\u03c3 \u03b8\u03b1 \u03b4\u03b9\u03b1\u03bb\u03b5\u03be\u03b9 \u03cc\u03bc\u03cc\u03bb\u03cc\u03b3\u03b1 \u03bc\u03b5 duration 2 \u03cc\u03c0\u03cc\u03c4\u03b5 \u03c4\u03cc  $D_L = 1,83 \text{ \u03b5\u03c4\u03b7}$ .

$$D_L = 200/900 \times 3 + 200/900 \times 0,25 + 500/900 \times 2 = 1,83 \text{ \u03b5\u03c4\u03b7}$$

\u039c\u03cc \u03bd\u03b5\u03cc  $D_{gap} = 1$  \u03ba\u03b1\u03b9 \u03c3\u03c5\u03bd\u03b5\u03c0\u03c9\u03c2  $\Delta E = 5 \text{ \u03b5\u03ba\u03c4. \u0395\u03c5\u03c1\u03c9\u03b9}$

## Άσκηση 4

Η D-Bank είναι swap dealer με spread 20 bps. Ανταλλάσσει σταθερό έναντι Euribor με διάρκεια 1 έτος με τριμηνιαίες πληρωμές.

[ Η σημερινή καμπύλη αποδόσεων του Euribor έχει ως εξής:  
3 μήνες 6%, 6 μήνες=6%, 9 μήνες=6%, 12 μήνες =6%). Τα επιτόκια αναφέρονται σε ετήσια βάση με ετήσιο ανατοκισμό ]

**4.1** Ποιο είναι το swap rate για το ανωτέρω swap;

Η C-BANK επιθυμεί να αντισταθμίσει μερικώς τον κίνδυνο επιτοκίου από το Duration Gap με το προϊόν plain vanilla της D-Bank αντί να προβεί σε νέα έκδοση ομολόγων και απόσυρση των παλαιών.

**4.2** Τι θέση πρέπει να πάρει η C-BANK στο swap;

Έστω ότι η C-BANK συνάπτει ανταλλαγή για αντιστάθμιση του κινδύνου επιτοκίου της με νοητό ποσό 1000 εκατ.

**4.3** Ποιο θα είναι το κέρδος ή ζημία της 3 μήνες\* πριν την λήξη του swap);

Αν και μια επίπεδη καμπύλη αποδόσεων είναι συμβατή με swap rate ίσο με 6%, μπορούμε να επαληθεύσουμε ότι το swap rate είναι 6% αφού πρώτα αναπροσαρμόσουμε το επιτόκιο σε τρίμηνου ανατοκισμού  $(1 + 0,06/4)^4 - 1 = 6,1\%$

$$100 = C(1,061)^{-0,25} + C(1,061)^{-0,5} + C(1,061)^{-0,75} + (C+100)(1,061)^{-1}$$

$$\text{Swap rate} = (4 \times C) / 100 = 6\% \text{ και bid}=5,9\% \text{ ask}=6,1\%$$

Η C-Bank θα πάρει θέση πωλητή έναντι της Dealer bank, για να αντισταθμίσει μια πιθανή πτώση του επιτοκίου.

**Υπόθεση εργασίας:** \* [ η καμπύλη αποδόσεων του Euribor στο χρονικό αυτό σημείο είναι επίπεδη στο 5% ]

Τρεις μήνες πριν τη λήξη του SWAP η αξία της κυμανόμενης πληρωμής είναι ίση με το νοητό ποσό 1.000 εκατ. Ευρώ. Μπορείτε να το επαληθεύσετε αφού το επιτόκιο της αγοράς είναι 5% και συνεπώς και η πληρωμή του πωλητή και η προεξόφληση της τελευταίας πληρωμής θα γίνει με 5% για ένα τρίμηνο. Δηλαδή  $V_{\text{fl}} = 1.012.500.000 / (1 + 0,05/4) = 1.000.000.000$

Η παρούσα αξία της τελευταίας πληρωμής του αγοραστή είναι:

$$V_{\text{fx}} = 1.014.750.000 / (1 + 0,05/4) = 1.002.222.222$$

Η τελευταία «πληρωμή» είναι με το 5,9% που είναι το bid (για ένα τρίμηνο).

Τα 2.222.222 είναι το κέρδος του πωλητή (C Bank)