# Διαχείριση Χαρτοφυλακίου

ΕΝΟΤΗΤΑ 2:

**Ομόλογα,**

**Η Καμπύλη Επιτοκίων, και**

**Διαχείρηση Χαρτοφυλακίου Ομολόγων**

# Τί είναι Ομόλογο?

- **Χρεόγραφο σταθερού εισοδήματος**
- **Δανεισμός** από τον επενδυτή προς τον **εκδότη** (Κράτος ή Επιχείρηση)
  - **Κυβερνητικά Ομόλογα**
    Εκδίδονται από το κράτος – χαμηλότερος πιστωτικός κίνδυνος
  - **Εταιρικά Ομόλογα**
    Εκδίδονται από επιχειρήσεις – υψηλότερη απόδοση, μεγαλύτερος κίνδυνος
- **Τακτικές πληρωμές κουπονιού** (τόκοι)
- **Επιστροφή του κεφαλαίου** στη λήξη του ομολόγου

Έκδοση Κουπόνι (C) Κουπόνι (C) Λήξη

|-------------|--------------|--------------|

Κουπόνι + Κεφάλαιο (C+M)

# Βασικά Χαρακτηριστικά Ομολόγου

• **Ονομαστική αξία (Face Value – M)**
Το κεφάλαιο που επιστρέφεται στον επενδυτή στη λήξη (π.χ. €1.000)

• **Επιτόκιο κουπονιού (Coupon Rate – c)**
Το σταθερό ποσοστό τόκου επί της ονομαστικής αξίας

$$C = c \cdot M \Rightarrow c = \frac{C}{M}$$

• **Τιμή αγοράς (Bond Price – P or B)**
Η τιμή στην οποία διαπραγματεύεται το ομόλογο στην αγορά
(μπορεί να είναι > ή < της ονομαστικής αξίας)

• **Διάρκεια / Λήξη (Maturity-T)**
Ο χρόνος μέχρι την αποπληρωμή του κεφαλαίου

- **Απόδοση (Yield)**

Η πραγματική απόδοση του επενδυτή, που εξαρτάται από:

- το κουπόνι
- την τιμή αγοράς
- τη διάρκεια του ομολόγου

# Είδη Ομολόγων

- ***Ομόλογα σταθερού επιτοκίου/κουπονιού* (fixed rate bonds):**

Τα ομόλογα αυτά πληρώνουν σε τακτά χρονικά διαστήματα (συνήθως ανά εξάμηνο) στους κατόχους τους κουπόνια, ενώ στη λήξη τους καταβάλλουν ένα χρηματικό ποσό που αποτελεί την ονομαστική τους αξία. Τα κουπόνια των ομολόγων καθορίζονται ως ποσοστό της ονομαστικής αξίας τους.

- ***Ομόλογα κυμαινόμενου επιτοκίου* (floating rate notes):**

Αυτά αποτελούν τίτλους που καταβάλλουν σε κάθε περίοδο τόκους που κυμαίνονται ανάλογα με την τιμή ενός γνωστού επιτοκίου αναφοράς όπως, ως παράδειγμα, είναι το Euribor.

- ***Ομόλογα χωρίς κουπόνι ή με μηδενικό κουπόνι* (zero-coupon bonds):**

Τα ομόλογα αυτά δεν καταβάλλουν στους κατόχους τους κουπόνια παρά μόνο προσφέρουν στη λήξης τους ένα χρηματικό ποσό που αποτελεί την ονομαστική τους αξία. Είναι γνωστά ως *έντοκα γραμμάτια του δημοσίου*, επειδή τέτοιου είδους ομόλογα συνήθως εκδίδονται από το δημόσιο για να καλύψει τις άμεσες ταμειακές του ανάγκες. Το χρονικό διάστημα ως τη λήξη τους είναι συνήθως μέχρι ένα ή δύο έτη.

- ***Εξαγοράσιμα ομόλογα, με δικαίωμα αγοράς/πώλησης* (callable/putable bonds):**

Αυτά εκδίδονται με το δικαίωμα του εκδότη (ή αντίστοιχα του κατόχου τους) να εξαγοραστούν (ή να πουληθούν) σε κάποια μελλοντική χρονική περίοδο σε μια προκαθορισμένη τιμή πριν από την ημερομηνία λήξη τους.

- ***Μετατρέψιμα ομόλογα* (convertible bonds):**

Τα ομόλογα αυτά δίνουν το δικαίωμα στο κάτοχο τους να τα ανταλλάξει σε προκαθορισμένες τιμές και ημερομηνίες με άλλα ομόλογα ή μετοχές της εταιρείας που τα εκδίδει.

# Βασική Αρχή Αποτίμησης Χρηματοοικονομικών Προϊόντων

- Στα χρηματοοικονομικά, η **Τιμή** οποιουδήποτε χρηματοοικονομικού προϊόντος (ομόλογο, μετοχή, παράγωγο) ισούται με την Παρούσα Αξία (Present Value) όλων των μελλοντικών χρηματικών ροών που υπόσχεται να καταβάλει κατά τη διάρκεια ζωής του.

$$\text{Τιμή} = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

όπου:

- $CF_t$: χρηματική ροή στη χρονική στιγμή $t$
- $r$: προεξοφλητικό επιτόκιο
- $T$: διάρκεια ζωής του προϊόντος

➢ Μεγαλύτερες χρηματικές ροές → υψηλότερη τιμή

➢ Υψηλότερο επιτόκιο → χαμηλότερη παρούσα αξία (τιμή)

➢ Μεγαλύτερος χρονικός ορίζοντας → μεγαλύτερη ευαισθησία στα επιτόκια

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

Η **τιμή ενός ομολόγου** ισούται με την παρούσα αξία:

- των **κουπονιών** και
- της **ονομαστικής αξίας** στη λήξη.

$$P = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{M}{(1+r)^T}$$

όπου:

- $P$: τιμή ομολόγου
- $C$: κουπόνι ανά περίοδο (σταθερό)
- $M$: ονομαστική αξία
- $r$: επιτόκιο αγοράς / απόδοση
- $T$: αριθμός περιόδων μέχρι τη λήξη

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι (αναλυτικότερα..)

Η τρέχουσα τιμή του ομολόγου $\boldsymbol{P_0}$ ισούται με την **παρούσα αξία των αναμενόμενων χρηματικών ροών**, προεξοφλημένων με το κατάλληλο επιτόκιο **r**.

$$P_0 = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+r)^n} + \frac{M}{(1+r)^n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_0 = \sum_{n=1}^{N} \frac{C}{(1+r)^n} + \frac{M}{(1+r)^N}$$

- Οι πρώτοι όροι αποτελούν **γεωμετρική πρόοδο**:

$$\frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+r)^n} = C\left[\frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r}\right]$$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι (αναλυτικότερα..)

**Τελικός Τύπος Τιμής Ομολόγου:**

$$\boxed{P_0 = C\left[\frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r}\right] + \frac{\mathrm{M}}{(1+r)^n}}$$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

**Απλό Αριθμητικό Παράδειγμα:**

- Ονομαστική αξία: **M = 1.000€**
- Ετήσιο κουπόνι: **C = 50€**
- Διάρκεια: **T = 3 έτη**
- Επιτόκιο αγοράς: **r = 4%**

Ποια είναι η τρέχουσα τιμή του ομολόγου;

$$P = \frac{50}{1{,}04} + \frac{50}{1{,}04^2} + \frac{50 + 1.000}{1{,}04^3}$$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

**Παράδειγμα**

- Τον Δεκέμβριο του 2008 αγοράζετε στη Γαλλία ομόλογα αξίας 100 €, που κάθε χρόνο πληρώνουν τοκομερίδιο 8,5% ($C = c \cdot M = 0{,}085 \cdot 100 \Rightarrow \boldsymbol{C = 8,5}$). Αν το ομόλογο λήγει το 2012 και η απόδοση στη λήξη είναι 3,0%, ποια η αξία του ομολόγου;

$$PV = \frac{8{,}5}{1{,}03} + \frac{8{,}5}{(1{,}03)^2} + \frac{8{,}5}{(1{,}03)^3} + \frac{108{,}5}{(1{,}03)^4} = 120{,}44 \text{ ευρώ}$$

- Τον Δεκέμβριο του 2010 αγοράζετε στην Ιαπωνία ομόλογα αξίας 200 γεν, που κάθε χρόνο πληρώνουν τοκομερίδιο 8% ($C = c \cdot M = 0{,}08 \cdot 200 \Rightarrow \boldsymbol{C = 16}$). Αν το ομόλογο λήγει το 2015 και η απόδοση στη λήξη είναι 4,5%, ποια η αξία του ομολόγου;

$$PV = \frac{16}{1{,}045} + \frac{16}{(1{,}045)^2} + \frac{16}{(1{,}045)^3} + \frac{16}{(1{,}045)^4} + \frac{216}{(1{,}045)^5} = 243{,}57 \text{ Γιεν}$$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

**Παράδειγμα**

Αν σήμερα έχουμε 1 Οκτωβρίου 2010, ποια είναι η αξία του παρακάτω ομολόγου; Ένα ομόλογο της IBM (από τις μεγαλύτερες εταιρείες τεχνολογίας) πληρώνει 115 $ στις 30 Σεπτεμβρίου κάθε έτους για 5 έτη. Τον Σεπτέμβριο του 2015 η IBM πληρώνει επιπλέον 1.000 $ και αποσύρει το ομόλογο. Το ομόλογο βαθμολογείται με AAA (απόδοση στη λήξη AAA είναι 7,5%).

**Δεδομένα**

- Ημερομηνία σήμερα: 1 Οκτωβρίου 2010
- Ομόλογο IBM:
  - Κουπόνι: 115 $ κάθε 30 Σεπτεμβρίου
  - Λήξη: 30 Σεπτεμβρίου 2015 (τελευταία πληρωμή + 1.000 $ ονομαστική αξία)
  - Συνολική διάρκεια: 5 χρόνια
- Απόδοση στη λήξη (YTM): 7,5% ετησίως
- Σημείωση: Ομόλογο AAA (δηλ. πολύ ασφαλή (σχεδόν μηδενικός πιστωτικός κίνδυνος) → θεωρούμε ότι η απόδοση της αγοράς ισχύει για την τιμή του ομολόγου.

(Δηλαδή αν ξέρουμε ότι τα AAA ομόλογα αποδίδουν 7,5%, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτό το ποσοστό για να υπολογίσουμε την παρούσα αξία (τιμή) του ομολόγου).

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

## Παράδειγμα συνέχεια..

**Προσδιορισμός μελλοντικών ταμειακών ροών:**

- Το ομόλογο πληρώνει **ετήσια κουπόνια** στις 30 Σεπτεμβρίου:
  1. 30 Σεπτεμβρίου 2011 → 115 $
  2. 30 Σεπτεμβρίου 2012 → 115 $
  3. 30 Σεπτεμβρίου 2013 → 115 $
  4. 30 Σεπτεμβρίου 2014 → 115 $
  5. 30 Σεπτεμβρίου 2015 → 115 $ + 1.000 $ = 1.115 $
- Σημείωση: Σήμερα είναι 1 Οκτωβρίου 2010, δηλαδή λίγο μετά την πρώτη ημερομηνία πληρωμής του 2010 (30 Σεπτεμβρίου 2010). Άρα η πρώτη πληρωμή που μετράει για υπολογισμό παρούσας αξίας είναι **σε 364 ημέρες** (περίπου 1 έτος). Θα θεωρήσουμε **ετήσια πληρωμή και πλήρες έτος για απλότητα**.

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

**Παράδειγμα συνέχεια..**

**Υπολογισμός παρούσας αξίας (PV)**

- Ο τύπος για την τιμή ενός ομολόγου με ετήσιο κουπόνι είναι:

$$P = \sum_{t=1}^{n} \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{\mathrm{M}}{(1+y)^n}$$

Όπου:

- $C = 115\$$ (ετήσιο κουπόνι)
- M $= 1.000\$$ (ονομαστική αξία)
- $y = 0{,}075$ (YTM)
- $n = 5$ (έτη)

- Αντικαθιστούμε:

$$P = \frac{115}{(1{,}075)^1} + \frac{115}{(1{,}075)^2} + \frac{115}{(1{,}075)^3} + \frac{115}{(1{,}075)^4} + \frac{115 + 1000}{(1{,}075)^5} = 1.161{,}84\$$$

# Τι είναι η απόδοση στη λήξη (YTM)

Η **απόδοση στη λήξη (Yield to Maturity, YTM)** ενός ομολόγου είναι το επιτόκιο που <u>εξισώνει</u> **την παρούσα αξία όλων των μελλοντικών ταμειακών ροών** (κουπόνια + ονομαστική αξία) με την **τρέχουσα τιμή αγοράς** του ομολόγου.

Με άλλα λόγια:

$$\text{Τιμή Ομολόγου} = \sum_{t=1}^{n} \frac{C}{(1+\text{YTM})^{t}} + \frac{F}{(1+\text{YTM})^{n}}$$

➢ Η YTM λέει στον επενδυτή **ποιο ποσοστό απόδοσης θα έχει αν αγοράσει το ομόλογο τώρα και το κρατήσει μέχρι τη λήξη**.

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

- Αν η **συχνότητα πληρωμής των τοκομεριδίων (m) είναι μεγαλύτερη από μια φορά**, δηλαδή **m > 1**, τότε:

$$P_0 = \frac{C}{m}\left[\frac{1-\frac{1}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}}}{\frac{r}{m}}\right] + \frac{\mathrm{M}}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}}$$

Όπου $m$= αριθμός πληρωμών ανά έτος

π.χ.

- ετήσια: $m = 1$
- εξαμηνιαία: $m = 2$
- τριμηνιαία: $m = 4$

Τότε:

Οι συνολικές περίοδοι γίνονται:

$$\boldsymbol{n \cdot m}$$

- Το επιτόκιο προεξόφλησης ανά περίοδο γίνεται:

$$\boldsymbol{\frac{r}{m}}$$

- Το κουπόνι ανά περίοδο γίνεται:

$$\boldsymbol{\frac{C}{m}}$$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

**Παράδειγμα**

Αν έχουμε ένα 15-ετές ομόλογο με επιτόκιο έκδοσης 8% , ονομαστική αξία 1000 και πληρώνει τοκομερίδια κάθε εξάμηνο, με επιτόκιο 10%, τότε:

Δεδομένα:

- Πληρωμές: εξαμηνιαίες → $\boldsymbol{m = 2}$
- Διάρκεια: 15 έτη → $n = 15$ → Συνολικές περίοδοι: $15 \cdot 2 = 30$
- Ονομαστική αξία: Μ $= 1000$
- Ετήσιο κουπόνι: 8% → $C = 80$ → Κουπόνι ανά περίοδο: 80/2 = 40
- Απόδοση αγοράς: 10% → $r = 0.10$ → Επιτόκιο ανά περίοδο: 0.10/2 = 0.05

$$P_0 = \frac{80}{2}\left[\frac{1 - \frac{1}{(1+0.05)^{30}}}{0.05}\right] + \frac{1000}{(1+0.05)^{30}} \Rightarrow \boxed{P_0 \approx 846{,}27}$$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

**Παράδειγμα (συνέχεια..)**

Οικονομική ερμηνεία:

- Το κουπόνι είναι 8%
- Η απαιτούμενη απόδοση (YTM) της αγοράς είναι 10%

Άρα:

$$\textbf{κουπόνι} < \textbf{YTM}$$

➢Το ομόλογο πωλείται υπό το άρτιο (discount bond)

➢ Γι' αυτό η τιμή είναι μικρότερη από 1000

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Σχέση Τιμής – Απαιτούμενης Απόδοσης

| Προεξοφλητικό επιτόκιο | Τιμή Ομολογίας |
|---|---|
| 5% | 1313.95 |
| 6% | 1196.00 |
| 7% | 1091.96 |
| 8% | 1000 |
| 9% | 918.55 |
| 10% | 846.27 |
| 11% | 781.99 |
| 12% | 724.70 |
| 13% | 673.53 |
| 14% | 627.72 |
| 15% | 586.63 |

Όπως δείχνει και ο πίνακάς:

- Όταν **πέφτει** το προεξοφλητικό επιτόκιο (απαιτούμενη απόδοση),
  ⇒ η **τιμή του ομολόγου ανεβαίνει**
- Όταν **ανεβαίνει** το επιτόκιο,
  ⇒ η **τιμή του ομολόγου πέφτει**

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

**Παράδειγμα**

Βρείτε την τιμή του παραπάνω 15-ετούς ομολόγου (διαφάνεια 16) αν η απαιτούμενη απόδοση στην αγορά είναι τώρα 7% (αντί για 10% που ήταν πριν..)

Δεδομένα:

- Πληρωμές: εξαμηνιαίες → $\boldsymbol{m = 2}$
- Ονομαστική αξία: **1.000 €**
- Κουπόνι: **8% ετησίως ⇒ 80 € τον χρόνο**
- Πληρωμές ανά εξάμηνο ⇒ **40 € ανά περίοδο**
- Απαιτούμενη απόδοση αγοράς: **7% ετησίως ⇒ 3,5% ανά εξάμηνο**
- Διάρκεια: **30 εξάμηνα**

$$P_0 = 40 \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+0.035)^{30}}}{0.035} + \frac{1000}{(1+0.035)^{30}} = 1091{,}96$$

➢ Παρατηρούμε λοιπόν ότι όταν το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο (απαιτούμενη απόδοση) πέσει από το 10% στο 7%, η τρέχουσα τιμή του ομολόγου θα ανέβει από 846,27 στα 1091.96 ευρώ.

➢ Δηλαδή **η τιμή του ομολόγου έχει αντίστροφη σχέση με την απαιτούμενη απόδοση**.

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Σχέση Τιμής – Χρόνια μέχρι τη Λήξη

- Ο δεύτερος σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει την τιμή ενός ομολόγου είναι ο **χρόνος που απομένει μέχρι την ωρίμανση του ομολόγου**.

**Παράδειγμα**

Έτσι στο προηγούμενο παράδειγμα (διαφάνεια 16), ποιά είναι η τιμή του ομολόγου αν ήταν 10-ετες και όχι 15-ετες το ομόλογο;

Δεδομένα:

- Πληρωμές: εξαμηνιαίες → $\boldsymbol{m = 2}$
- Ονομαστική αξία: **1000**
- Ετήσιο κουπόνι: **80** (δηλ. 8%)
- Προεξοφλητικό επιτόκιο: **5%**
- Πληρωμές ετησίως
- Διάρκεια: **20 εξάμηνα**

$$P_0 = \frac{80}{2}\left[\frac{1-\left[\frac{1}{(1+0.05)^{20}}\right]}{0.05}\right] + \frac{1000}{(1+0.05)^{20}} = 875.37$$

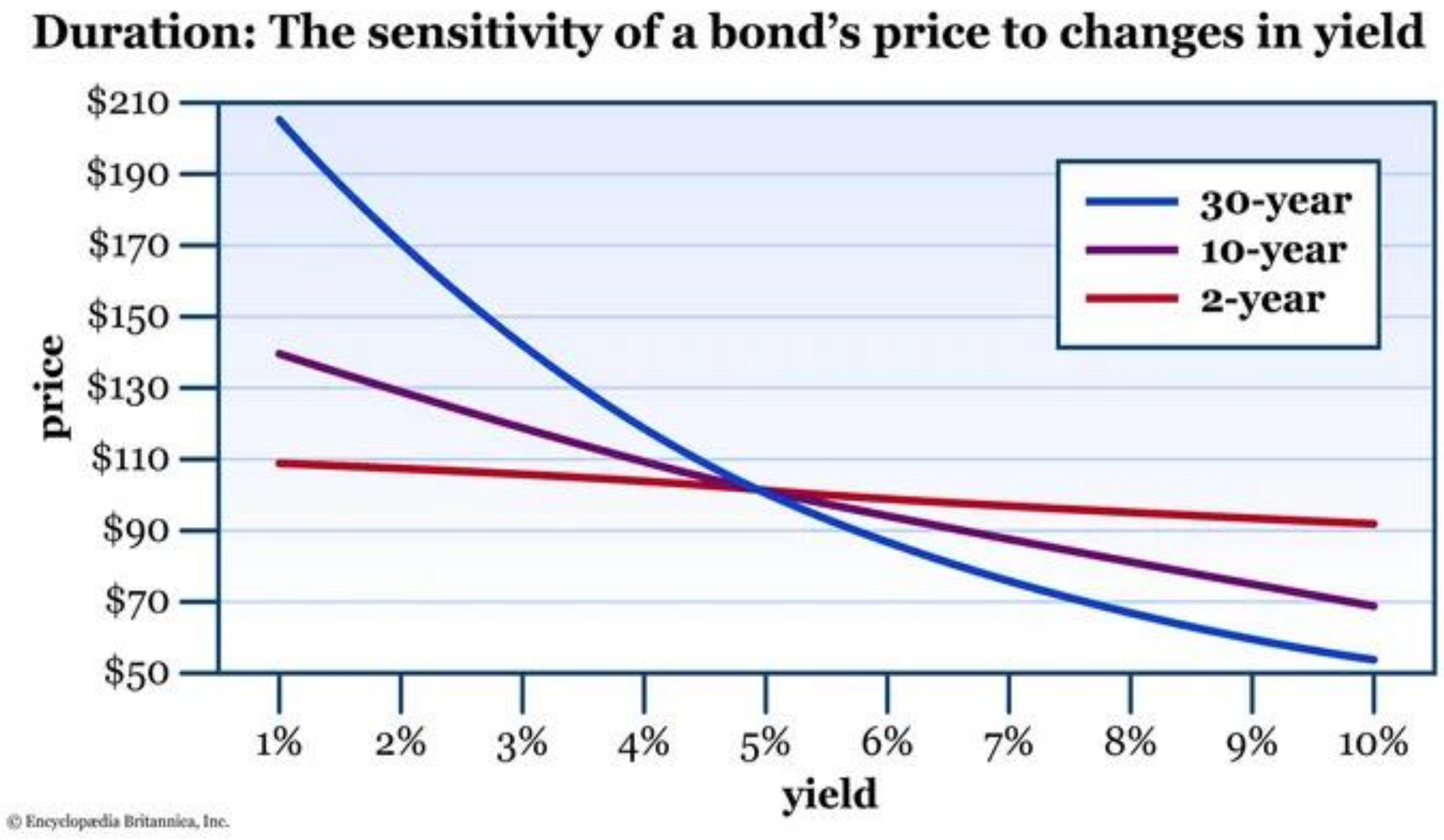
Για **15 χρόνια μέχρι τη λήξη**, η τιμή του ομολόγου είναι: **846,27** (βλέπε Διαφάνεια 16)

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι Σχέση Τιμής – Χρόνια μέχρι τη Λήξη

| Χρόνια μέχρι τη Λήξη | Τιμή Ομολογίας |
|---|---|
| 15 | 846.27 |
| 13 | 856.24 |
| 11 | 868.36 |
| 9 | 883.10 |
| 7 | 901.01 |
| 5 | 922.78 |
| 4 | 935.36 |
| 3 | 949.24 |
| 2 | 964.54 |
| 1 | 981.40 |
| 0 | 1000 |

**Συμπέρασμα:**
**15-ετές ομόλογο:** 846,27
**10-ετές ομόλογο:** 875,37
Και φυσικά φαίνεται καθαρά ο κανόνας:
***όσο πλησιάζει η λήξη, η τιμή του ομολόγου συγκλίνει προς τα 1000.***

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Σχέση Τιμής-Απόδοσης-Λήξης Ομολόγου



# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι Σχέση Τιμής-Απόδοσης-Λήξης Ομολόγου

**1. Αντίστροφη Σχέση Τιμής και Απόδοσης**

Η πιο θεμελιώδης παρατήρηση είναι ότι υπάρχει μια **αντίστροφη σχέση**: όταν οι αποδόσεις (επιτόκια) αυξάνονται (κίνηση προς τα δεξιά στον οριζόντιο άξονα), οι τιμές των ομολόγων μειώνονται (κίνηση προς τα κάτω στον κάθετο άξονα). Αντιστρόφως, όταν οι αποδόσεις μειώνονται, οι τιμές αυξάνονται.

**2. Η Επίδραση του Χρόνου Λήξης (Maturity)**

Το διάγραμμα συγκρίνει τρία ομόλογα με διαφορετικές διάρκειες: 2ετές (κόκκινη γραμμή), 10ετές (μωβ γραμμή) και 30ετές (μπλε γραμμή).

- **30-year bond (Μπλε γραμμή):** Έχει την πιο απότομη κλίση. Αυτό σημαίνει ότι είναι το πιο ευαίσθητο στις αλλαγές των επιτοκίων. Μια μικρή μεταβολή στην απόδοση προκαλεί τεράστια μεταβολή στην τιμή του.
- **10-year bond (Μωβ γραμμή):** Παρουσιάζει μέτρια ευαισθησία.
- **2-year bond (Κόκκινη γραμμή):** Η γραμμή είναι σχεδόν επίπεδη. Αυτό δείχνει ότι η τιμή του επηρεάζεται ελάχιστα από τις αυξομειώσεις των επιτοκίων.

**3. Ορισμός της Διάρκειας (Duration) μέσω του Διαγράμματος**

Η "Διάρκεια" ουσιαστικά μετράει την κλίση αυτών των καμπυλών.

- **Υψηλή Διάρκεια (30 έτη):** Μεγαλύτερος κίνδυνος επιτοκίου, αλλά και μεγαλύτερη προοπτική κέρδους αν τα επιτόκια πέσουν.
- **Χαμηλή Διάρκεια (2 έτη):** Μικρότερος κίνδυνος και μεγαλύτερη σταθερότητα τιμής.

**4. Σημείο Τομής (Par Value)**

Στο διάγραμμα, όλες οι γραμμές τέμνονται γύρω στο 5% απόδοση και στα 100$ τιμή. Αυτό υποδηλώνει ότι αν το κουπόνι του ομολόγου είναι 5%, τότε η τιμή του θα είναι στην ονομαστική του αξία (par), ανεξάρτητα από τη διάρκεια, εφόσον η απόδοση της αγοράς είναι επίσης 5%.

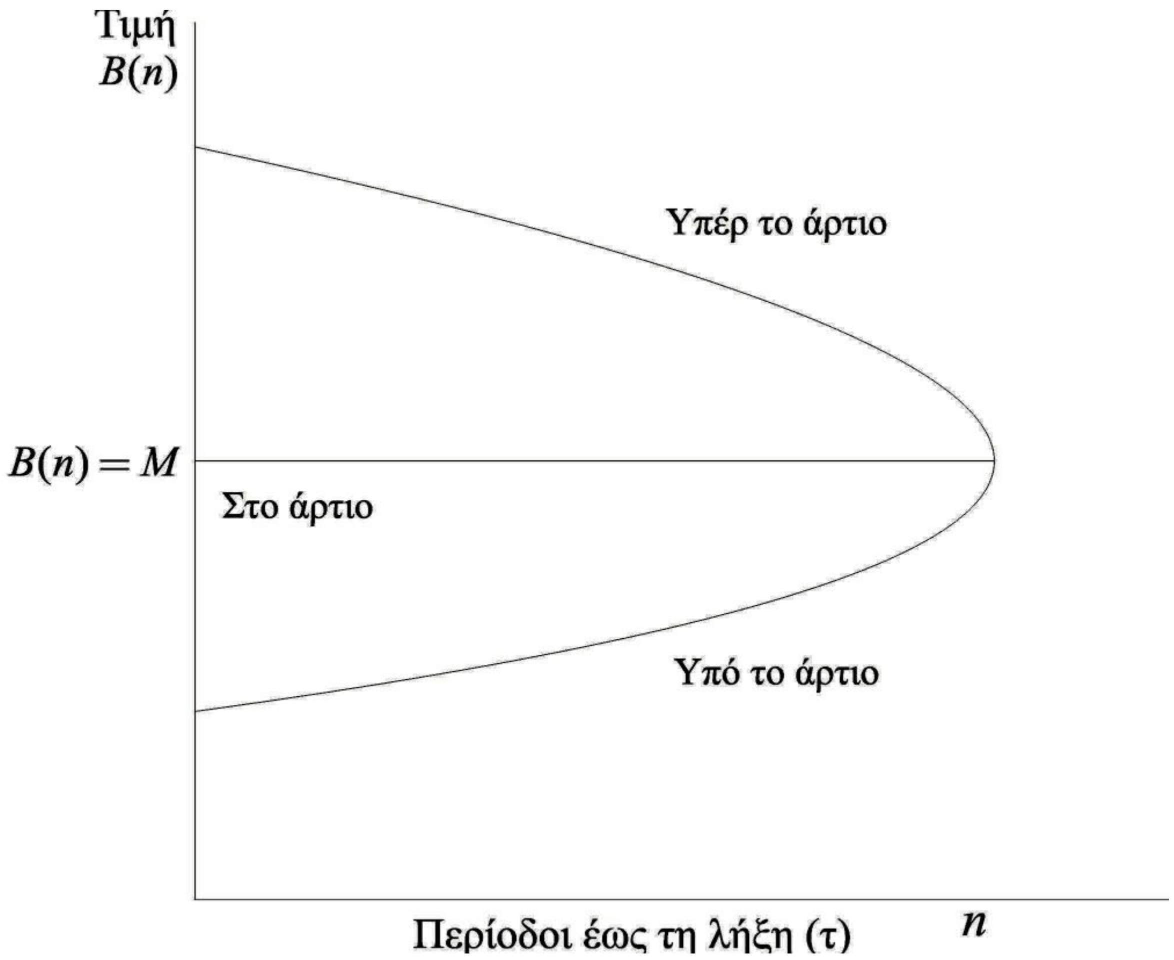
# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Premium – Discount – Par

- Αν Κουπόνι > απαιτούμενη απόδοση **(c > y)**, τότε Τιμή > Ονομαστική Αξία (**P > M)** → Το ομόλογο πωλείται **at premium (Υπερ το Άρτιο)**

- Αν Κουπόνι < απαιτούμενη απόδοση **(c < y)**, τότε Τιμή < Ονομαστική Αξία (**P < M)** → Το ομόλογο πωλείται **at discount (Υπό το Άρτιο)**

- Αν Κουπόνι = απαιτούμενη απόδοση **(c = y)**, τότε Τιμή = Ονομαστική Αξία (**P = M)** → Το ομόλογο πωλείται **at par (Στο Άρτιο)**

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Premium – Discount – Par



# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι Διάρκεια (Duration)

Το **Duration (D)** είναι ένα μέτρο 2 πραγμάτων:

1. **Ευαισθησία της τιμής του ομολόγου στις μεταβολές του επιτοκίου**

Δηλαδή, όσο μεγαλύτερη είναι η Διάρκεια τόσο μεγαλύτερη και η ευαισθησία του ομολόγου στις μεταβολές των επιτοκίων.

$$\frac{\Delta P}{P_0} = -D \times \frac{\Delta r}{1+r}$$

2. **Μέσος χρόνος στον οποίο παίρνω τα χρήματα μου πίσω από το ομόλογο**

Δηλαδή, είναι ο μέσος σταθμισμένος όρος των πληρωμών:

$$\mathrm{D} = \frac{1 \times PV(C_1)}{PV} + \frac{2 \times PV(C_2)}{PV} + \frac{3 \times PV(C_3)}{PV} + \cdots + \frac{T \times PV(C_T)}{PV}$$

$$\mathrm{D} = \frac{1 \times \frac{C_1}{1+r} + 2 \times \frac{C_2}{(1+r)^2} + \cdots \ldots + T \times \frac{C_T}{(1+r)^T}}{P_0}$$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι Διάρκεια (Duration)

**Παράδειγμα**

**Δεδομένα Ομολόγου:**

- Ονομαστική αξία (Face Value): **1.000 €**
- Διάρκεια: **5 έτη**
- Επιτόκιο κουπονιού (c): **6,875%**
- Ετήσιο κουπόνι: $C = 0{,}06875 \times 1000 = 68{,}75\,€$
- YTM: **4,9%**
- Πληρωμές: **ετήσιες**

**Υπολογισμός τιμής ομολόγου:**

$$P = \sum_{t=1}^{5} \frac{68{,}75}{(1{,}049)^t} + \frac{1000}{(1{,}049)^5} \Rightarrow P = 1.080{,}0\,€$$

(Λογικό να είναι P > 1000 αφού κουπόνι > YTM ⇒ Άρα το ομόλογο διαπραγματεύεται με **premium)**

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι Διάρκεια (Duration)

**Παράδειγμα (συνέχεια..)**

**Υπολογισμός Διάρκειας (Duration)**

$$D = \frac{\sum_{t=1}^{5} t \cdot PV(\,C_t)}{P}$$

| Έτος | PV (Ct) | t × PV |
|---|---|---|
| 1 | 65,53 | 65,53 |
| 2 | 62,49 | 124,98 |
| 3 | 59,57 | 178,71 |
| 4 | 56,75 | 227,00 |
| 5 | 835,62 | 4.178,10 |

$$\Rightarrow \quad \sum_{t=1}^{5} t \cdot PV(\,C_t) = 4.774{,}32$$

Άρα $D = \frac{4.774{,}32}{1.080{,}0} = \mathbf{4{,}42\ έτη}$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

**ΑΣΚΗΣΗ**

Έστω ομόλογο ονομαστικής αξίας **1.000 Ευρώ** με επιτόκιο έκδοσης **10%** και καταβολή του κουπονιού μια φορά το χρόνο. Το επιτόκιο προεξόφλησης είναι **8%**. Σήμερα, το ομόλογο έχει **3 χρόνια** μέχρι τη λήξη του.

1. Ποια είναι η τιμή $\boldsymbol{P_0}$ διαπραγμάτευσης του ομολόγου σήμερα;
2. Ποια είναι η διάρκεια **D** του ομολόγου; Ερμηνεύστε το αποτέλεσμα.
3. Υπολογίστε την ποσοστιαία μεταβολή της τιμής του ομολόγου αν το επιτόκιο προεξόφλησης αυξηθεί από **8% σε 9%**.

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

**ΛΥΣΗ**

1. Η τιμή δίνεται από το άθροισμα των παρουσών αξιών όλων των μελλοντικών ταμειακών ροών:

$$P_0 = \frac{C_1}{(1+r)^1} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3 + M}{(1+r)^3} = \frac{100}{(1+0{,}08)^1} + \frac{100}{(1+0{,}08)^2} + \frac{100+1000}{(1+0{,}08)^3}$$

$$\Rightarrow P_0 = 1.051{,}5419$$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

2. Η διάρκεια **D** υπολογίζεται ως εξής:

$$D = \frac{\sum_{t=1}^{N} t \cdot \frac{C_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=1}^{N} \frac{C_t}{(1+r)^t} + \frac{\mathrm{M}}{(1+r)^{\mathrm{N}}}}$$

| Χρόνος (1) | Ταμειακή Εισροή (2) | Συντελεστής Προεξόφλησης (3) | Παρουσία Αξία (4) = (2) x (3) | (5) = (4) / Τιμή | (6) = (1) x (5) |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 100 | 0,9259 | 92,59 | 0,0881 | 0,0881 |
| **2** | 100 | 0,8573 | 85,73 | 0,0815 | 0,1631 |
| **3** | 1.100 | 0,7938 | 873,18 | 0,8304 | 2,4912 |
| | | **Άθροισμα** | **1.051,50 = Τιμή** | **1** | **D = 2,7424** |

**Ερμηνεία:** Η διάρκεια του ομολόγου είναι ίση με **2,7424 χρόνια**, που σημαίνει ότι κατά μέσο όρο θα χρειαστούν 2,7424 χρόνια για να επανακτηθεί η σημερινή τιμή που θα πλήρωνε ένας επενδυτής για να αποκτήσει αυτό το ομόλογο.

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι

3. Η **ποσοστιαία μεταβολή της τιμής** του ομολόγου αν το επιτόκιο προεξόφλησης αυξηθεί από 8% σε 9% είναι:

$$\frac{\Delta P}{P_0} = -D \times \frac{\Delta r}{1+r} \times 100 \Rightarrow \frac{\Delta P}{P_0} = -2,7424 \times \frac{(9\% - 8\%)}{1+8\%} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta P}{P_0} = -2,5392$$

**Συμπέρασμα:** Η άνοδος του επιτοκίου προεξόφλησης από το 8% στο 9%, θα οδηγήσει σε **μείωση της τιμής του ομολόγου κατά 2,54% περίπου**.

# Διάρκεια (Duration) Χαρτοφυλακίου Ομολόγων

Το **Duration ενός χαρτοφυλακίου** είναι ο **σταθμισμένος μέσος όρος** των durations των επιμέρους τίτλων, με βάρη τις αγοραίες αξίες τους.

$$D_p = \sum_{i=1}^{N} w_i \ D_i$$

όπου:

- $D_p$ = duration χαρτοφυλακίου
- $D_i$ = duration του ομολόγου $i$
- $w_i = \frac{P_i}{\sum P_i}$ = βάρος του ομολόγου $i$ στο χαρτοφυλάκιο
- $P_i$ = αγοραία αξία του ομολόγου $i$

# Διάρκεια (Duration) Χαρτοφυλακίου Ομολόγων

**Παράδειγμα**

Έστω ότι έχουμε δύο ομόλογα και έχουμε και ένα αρχικό κεφάλαιο 1000 ευρώ τα αποία θέλουμε να τα επενδύσουμε σε αυτά τα ομόλογα. Συγκεκριμένα θέλουμε το 60% των χρημάτων μας να επενδυθούν στο 1ο ομόλογο και το υπόλοιπο 40% στο 2ο ομόλογο.

Οπότε στην ουσία αυτό που κάνουμε είναι να φτιάξουμε ένα χαρτοφυλάκιο με δύο διαφορετικά ομόλογα που και αυτό αντίστοιχα θα είναι ευαίσθητο στις μεταβολές των επιτοκίων. Οπότε και το χαρτοφυλάκιο θα έχει Duration και θα είναι ως εξής:

$$\mathrm{D}_P = w_1 D_1 + w_2 D_2$$

# Διάρκεια (Duration) Χαρτοφυλακίου Ομολόγων

Χαρτοφυλάκιο με 2 ομόλογα:

| Ομόλογο | Τιμή (€) | Duration |
|---|---|---|
| A | 600 | 3 |
| B | 400 | 7 |

**Βάρη (Weights):**

$$w_A = 0{,}6 \; και \; w_B = 0{,}4$$

**Duration χαρτοφυλακίου:**

$$D_p = 0{,}6 \cdot 3 + 0{,}4 \cdot 7 = 4{,}6 \; έτη$$

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ:**

Το duration χαρτοφυλακίου:

- **δεν** είναι ο μέσος όρος των λήξεων
- **δεν** είναι ο μέσος όρος των durations χωρίς βάρη
- βασίζεται **πάντα** στις **αγοραίες αξίες**

# Αποτίμηση Zero-Coupon Ομολόγου

Έστω ότι έχουμε ένα zero-coupon ομόλογο το οποίο έχει διάρκεια στη λήξη T=10 χρόνια.

- Ποιά είναι η τρέχουσα τιμή του?
- Και ποιό είναι το Duration του ομολόγου αυτού που δε δίνει κουπόνι?

Ένα **zero-coupon ομόλογο** δεν πληρώνει κουπόνια. Ο επενδυτής παίρνει **μόνο την ονομαστική αξία (M)** στη λήξη.

Επομένως η **Τιμή** του σήμερα είναι η προεξοφλημένη αξία της ονομαστική του αξίας:

$$\boldsymbol{P_{zc}} = \frac{\mathbf{M}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r})^{\boldsymbol{T}}}$$

Επίσης το **Duration** ενός zero-coupon ομολόγου θα είναι ίση με τα χρόνια στη λήξη (διότι, ο μέσος χρόνος που παιρνω πίσω τα χρήματα μου στην περίπτωση του ομολόγου που δε δίνει κουπόνια είναι η ημερομηνία λήξης του)

$$\boldsymbol{D_{zc}} = \boldsymbol{T}$$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Αποτίμηση με Δεδουλευμένους Τόκους

➢ Μέχρι τώρα έχουμε εξετάσει την τιμή του ομολόγου στην ημερομηνία έκδοσης του ομολόγου και κρατώντας το μέχρι τη λήξη.

➢ Τώρα θέλουμε να εξετάσουμε την περίπτωση του να αγοράσουμε το ομόλογο τη χρονική στιγμή t=0, αλλά τη χρονική στιγμή t να το πουλήσουμε.

Δηλαδή:

- Αγοράζουμε το ομόλογο στο **t = 0**
- Το **κρατάμε μέχρι τη χρονική στιγμή t**
- Στο **t το πουλάμε** (δεν το κρατάμε μέχρι τη λήξη)

Άρα:

- Παίρνουμε **κουπόνια μέχρι και το t**
- Στο **t** παίρνουμε **τιμή πώλησης**, όχι την ονομαστική αξία (εκτός αν t = λήξη)

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Αποτίμηση με Δεδουλευμένους Τόκους

## Παράδειγμα

Έστω ομόλογο ονομαστικής αξίας 1000 με επιτόκιο έκδοσης 20% . Η απόδοση στη λήξη είναι y=20%. Η Διάρκεια της επένδυσης είναι 2 χρόνια. Τα κουπόνια καταβάλλονται 2 φορές ο χρόνο. Έχουν παρέλθει 91 μέρες από την ημερομηνία έκδοσης.

Ποια είναι η τιμή που θα πωληθεί το ομόλογο;

**Χρονική Απεικόνιση Ροών**

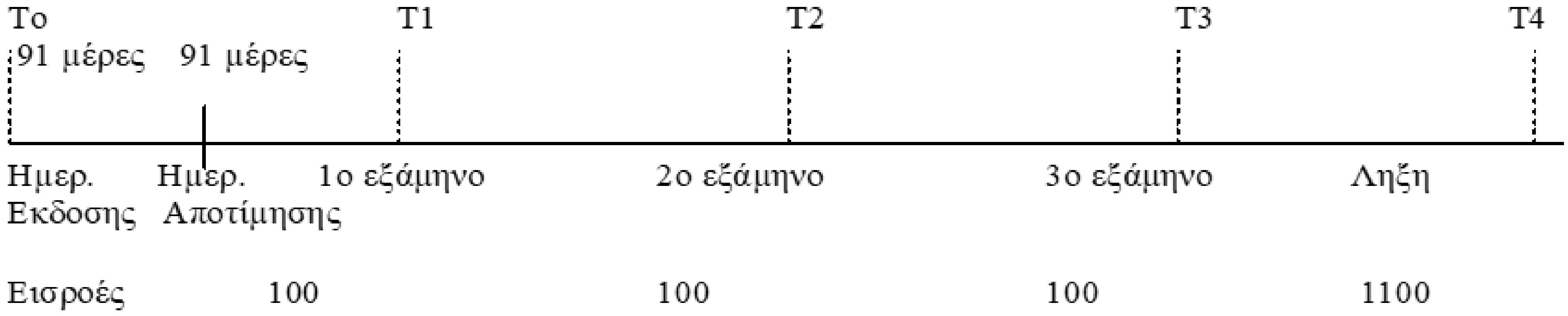
- $\boldsymbol{T_0}$: Ημερ. Έκδοσης (91 μέρες πριν την αποτίμηση)
- **Ημερ. Αποτίμησης:** Σήμερα (91 μέρες μετά την έκδοση)
- $\boldsymbol{T_1}$: 1ο εξάμηνο
- $\boldsymbol{T_2}$: 2ο εξάμηνο
- $\boldsymbol{T_3}$: 3ο εξάμηνο
- $\boldsymbol{T_4}$: Λήξη

➢ Το ομόλογο έχει ονομαστική αξία **M=1.000€**, ετήσιο επιτόκιο έκδοσης **c=20%** και καταβάλλει κουπόνια **2 φορές τον χρόνο** (εξαμηνιαία, **m=2**)→ επιτόκιο έκδοσης 20% ετήσιο ή **10% ανά εξάμηνο**.

➢ Αυτό σημαίνει ότι κάθε εξάμηνο ο κάτοχος εισπράττει ένα κουπόνι αξίας: C=c*M = 1000*(20%/2) = 100

➢ Άρα Εισροές: 100 ($T_1$), 100 ($T_2$), 100 ($T_3$), 1100 ( $T_4$)

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι Αποτίμηση με Δεδουλευμένους Τόκους




**Βήματα Υπολογισμού**

- **Βήμα 1**. Βρίσκουμε την αξία της λήξης στο 3ο εξάμηνο:1100/1.1=1000 .
- **Βήμα 2**. Βρίσκουμε την αξία των ροών του 3ου εξαμήνου στο 2ο: 1100/1.1=1000.
- **Βήμα 3**. Βρίσκουμε την αξία των ροών του 2ου εξαμήνου στο 1ο: 1100/1.1=1000.

Στα πρώτα τρία βήματα, υπολογίζουμε την αξία των μελλοντικών ροών (κεφάλαιο + κουπόνια) μεταφέροντάς τις από το μέλλον προς το παρόν, <u>ανά εξάμηνο κάθε φορά!</u>

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι Αποτίμηση με Δεδουλευμένους Τόκους

- **Βήμα 4.** Προεξοφλούμε το αποτέλεσμα του βήματος 3 και το κουπόνι του πρώτου εξαμήνου στην ημερομηνία έκδοσης ($T_0$):

$1100/(1+0.1)^{1/2} = \mathbf{1048.80}$ → Δείχνει δηλαδή την προεξόφληση για το μισό του πρώτου εξαμήνου,

- **Βήμα 5.** Υπολογίζουμε τους δεδουλευμένους τόκους (**Accrued Interest**): 100*(91/182) = **50**.

Επειδή έχουν περάσει 91 ημέρες από την έκδοση, ο τρέχων κάτοχος "δικαιούται" ένα μέρος του επόμενου κουπονιού.

Οι τόκοι υπολογίζονται για τις 91 ημέρες πάνω στο εξάμηνο των 182 ημερών, για αυτό είναι (91/182):

- **Βήμα 6.** Τελική αξία πώλησης ομολόγου = 1048.8+50 = **1098.8**.

Η τελική τιμή πώλησης προκύπτει από το άθροισμα της προεξοφλημένης αξίας και των τόκων που έχουν ήδη "δουλευτεί"

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι Ετήσια Απόδοση (R)

- Εάν αγοράσουμε ένα ομόλογο και το κρατήσουμε μέχρι τη λήξη τότε η **Απόδοση (Return-R)** (απόδοση μιας περιόδου) θα είναι σταθερή και θα ισούται με το επιτόκιο r. → **R=r**
- Εάν όμως κρατήσουμε το ομόλογο ολόκληρη την 1η περίοδο και το πουλήσουμε μετά την 2η περίοδο, τότε η **Απόδοση (R)** αλλάζει και εξαρτάται από το πόσο έχει μεταβληθεί το επιτόκιο r. → **R≠r**

**Παράδειγμά:**

Έστω ότι έχουμε Ομόλογο διάρκειας Τ=3 χρόνια, επιτόκιο έκδοσης c=10%, ονομαστική αξία Μ=1000 και προεξοφλητικό επιτόκιο r=20%.

Ποια η τιμή του ομολόγου;

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Ετήσια Απόδοση (R)

- Τιμή Ομολόγου αν το κρατήσουμε μέχρι τη Λήξη:

$$\mathrm{B}_0 = \frac{100}{1+0{,}2} + \frac{100}{(1+0{,}2)^2} + \frac{1100}{(1+0{,}2)^3} = 789{,}4$$

- Απόδοση R:

Αν αγοράσουμε το ομόλογο και το κρατήσουμε 3 χρόνια τότε η απόδοση μας θα είναι **R=r=20%**.

Έστω τώρα ότι το κρατάμε για 1 χρόνο, εισπράτουμε και το πρώτο κουπόνι, και στο τέλος του 1ου χρόνου το πουλάμε και έστω ότι από τον 2ο χρόνο και μετά το επιτόκιο της αγοράς έχει πέσει και είναι r'=15%.

Τότε ποιά θα είναι η Απόδοση R που θα έχουμε;

- Η τιμή που έχει το ομόλογο στο τέλος της 1ης περιόδου είναι:

$$\mathrm{B}_1 = \frac{100}{1+0{,}15} + \frac{1100}{(1+0{,}15)^2} = 918$$

- Απόδοση R:

$$R = \frac{\mathrm{V}_T - \mathrm{V}_0}{\mathrm{V}_0} = \frac{\mathrm{B}_1 + C - \mathrm{B}_0}{\mathrm{B}_0} = \frac{918 + 100 - 789{,}4}{789{,}4} = \mathbf{29}\%$$

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Ετήσια Απόδοση (R)

Έστω τώρα ότι πάλι πουλάμε το ομόλογο σε 1 χρόνο απο τη στιγμή που το αγοράζουμε αφού πρώτα έχουμε εισπράξει και το πρώτο κουπόνι , μόνο που τώρα το επιτόκιο της αγοράς από τον 2ο χρόνο και μετά έχει αυξηθεί και είναι r''=25%

Τότε ποιά η Απόδοση μου;

- Η τιμή που έχει το ομόλογο στο τέλος της 1ης περιόδου είναι:

$$\mathrm{B}_1 = \frac{100}{1+0{,}25} + \frac{1100}{(1+0{,}25)^2} = 784$$

- Απόδοση R:

$$R = \frac{\mathrm{V}_T - \mathrm{V}_0}{\mathrm{V}_0} = \frac{\mathrm{B}_1 + C - \mathrm{B}_0}{\mathrm{B}_0} = \frac{784 + 100 - 789{,}4}{789{,}4} = \mathbf{11{,}9\%}$$

- **Παρατηρούμε λοιπόν το εξής:**

Εαν αγοράσουμε ένα ομόλογο και το κρατήσουμε μέχρι τη λήξη, τότε η απόδοση μου θα είναι όσο το επιτόκιο της αγοράς ανεξάρτητα από το αν έχει αυξηθεί ή έχει μειωθεί το επιτόκιο σε ενδιάμεσες περιόδους.

**Όμως**, αν πουλήσουμε το ομόλογο όταν το επιτόκιο έχει αυξηθεί, τότε το πουλάμε πολύ φθηνότερα (αντίστροφη σχέση τιμής-επιτοκίου) με αποτέλεσμα η απόδοση μου να πέσει.

→ Οπότε επιλέγουμε να πουλάμε το ομόλογο μας όταν πρόκειται το επιτόκιο της αγοράς να **πέσει** ώστε να το πουλήσουμε πιο ακριβά και έτσι να έχουμε μεγαλύτερη απόδοση!

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Απόδοση στη Λήξη (YTM)

**Τι είναι η Απόδοση στη Λήξη (Yield to Maturity - YTM)**

- Η απόδοση στη λήξη είναι το **επιτόκιο** $\boldsymbol{y}$ που κάνει την παρούσα αξία όλων των μελλοντικών ταμειακών ροών του ομολόγου ίση με την τρέχουσα τιμή του.
- Δηλαδή είναι το **IRR** του ομολόγου.

Για ομόλογο με:

- Τιμή σήμερα: $P_0$
- Κουπόνι: $C$
- Ονομαστική αξία: $M$
- Λήξη σε $T$ περιόδους

Το **YTM** $(\boldsymbol{y})$ ικανοποιεί:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{M}{(1+y)^T}$$

**Και λύνεις ως προς** $\boldsymbol{y}$.

# Αποτίμηση Ομολόγου με Σταθερό Κουπόνι
# Απόδοση στη Λήξη (YTM)

## Παράδειγμα

**Δεδομένα Ομολόγου**:

- $C = 100$
- $FV = 1.000$
- $T = 3$
- Τιμή αγοράς: $P_0 = 1.051{,}54$

Και θέλουμε να υπολογίσουμε το $y$.

1. Στήνουμε την εξίσωση

$$1.051{,}54 = \frac{100}{(1+y)} + \frac{100}{(1+y)^2} + \frac{1.100}{(1+y)^3}$$

2. Δοκιμάζουμε λύσεις

- Αν $y = 8\%$

Παρούσα αξία ($P_o$) = 1.051,54 ,όσο και η τιμή αγοράς!

- Άρα:

$$\boxed{\boldsymbol{YTM = 8\%}}$$

# Μορφές Καμπύλης Επιτοκίων

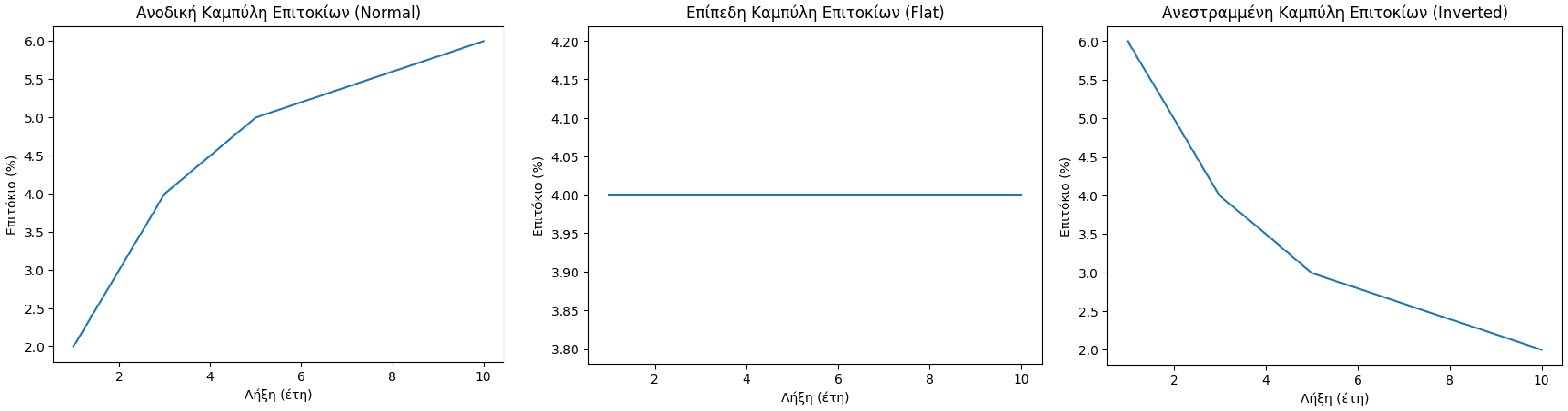
Μέχρι τώρα υποθέταμε ότι αγοράζουμε ένα ομόλογο με την παραδοχή ότι η καμπύλη επιτοκίων είναι μια ευθεία γραμμη (δηλ. ότι το επιτόκιο είναι σταθερό).

Στην πράξη όμως δεν είναι μια ευθεία γραμμη.

**Υπάρχουν 3 είδη καμπυλών επιτοκίων:**

1. **Ανοδική (Normal)**
    - Μακροχρόνια επιτόκια > βραχυχρόνια
    - Υποδηλώνει **οικονομική ανάπτυξη**
    - Η πιο «συνηθισμένη» μορφή
2. **Επίπεδη (Flat)**
    - Όλα τα επιτόκια περίπου ίδια
    - **Μεταβατική φάση** της οικονομίας
    - Αβεβαιότητα για το μέλλον
3. **Ανεστραμμένη (Inverted)**
    - Βραχυχρόνια επιτόκια > μακροχρόνια
    - Ιστορικά συνδέεται με **επικείμενη ύφεση**
    - Σπάνια αλλά πολύ σημαντική

# Μορφές Καμπύλης Επιτοκίων



# Μορφές Καμπύλης Επιτοκίων

- Τα βραχυπρόθεσμα και τα μακροπρόθεσμα επιτόκια δεν κινούνται πάντοτε παράλληλα
- Αυτό συμβαίνει γιατί επηρεάζονται από διαφορετικούς παράγοντες.

- **Βραχυπρόθεσμα επιτόκια**

  Καθορίζονται κυρίως από:
  - τη νομισματική πολιτική (κεντρική τράπεζα)
  - τα επιτόκια παρέμβασης (βασικά επιτόκια που ορίζει η Κεντρική Τράπεζα και με τα οποία παρεμβαίνει στην αγορά χρήματος)
  - τις τρέχουσες οικονομικές συνθήκες

Μπορούν να αλλάξουν **γρήγορα και απότομα**.

- **Μακροπρόθεσμα επιτόκια**

  Εξαρτώνται από:
  - τις προσδοκίες για τον μελλοντικό πληθωρισμό
  - τις προσδοκίες για μελλοντικά βραχυπρόθεσμα επιτόκια
  - το ασφάλιστρο κινδύνου / ρευστότητας (επιπλέον απόδοση που ζητά ένας επενδυτής για να κατέχει ένα χρηματοοικονομικό προϊόν)

Μεταβάλλονται πιο **αργά** και αντικατοπτρίζουν το μέλλον.

# Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Ομολόγων

**Χαρτοφυλάκιο ομολόγων** είναι ο συνδυασμός διαφορετικών ομολόγων (π.χ. με διαφορετική λήξη, επιτόκιο, εκδότη ή πιστωτικό κίνδυνο) που κατέχει ένας επενδυτής.

**Στόχος**

- επίτευξη ικανοποιητικής απόδοσης
- έλεγχος και μείωση του κινδύνου μέσω της διαφοροποίησης

**Διαφοροποίηση (Diversification)**:

- μειώνει τον συνολικό κίνδυνο
- περιορίζει τις απώλειες από ένα μεμονωμένο ομόλογο
- εξομαλύνει τις ταμειακές ροές

# Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Ομολόγων
# Αντιστάθμιση (Hedging)

**Για δύο βασικούς λόγους αγοράζουμε ομόλογα:**

**(1ος)** Για να περιορίσουν τις ζημιές από πιθανές δυσμενείς μεταβολές των τιμών των ομολόγων (λόγω μεταβολών των επιτοκίων όπου αυτός είναι και ο μεγαλύτερος κίνδυνός μας), πολλοί επενδυτές ή διαχειριστές χαρτοφυλακίων ομολόγων καταφεύγουν στην ***αντιστάθμιση*** **(hedging)** τους.

Δηλαδή, πώληση κάποιου ομολόγου (ή μεριδίου χαρτοφυλακίου), που πιθανά να αποβεί ζημιογόνο λόγω πτώσης των τιμών των ομολόγων, προγραμματίζοντας παράλληλα την αγορά κάποιου άλλου ομολόγου. Με αυτή την <u>αντίθετη κίνηση</u>, αντισταθμίζουν τις ζημίες που θα προκύψουν από την πώληση των ομολόγων σε μικρότερη τιμή με κέρδη από την αγορά ομολόγων σε μικρότερη τιμή από την τρέχουσα.

# Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Ομολόγων
# Portfolio Dedication & Portfolio Immunization

**(2ος)** Πολλές φορές όμως στην πράξη η επιλογή του χαρτοφυλακίου ομολόγων δεν εξαρτάται από τις προτιμήσεις του επενδυτή ή του διαχειριστή του, ως προς τον κίνδυνο, αλλά από τις μελλοντικές ταμειακές υποχρεώσεις του (ή τα χρέη του) που θα πρέπει να ικανοποιηθούν πλήρως.

Έστω λοιπόν ότι θέλουμε να κάνουμε κάποιες πληρωμές στο μέλλον. Πώς μπορούμε σήμερα να εξασφαλίσουμε από την επένδυση που έχουμε κάνει σε ομόλογα ότι τη χρονική στιγμή t θα έχουμε τα χρήματα που θέλουμε για να εξασφαλίσουμε τις οφειλές μας?

**Λύση 1:** Portfolio Dedication (Δέσμευση Χαρτοφυλακίου)

**Λύση 2:** Portfolio Immunization (Ανοσοποίηση Χαρτοφυλακίου)

# Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Ομολόγων
# Portfolio Dedication

## Portfolio Dedication (Δέσμευση Χαρτοφυλακίου)

Θέλουμε να κάνουμε μια πληρωμή τη χρονική στιγμή $t$. Μπορούμε να πάρουμε zero-coupon ομόλογα τα οποία όταν λήξουν θα μας δώσουν με σιγουριά το χρηματικό ποσό που θέλουμε την μελλοντική στιγμή $t$.

➢ Εξασφαλίζουμε έτσι ότι στη χρονική στιγμή $t$ θα υπάρχει ακριβώς το απαιτούμενο ποσό, ανεξάρτητα από το πώς θα κινηθούν τα επιτόκια.

**Παράδειγμα**

- Υποχρέωση: 100.000€ σε $t = 5$ έτη
- Λύση: αγορά zero-coupon ομολόγου 5ετούς διάρκειας με M = 100.000€
- Στο έτος 5, το ποσό είναι **εγγυημένο**.

Αυτή η στρατηγική χρησιμοποιείται στην πράξη αλλά όχι πάρα πολύ διότι δεν υπάρχουν zero-coupon ομόλογα με μεγάλη διάρκεια στη λήξη.→ Οπότε αυτό το κάνουμε μόνο όταν έχουμε πληρωμές σε μικρές χρονικές περιόδους.

# Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Ομολόγων
# Portfolio Dedication & Portfolio Immunization

- Η στρατηγική του **portfolio dedication** χρησιμοποιείται στην πράξη, αλλά σε περιορισμένο βαθμό.
- Ο λόγος είναι ότι απαιτεί τη διαθεσιμότητα zero-coupon ομολόγων με μεγάλες διάρκειες έως τη λήξη, τα οποία συνήθως δεν υπάρχουν ή είναι πολύ περιορισμένα στις αγορές. Επιπλέον, η πλήρης αντιστοίχιση ταμειακών ροών καθιστά τη στρατηγική ακριβή και μη ευέλικτη.
- Για τον λόγο αυτό, η dedication εφαρμόζεται κυρίως όταν οι υποχρεώσεις αφορούν **μικρές ή βραχυχρόνιες χρονικές περιόδους**.
- Αντίθετα, για **μακροχρόνιες υποχρεώσεις**, η καταλληλότερη στρατηγική είναι το **portfolio immunization**, το οποίο βασίζεται στην αντιστοίχιση της παρούσας αξίας και του duration του χαρτοφυλακίου με τις υποχρεώσεις, προσφέροντας προστασία από μεταβολές επιτοκίων με μεγαλύτερη ευελιξία και χαμηλότερο κόστος.

# Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Ομολόγων
# Portfolio Immunization

## Portfolio Immunization (Ανοσοποίηση Χαρτοφυλακίου)

Έστω ο διαχειριστής κάποιου χαρτοφυλακίου ομολόγων θέλει να εξασφαλίσει από αυτό ποσό αξίας €1000. Το ποσό αυτό πρέπει να καταβληθεί μετά από δύο χρόνια στους δανειστές του.

Υποθέστε ότι για να επιτύχει το στόχο του, αυτός έχει δύο επιλογές.

- Η πρώτη (i) είναι να επενδύσει σε ένα ομόλογο που λήγει μετά από τρία έτη.
- Η δεύτερη (ii) επιλογή του διαχειριστή είναι να επενδύσει διαδοχικά σε καθένα από τα δύο επόμενα έτη σε κάποιο βραχυπρόθεσμο ομόλογο λήξης ενός έτους.

# Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Ομολόγων Portfolio Immunization

- Έστω ότι παίρνουμε το **ομόλογο που λήγει σε 1 χρόνο**.

Μετά από 1 χρόνο ας πούμε ότι το επιτόκιο r ↑, τότε τα χρήματα που έχω πάρει με τη λήξη του ομολόγου θα τα επενδύσω με μεγαλύτερο επιτόκιο για άλλο 1 χρόνο και άρα θα είμαι κερδισμένος.

⇒ Οπότε αν r ↑ τότε κερδίζουμε, ενώ αν r ↓ τότε χάνουμε.

- Έστω ότι παίρνουμε το **ομόλογο που λήγει σε 3 χρόνια**.

Τότε θα πάρουμε τα δύο κουπόνια και στο τέλος της 2ης περιόδου θα το πουλήσουμε.

⇒ Οπότε εαν τη χρονική στιγμή T=2 το επιτόκιο r ↓ κερδίζουμε περισσότερα χρήματα διότι θα το πουλήσουμε σε υψηλή τιμή, ενώ αν το επιτόκιο r ↑ τότε χάνουμε διότι η τιμή του ομολόγου θα πέσει και έτσι θα το πουλήσουμε σε χαμηλότερη τιμή.

# Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Ομολόγων
# Portfolio Immunization

- ΑΡΑ με τον κατάλληλο συνδυασμό δύο ομολόγων μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα **χαρτοφυλάκιο** αντισταθμίζοντας τον κίνδυνο που είναι το επιτόκιο και του οποίου η παρούσα αξία και το duration ταιριάζουν με την υποχρέωση μας.
- Έτσι, για μικρές μεταβολές των επιτοκίων, οι απώλειες από τις μεταβολές στις τιμές των ομολόγων αντισταθμίζονται από τις μεταβολές στις αποδόσεις επανεπένδυσης, καθιστώντας το χαρτοφυλάκιο ουδέτερο ως προς τον κίνδυνο επιτοκίου.

- Πόσα ομόλογα όμως απο το ένα θα αγοράσω και πόσα από το άλλο ομόλογο ώστε να εξασφαλίσω τις πληρωμές μου τη χρονική στιγμή Τ=2 ?

# Portfolio Immunization

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

- Έστω ότι η τιμή του ομολόγου που λήγει σε 3 χρόνια (T=3) είναι:
  - $B_3 = 950{,}25$
  - $c_3 = 8\%$
  - $M_3 = 1000$
- Και έστω ότι η τιμή του ομολόγου που λήγει σε 1 χρόνο (T=1) είναι:
  - $B_1 = 972{,}75$
  - $c_1 = 7\%$
  - $M_1 = 1000$
- Επίσης, η απόδοση στη λήξη (yield to maturity) των ομολόγων αυτών υπολογίζεται ως *y*=10% και ισούται με το επιτόκιο της αγοράς *r*, το οποίο θεωρείται το ίδιο για τις περιόδους μέχρι τη λήξη του ομολόγου
- **Θέλουμε να εξασφαλίσουμε ότι θα έχουμε 1000 € σε 2 χρόνια.**
- Επομένως τί θα κάνουμε για να μην έχουμε τον κίνδυνο απώλειας εισοδήματος, όταν το επιτόκιο της αγοράς μεταβληθεί στο μέλλον?

→ **Μια λύση στο πρόβλημα αυτό είναι να επενδύσουμε ένα μέρος του χαρτοφυλακίου στο τριετές ομόλογο και ένα άλλο στο μονοετές. Η τεχνική αυτή είναι γνωστή ως *<u>ανοσοποίηση</u>* ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων**.

→ Σύμφωνα με αυτή τη στρατηγική θα πρέπει να επιλεγούν τα βάρη των ομολόγων του χαρτοφυλακίου έτσι ώστε η **διάρκεια του *D* να αντιστοιχεί με εκείνη του χρονικού διαστήματος των υποχρεώσεων του επενδυτή (στο παράδειγμά μας τα δύο έτη).**

# Portfolio Immunization

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (συνέχεια..)**

➢ Πόσα χρήματα είμαι διατεθημένος σήμερα να επενδύσω σε αυτά τα δύο ομόλογα (δηλ. σε αυτή τη στρατηγική) έτσι ώστε σε 2 χρόνια από σήμερα να έχω 1000€ ?

→Εαν ξέρουμε ότι σε 2 χρόνια θέλουμε 1000 €, τότε τα χρήματα που είμαι διατεθημένος να επενδύσω **σήμερα** στα δύο ομόλογα είναι η ΠΑ αυτών των χρημάτων.

Δηλαδή: $V_0 = \frac{1000}{(1+0,1)^2} = \mathbf{826,45}$

➢ Τί ποσοστό τώρα από αυτά τα χρήματα θα πρέπει να επενδύσουμε σε κάθε ομόλογο?

→ Τα χρήματα τα θέλουμε σε 2 χρόνια, οπότε θα φτιάξουμε ένα χαρτοφυλάκιο που θα έχει διάρκεια 2 χρόνια ($D_p = 2$) και θα επενδύσουμε ένα ποσοστό $w_1$ στο 1ετές ομόλογο ($B_1$) και ένα ποσοστό $w_3$ στο 3ετές ομόλογο ($B_3$).

# Portfolio Immunization

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (συνέχεια..)**

→ Τότε η άριστη επιλογή τους για την επίτευξη της ανοσοποίησης του χαρτοφυλακίου ομολόγων καθορίζεται λύνοντας το ακόλουθο σύστημα δύο εξισώσεων:

- $w_1 + w_3 = 1$ (που αποτελεί τον *εισοδηματικό περιορισμό)*
- $D = (w_1 \times \mathrm{D}_1) + (w_3 \times \mathrm{D}_3) = 2$

Και με δεδομένο ότι $\mathrm{D}_1 = 1$ και $\mathrm{D}_3 = 2{,}78$, λύνοντας το παραπάνω σύστημα παίρνουμε:

$$\boldsymbol{w_1 = 44}\%$$
$$\boldsymbol{w_3 = 56}\%$$

Επομένως το 44% των χρημάτων μου ($\mathrm{V}_0 = 826{,}45$) το επενδύουμε στο 1ετές ομόλογο: $826{,}45 \times 0{,}44 = \mathbf{362{,}15}$

Και το 56% των χρημάτων μου ($\mathrm{V}_0 = 826{,}45$) το επενδύουμε στο 3ετές ομόλογο: $826{,}45 \times 0{,}56 = \mathbf{464{,}3}$

# Διαχείριση Χαρτοφυλακίου Ομολόγων Portfolio Immunization

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (συνέχεια..)**

→ Επίσης πρέπει να δούμε και πόσα ομόλογα θα πρέπει να αγοραστούν απο το 1ετες και πόσα απο το 3ετες (δηλ. τι ποσοστό/μερίδια θα πρέπει να πάρω από το κάθε ένα ομόλογο)?

**Μερίδια (ποσοστό) Ομολόγου** που θα πρέπει να αγοράσουμε βρίσκεται ως εξής:

Χρήματα που θα επενδύσω στο ομόλογο προς χρήματα που δίνω για να αγοράσω το ομόλογο (δηλ προς την τιμή του ομολόγου)

Για το 3ετές Ομόλογο: $\frac{464,3}{950,25} = 0,489 = 48,9\%$

Για το 1ετές Ομόλογο: $\frac{362,15}{972,75} = 0,372 = 37,2\%$

Οπότε αγοράζουμε το 37,2% του ομολόγου που λήγει σε 1 χρόνο και το 48,9% του ομολόγου που λήγει σε 3 χρόνια.

# Portfolio Immunization

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (συνέχεια..)**

→Στην πράξη όμως ισχύει? Δηλαδή αν κάνουμε αυτή τη στρατηγική στο τέλος του 2ου χρόνου θα έχουμε 1000 € όποια μεταβολή κι αν έχει το επιτόκιο?

Για να διαπιστωθεί ότι πράγματι το παραπάνω ανοσοποιημένο χαρτοφυλάκιο δεν εξαρτάται από τις μελλοντικές μεταβολές των επιτοκίων της αγοράς, στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζουμε την αξία αυτού μετά από δύο χρόνια ($T$=2), δηλαδή τη χρονική στιγμή $t$+2 όπου ο διαχειριστής χρειάζεται να εκταμιεύσει το ποσό των €1000 €.

Αυτό γίνεται για **τρία διαφορετικά σενάρια επιτοκίων *r***. Αν το επιτόκιο μετά το πέρας του 1ου έτους παραμένει το ίδιο, δηλαδή $r$=10%, αν μειωθεί στο 9% και τέλος, αν αυξηθεί στο 11%.

# Portfolio Immunization

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (συνέχεια..)**

| | $R$ | | |
|---|---|---|---|
| Αξία στο τέλος της περιόδου $t$+2 | 9% | 10% | 11% |
| | | | |
| Μονοετές ομόλογο:<br>$€1070 \times 0.372 \times (1+r)$ | 433.860 | 437.84 | 441.82 |
| | | | |
| Τριετές ομόλογο:<br>Από κουπόνια του έτους $t$+1<br>$€80 \times 0.489 \times (1+r)$ | 42.64 | 43.03 | 43.42 |
| Από κουπόνια του έτους $t$+2<br>$€80 \times 0.489$ | 39.12 | 39.12 | 39.12 |
| Από την πώληση το έτος $t$+2<br>$€\, P = \frac{1080}{(1+r)} \times 0.489$ | 484.51 | 480.11 | 475.78 |
| Συνολική Αξία χαρτοφυλακίου | 1000.13 | 1000.10 | 1000.14 |