



**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ–MANAGEMENT ΤΟΥΡΙΣΜΟΥ
(TOURISM MANAGEMENT)**

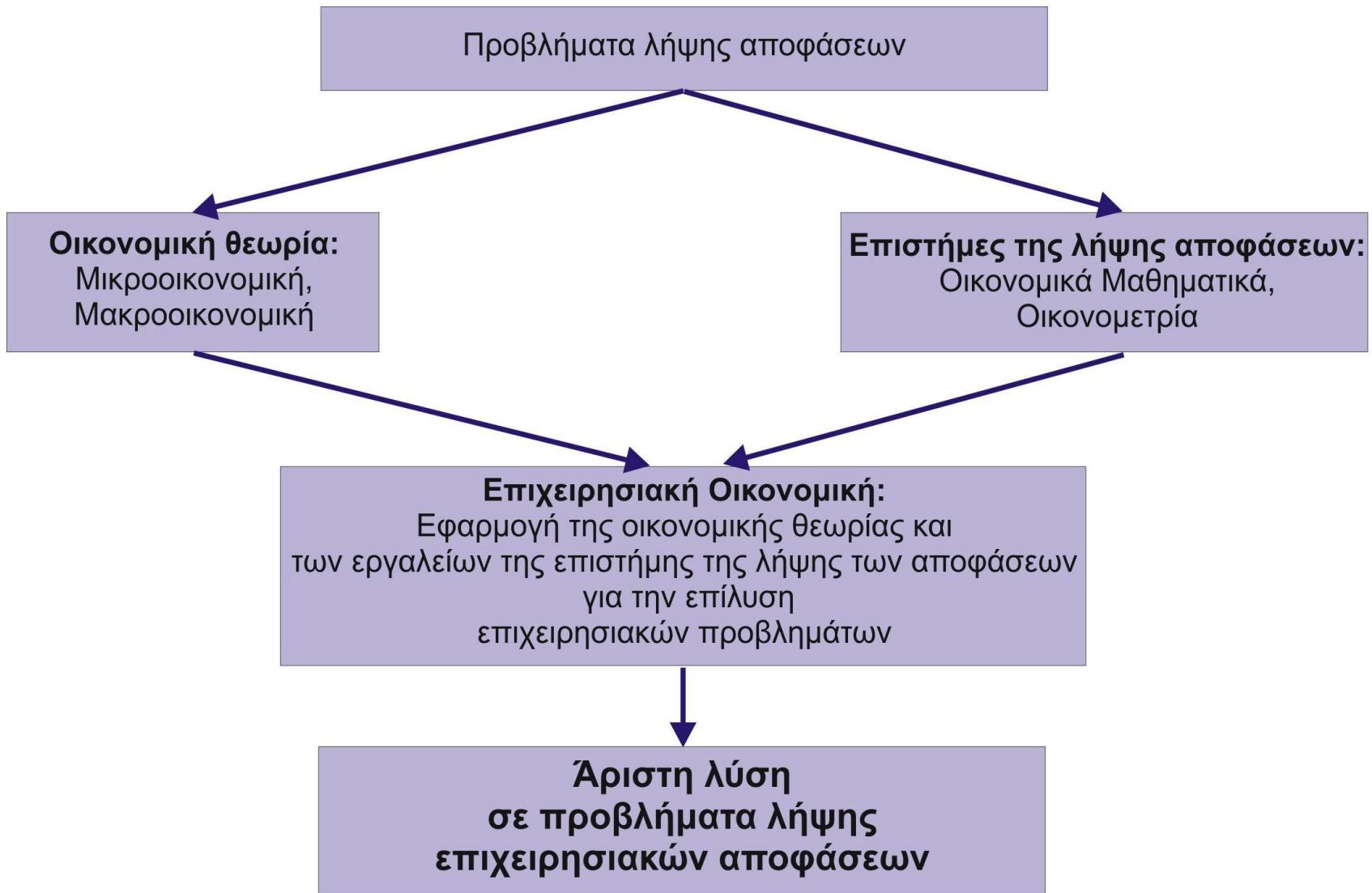
Μάθημα – Οικονομική για Διοίκηση

**Διδάσκοντες: Δημήτρης Κάμπης
Μιχάλης Πολέμης**

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ορισμός της Οικονομικής για Διοίκηση

- Η εφαρμογή της οικονομικής θεωρίας και των εργαλείων της λήψης των αποφάσεων με σκοπό να εξεταστεί πώς μπορεί ένας οργανισμός να επιτύχει τους στόχους ή τους σκοπούς του με τον πιο αποτελεσματικό τρόπο.
 - εφαρμογές της οικονομικής θεωρίας
 - ποσοτικές μέθοδοι
 - στατιστικές μέθοδοι
 - μέθοδοι υπολογισμού μέσω Η/Υ



Διάγραμμα 1-1 Η φύση της Επιχειρησιακής Οικονομικής*

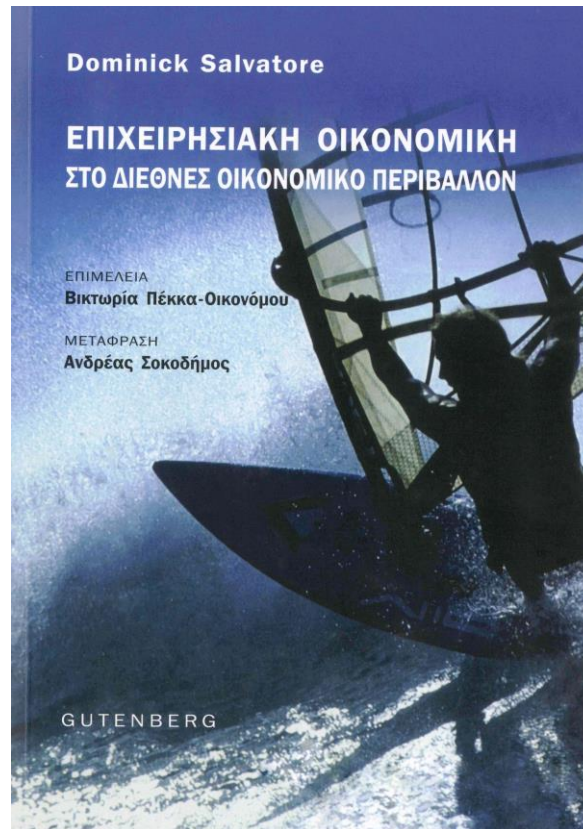
Οικονομική μεθοδολογία

- Οικονομικά υποδείγματα
 - Αφηρημένα ως προς τις λεπτομέρειες
 - Εστιάζονται στους πλέον σημαντικούς καθοριστικούς παράγοντες της οικονομικής συμπεριφοράς, στο αίτιο και το αποτέλεσμα
- Αξιολόγηση οικονομικών υποδειγμάτων
 - Ένα υπόδειγμα γίνεται αποδεκτό, αν προβλέπει με ακρίβεια και αν οι προβλέψεις αποτελούν λογική συνέπεια των υποθέσεων.

Βιβλία και βοηθήματα μαθήματος

Το κύριο βιβλίο του μαθήματος είναι:

Dominick Salvatore. (2012). *Επιχειρησιακή Οικονομική στο διεθνές οικονομικό περιβάλλον*, Επιμέλεια Β, Πέκκα-Οικονόμου, Εκδόσεις Gutenberg, 2012



Βιβλία και βοηθήματα μαθήματος

Άλλα βοηθητικά βιβλία είναι:

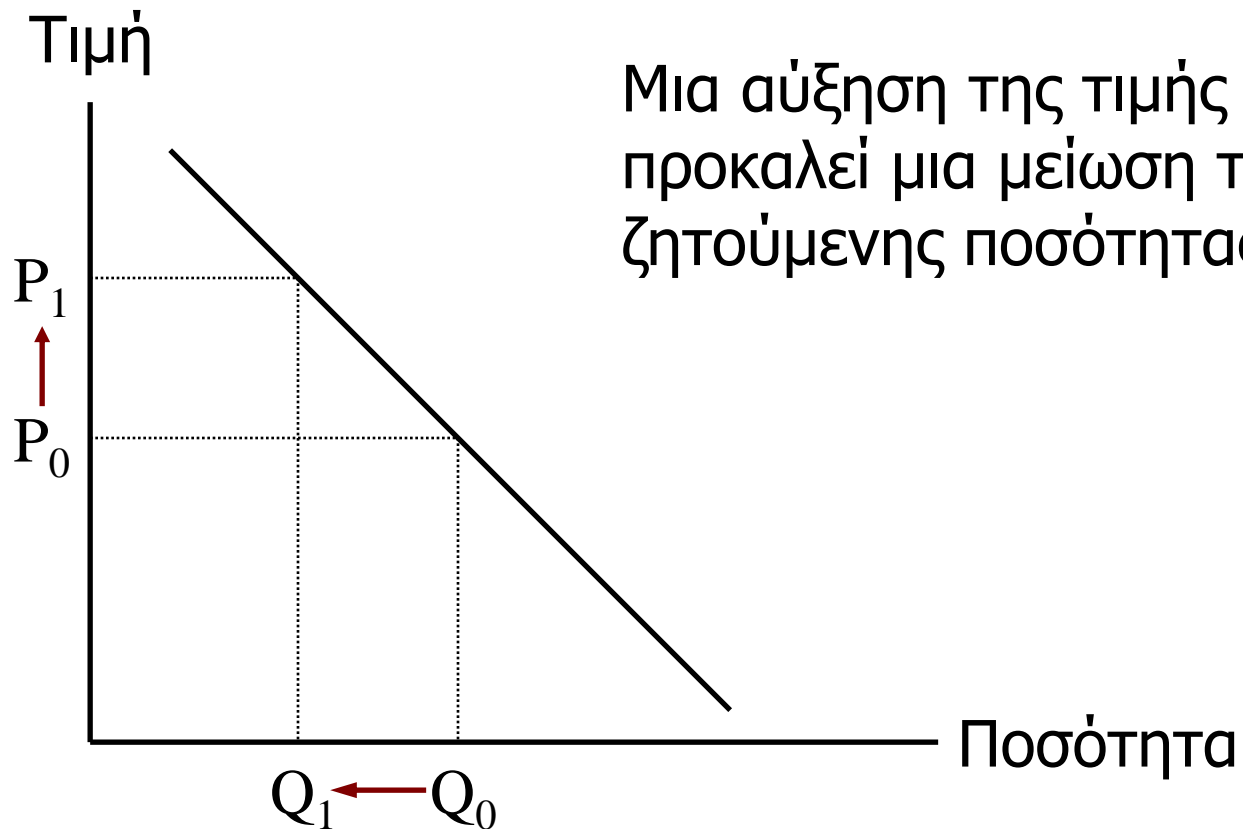
- Παλαιολόγος Γ., Μ. Πολέμης, (2018). *Μικροοικονομική Θεωρία: Ζήτηση, Παραγωγή, Κόστος, Μορφές Αγοράς, Θεωρία Παιγνίων, Τόμος Α'*, Αθήνα, Εκδόσεις Ευγ. Μπένου.
- Norbert Vanhove. (2019). *Τα οικονομικά των τουριστικών προορισμών*, Επιμέλεια Γ. Αγιομυργιαννάκης, Α. Μενεγάκη, Εκδόσεις Gutenberg, 2019.

ΖΗΤΗΣΗ – ΠΡΟΣΦΟΡΑ

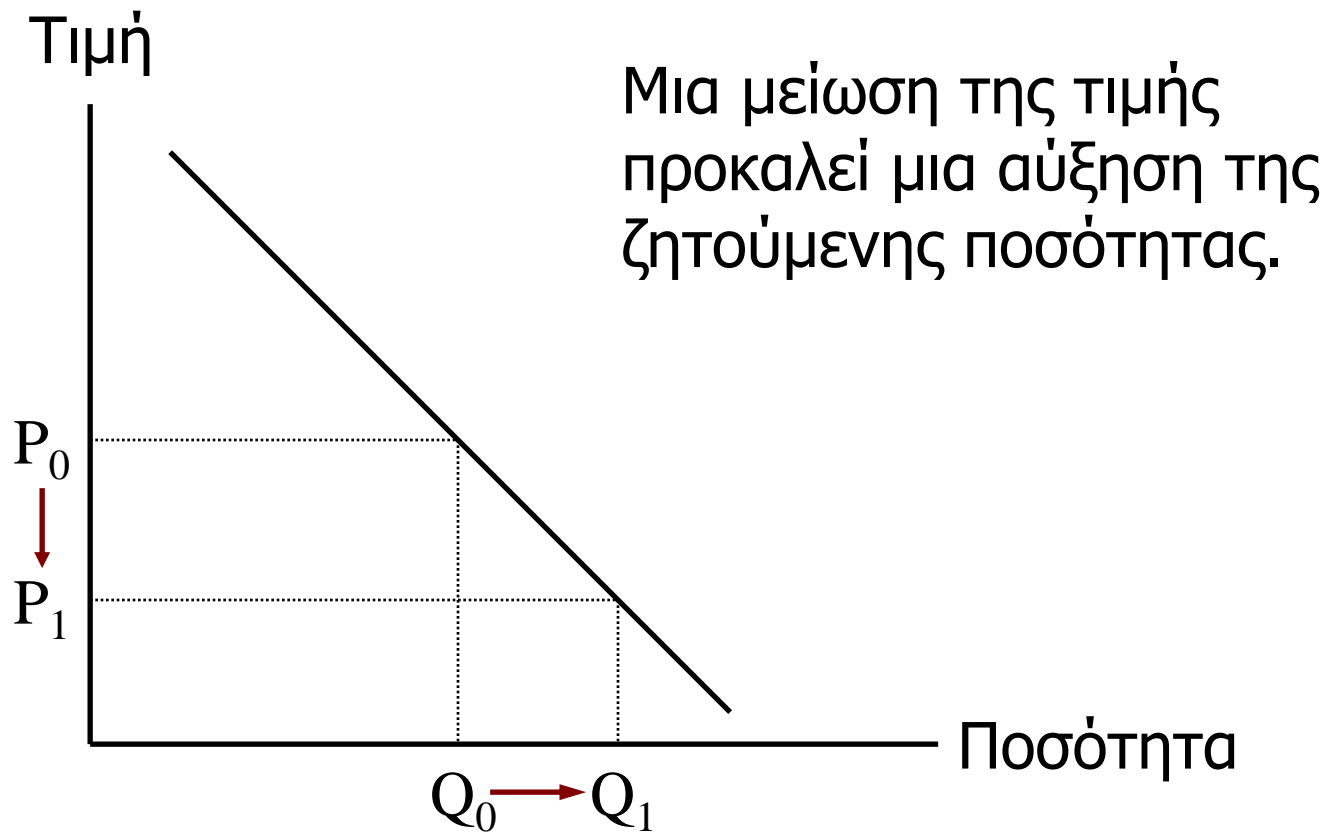
Ο Νόμος της Ζήτησης

- Μια μείωση στην τιμή ενός αγαθού, ενώ όλα τα άλλα μεγέθη παραμένουν ως έχουν, θα προκαλέσει μια αύξηση στη ζητούμενη ποσότητα του αγαθού.
- Μια αύξηση στην τιμή ενός αγαθού, ενώ όλα τα άλλα μεγέθη παραμένουν ως έχουν, θα προκαλέσει μια μείωση στη ζητούμενη ποσότητα του αγαθού.

Μεταβολή της ζητούμενης ποσότητας



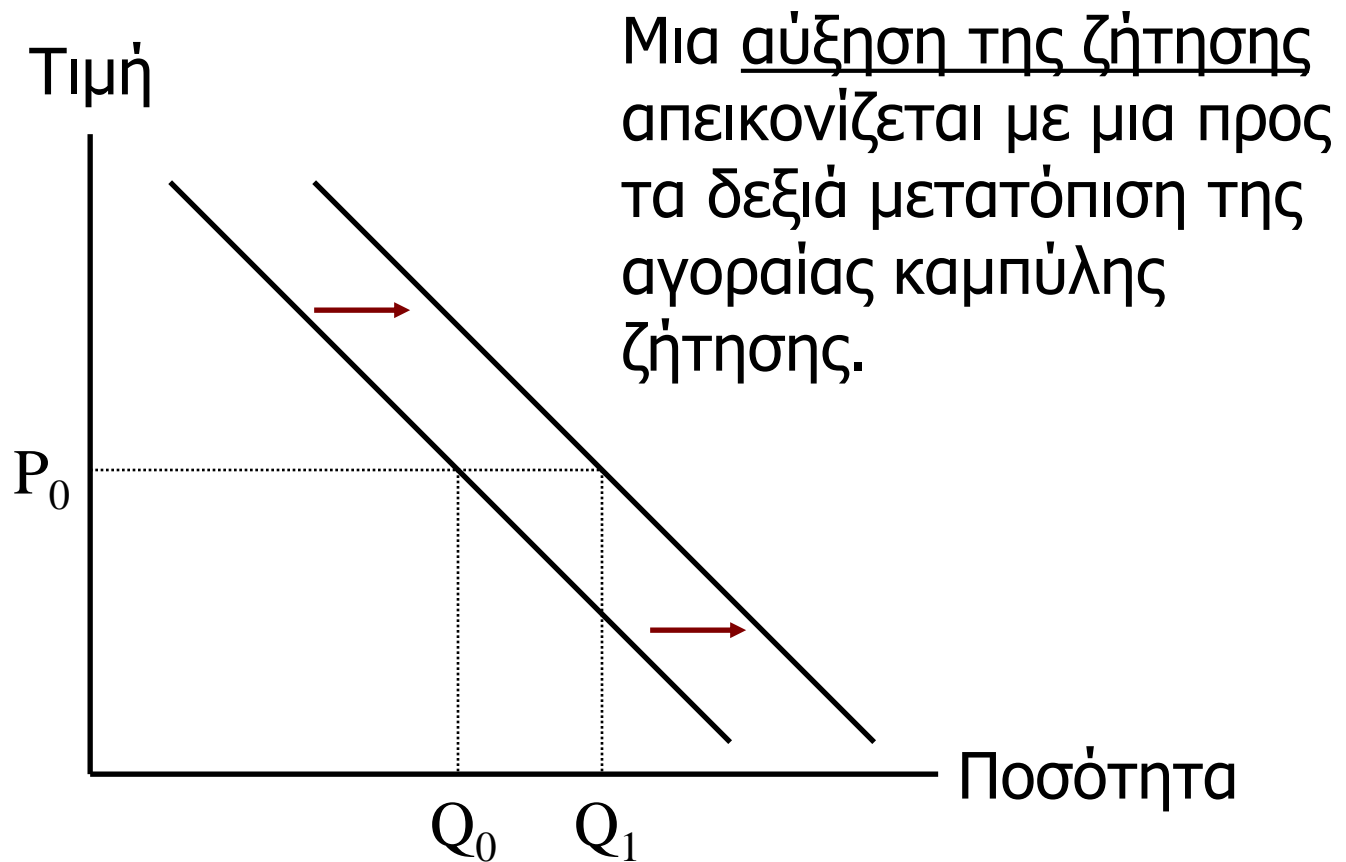
Μεταβολή της ζητούμενης ποσότητας



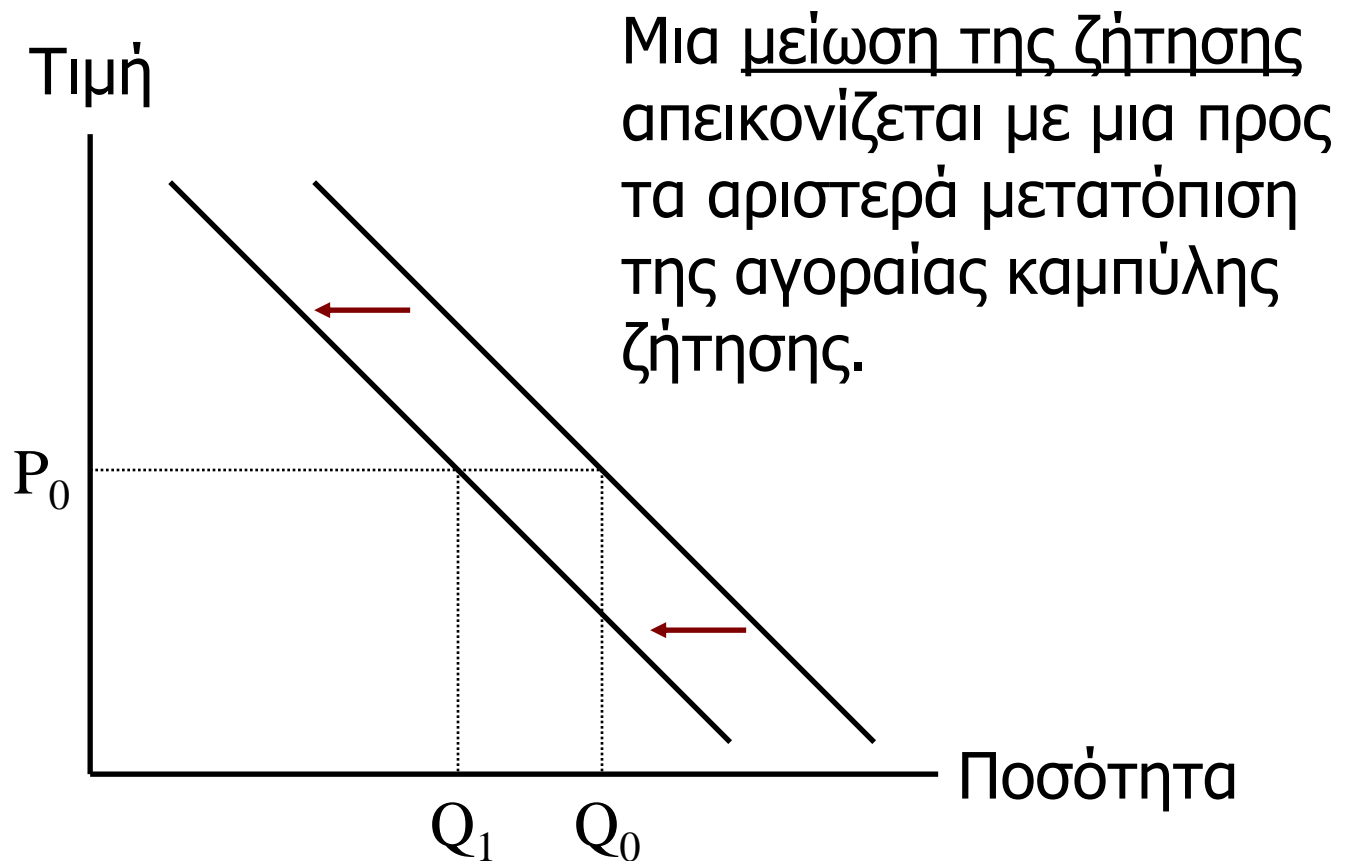
Μεταβολές της ζήτησης

- Μεταβολή των προτιμήσεων των αγοραστών
- Μεταβολή των εισοδημάτων των αγοραστών
 - Κανονικά αγαθά
 - Κατώτερα αγαθά
- Μεταβολή του πλήθους των αγοραστών
- Μεταβολή της τιμής των συναφών αγαθών
 - Υποκατάστατα αγαθά
 - Συμπληρωματικά αγαθά

Μεταβολή της ζήτησης



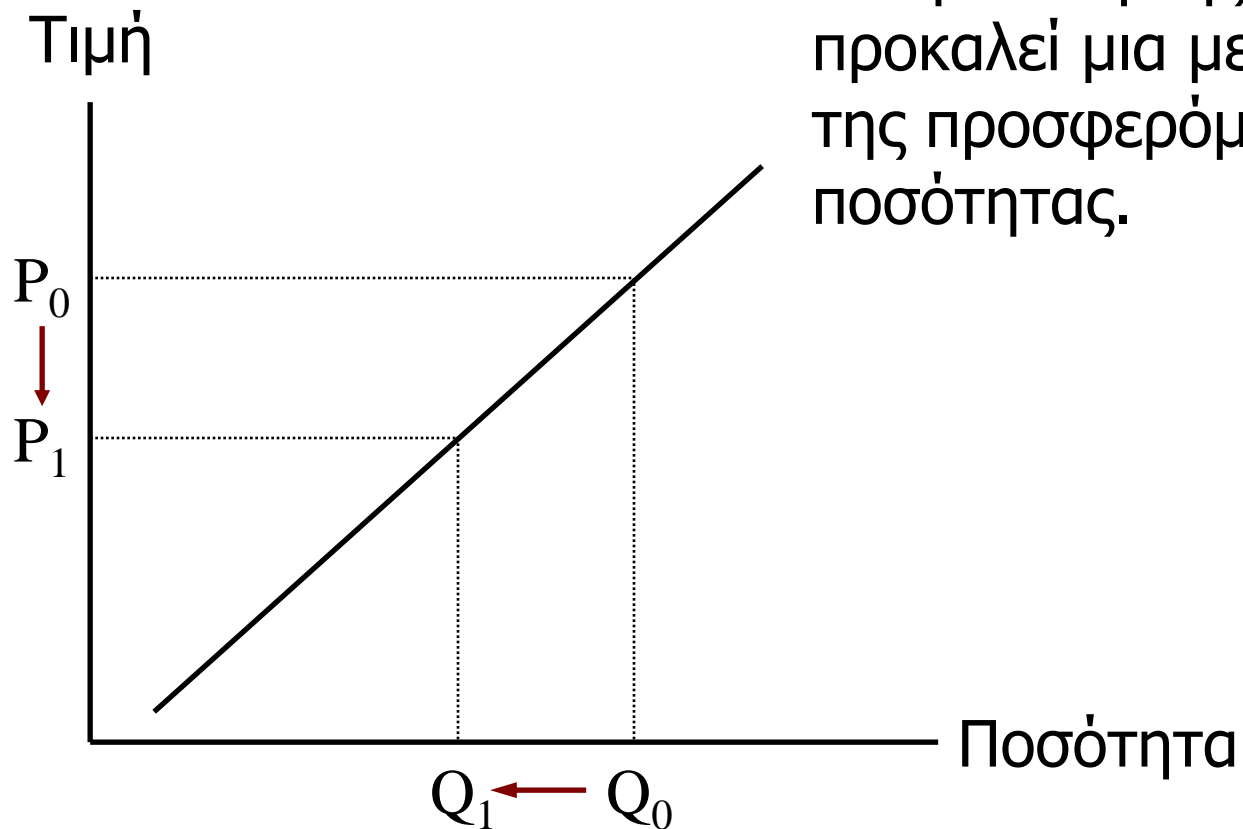
Μεταβολή της ζήτησης



Ο νόμος της προσφοράς

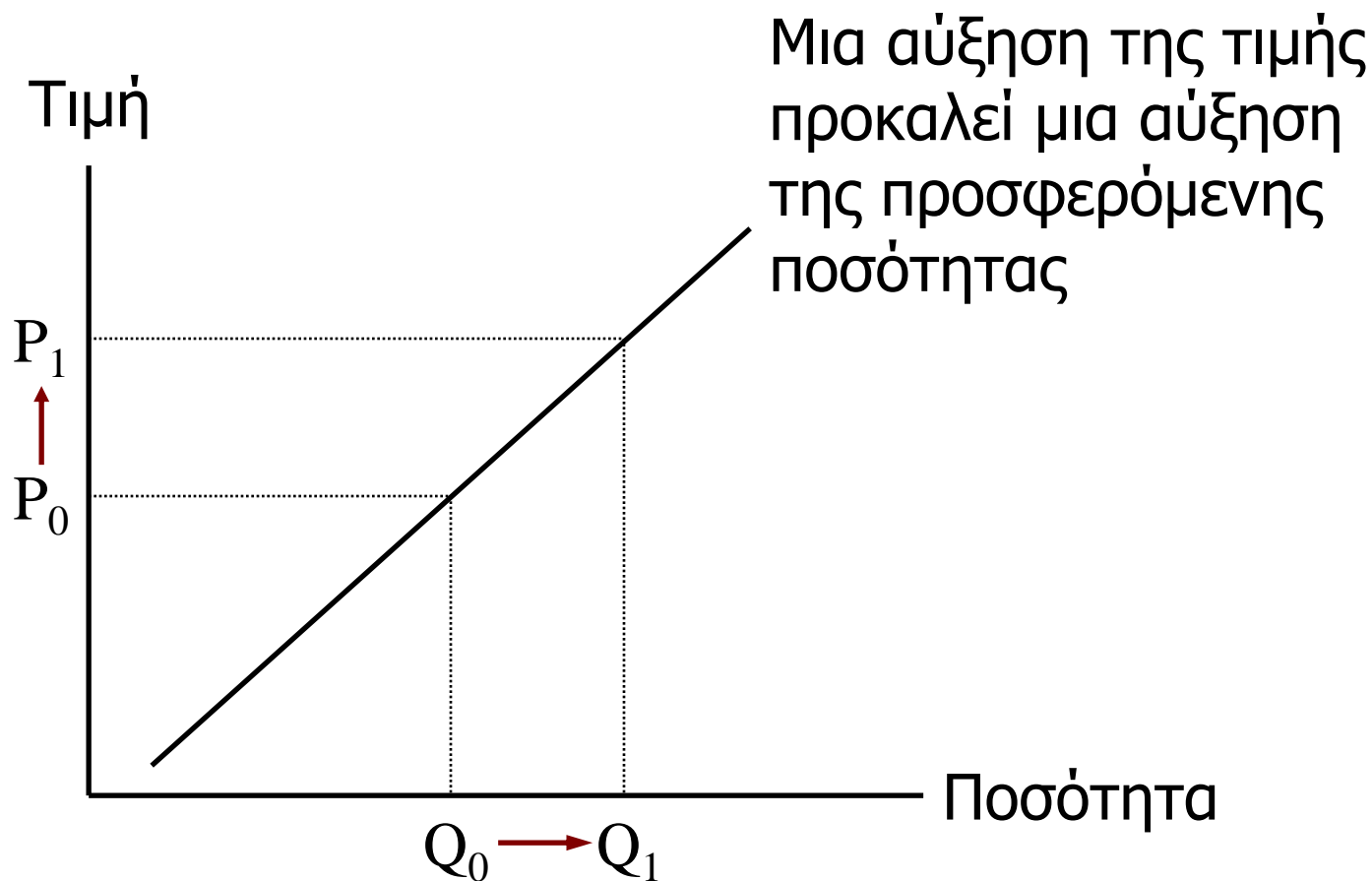
- Μια μείωση της τιμής ενός αγαθού, ενώ όλα τα άλλα μεγέθη παραμένουν ως έχουν, θα προκαλέσει μια μείωση της προσφερόμενης ποσότητας του αγαθού.
- Μια αύξηση της τιμής ενός αγαθού, ενώ όλα τα άλλα μεγέθη παραμένουν ως έχουν, θα προκαλέσει μια αύξηση της προσφερόμενης ποσότητας του αγαθού.

Μεταβολή της προσφερόμενης ποσότητας



Μια μείωση της τιμής προκαλεί μια μείωση της προσφερόμενης ποσότητας.

Μεταβολή της προσφερόμενης ποσότητας

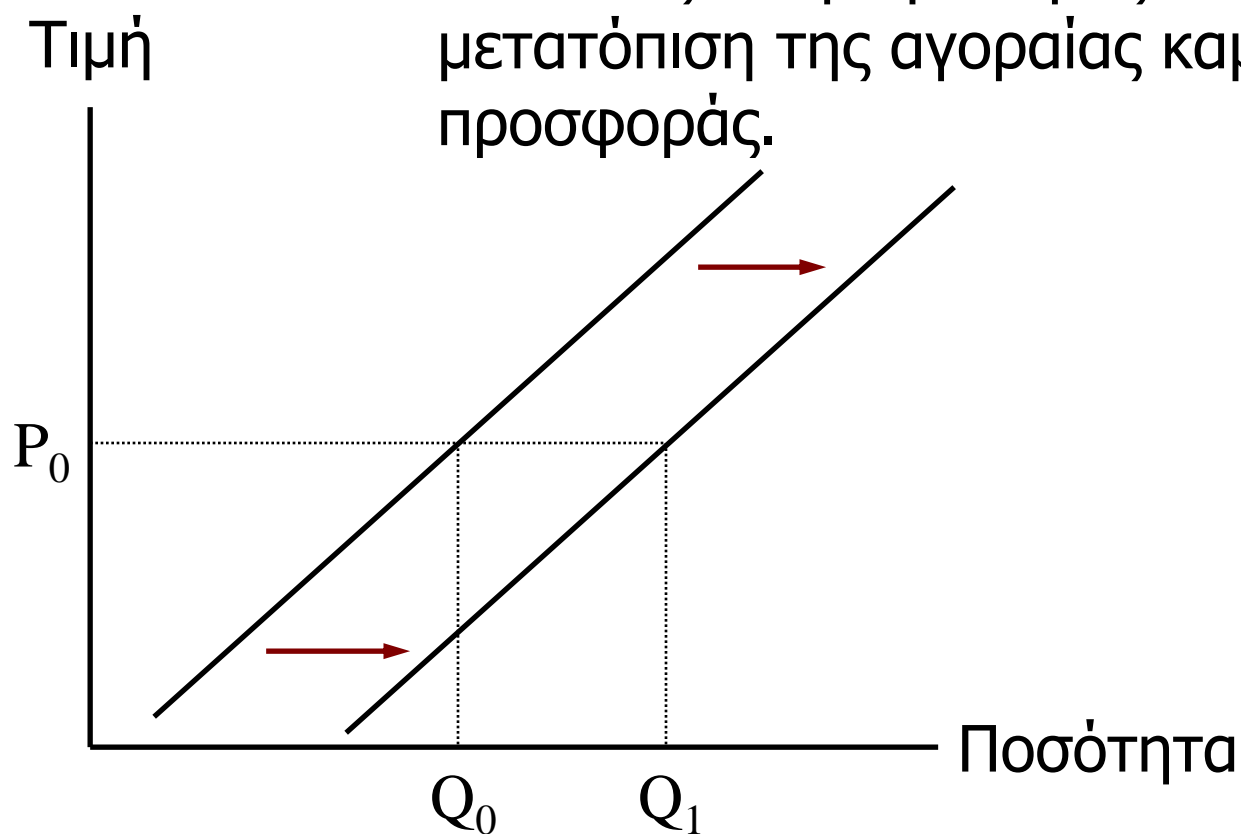


Μεταβολές της προσφοράς

- Μεταβολή της τεχνολογίας παραγωγής
- Μεταβολή των τιμών των εισροών
- Μεταβολή του πλήθους των πωλητών

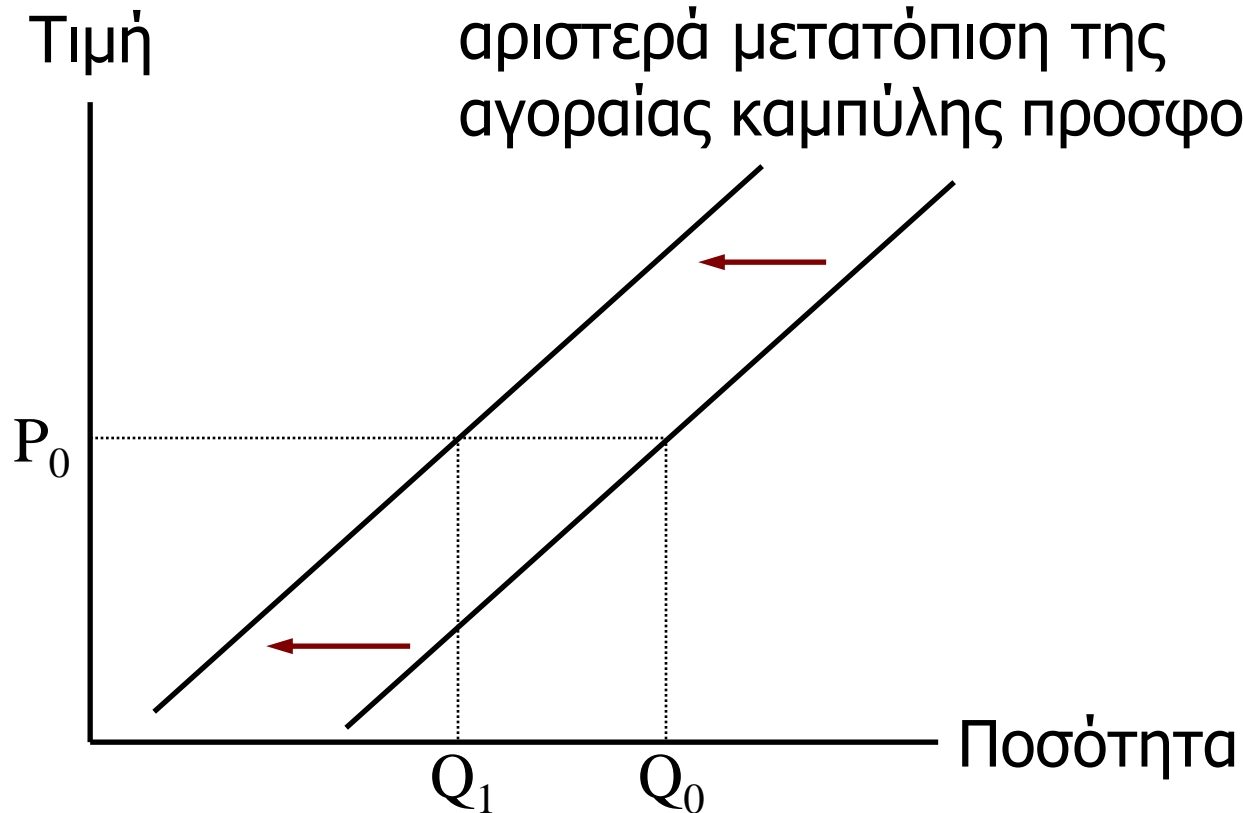
Μεταβολή της προσφοράς

Μια αύξηση της προσφοράς απεικονίζεται με μια προς τα δεξιά μετατόπιση της αγοραίας καμπύλης προσφοράς.



Μεταβολή της προσφοράς

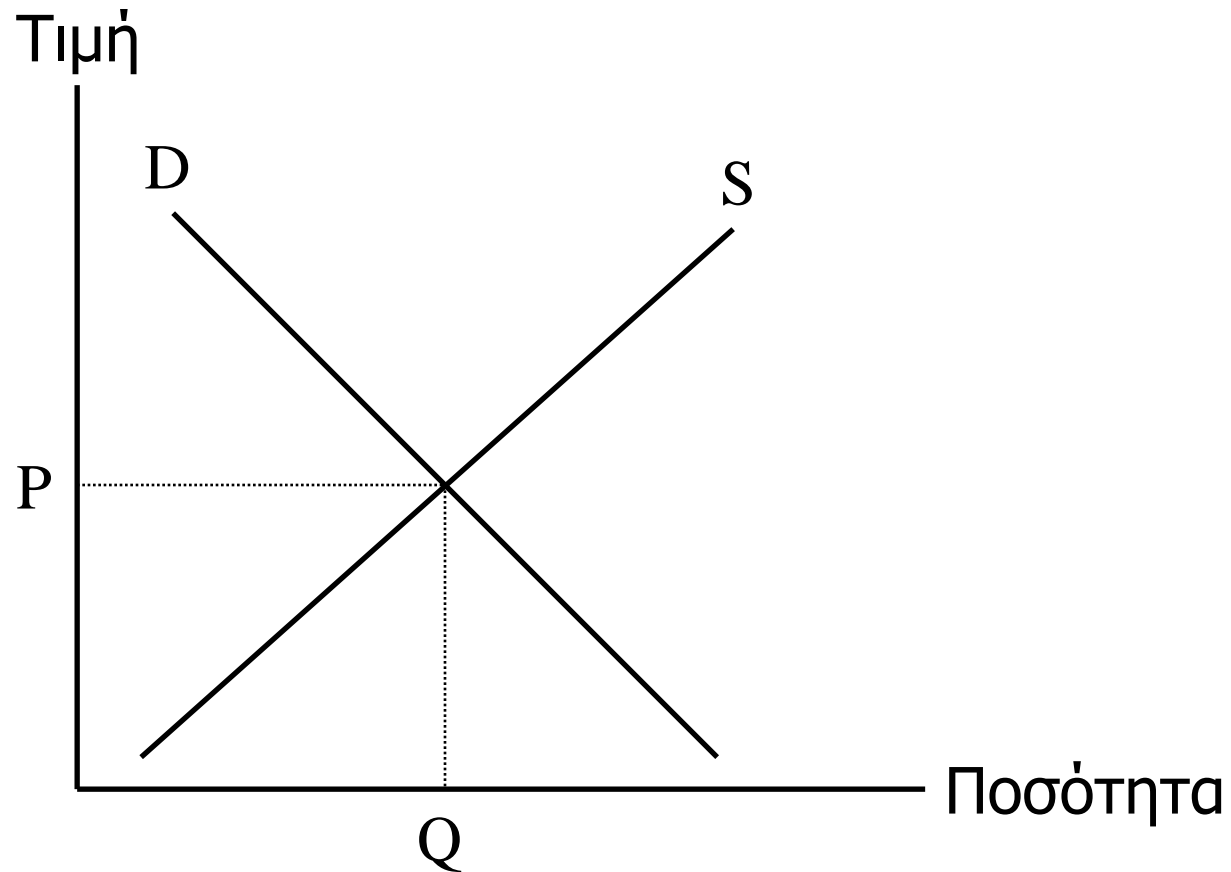
Μια μείωση της προσφοράς απεικονίζεται με μια προς τα αριστερά μετατόπιση της αγοραίας καμπύλης προσφοράς.



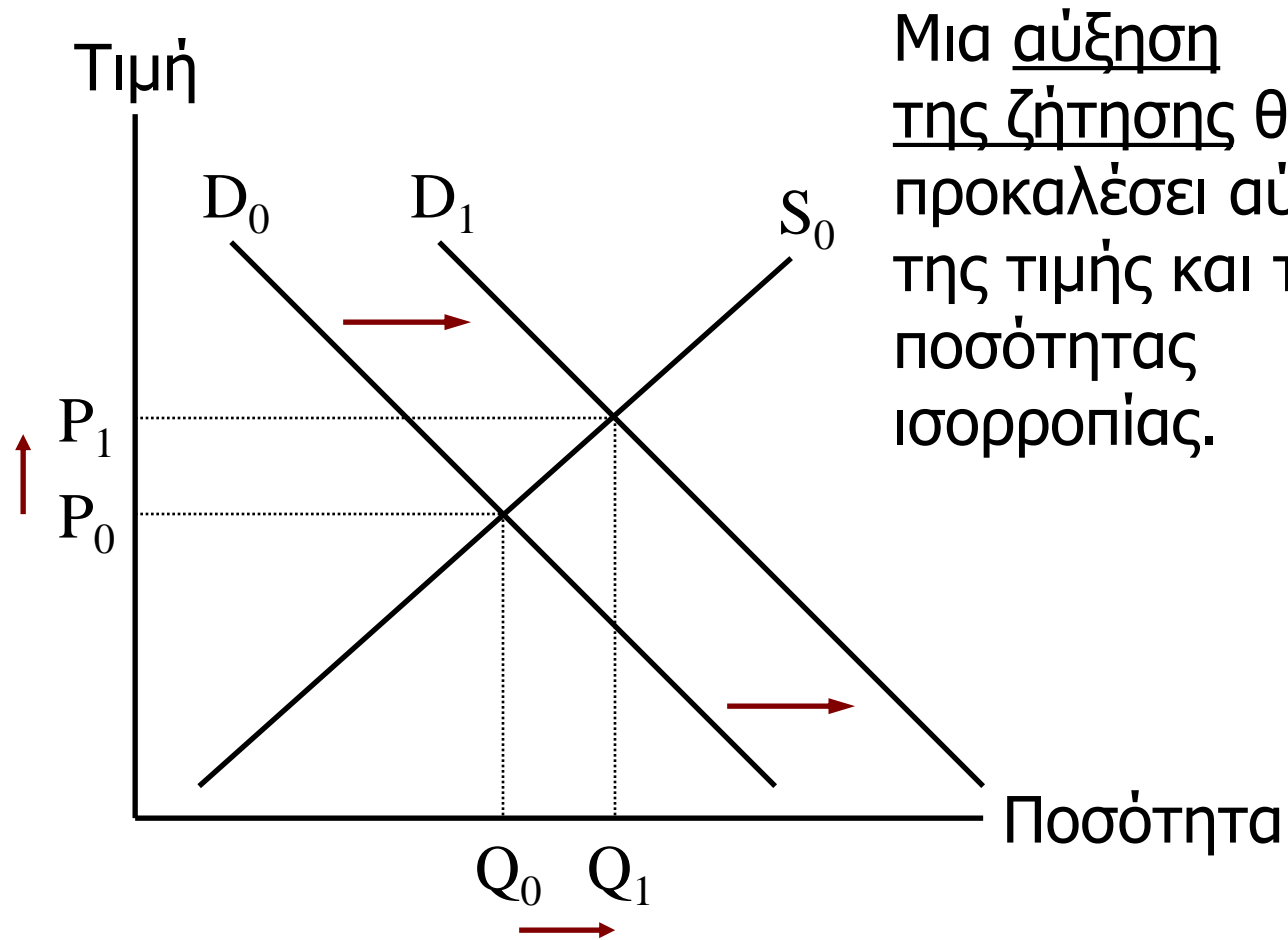
Ισορροπία της αγοράς

- Η ισορροπία της αγοράς προσδιορίζεται στο σημείο τομής της αγοραίας καμπύλης ζήτησης και της αγοραίας καμπύλης προσφοράς.
- Η τιμή ισορροπίας προκαλεί την εξίσωση της ζητούμενης με την προσφερόμενη ποσότητα.

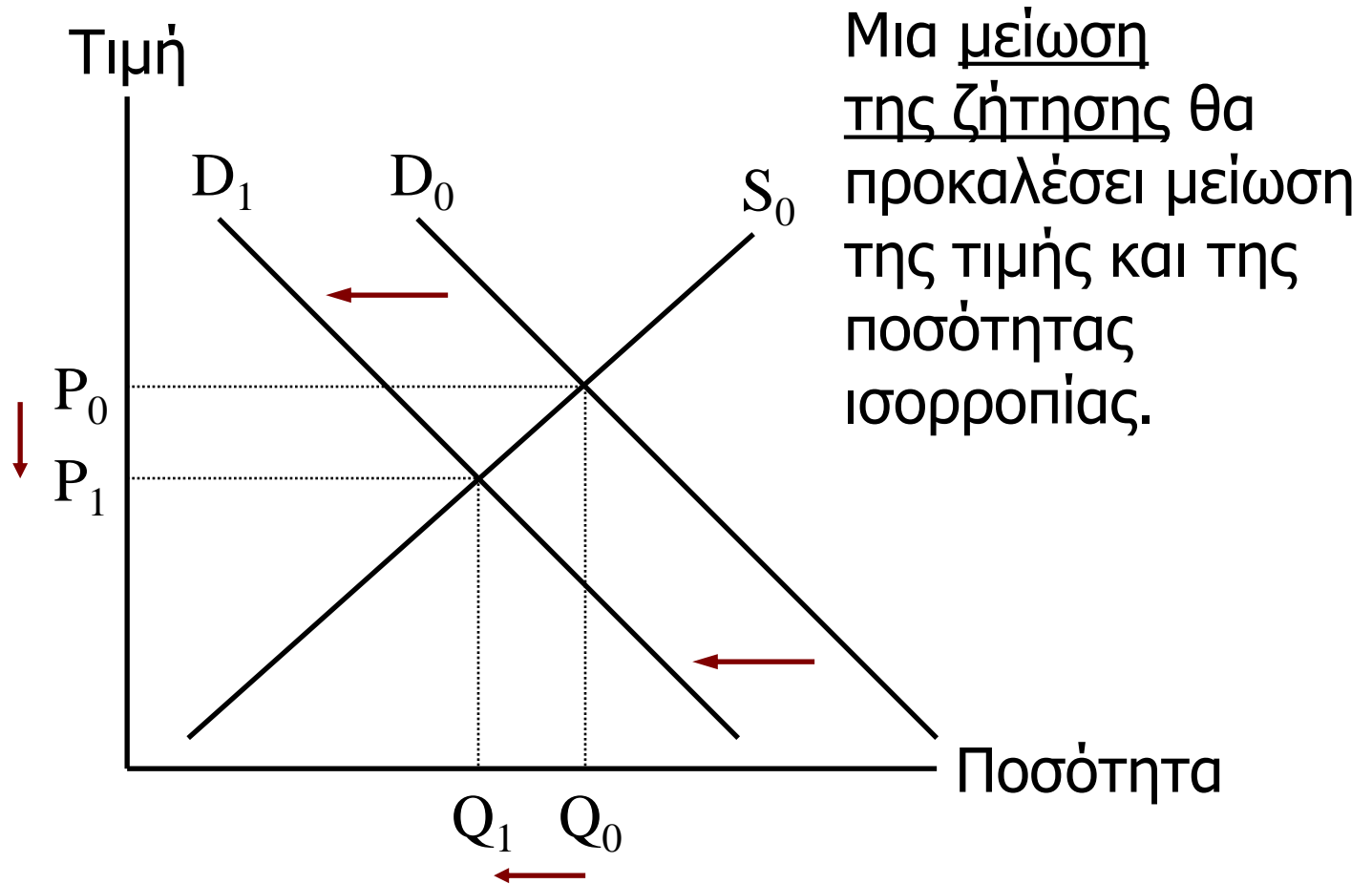
Ισορροπία της αγοράς



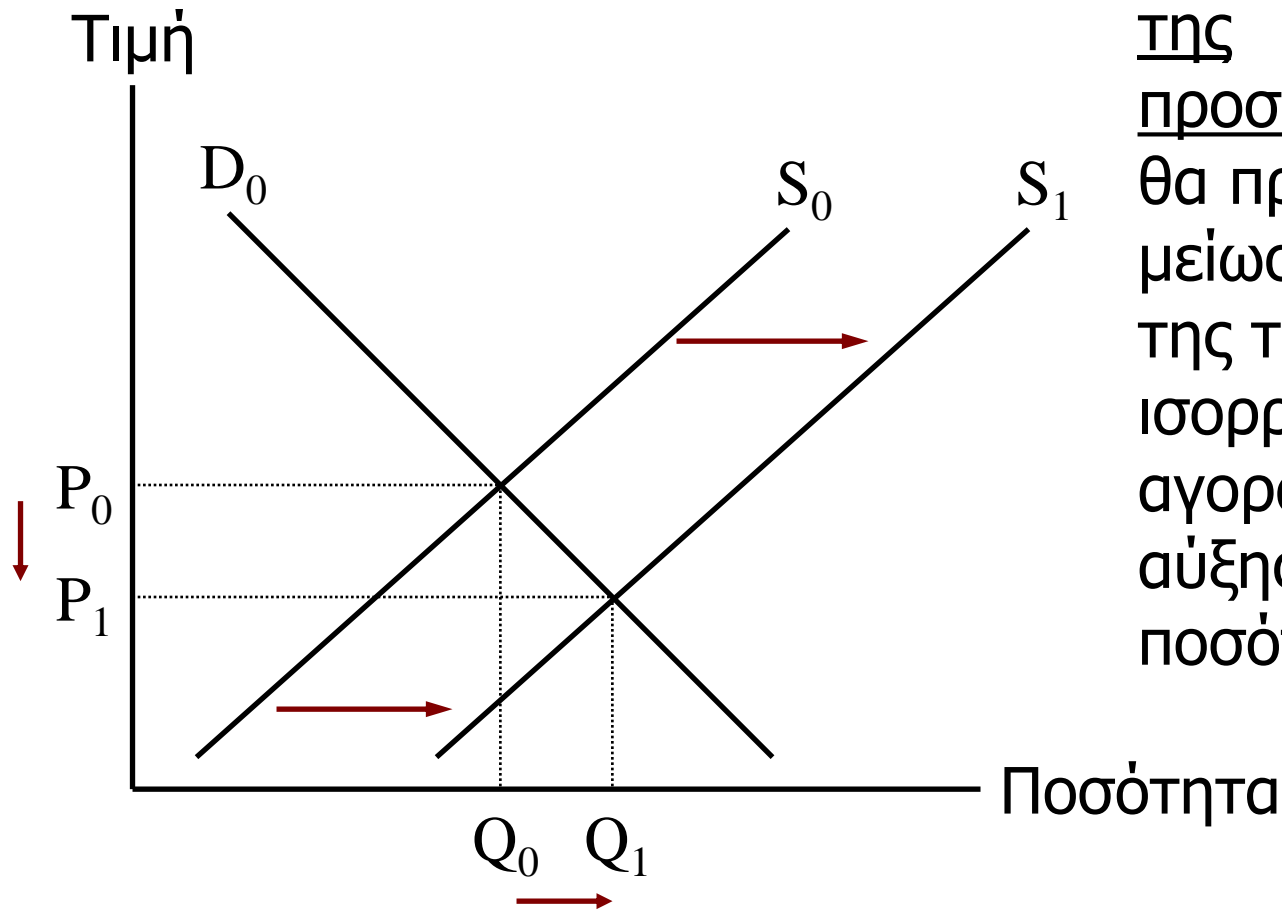
Ισορροπία της αγοράς



Ισορροπία της αγοράς

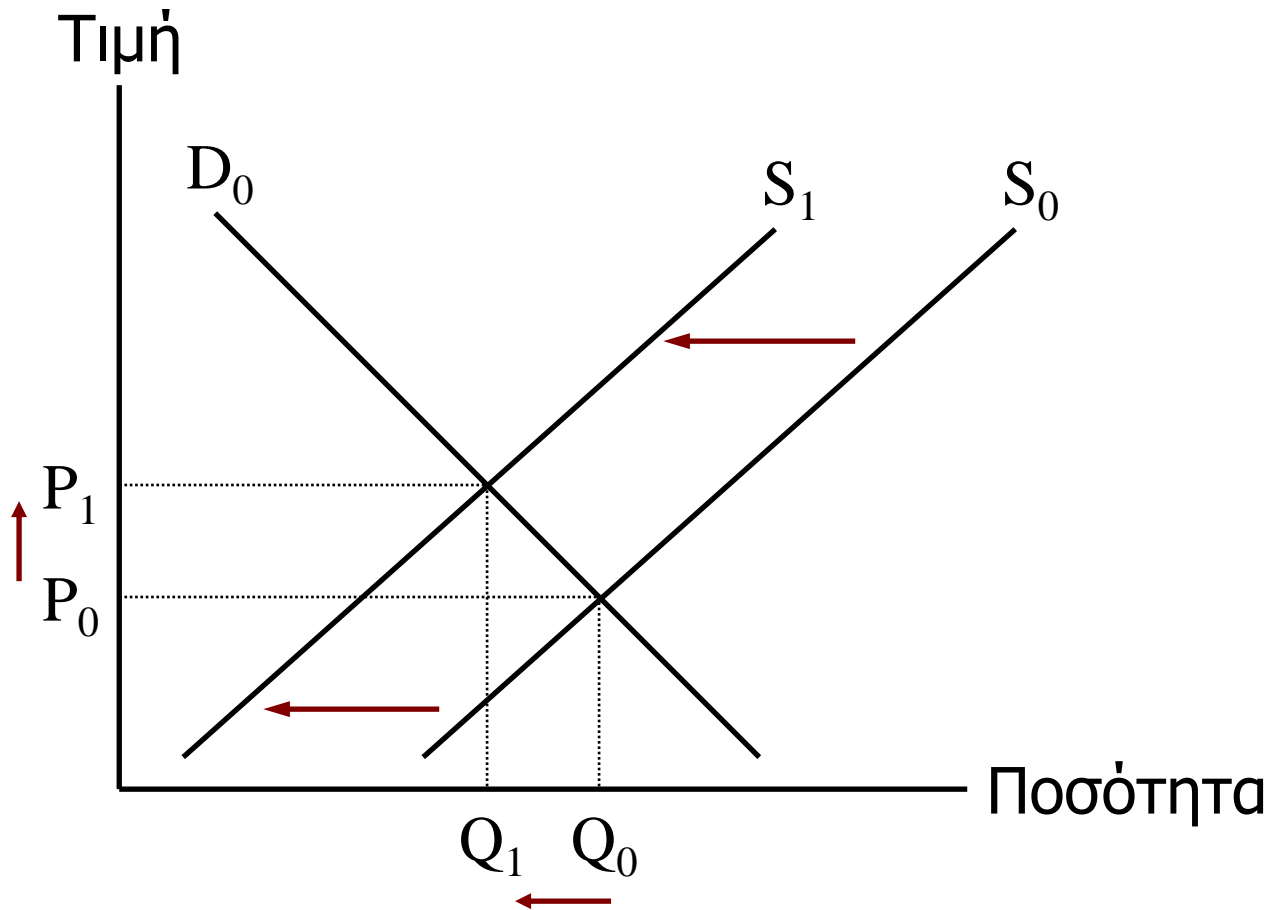


Ισορροπία της αγοράς

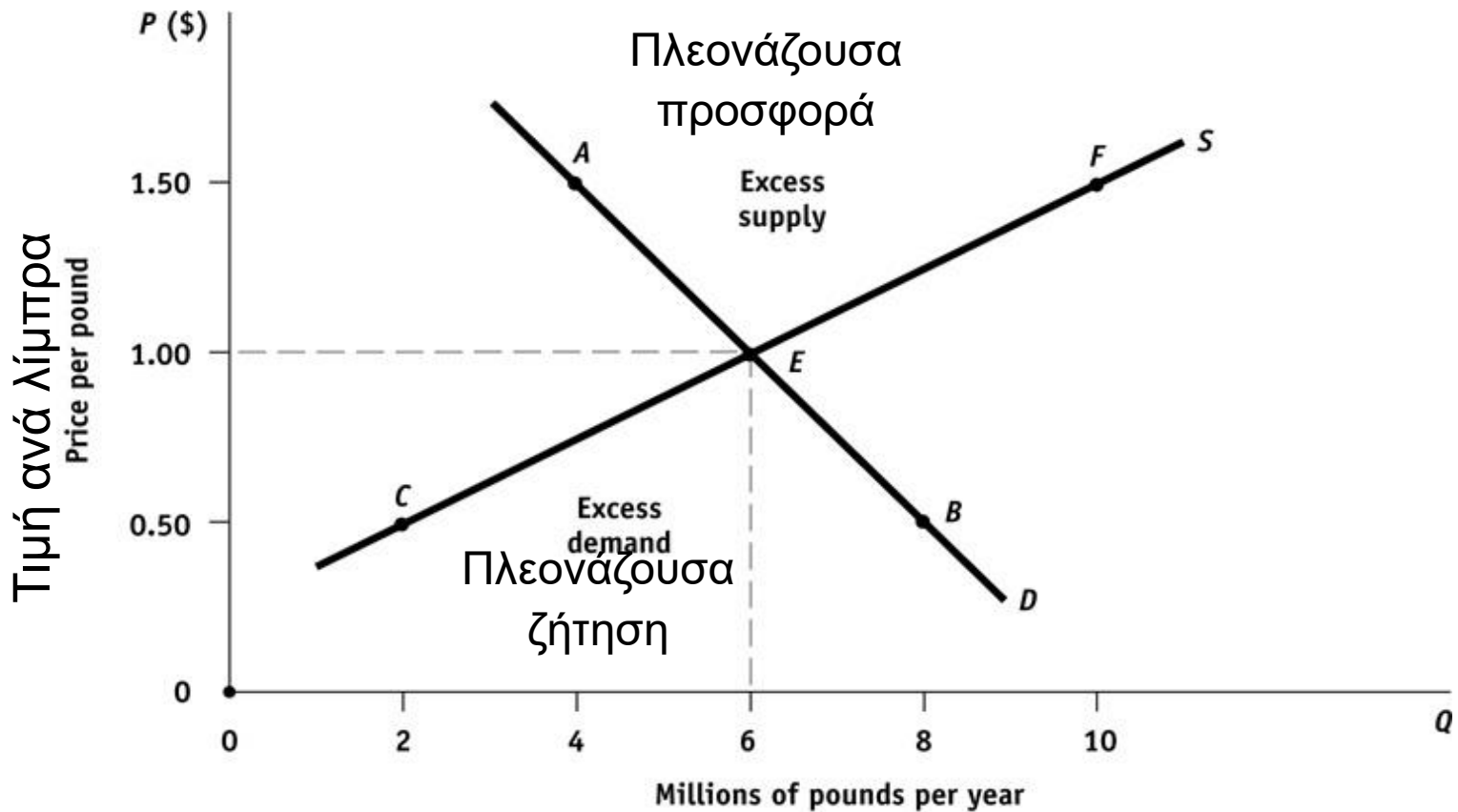


Μια αύξηση
της
προσφοράς
θα προκαλέσει
μείωση
της τιμής
ισορροπίας της
αγοράς και
αύξηση της
ποσότητας.

Ισορροπία της αγοράς

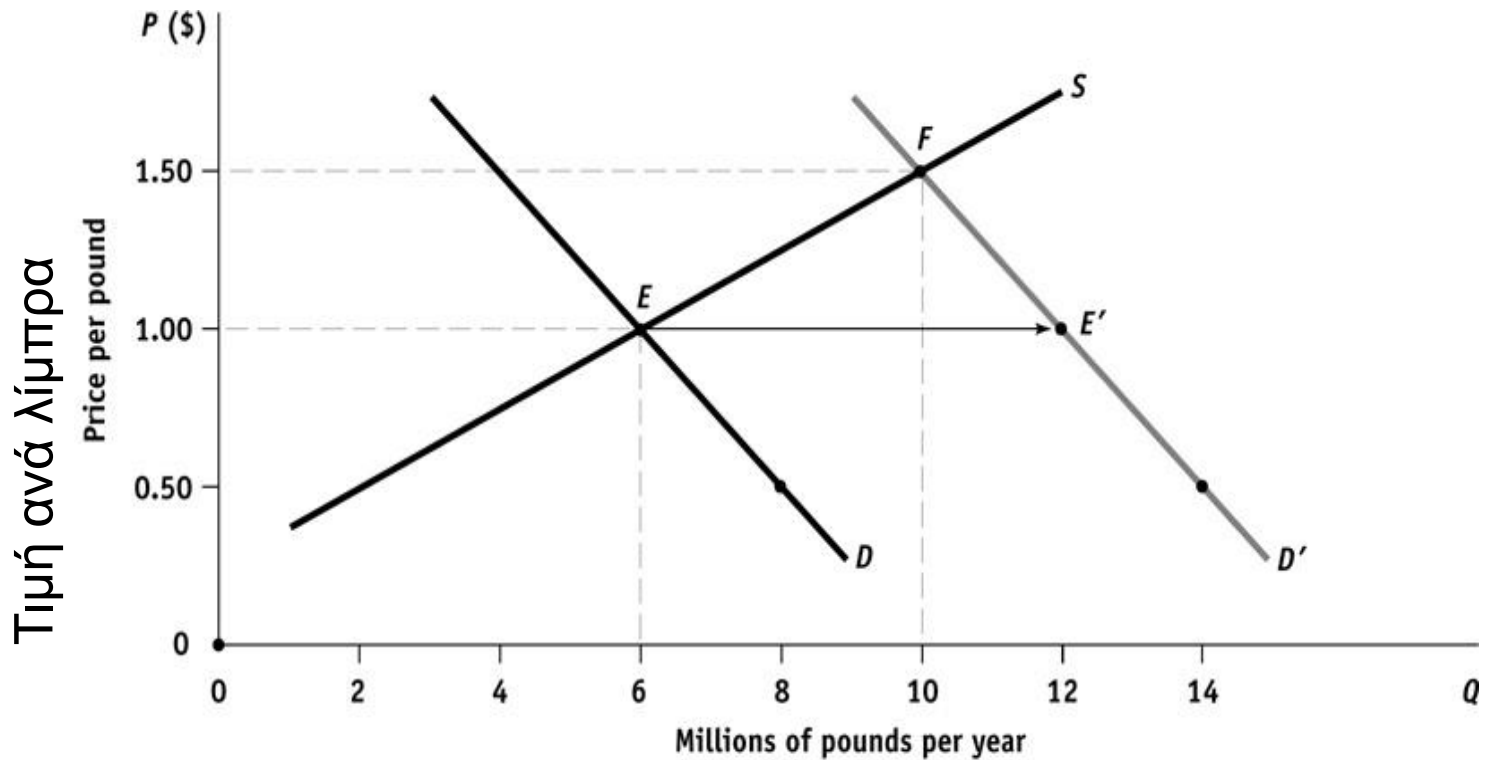


Μια μείωση
της
προσφοράς
θα
προκαλέσει
αύξηση
της τιμής
ισορροπίας
της αγοράς
και μείωση
της
ποσότητας.



Διάγραμμα 1-5 Η τιμή ισορροπίας του αλουμινίου

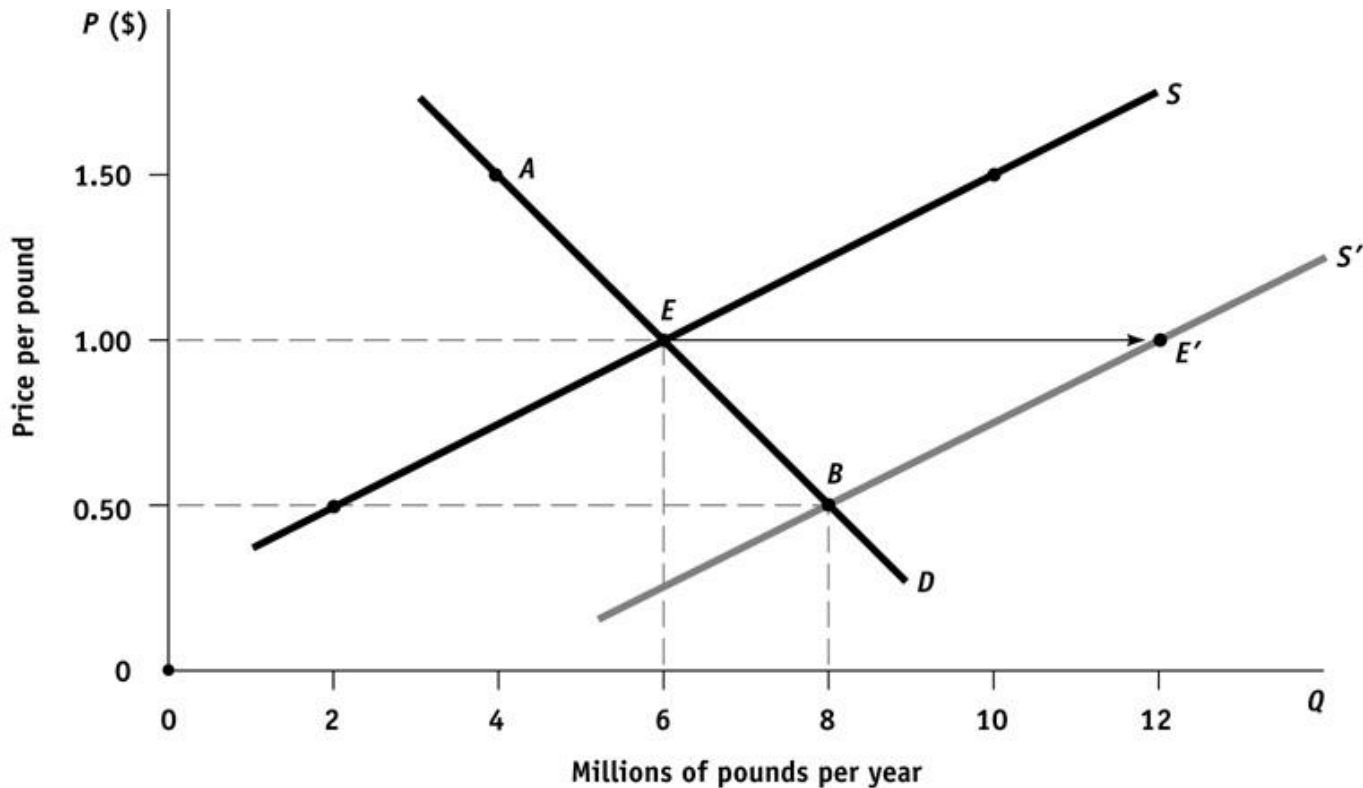
Η τιμή ισορροπίας του αλουμινίου είναι 1 δολάριο ανά λίμπρα και επιτυγχάνεται στο σημείο τομής της αγοραίας καμπύλης ζήτησης και της αγοραίας καμπύλης προσφοράς αλουμινίου.



Διάγραμμα 1-6 Η επίπτωση μιας προς τα δεξιά μετατόπισης της καμπύλης ζήτησης αλουμινίου

Μια προς τα δεξιά μετατόπιση της καμπύλης ζήτησης αλουμινίου οδηγεί σε μια αύξηση της τιμής ισορροπίας του αλουμινίου.

Τιμή ανά λίμπρα



Διάγραμμα 1-7 Η επίπτωση μιας προς τα δεξιά μετατόπισης της καμπύλης προσφοράς αλουμινίου

Μια προς τα δεξιά μετατόπιση της καμπύλης προσφοράς αλουμινίου οδηγεί σε μια μείωση της τιμής ισορροπίας του αλουμινίου.

Θεωρία παραγωγής & κόστους

Συμπεριφορά της επιχείρησης

Στόχος της επιχείρησης είναι η μεγιστοποίηση των κερδών

$$\Pi = TR - TC$$

Για να αναλύσουμε τα κέρδη της επιχείρησης, πρέπει να αναλύσουμε:

- την τεχνολογία παραγωγής
- το κόστος παραγωγής
- τα έσοδα της επιχείρησης

Θεωρία παραγωγής

Παραγωγή: ο μετασχηματισμός συντελεστών παραγωγής (εισροών) σε προϊόν (εκροή)

Η συνάρτηση παραγωγής TP (ή Q) = $f(X_1, X_2, \dots, X_N)$

Συντελεστές παραγωγής:

- Κεφάλαιο (K)
- Εργασία (L)
- Γη (S)
- Επιχειρηματικότητα - E

Το απλούστερο υπόδειγμα συνάρτησης παραγωγής υποθέτει την ύπαρξη δύο μόνο εισροών π.χ. κεφαλαίου (K) και εργασίας (L)

$$TP = f(K, L)$$

Διάκριση συντελεστών - περιόδων

Σταθεροί συντελεστές: αυτοί που η ποσότητά τους δεν μπορεί να μεταβληθεί μέσα σε μικρό χρονικό διάστημα

Μεταβλητοί συντελεστές: αυτοί που η ποσότητά τους μπορεί να μεταβληθεί ακόμη και σε σύντομο χρονικό διάστημα

Βραχυχρόνια περίοδος: το διάστημα κατά το οποίο ορισμένοι συντελεστές είναι σταθεροί

Μακροχρόνια περίοδος: ένα χρονικό διάστημα αρκετά μεγάλο ώστε όλοι οι συντελεστές να μπορούν να μεταβληθούν.

Θεωρία παραγωγής - ορισμοί

Η βραχυχρόνια συνάρτηση παραγωγής $TP = f(K, L)$

Με την υπόθεση ότι βραχυχρονίως το κεφάλαιο είναι σταθερό (πάγιο)

$$TP = f(L)$$

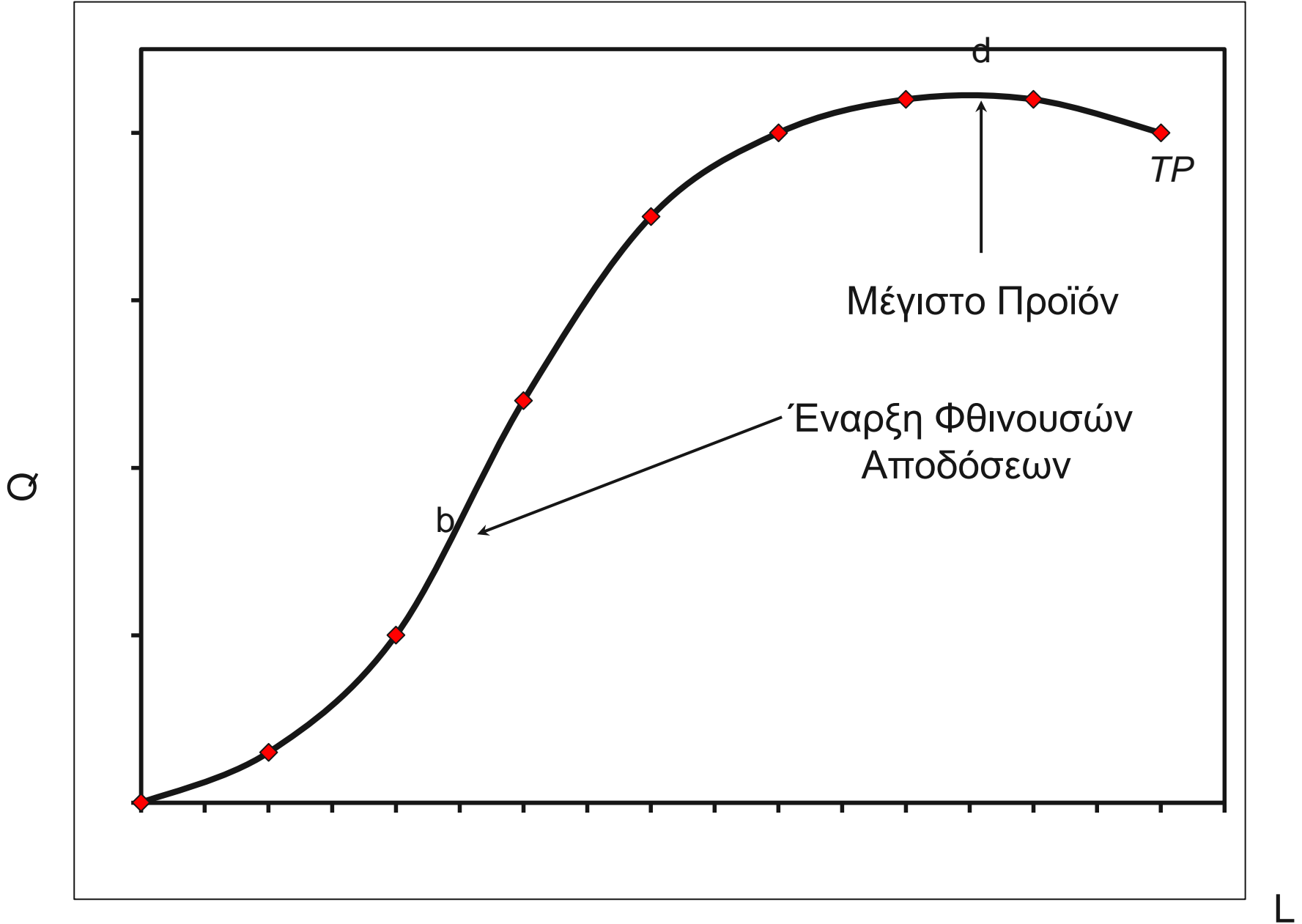
Μέσο προϊόν ή παραγωγικότητα ενός συντελεστή είναι το παραγόμενο προϊόν ανά μονάδα του συντελεστή

$$AP_L = Q/L \quad (\text{μέσο προϊόν της εργασίας})$$

Οριακό προϊόν είναι το πρόσθετο προϊόν από την χρησιμοποίηση μιας επιπλέον μονάδας του συντελεστή

$$MP_L = \Delta Q / \Delta L \quad (\text{οριακό προϊόν της εργασίας})$$

Παραγωγή στη βραχυχρόνια περίοδο

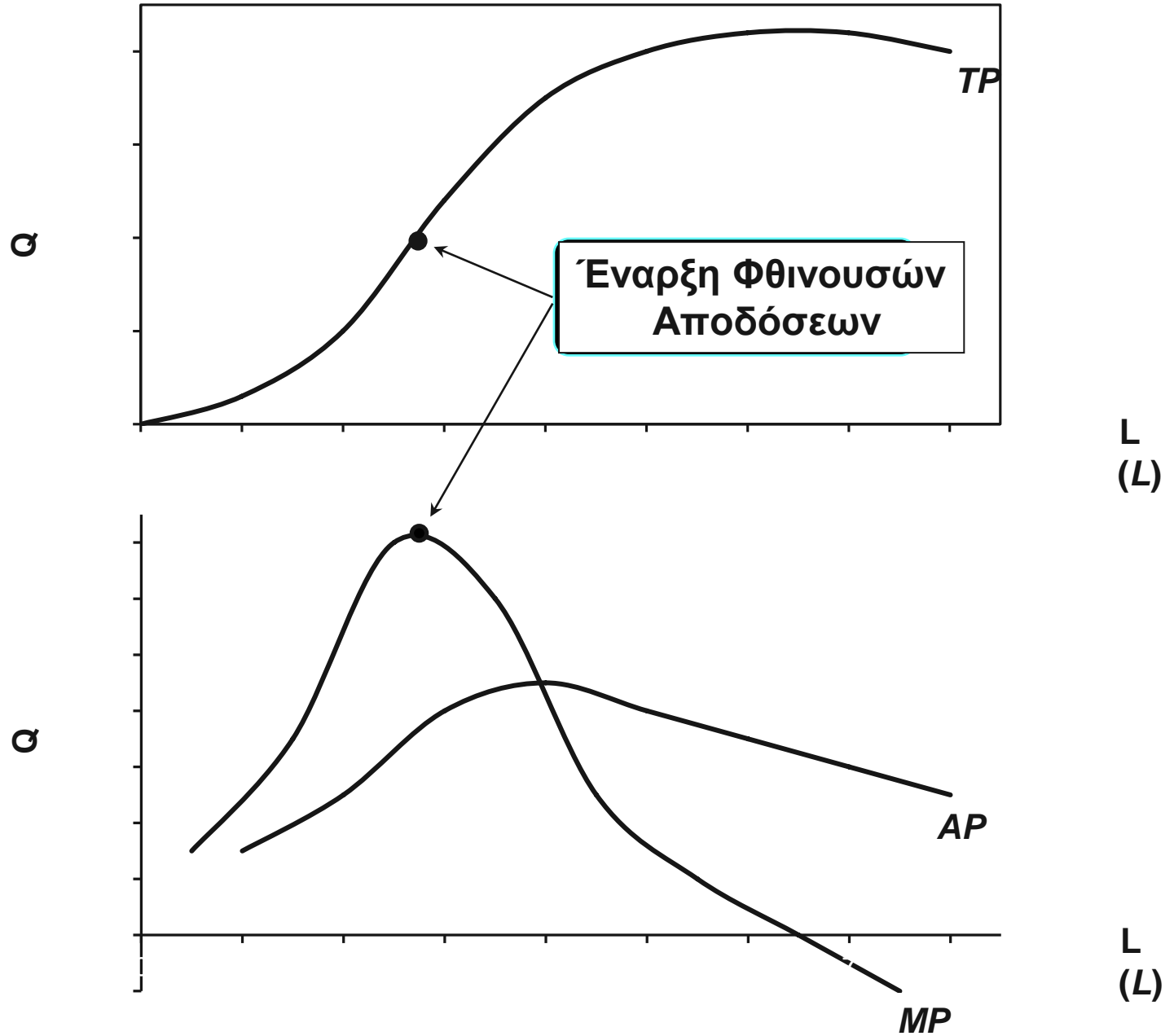


Νόμος των φθινουσών αποδόσεων

Για τη βραχυχρόνια περίοδο είναι πολύ σημαντικό να έχουμε καταλάβει το νόμο των φθινουσών αποδόσεων.

Νόμος των φθινουσών αποδόσεων

Όσο αυξάνεται η χρήση του μεταβλητού συντελεστή υπάρχει ένα σημείο μετά από το οποίο το οριακό προϊόν αρχίζει να μειώνεται και μπορεί να γίνει και αρνητικό (με δεδομένο το επίπεδο τεχνολογίας).



Η παραγωγή στη μακροχρόνια περίοδο

Μακροχρόνια, όλοι οι συντελεστές θεωρούνται μεταβλητοί.

Αποδόσεις κλίμακας

- Αύξουσες αποδόσεις κλίμακας έχουμε όταν αυξάνονται όλοι οι συντελεστές παραγωγής κατά $x\%$ (π.χ., διπλασιάζονται) και το προϊόν αυξάνεται κατά περισσότερο από $x\%$ (π.χ., υπερδιπλασιάζεται).
- Φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας έχουμε όταν αυξάνονται όλοι οι συντελεστές παραγωγής κατά $x\%$ και το προϊόν αυξάνεται κατά λιγότερο από $x\%$.
- Συμμετρικά οι σταθερές αποδόσεις κλίμακας

Ανάλυση κόστους στη βραχυχρόνια περίοδο

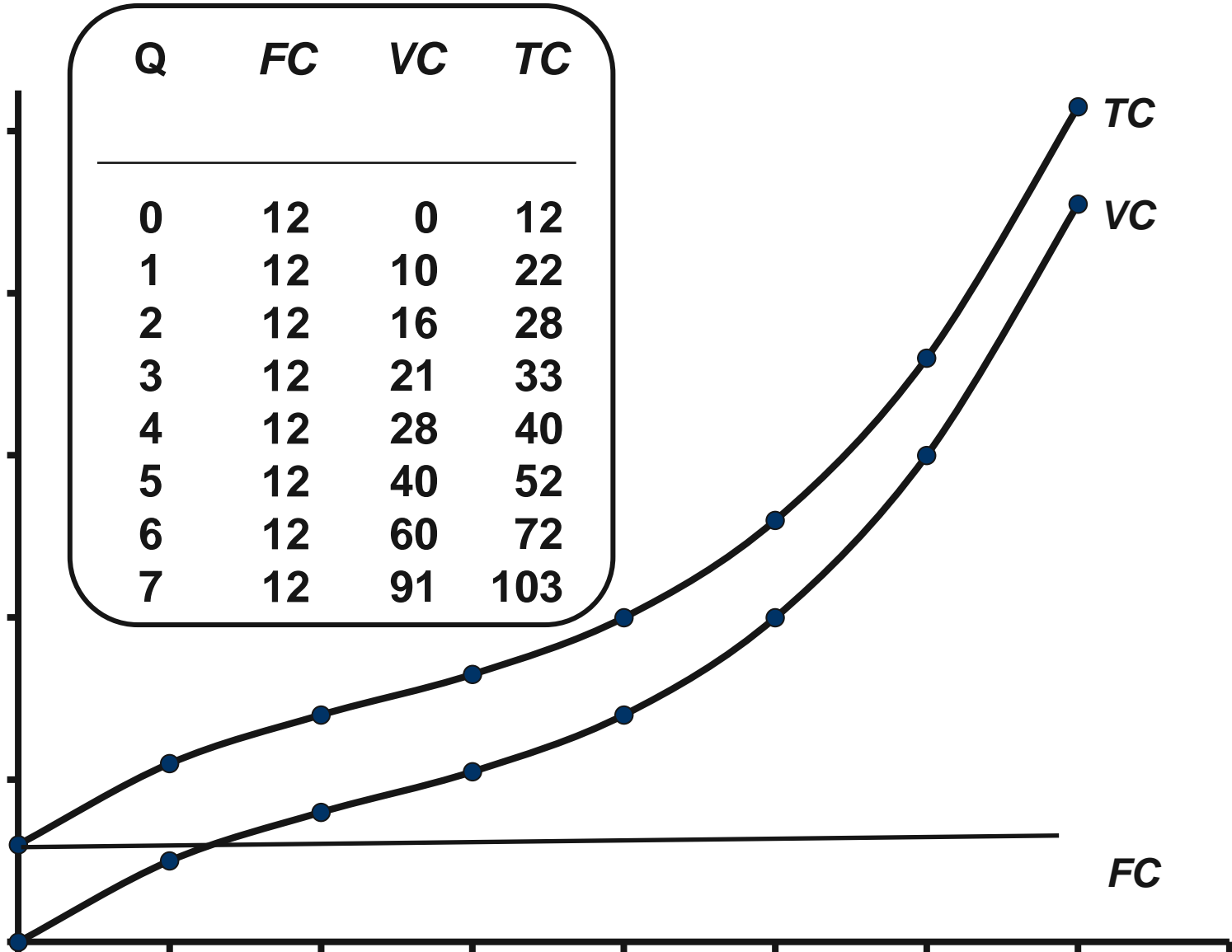
Το συνολικό κόστος παραγωγής της επιχείρησης αντανακλά την συνάρτηση παραγωγής της.

Το συνολικό κόστος μιας επιχείρησης μπορεί να διακριθεί σε δύο τύπους. Το σταθερό ή πάγιο κόστος (FC) και το μεταβλητό κόστος (VC).

Το συνολικό κόστος (TC) της επιχείρησης είναι το άθροισμα του σταθερού και του μεταβλητού κόστους:

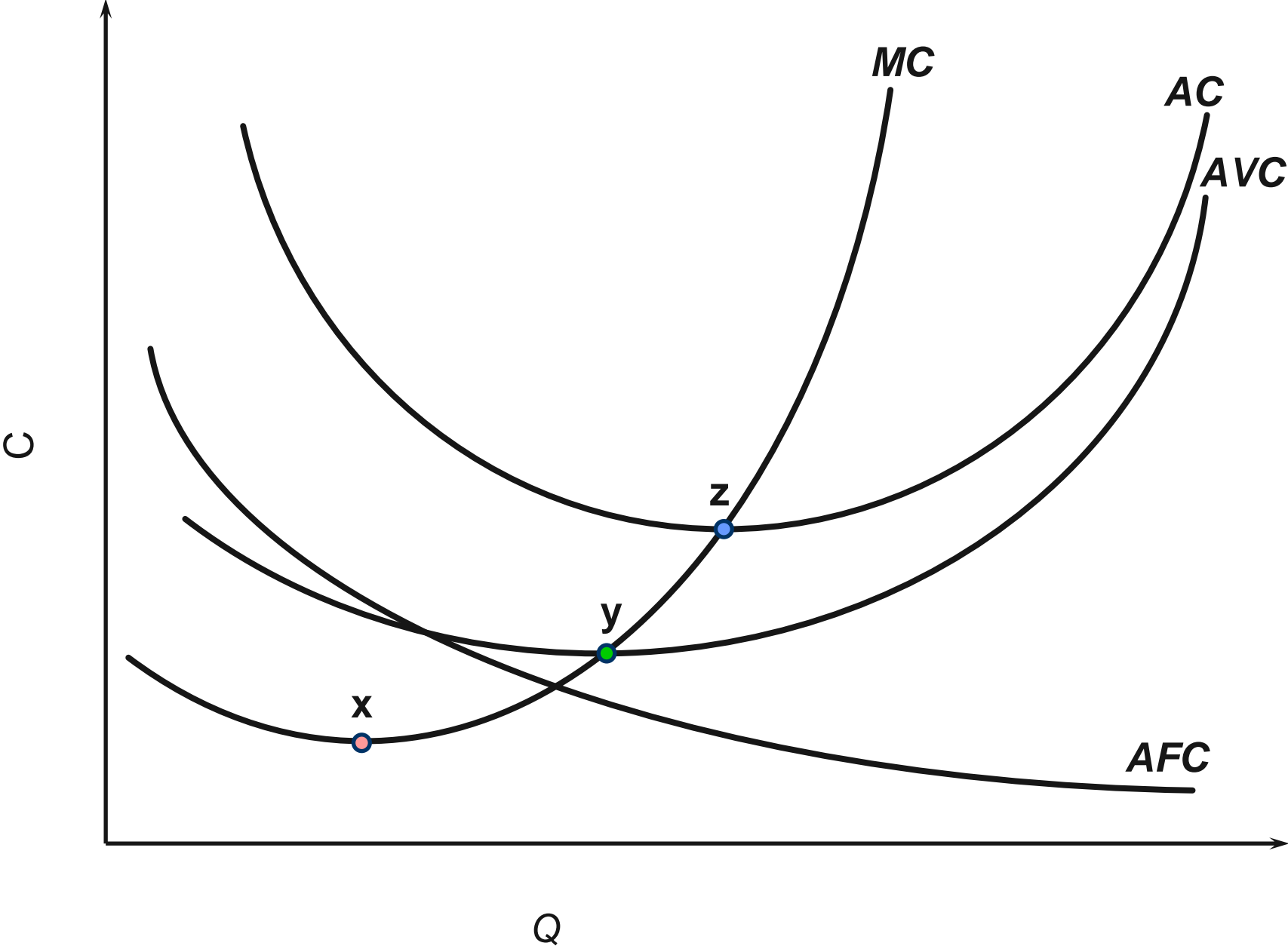
$$TC = FC + VC$$

Κόστος στην βραχυχρόνια περίοδο



- **Μέσο και οριακό κόστος**
 - Μέσο σταθερό κόστος $AFC = FC/Q$
 - Μέσο μεταβλητό κόστος $AVC = VC/Q$
 - Μέσο (συνολικό) κόστος $AC = TC/Q$
 - Οριακό κόστος $MC = \Delta TC/\Delta Q = \Delta VC/\Delta Q$
 - Σχέση AC και MC

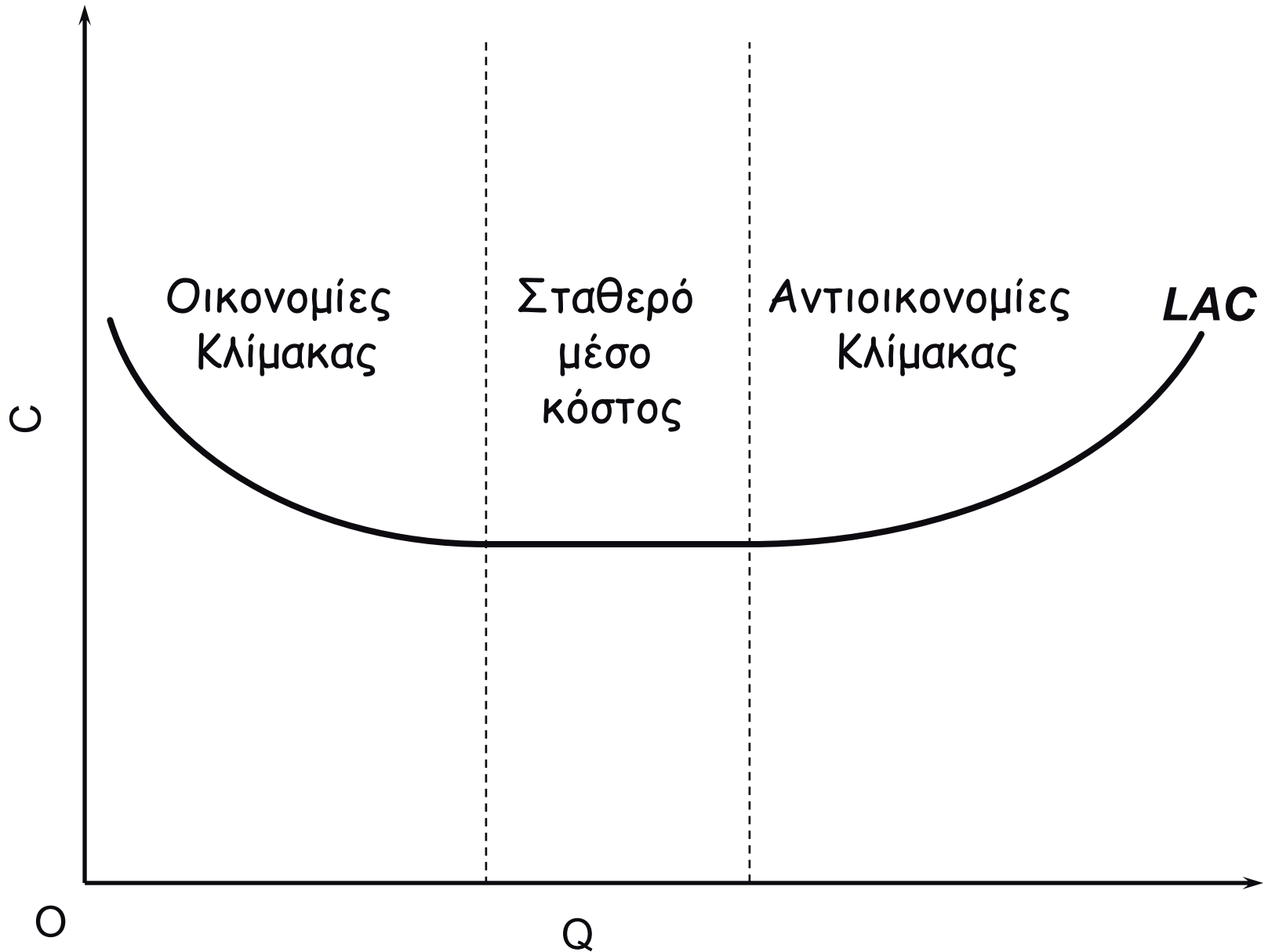
Μέσο και Οριακό Κόστος



Καμπύλη LAC και αποδόσεις κλίμακας

- Οι καμπύλες μακροχρονίου μέσου κόστους (LAC) μπορούν να είναι διαφόρων μορφών.
- Αν η παραγωγή της επιχείρησης χαρακτηρίζεται από *οικονομίες κλίμακας*, η καμπύλη LAC βαίνει φθίνουσα όταν αυξάνεται η παραγόμενη ποσότητα. Αν υπερισχύουν οι *αντιοικονομίες κλίμακας* τότε η καμπύλη LAC είναι ανερχόμενη, ενώ αν δεν υπάρχουν ούτε οικονομίες ούτε αντιοικονομίες κλίμακας, τότε η καμπύλη LAC είναι οριζόντια.

Καμπύλη LAC και αποδόσεις κλίμακας



Διάρθρωση Αγορών/Κλάδων

Κριτήριο ο βαθμός ανταγωνισμού

- Μονοπώλιο
- Πλήρης Ανταγωνισμός
- Μονοπωλιακός Ανταγωνισμός
- Ολιγοπώλιο

Εξετάζουμε τα ακόλουθα:

- Αριθμός επιχειρήσεων
- Ελευθερία εισόδου -εξόδου νέων επιχειρήσεων
- Ομοιογενές ή διαφοροποιημένο προϊόν;
- Ο βαθμός ελέγχου που έχει η κάθε επιχείρηση πάνω στην τιμή. Εξαρτάται από την ελαστικότητα της ζήτησης.

Οι 4 βασικές Μορφές Αγοράς

- Πλήρης Ανταγωνισμός *(δεν υπάρχει δύναμη αγοράς)*
 - Πολύ μεγάλος αριθμός επιχειρήσεων και αγοραστών
 - Δυνατότητα εισόδου και εξόδου για οποιαδήποτε επιχείρηση, οποιαδήποτε στιγμή
 - Τυποποιημένο προϊόν
 - Δεν υπάρχει δυνατότητα άλλου είδους ανταγωνισμού εκτός του ανταγωνισμού στις τιμές

Οι 4 βασικές Μορφές Αγοράς

- Μονοπώλιο *(πολύ μεγάλη δύναμη αγοράς που συχνά υπόκειται σε κρατική ρύθμιση)*
 - Μια επιχείρηση, ταυτίζεται με τον κλάδο
 - Ένα προϊόν χωρίς στενά υποκατάστατα
 - Η είσοδος ή έξοδος είναι πολύ δύσκολη, συχνά απαγορεύεται από το νόμο

Οι 4 βασικές Μορφές Αγοράς

- Μονοπωλιακός Ανταγωνισμός *(υπάρχει δύναμη αγοράς η οποία βασίζεται στη διαφοροποίηση του προϊόντος)*
 - Μεγάλος αριθμός μικρών επιχειρήσεων που ανταγωνίζονται για την ίδια ομάδα πελατών
 - Διαφοροποίηση προϊόντος: (περιορισμένη) μονοπωλιακή δύναμη
 - Ελευθερία εισόδου και εξόδου στον κλάδο
 - Σημαντικές δυνατότητες ανταγωνισμού άλλου είδους εκτός του ανταγωνισμού στις τιμές

Οι 4 βασικές Μορφές Αγοράς

- Ολιγοπώλιο (δύναμη αγοράς βασισμένη στη διαφοροποίηση του προϊόντος ή/και στην κυριαρχία της επιχείρησης στην αγορά)
 - Μικρός αριθμός σχετικά μεγάλων επιχειρήσεων που είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους
 - Ομοιογενές ή διαφοροποιημένο προϊόν
 - Ύπαρξη εμποδίων εισόδου
 - Σημαντικές δυνατότητες ανταγωνισμού άλλου είδους εκτός του ανταγωνισμού στις τιμές ειδικά όταν υπάρχει διαφοροποίηση προϊόντος

Τέλειος ανταγωνισμός

Η χρησιμότητα της θεωρίας των ανταγωνιστικών αγορών

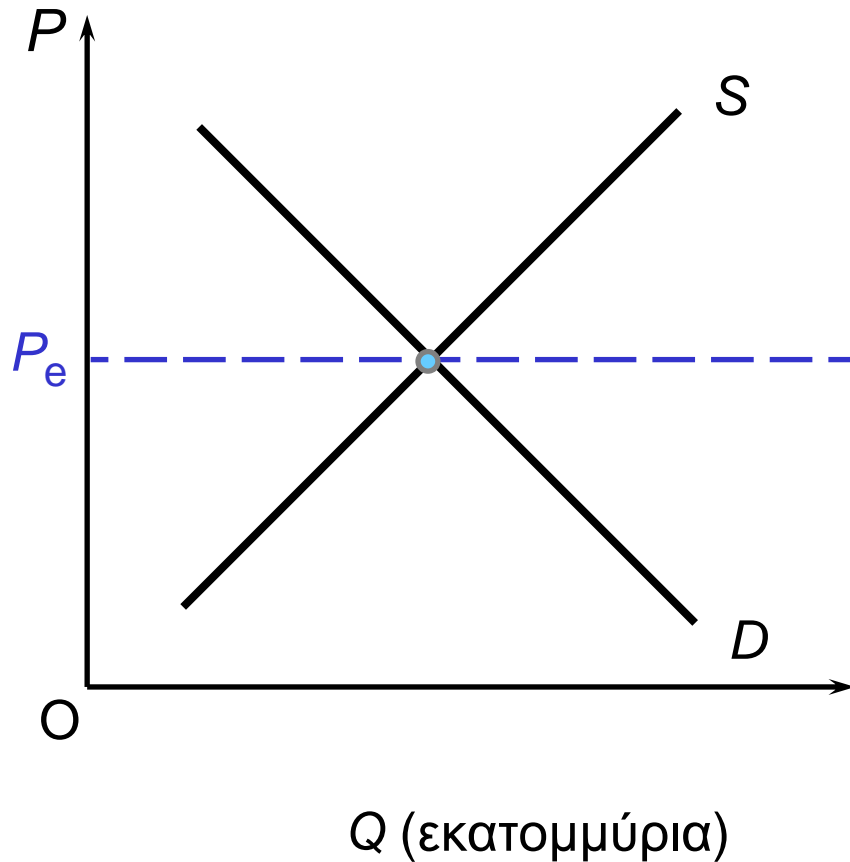
- Περιγράφει ικανοποιητικά αρκετές αγορές
- Είναι ένα ενδιαφέρον σημείο σύγκρισης
- Είναι σημαντική για την ανάλυση της αποτελεσματικότητας

Παραδείγματα ανταγωνιστικών αγορών

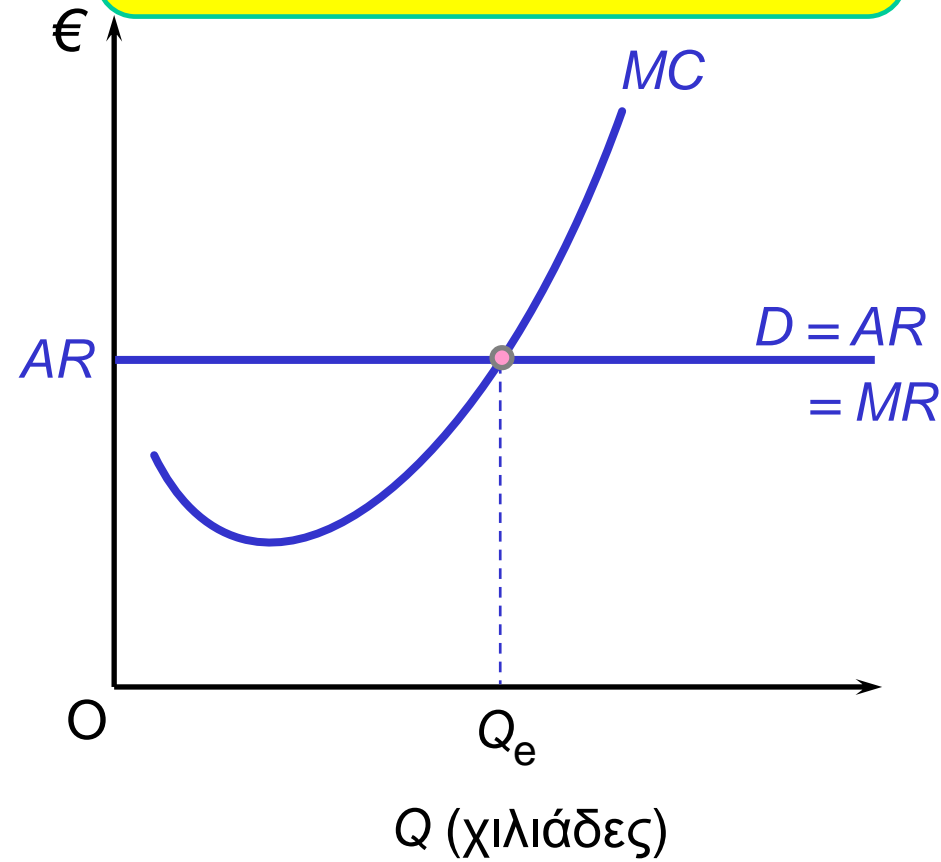
- Αγορές αγροτικών προϊόντων: π.χ. σιτάρι, λάδι, πορτοκάλια
- Μέταλλα (πολύτιμα ή μη): χαλκός, χρυσός, ασήμι
- Χρηματιστηριακές αγορές – στην πλειοψηφία τους

Βραχυχρόνια ισορροπία της επιχείρησης και του κλάδου σε συνθήκες πλήρους ανταγωνισμού

Η επιχείρηση είναι price taker. Η τιμή προσδιορίζεται από το σύνολο της αγοράς.



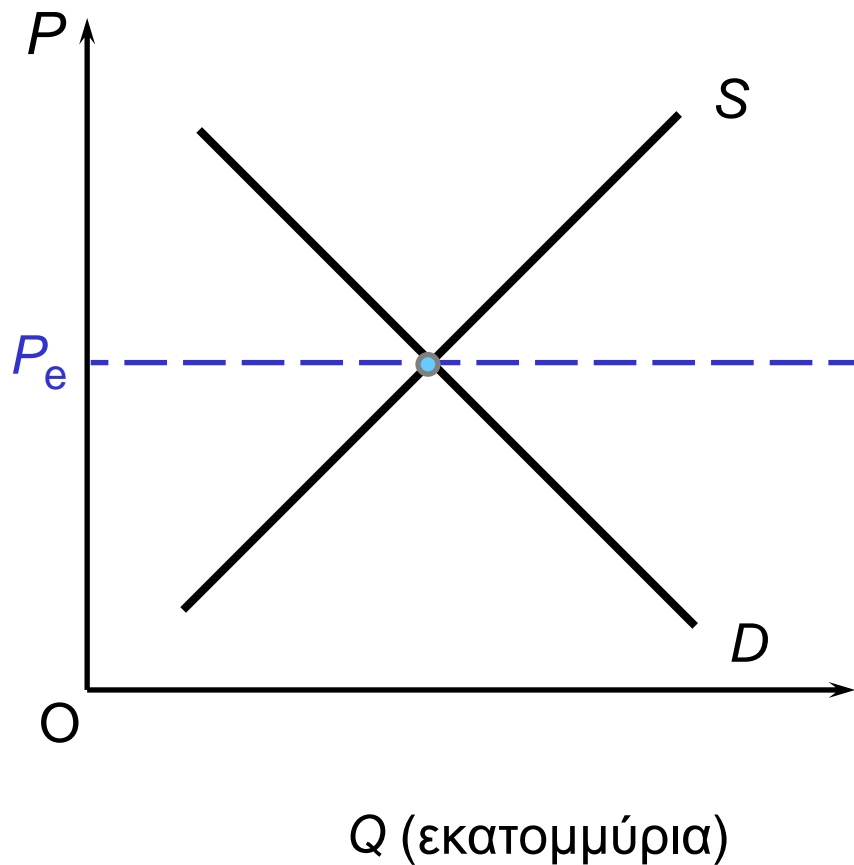
(a) Κλάδος



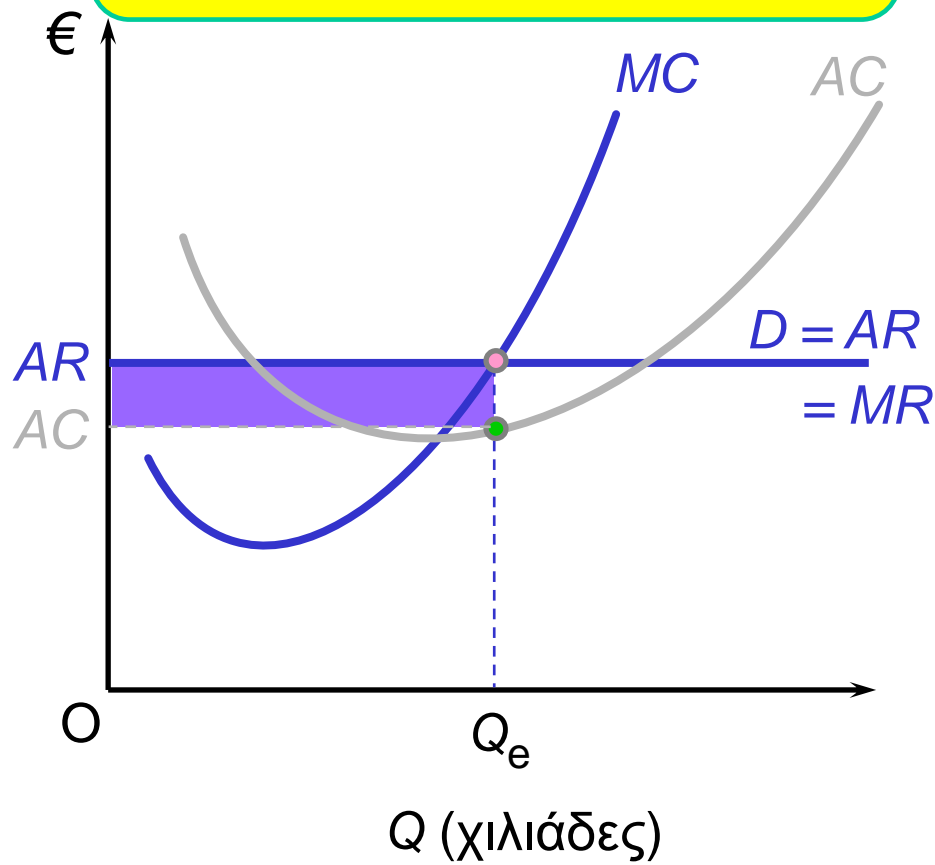
(b) Επιχείρηση

Βραχυχρόνια ισορροπία της επιχείρησης και του κλάδου σε συνθήκες πλήρους ανταγωνισμού

Η επιχείρηση είναι price taker. Η τιμή προσδιορίζεται από το σύνολο της αγοράς.



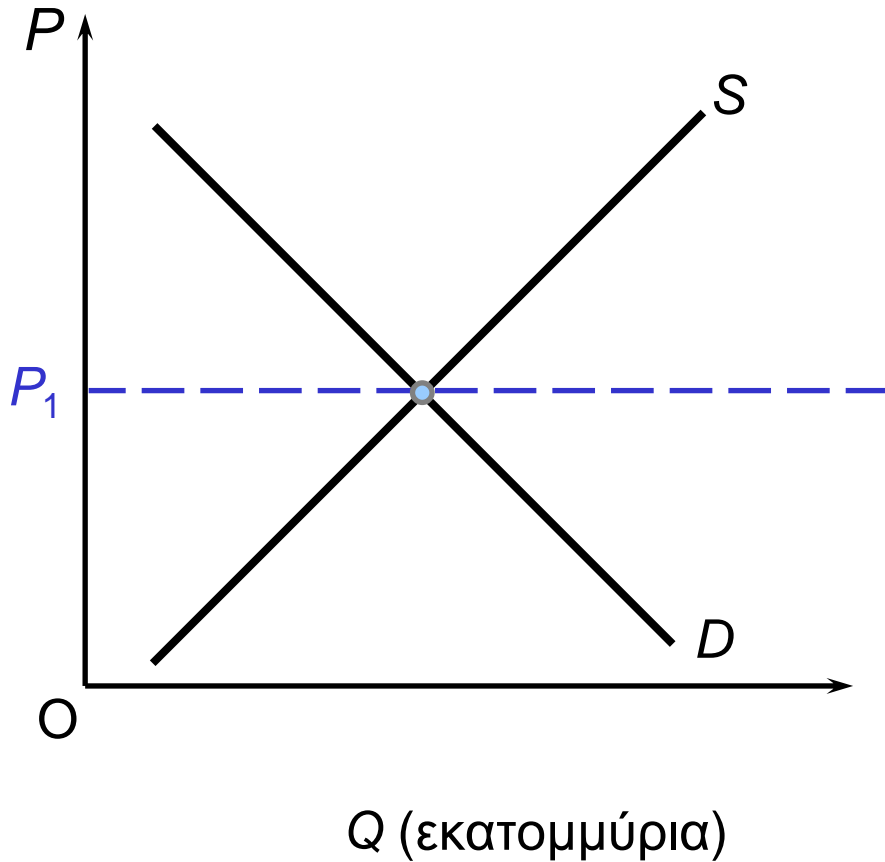
(a) Κλάδος



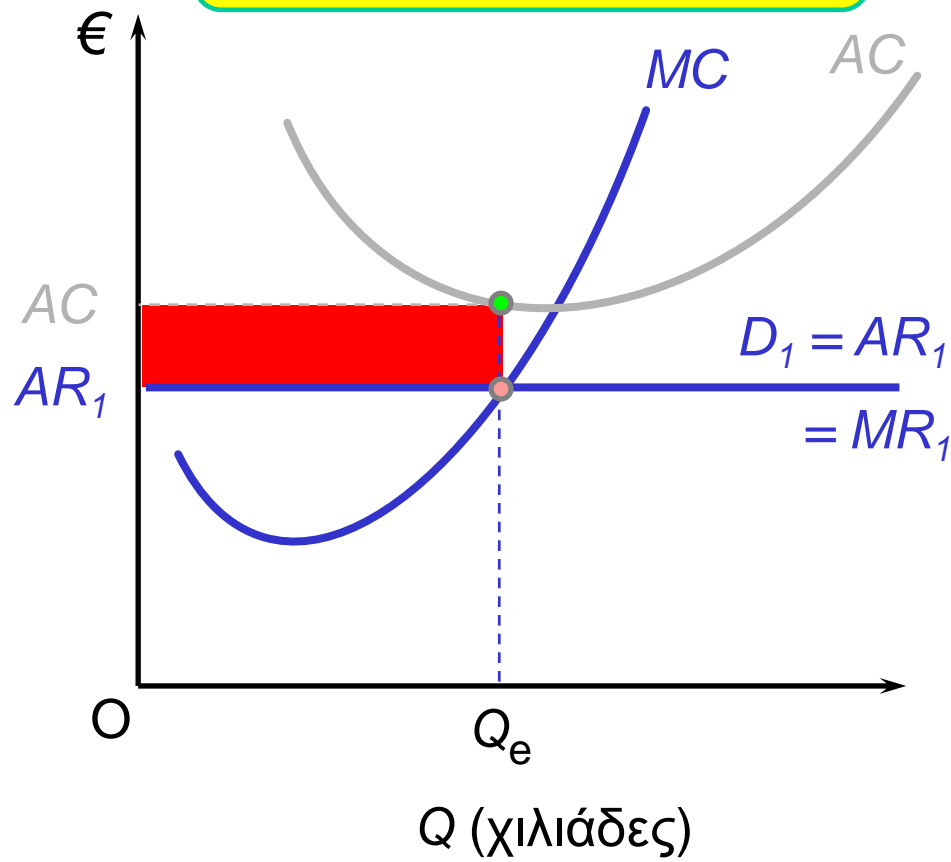
(b) Επιχείρηση

Ελαχιστοποίηση ζημιάς σε συνθήκες πλήρους ανταγωνισμού

Η ζημιά ελαχιστοποιείται όταν $MC = MR$.



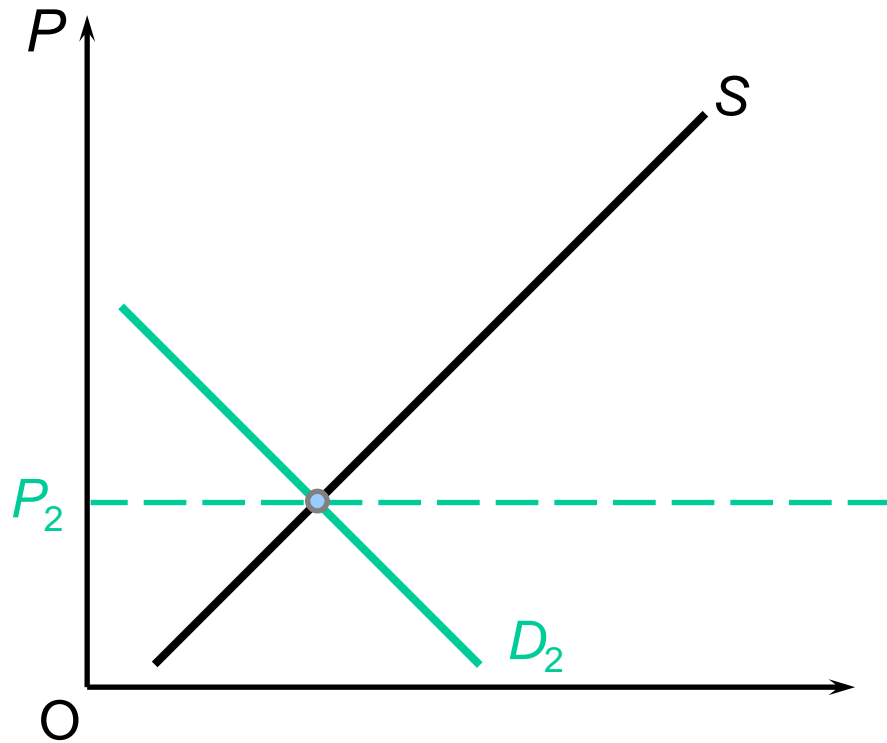
(a) Κλάδος



(b) Επιχείρηση

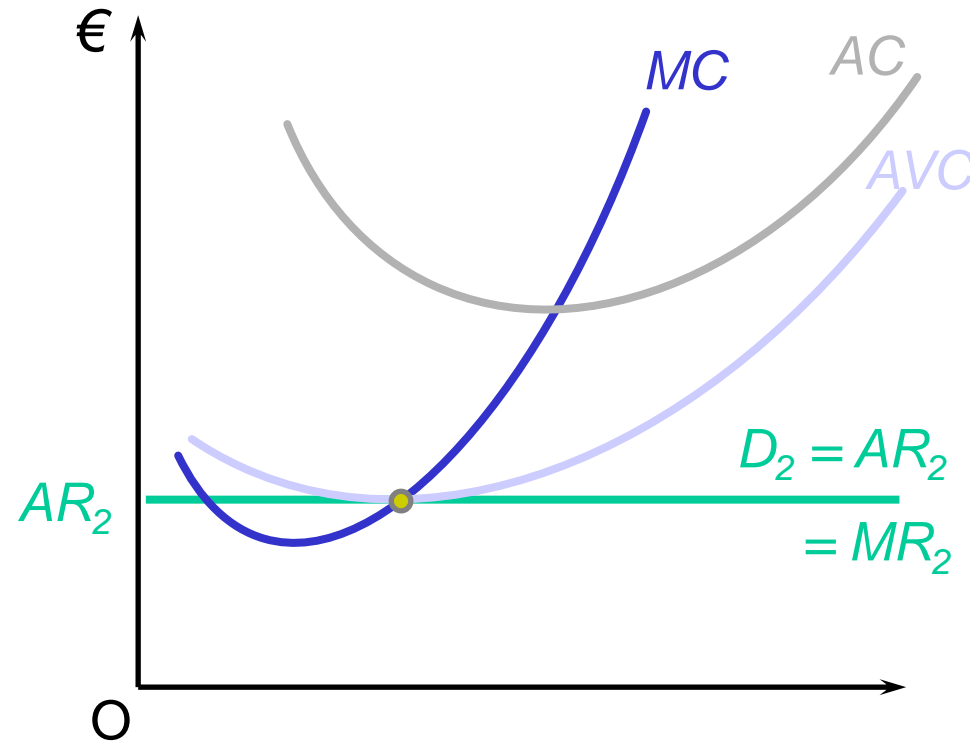
Το σημείο διακοπής της λειτουργίας

Η επιχείρηση βραχυχρόνια κλείνει όταν δεν καλύπτει το μεταβλητό κόστος, δηλ. όταν η τιμή είναι χαμηλότερη από το $\min AVC$.



Q (millions)

(a) Industry



Q (thousands)

(b) Firm

Μαθηματική παρουσίαση του προβλήματος

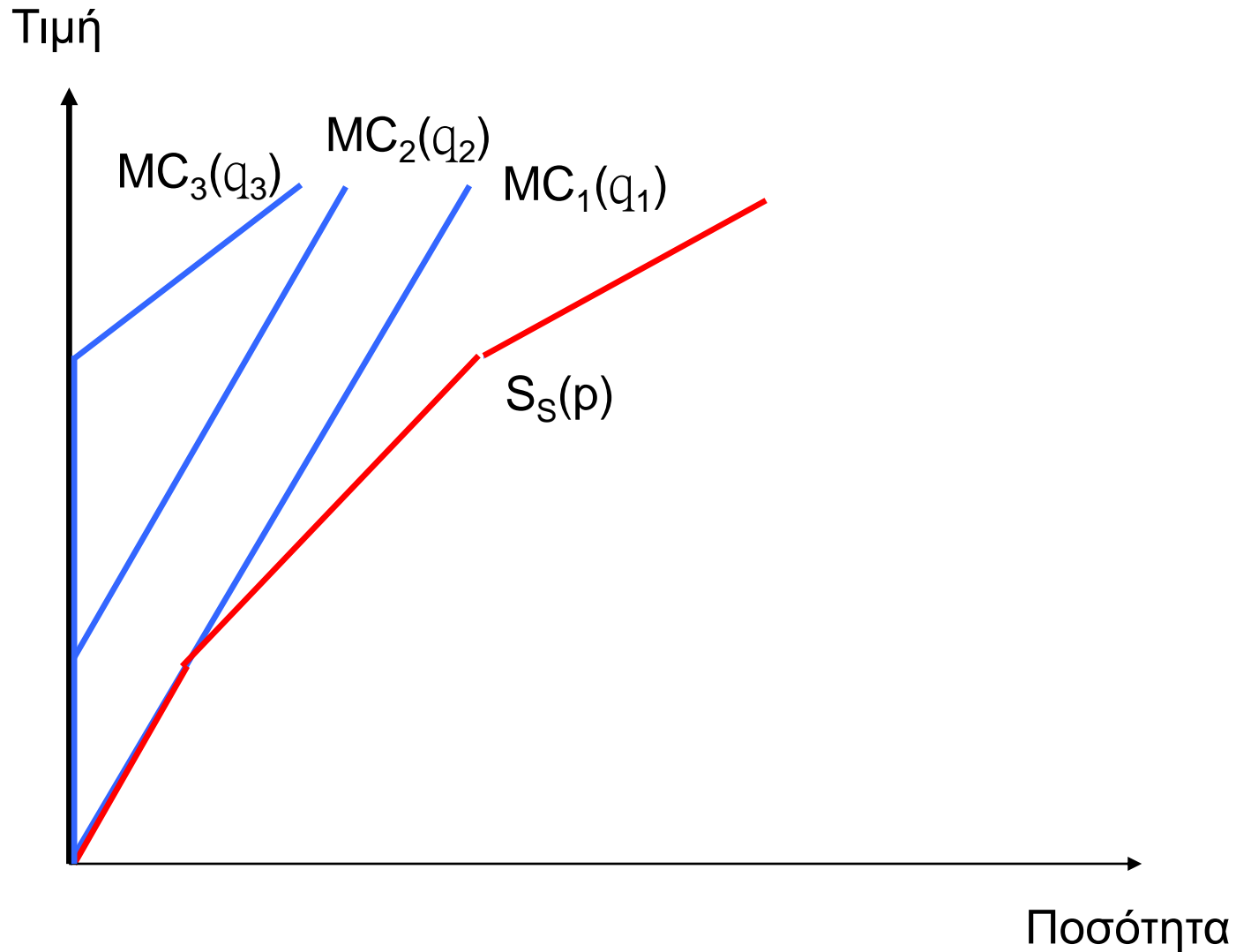
- Η επιχείρηση λύνει το εξής πρόβλημα:
$$\max (q \geq 0) \Pi = p \cdot q - TC(q)$$
- Η εύρεση της λύσης είναι μια διαδικασία 2 σταδίων:
 - Πρώτον, υπολογισμός όλων των ποσοτήτων q^* για τις οποίες $p^* = MC(q^*)$
 - Δεύτερον, έλεγχος αν η ποσότητα που μεγιστοποιεί τα κέρδη οδηγεί σε μεγαλύτερο κέρδος (μικρότερη ζημιά) από την διακοπή λειτουργίας της επιχείρησης

Η προσφορά της επιχείρησης

- Η βραχυχρόνια συνάρτηση προσφοράς της επιχείρησης S_i είναι το ανερχόμενο τμήμα της καμπύλης οριακού κόστους πάνω από το ελάχιστο μέσο μεταβλητό κόστος
- Μαθηματικά,
$$MC(S_i) = p \text{ για } p \geq \min AVC$$

και $S_i = 0$ οπουδήποτε αλλού
- Η βραχυχρόνια συνάρτηση προσφοράς του κλάδου είναι το οριζόντιο άθροισμα των ατομικών καμπυλών προσφοράς όλων των επιχειρήσεων του κλάδου $S_1 + \dots + S_N$

Βραχυχρόνια συνάρτηση προσφοράς του κλάδου



Πλήρης Ανταγωνισμός

- Μακροχρόνια

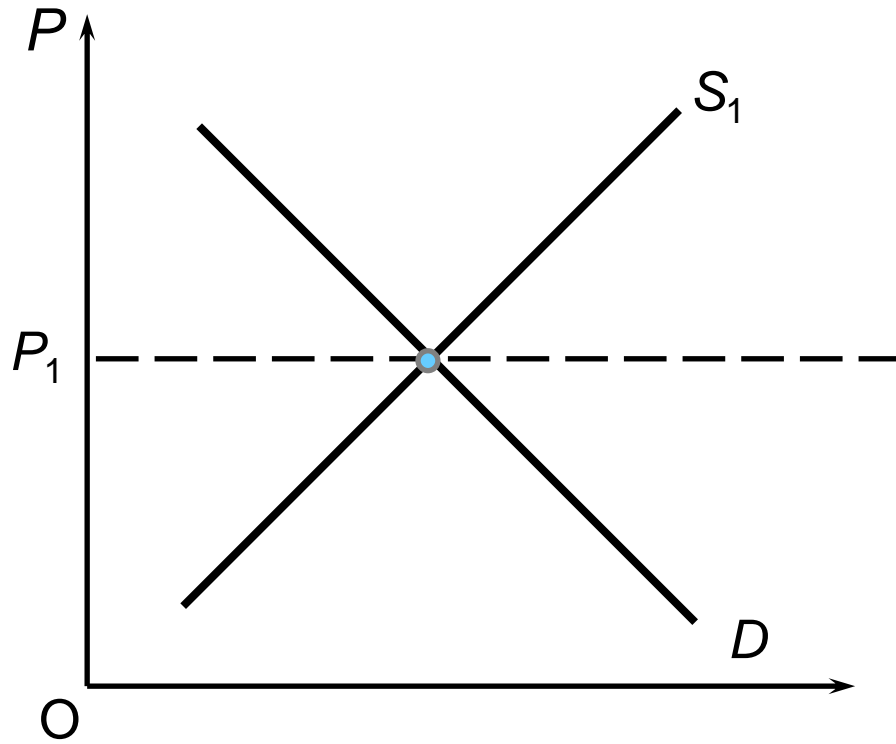
- Στη μακροχρόνια ισορροπία της επιχείρησης:

- όλα τα υπερκανονικά κέρδη (ή οι ζημιές) εξαλείφονται λόγω της εισόδου (ή της εξόδου) επιχειρήσεων.

- $LRAC = AC = MC = MR = AR$

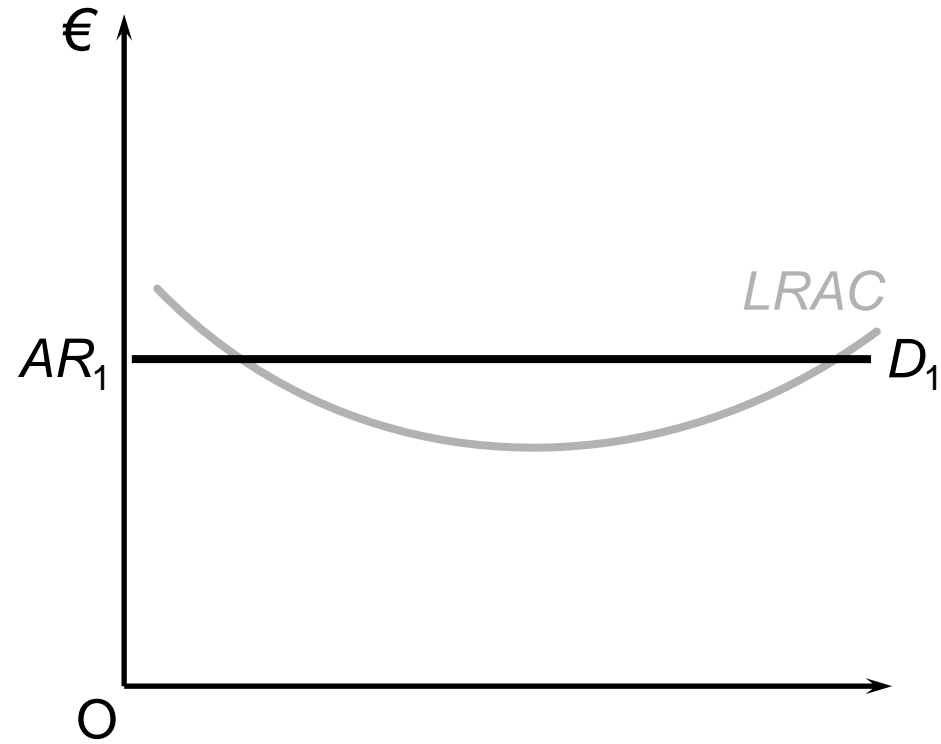
Η μακροχρόνια ισορροπία στον Πλήρη Ανταγωνισμό

Βραχυχρόνια υπερκανονικά κέρδη



Q (εκατομμύρια)

(a) κλάδος

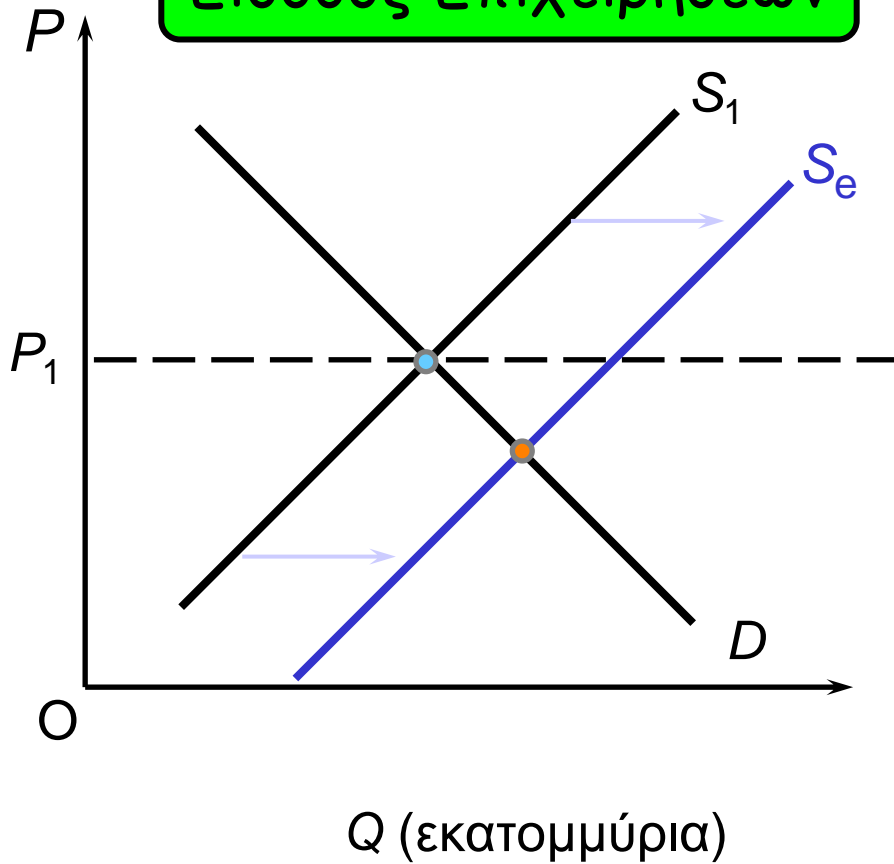


Q (χιλιάδες)

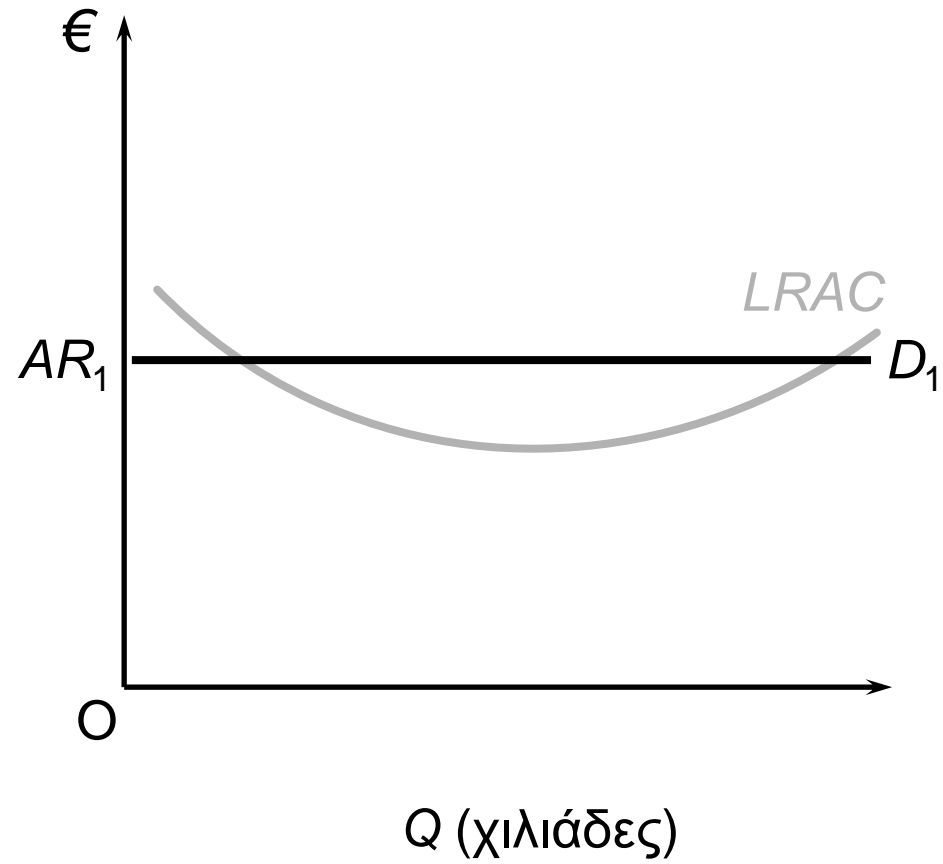
(b) επιχείρηση

Η μακροχρόνια ισορροπία στον Πλήρη Ανταγωνισμό

Είσοδος Επιχειρήσεων



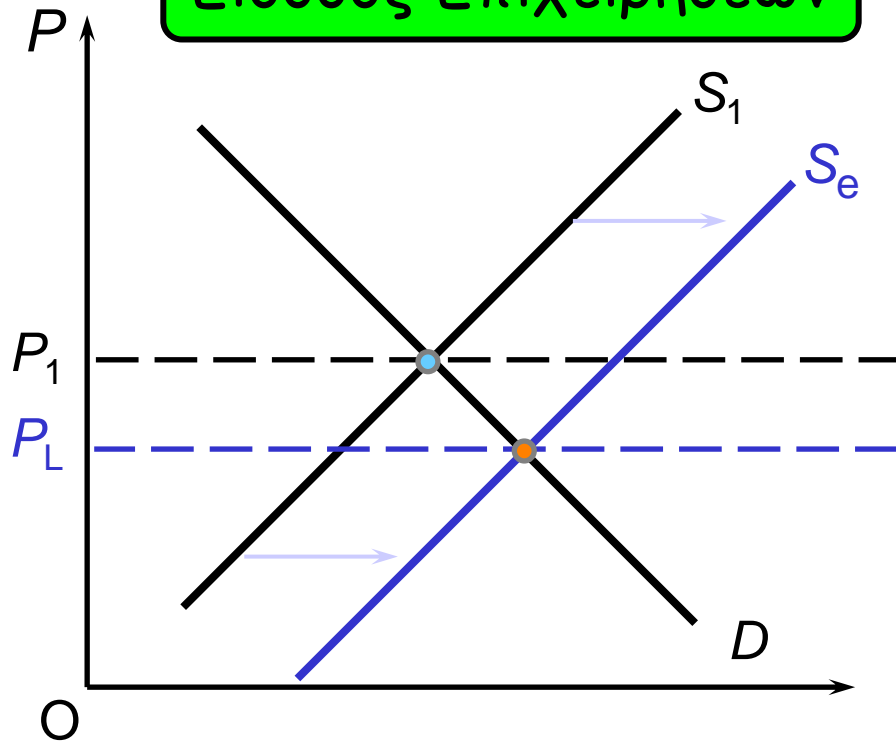
(a) κλάδος



(b) επιχείρηση

Η μακροχρόνια ισορροπία στον Πλήρη Ανταγωνισμό

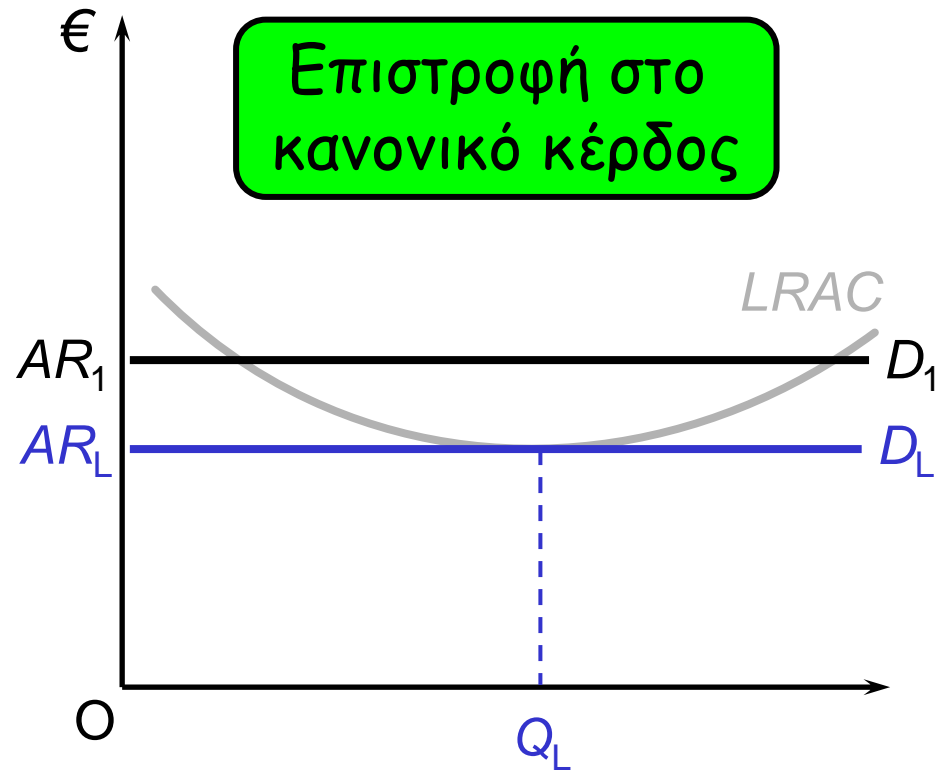
Είσοδος Επιχειρήσεων



Q (εκατομμύρια)

(a) κλάδος

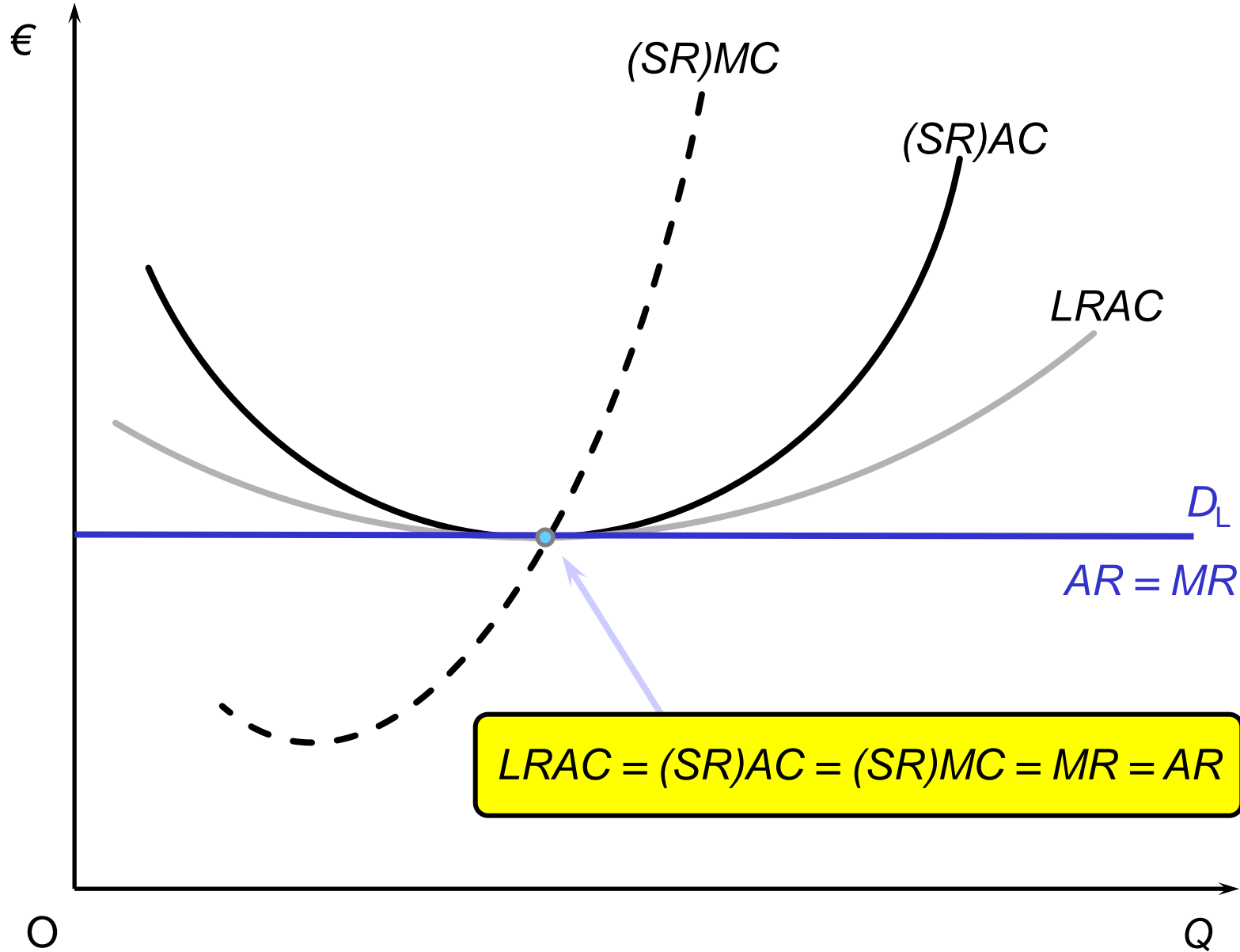
Επιστροφή στο κανονικό κέρδος



Q (χιλιάδες)

(b) επιχείρηση

Η μακροχρόνια ισορροπία στον Πλήρη Ανταγωνισμό



Συμπεράσματα

- Στις ανταγωνιστικές αγορές υπάρχει μια μοναδική τιμή και όλες οι επιχειρήσεις και οι καταναλωτές είναι price takers
- Η βραχυχρόνια συνάρτηση προσφοράς της επιχείρησης είναι το ανερχόμενο τμήμα της καμπύλης οριακού κόστους πάνω από το ελάχιστο μέσο μεταβλητό κόστος
- Η βραχυχρόνια συνάρτηση προσφοράς του κλάδου είναι το οριζόντιο άθροισμα των ατομικών καμπυλών προσφοράς όλων των επιχειρήσεων του κλάδου
- Μακροχρόνια η απόλυτη ελευθερία εισόδου ή εξόδου επιχειρήσεων οδηγεί στον μηδενισμό των κερδών

Θετικά χαρακτηριστικά

- Η τιμή ισούται μακροχρόνια με το ελάχιστο μέσο κόστος, που σημαίνει επίτευξη οικονομικής αποτελεσματικότητας.
- Η τιμή ισούται επίσης με το οριακό κόστος (επίτευξη αποτελεσματικότητας στην κατανομή των πόρων). Αυτό επιτυγχάνεται μόνο στον πλήρη ανταγωνισμό. Οι πλήρως ανταγωνιστικές αγορές παράγουν τα προϊόντα και τις ποσότητες εκείνες που επιθυμεί περισσότερο η κοινωνία.
- Όμως, αυτό συμβαίνει μόνο αν όλες οι αγορές είναι πλήρως ανταγωνιστικές και δεν υπάρχουν εξωτερικότητες.

Αδυναμίες

- Ο πλήρης ανταγωνισμός εξασφαλίζει την καλύτερη κατανομή πόρων με δεδομένη την διανομή εισοδήματος.
- Οι επιχειρήσεις λειτουργούν συγκρίνοντας το ιδιωτικό κόστος με το ιδιωτικό όφελος. Ο ανταγωνισμός δεν παρέχει π.χ. καμία προστασία για το περιβάλλον.
- Το προϊόν είναι ομοιογενές, έλλειψη ποικιλίας.
- Οι επιχειρήσεις δεν έχουν το κίνητρο ούτε την δυνατότητα να επενδύσουν σε Έρευνα και Τεχνολογική Ανάπτυξη.

Μονοπώλιο

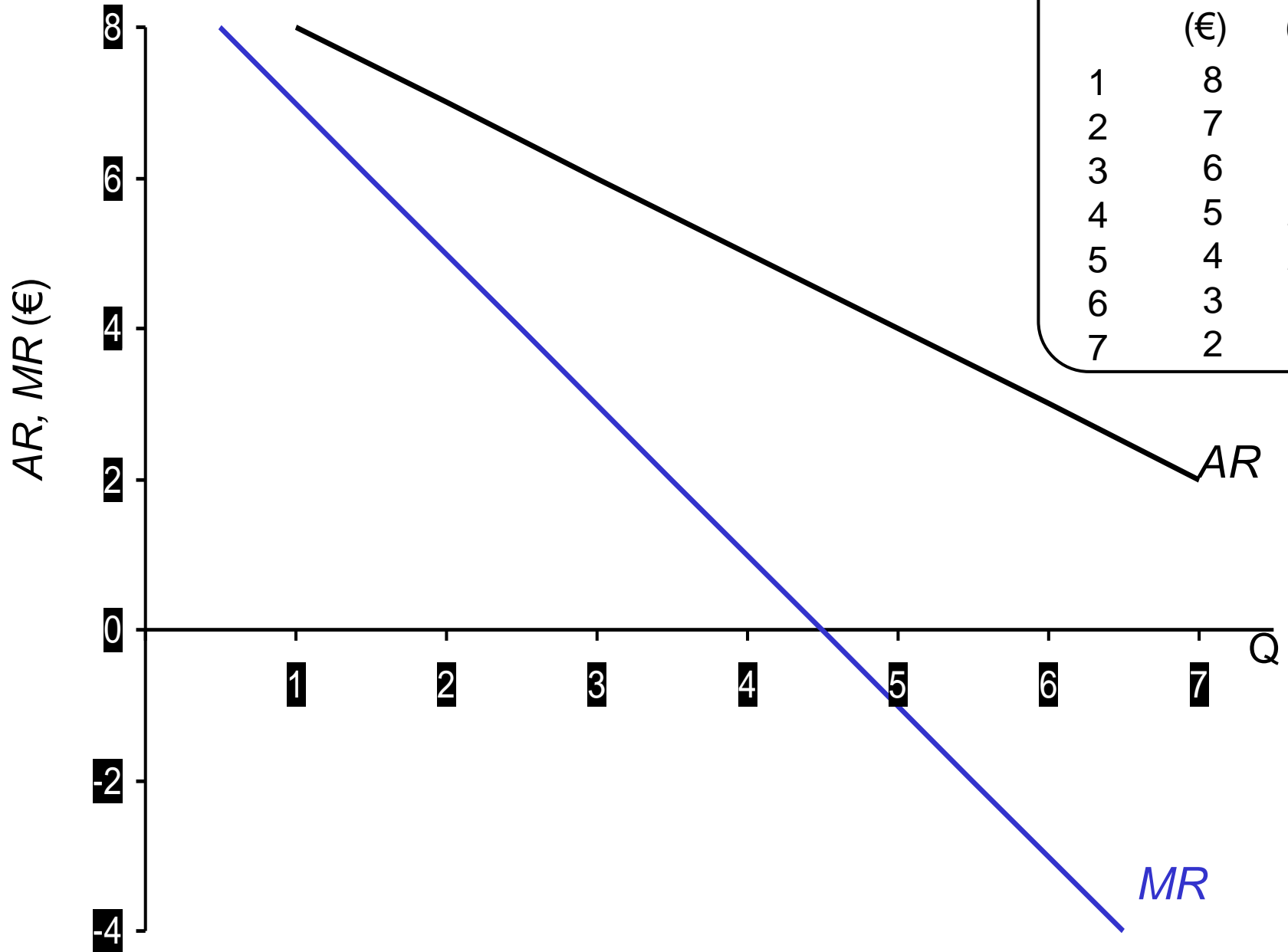
Συνθήκες που οδηγούν σε μονοπώλια

- Ύπαρξη εμποδίων εισόδου
- Ύπαρξη σημαντικών οικονομιών κλίμακας
- Η αποκλειστική ιδιοκτησία των πρώτων υλών
- Η κατοχή αποκλειστικού δικαιώματος εκμετάλλευσης
- Η παραχώρηση από το κράτος αποκλειστικού δικαιώματος στην παραγωγή
- Έξαγορές - συγχωνεύσεις
- Ο αθέμιτος ανταγωνισμός

Τιμή ή ποσότητα;

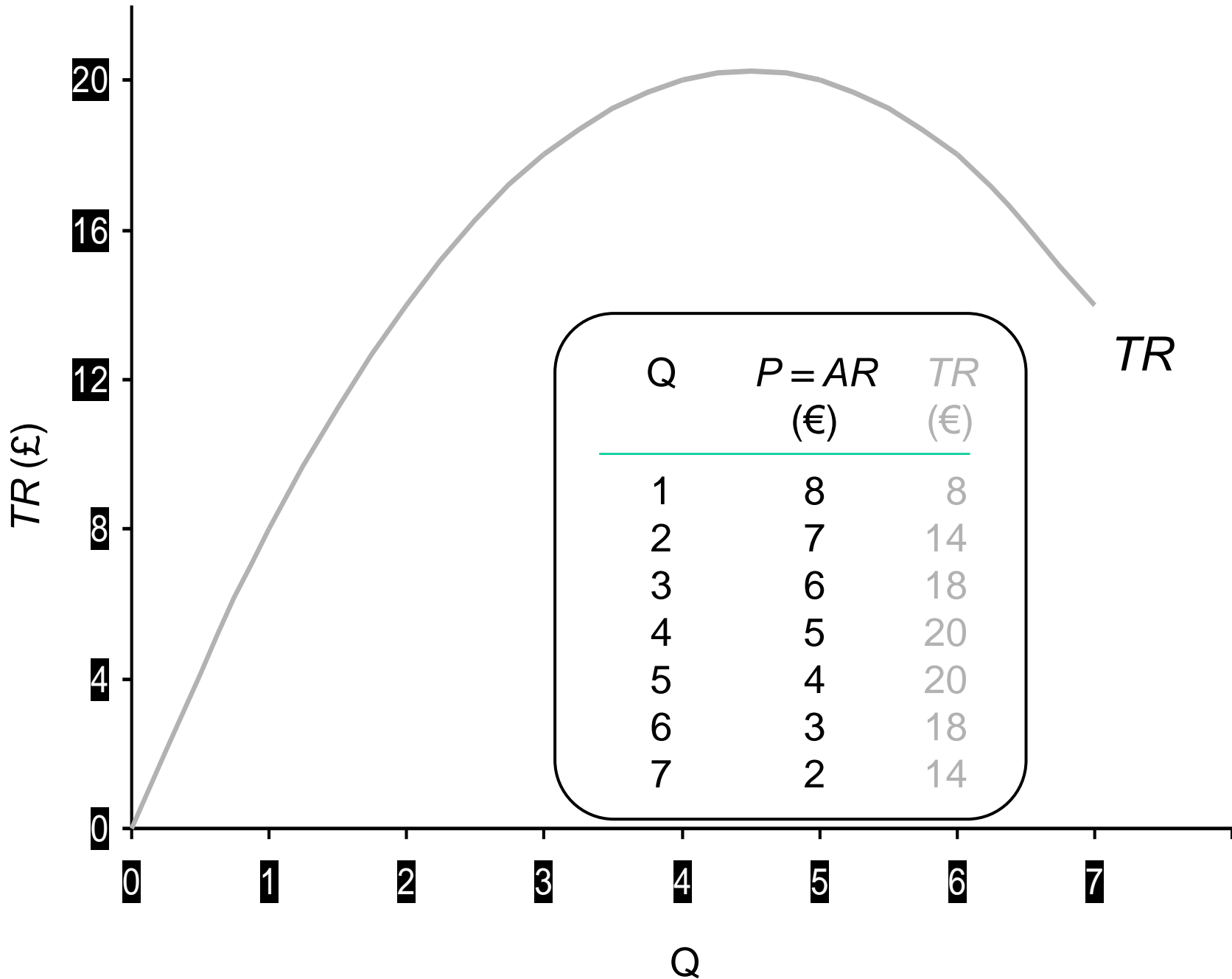
- Μια επιχείρηση με δύναμη αγοράς αντιμετωπίζει καμπύλη ζήτησης με αρνητική κλίση
- Το μονοπώλιο μπορεί προσαρμόζοντας την τιμή ή την παραγόμενη ποσότητα να επιλέξει οποιοδήποτε σημείο επί της αγοραίας καμπύλης ζήτησης, αλλά κανένα σημείο εκτός αυτής.
- Υποθέτουμε ότι επιλέγει ως στρατηγική μεταβλητή την ποσότητα

Προσδιορισμός AR και MR στο μονοπώλιο

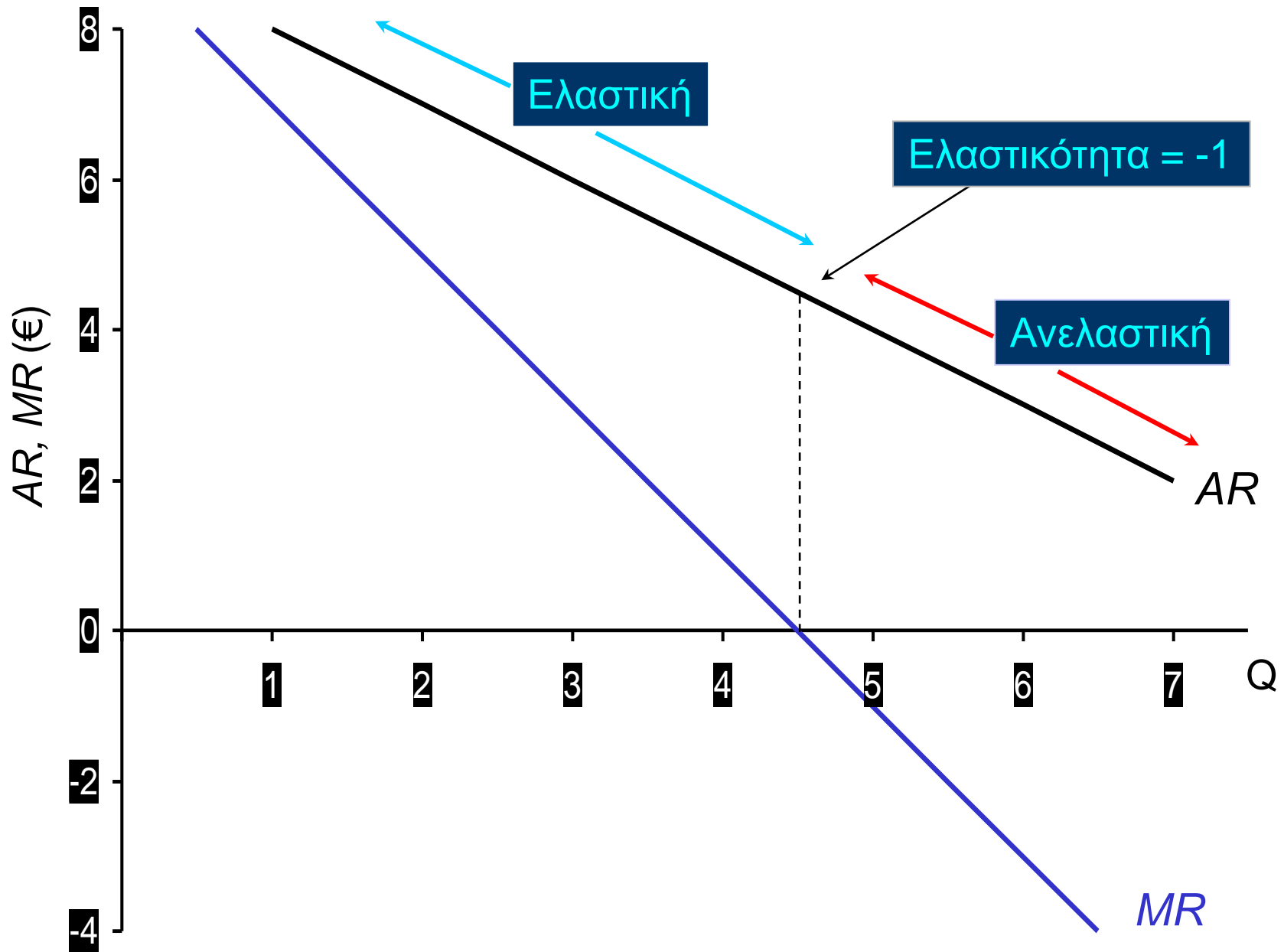


Q	P=AR (€)	TR (€)	MR (€)
1	8	8	6
2	7	14	4
3	6	18	2
4	5	20	0
5	4	20	-2
6	3	18	-4
7	2	14	-6

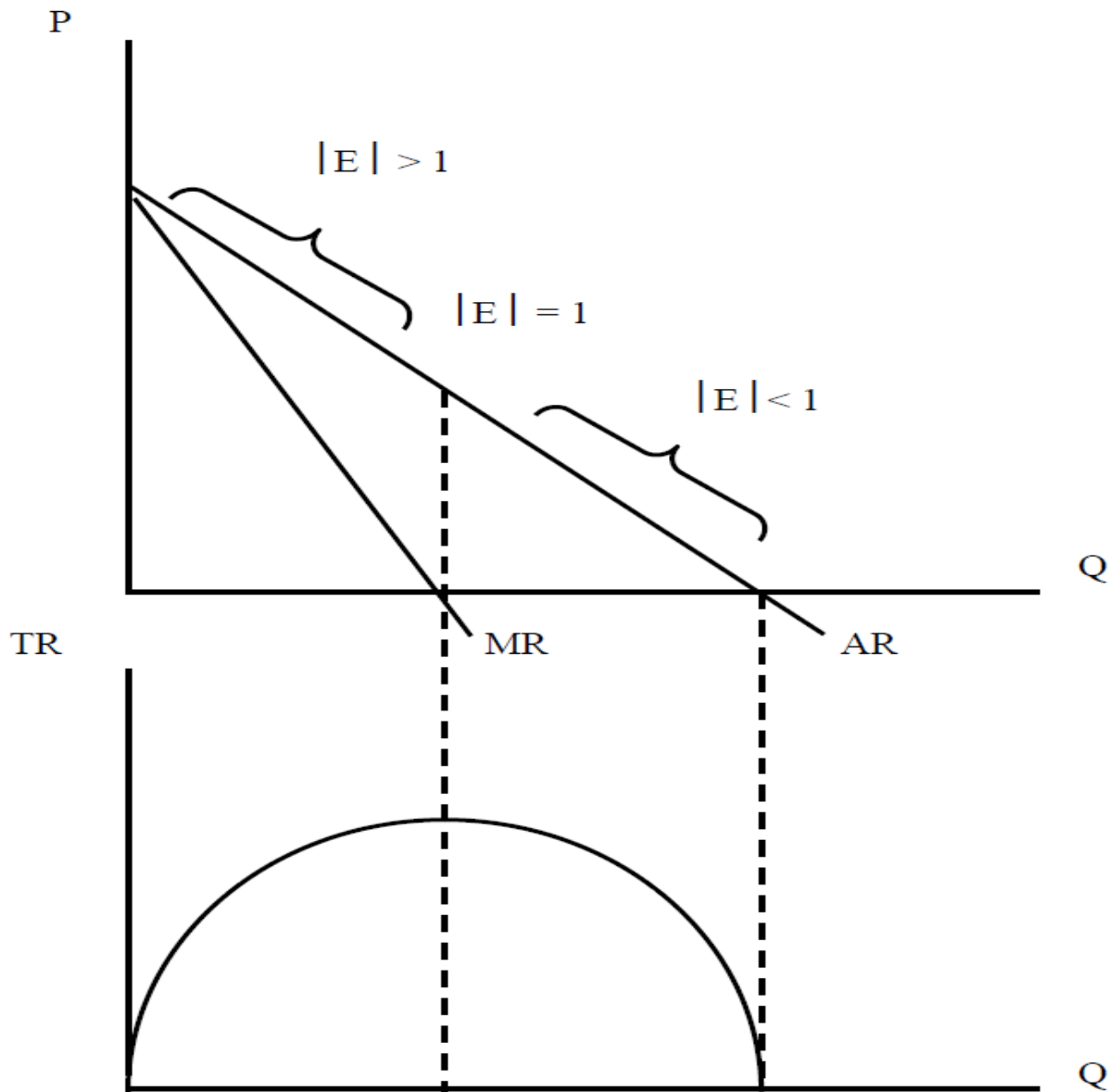
Καμπύλη TR στο μονοπώλιο



Καμπύλες AR , MR και ελαστικότητα ζήτησης



Ζήτηση και έσοδα στο μονοπώλιο



Αλγεβρικά

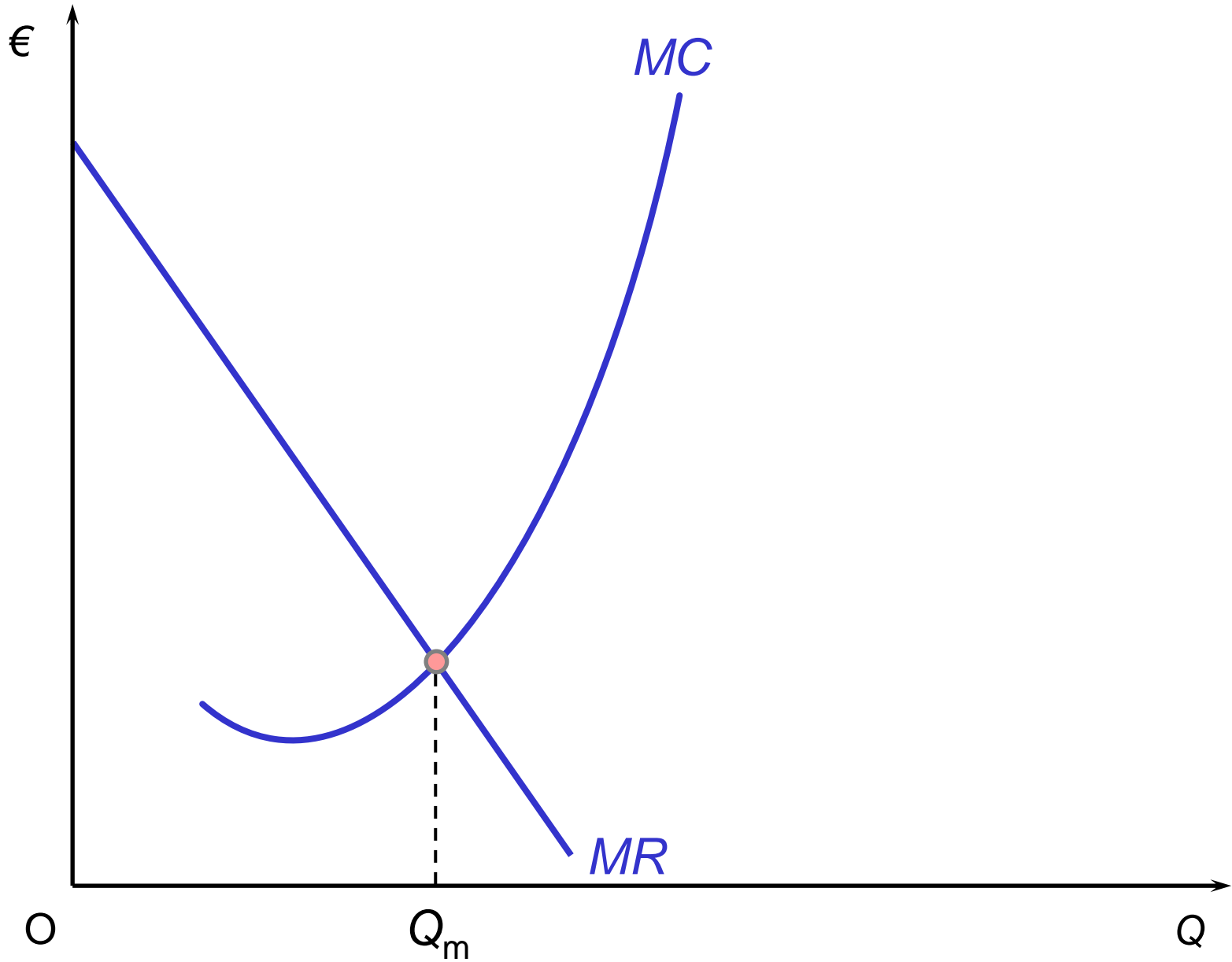
$$\frac{dR}{dp} = \frac{dp}{dp} Q + p \frac{dQ}{dp} = Q + Q \overbrace{\frac{p}{Q} \frac{dQ}{dp}}^{|\varepsilon|} \Rightarrow$$

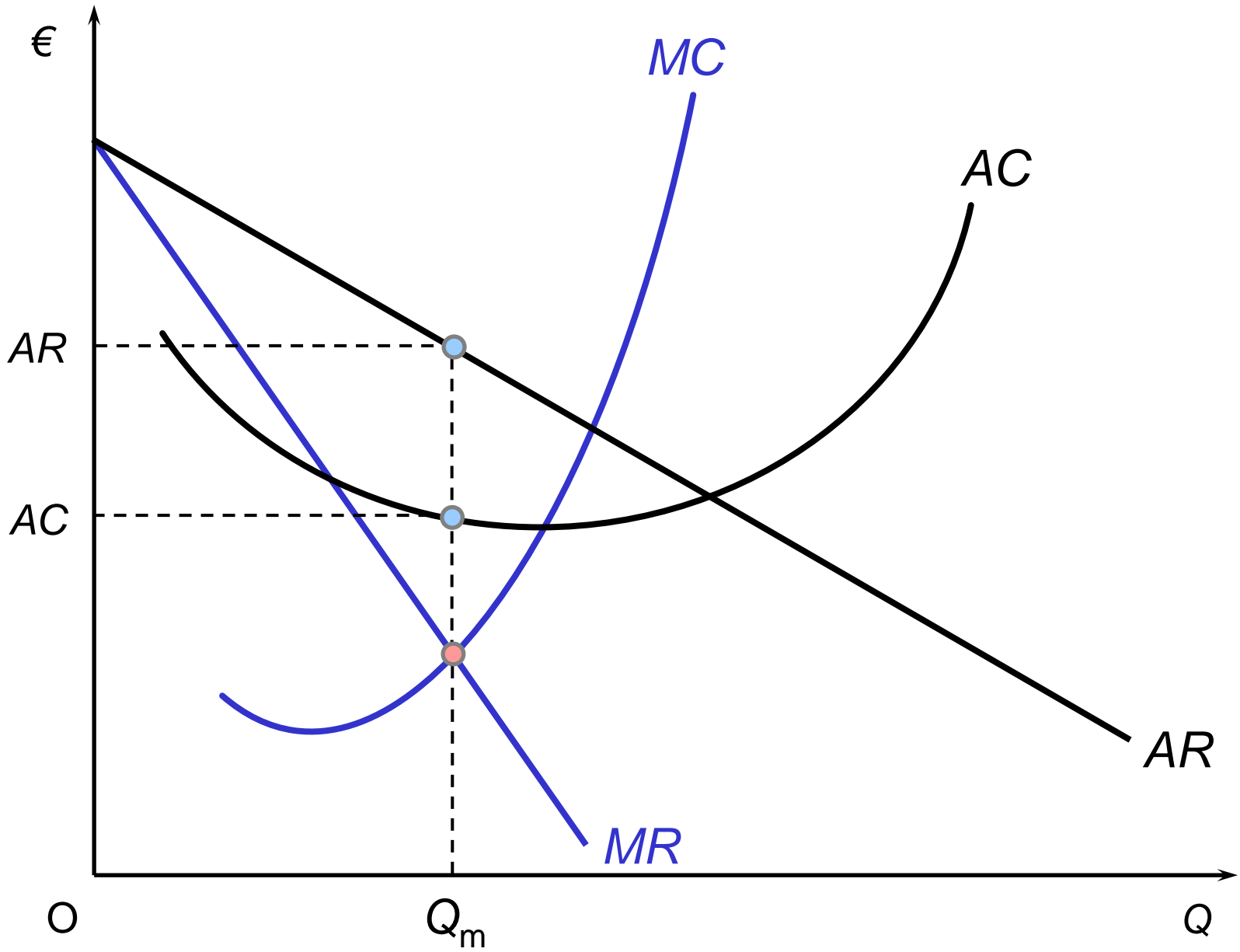
$$\Rightarrow \frac{dR}{dp} = Q(1 - |\varepsilon|) = \frac{pQ}{p}(1 - |\varepsilon|) =$$

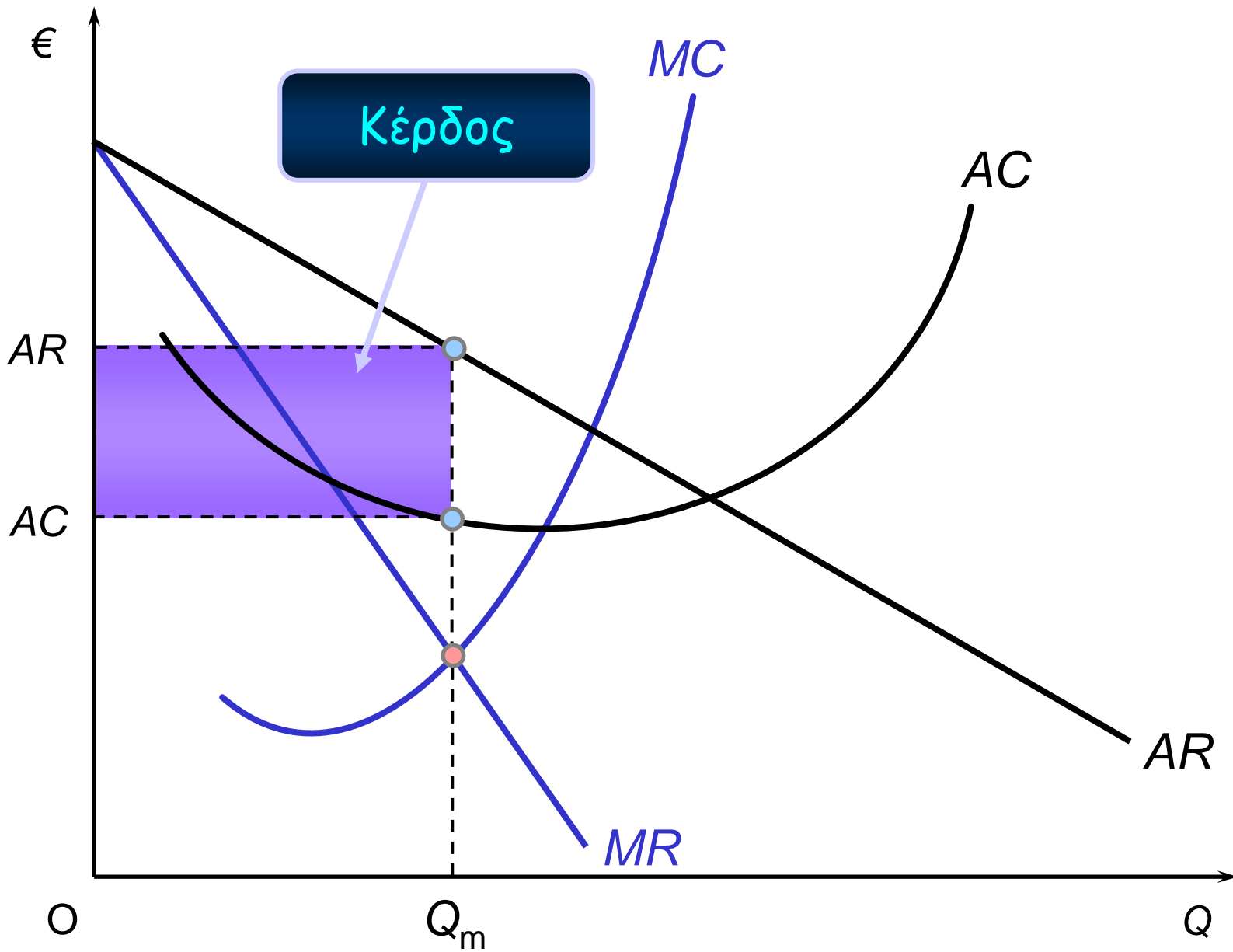
$$= \frac{R}{p}(1 - |\varepsilon|) \Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{dp}{p}(1 - |\varepsilon|) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dR\% = dp\%(1 - |\varepsilon|)$$

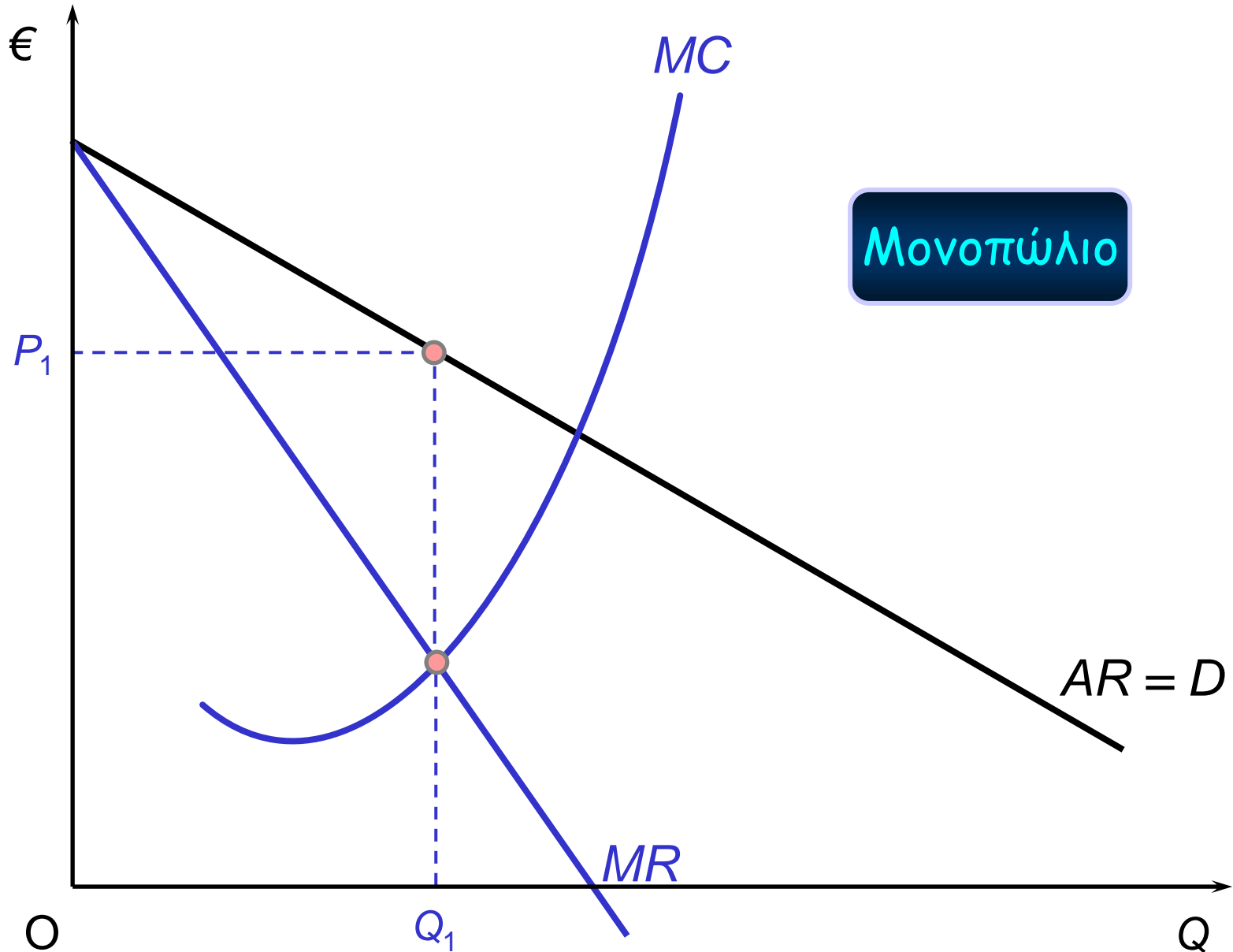
Μεγιστοποίηση κέρδους μονοπωλίου

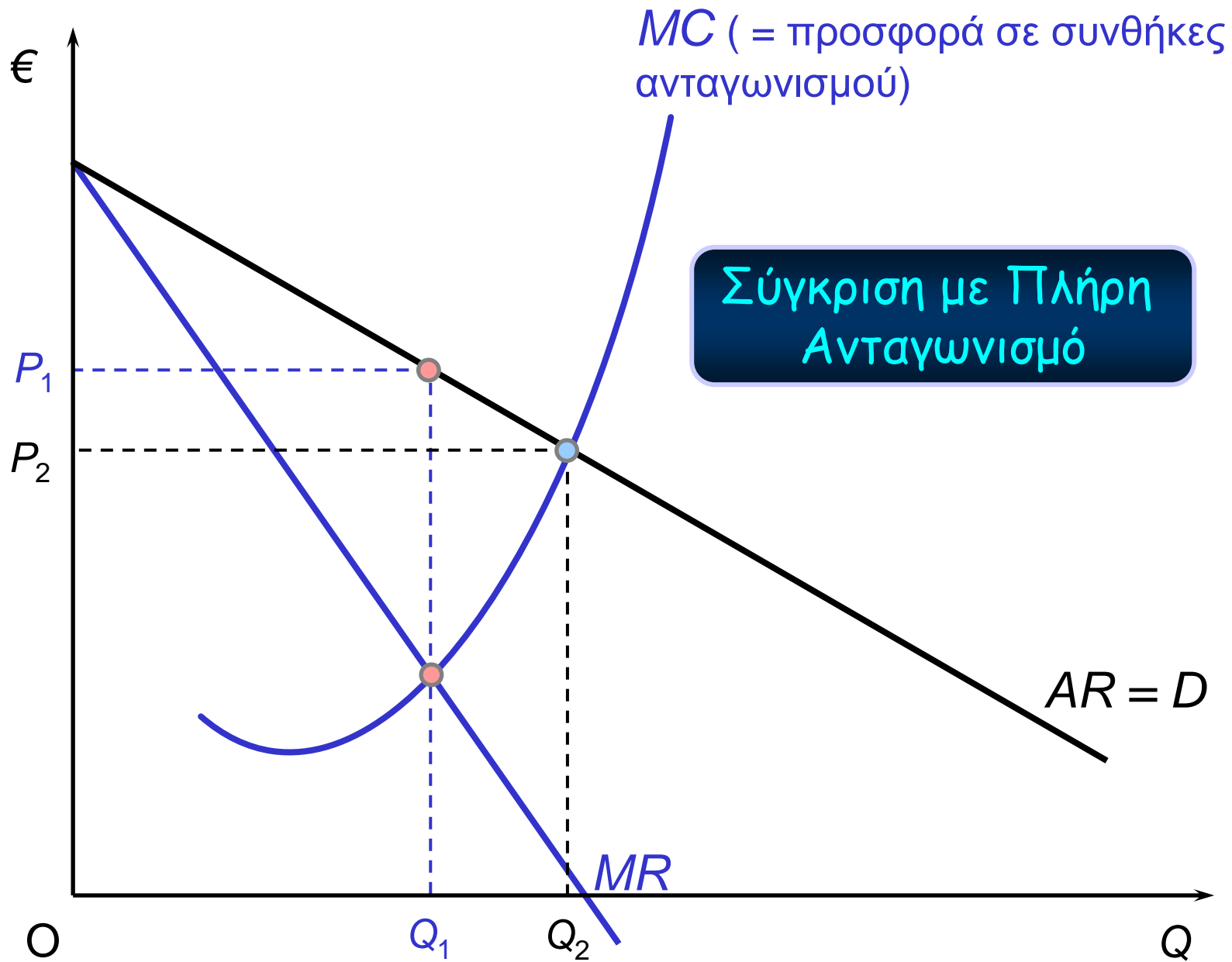


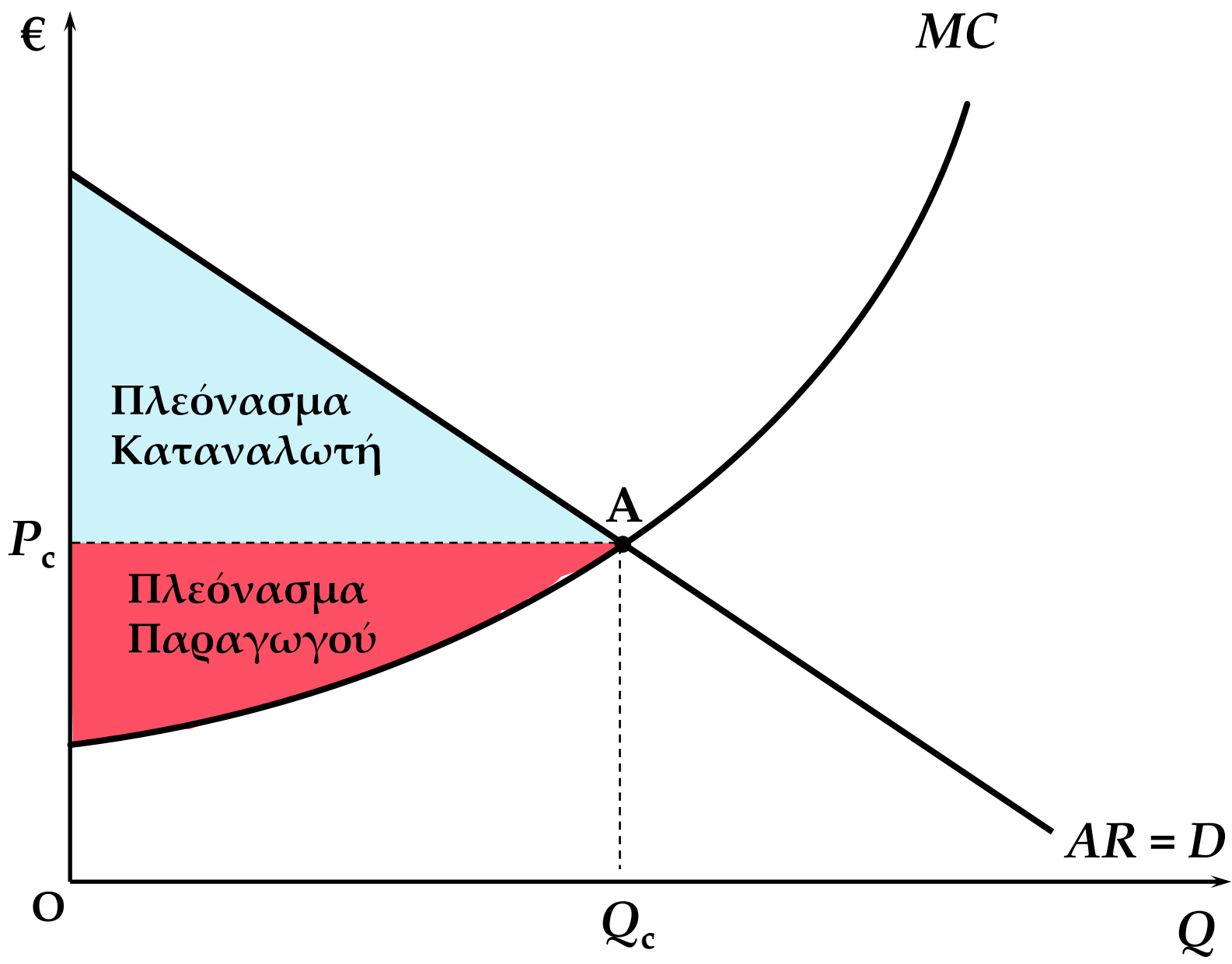


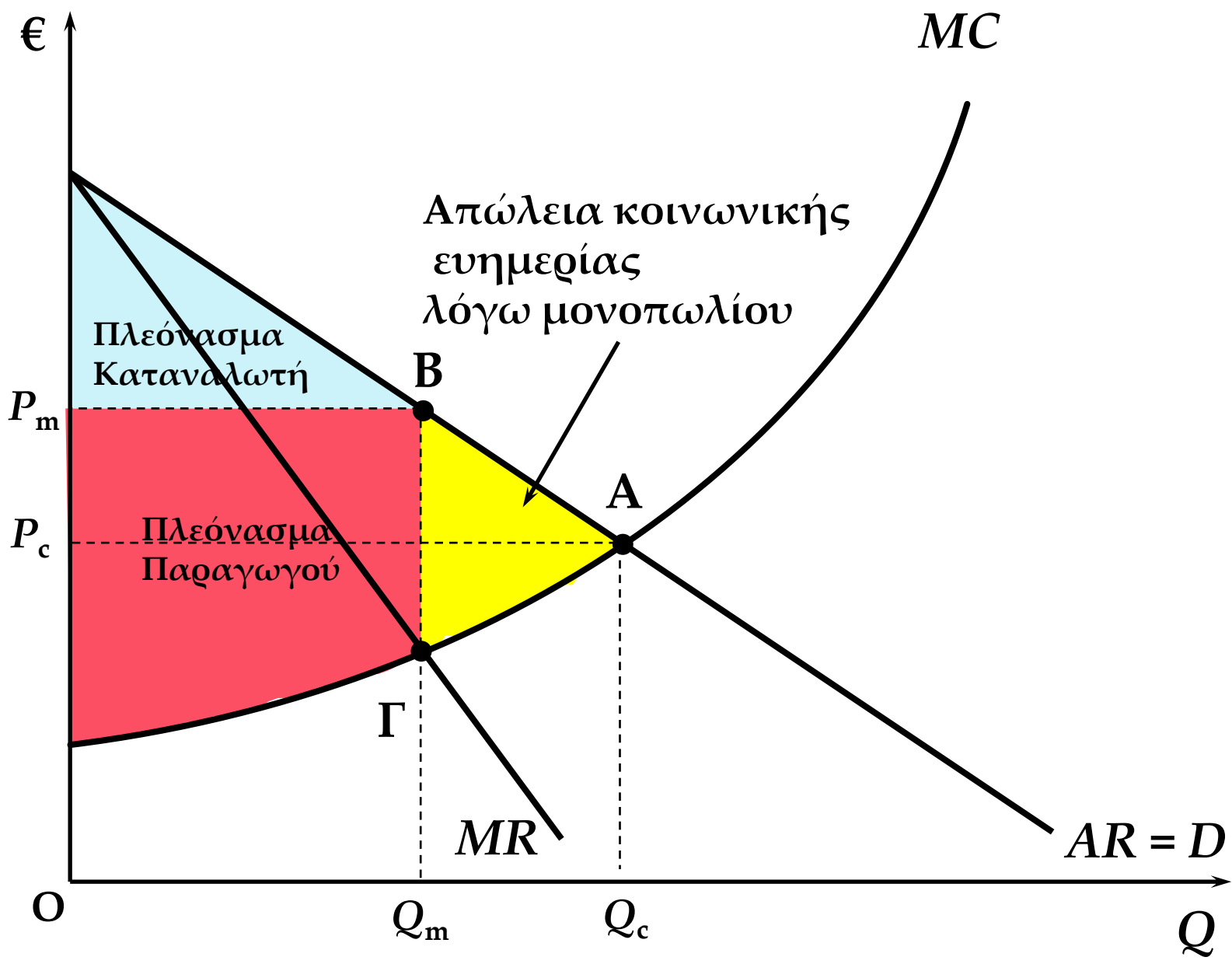


Σύγκριση ανταγωνισμού - μονοπωλίου









Εύρεση της ποσότητας που μεγιστοποιεί τα κέρδη

- Μαθηματικά λύνουμε το ακόλουθο πρόβλημα:

$$\text{Max}_{Q \geq 0} Q \cdot P(Q) - TC(Q)$$

- Συνθήκη Πρώτης Τάξης (FOC):

$$\begin{aligned} MR(Q^*) &= Q^* \cdot P'(Q^*) + P(Q^*) = \\ &= TC'(Q^*) = MC(Q^*) \end{aligned}$$

- Συνθήκη Δεύτερης Τάξης (SOC):
 $MR'(Q^*) - MC'(Q^*) \leq 0$

Τιμή και ελαστικότητα

- Στον πλήρη ανταγωνισμό $P = MR = MC$
- Στο μονοπώλιο $P > MR = MC$
- Η σχέση μεταξύ τιμής, οριακού κόστους και ελαστικότητας προκύπτει ως εξής:

$$MR = MC \Rightarrow MC = dTR / dQ = d(PQ) / dQ =$$

$$= P dQ/dQ + Q dP/dQ =$$

$$= P + P (Q/P) (dP/dQ) = P (1 + 1/\epsilon)$$

$$\Rightarrow P = MC / (1 + 1/\epsilon) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{(P - MC)/P = -1/\epsilon}$$

- Το $(P - MC)/P$ είναι το περιθώριο κέρδους (markup) πλέον του οριακού κόστους σαν ποσοστό της τιμής και παίρνει τιμές από 0 ως 1.

Τιμή και ελαστικότητα

- Επομένως το άριστο markup καθορίζεται απλά από την ελαστικότητα ζήτησης!
- Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση το markup θα πρέπει να είναι μεγαλύτερο όσο μικρότερη είναι η ελαστικότητα
- Επιπλέον, αφού το markup είναι μικρότερο από 1, το μονοπώλιο θα επιλέξει να παράγει μια ποσότητα τέτοια ώστε η ελαστικότητα να είναι μικρότερη από -1 (ελαστική ζήτηση)

Τιμή και ελαστικότητα

- Ο όρος $-1/\varepsilon$ ονομάζεται **Lerner index**
- Όπως και το markup, παίρνει τιμές από 0 ως 1
- Είναι ένα μέτρο της **δύναμης αγοράς**, δηλ. της **δυνατότητας του μονοπωλίου να θέσει τιμή μεγαλύτερη του MC**:
 - Για μια σχεδόν ανταγωνιστική αγορά ο Lerner index είναι κοντά στο 0
 - Για μια αγορά με πλήρως ανελαστική ζήτηση είναι κοντά στο 1

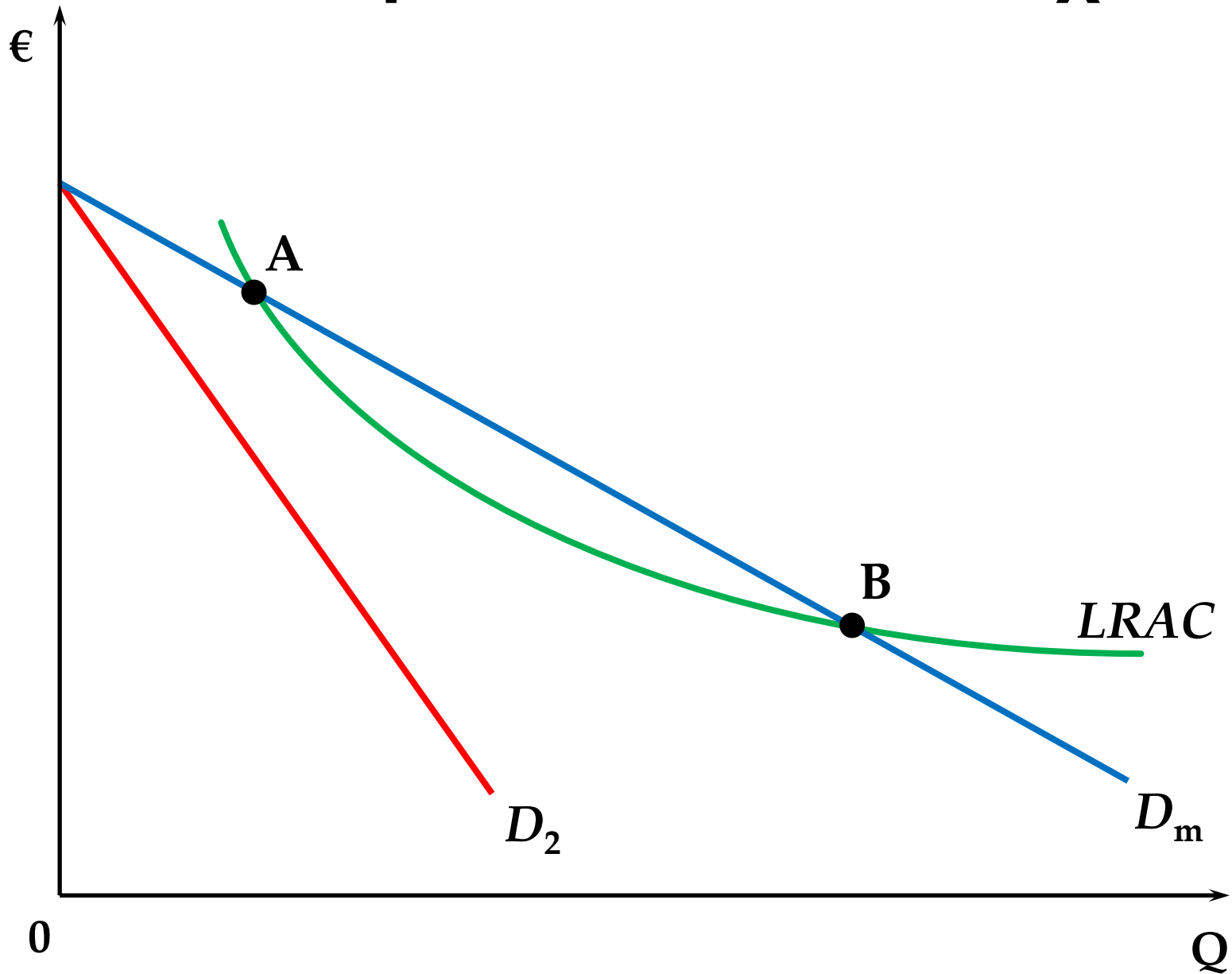
Πως προκύπτει η δύναμη αγοράς

- Η ελαστικότητα ζήτησης καθορίζεται από τις προτιμήσεις των καταναλωτών
- Η ζήτηση είναι πιο ελαστική όταν:
 - Εμφανίζονται στην αγορά καλύτερα υποκατάστατα
 - Εισέρχονται νέες επιχειρήσεις στην αγορά

Φυσικό μονοπώλιο

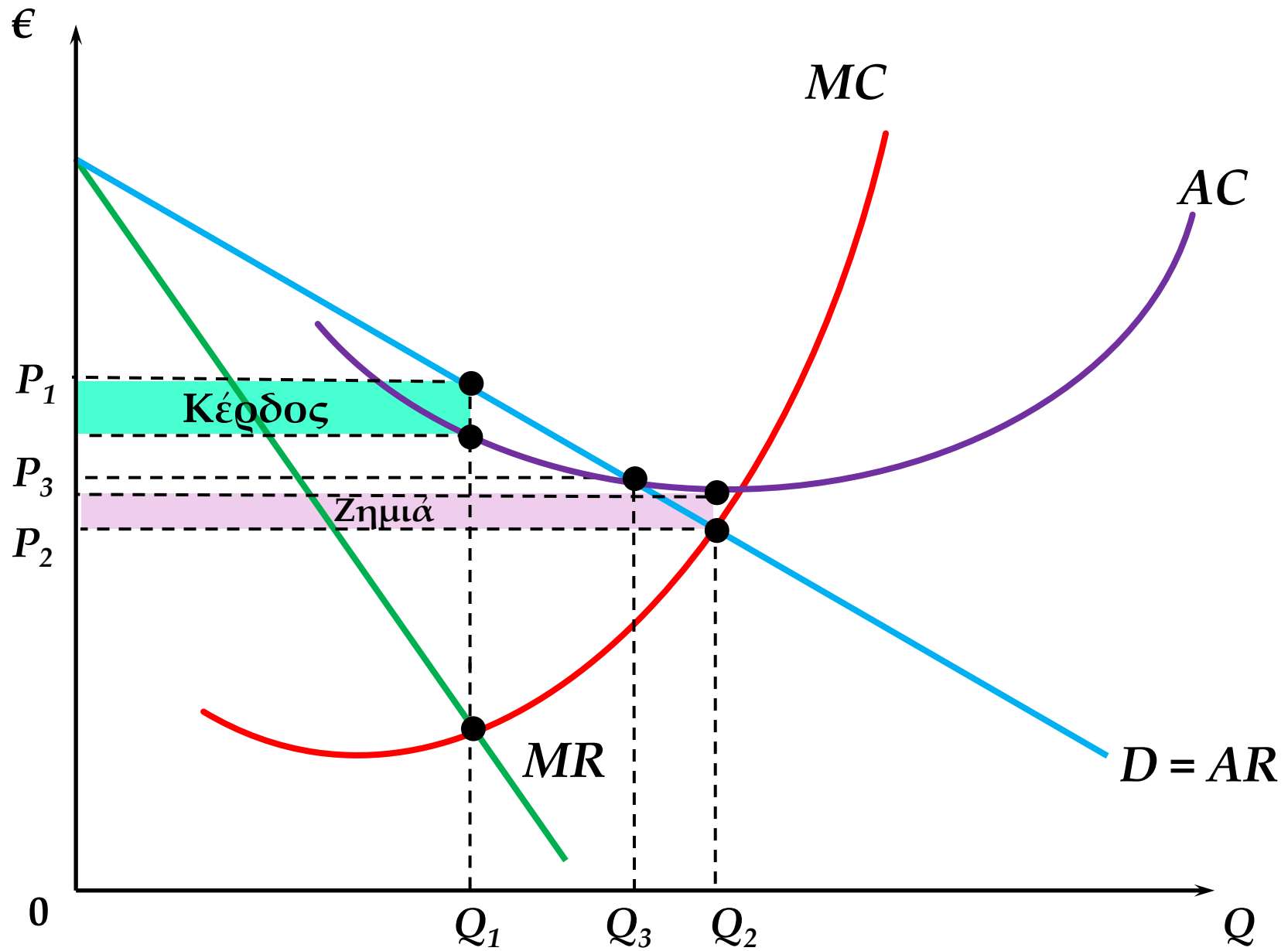
- Για πολλά αγαθά, η τεχνολογία παραγωγής τους είναι τέτοια που παράγονται υπό συνθήκες φθίνοντος κόστους
- Οι αντίστοιχοι κλάδοι ονομάζονται φυσικά μονοπώλια
- Το ελάχιστο κόστος επιτυγχάνεται σε πολύ υψηλό επίπεδο παραγωγής και, επομένως, η ανεμπόδιστη λειτουργία της ελεύθερης αγοράς, οδηγεί αναπόφευκτα στη δημιουργία ιδιωτικού μονοπωλίου
- Αυτό συχνά συμβαίνει λόγω υψηλού παγίου κόστους εγκαταστάσεων, δικτύου κ.λπ.

Φυσικό μονοπώλιο - συνέχεια



Έλεγχος μονοπωλίου

Τιμολόγηση στο οριακό κόστος (ενδεχομένως ζημιές...)



Έλεγχος μονοπωλίου – συνέχεια

- Η τιμολόγηση στο μέσο κόστος βελτιώνει την κατάσταση σε σχέση με την ισορροπία του μονοπωλίου χωρίς έλεγχο αλλά δεν οδηγεί στο βέλτιστο αποτέλεσμα (τιμολόγηση στο οριακό κόστος όπως στον T.A.)
- Άλλες λύσεις: Άρση των εμποδίων εισόδου και δραστηριοποίησης στον κλάδο – άνοιγμα των αγορών – βελτίωση του επιχειρηματικού περιβάλλοντος

Συμπεράσματα

- Το μονοπώλιο παράγει μικρότερη ποσότητα και σε υψηλότερη τιμή από την αντίστοιχη του πλήρους ανταγωνισμού.
- Στο μονοπώλιο η τιμή είναι πάντοτε υψηλότερη από το οριακό και το μέσο κόστος
- Πιθανά πλεονεκτήματα του μονοπωλίου: δυνατότητα αξιοποίησης των οικονομιών κλίμακας και δυνατότητα διενέργειας έρευνας και ανάπτυξης.

Μονοπωλιακός Ανταγωνισμός

Εισαγωγή

Μεταξύ των δύο «ακραίων» περιπτώσεων αγοράς (πλήρης / τέλειος ανταγωνισμός και μονοπώλιο) υπάρχουν και ενδιάμεσες καταστάσεις, όπως:

- Πολλές μικρές επιχειρήσεις με διαφοροποιημένο προϊόν
- Λίγες μεγάλες επιχειρήσεις με ανταγωνισμό που χαρακτηρίζεται από στρατηγική αλληλεξάρτηση

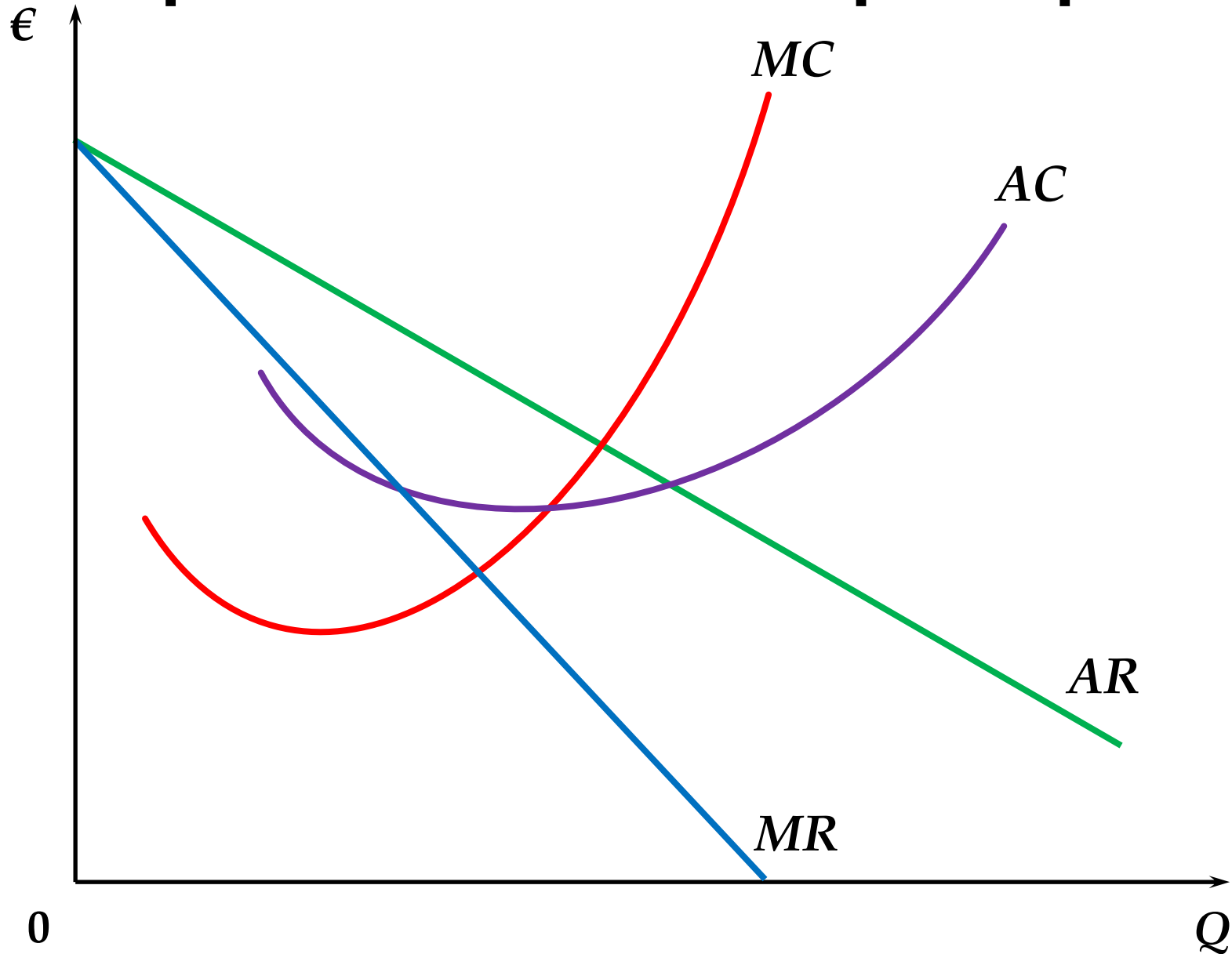
Χαρακτηριστικά του Μονοπωλιακού Ανταγωνισμού

- Μεγάλος αριθμός (σχετικά) μικρών επιχειρήσεων
- Διαφοροποίηση προϊόντος (αρνητική κλίση καμπύλης D , όχι αποδέκτες τιμής, περιορισμένη μονοπωλιακή δύναμη, υψηλή ελαστικότητα λόγω υποκατάστατων)
- Ελευθερία εισόδου και εξόδου για οποιαδήποτε επιχείρηση οποιαδήποτε στιγμή χωρίς σημαντικό κόστος.

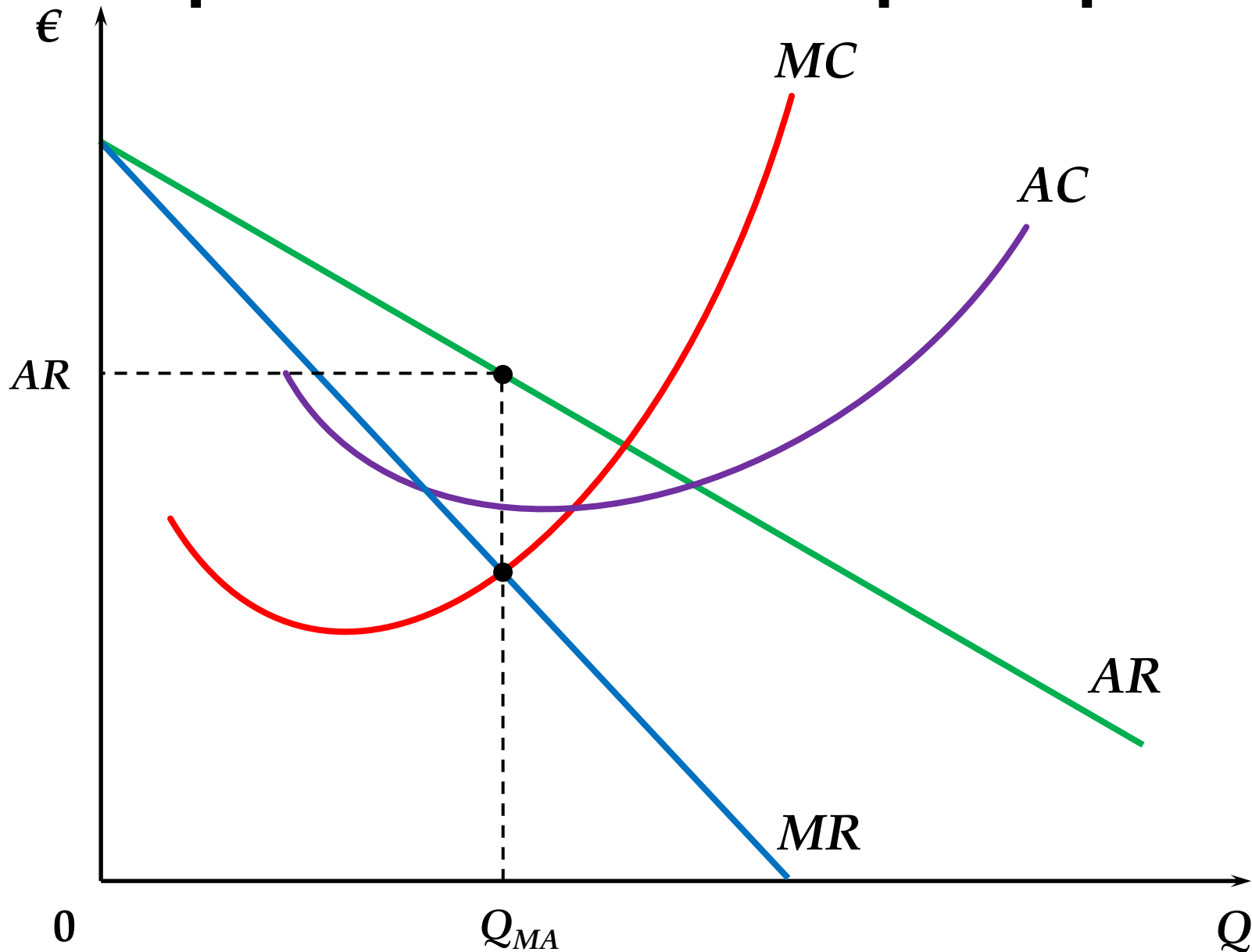
Βραχυχρόνια ισορροπία στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό

- Η ισορροπία μοιάζει περισσότερο με το μονοπώλιο (αρνητική καμπύλη ζήτησης)
- Βραχυχρόνια ισορροπία της επιχείρησης: $MR=MC$ (προσδιορισμός ποσότητας)
- Η τιμή προσδιορίζεται για την δεδομένη ποσότητα πάνω στην καμπύλη ζήτησης
- Η τιμή είναι μεγαλύτερη από το οριακό κόστος

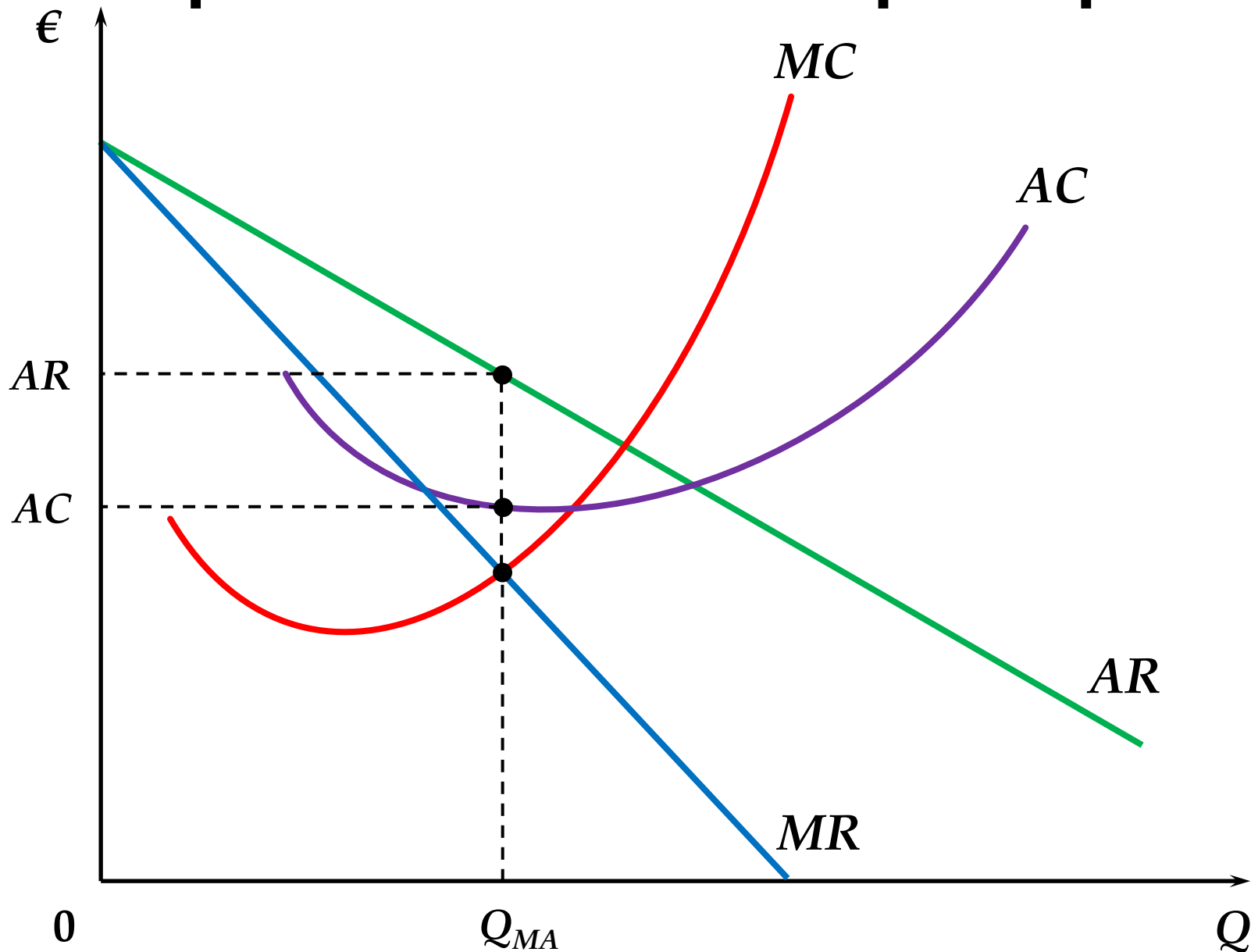
Βραχυχρόνια ισορροπία στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό



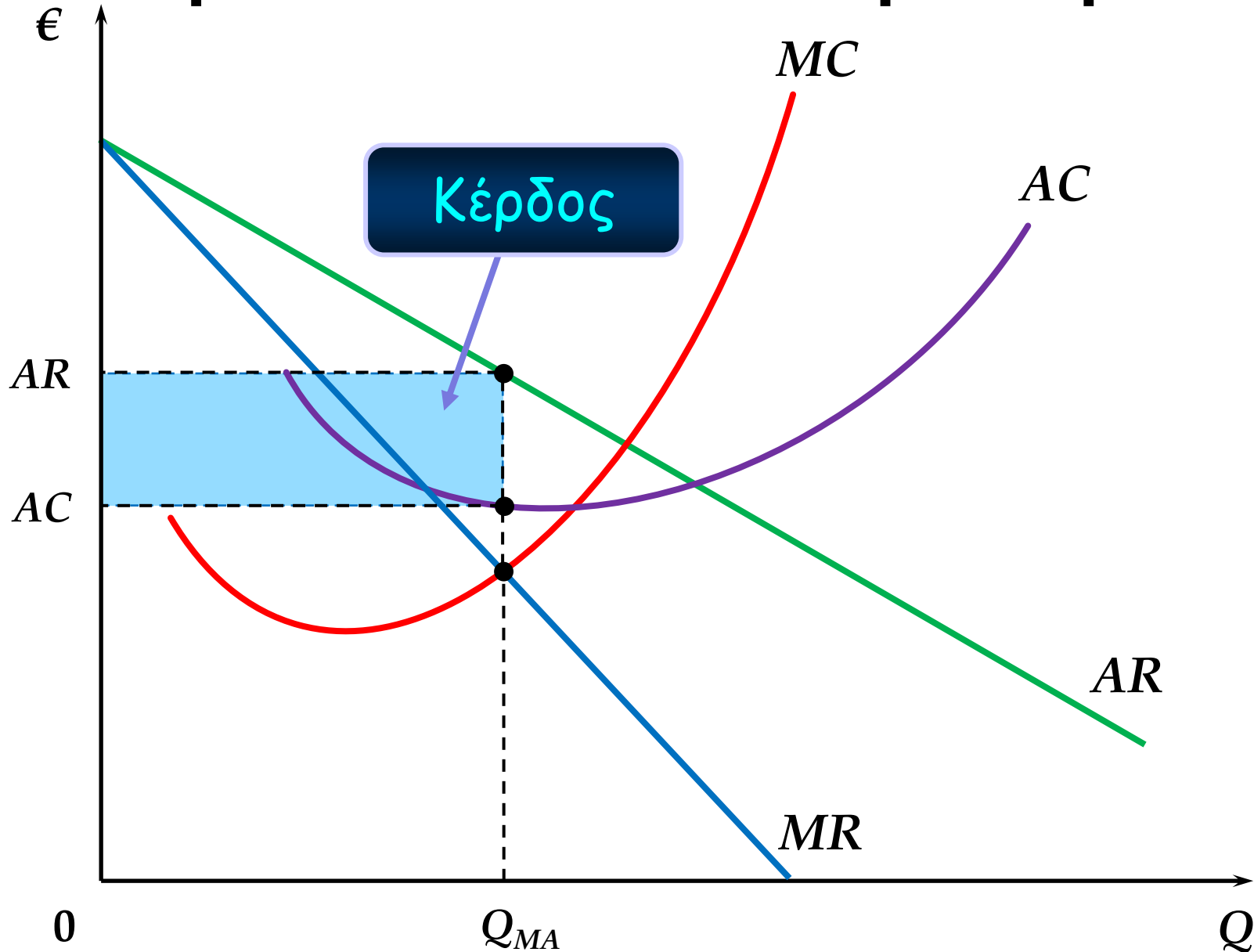
Βραχυχρόνια ισορροπία στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό



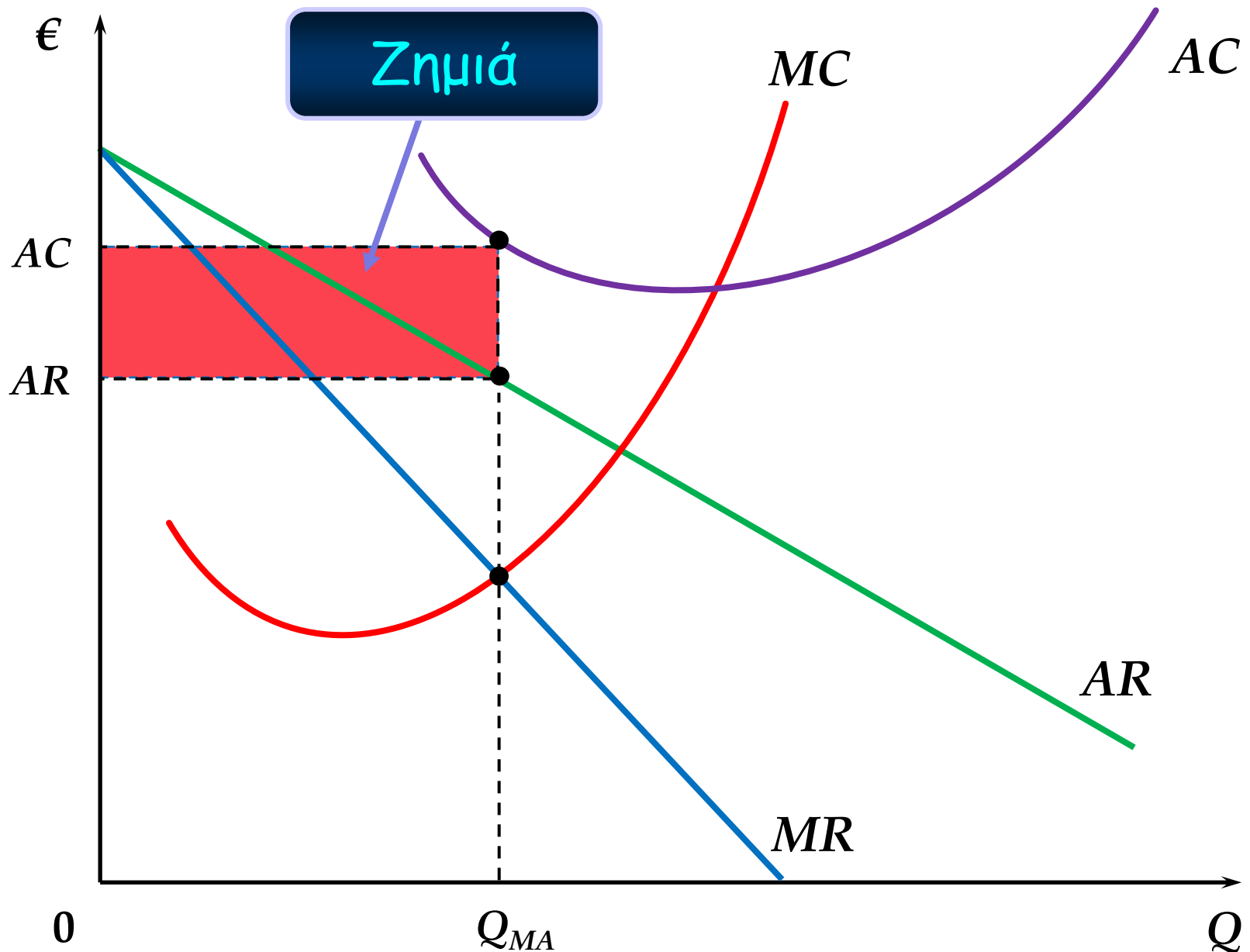
Βραχυχρόνια ισορροπία στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό



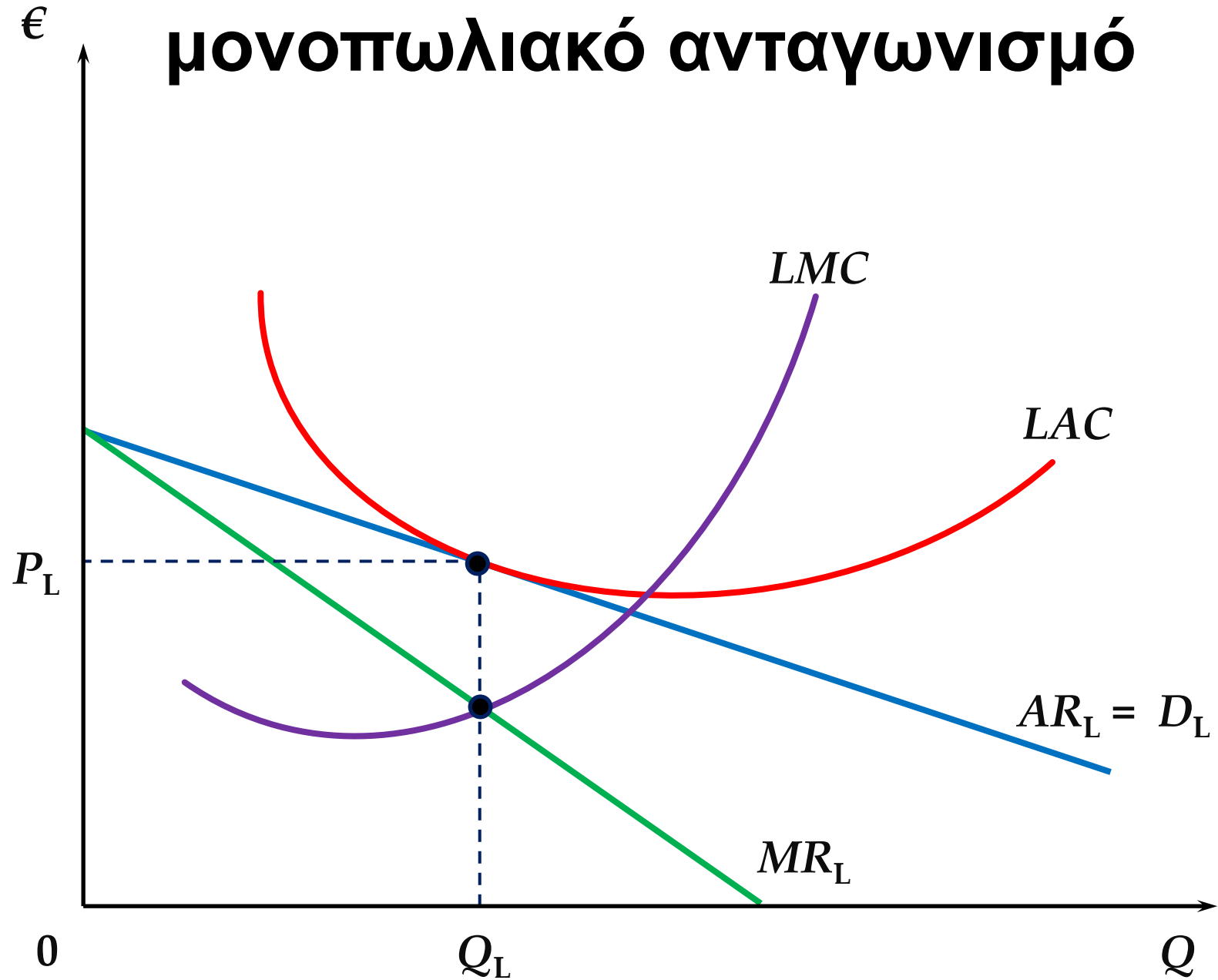
Βραχυχρόνια ισορροπία στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό



Βραχυχρόνια ισορροπία στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό - συνέχεια



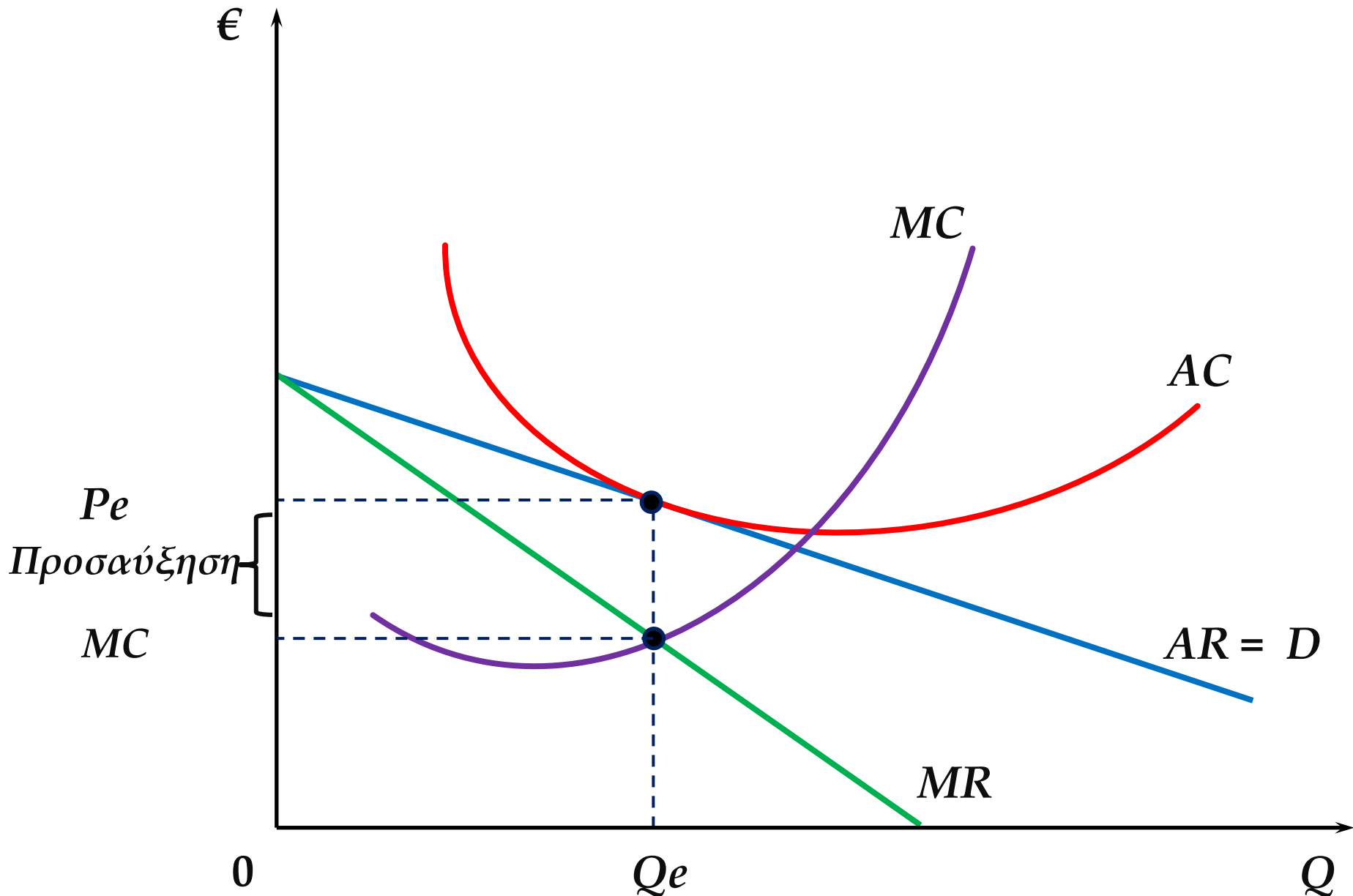
Μακροχρόνια ισορροπία στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό



Μακροχρόνια ισορροπία στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό - συνέχεια

- Εάν υπάρχουν κέρδη, προσελκύονται επιχειρήσεις μέχρι το σημείο που εξαλείφονται.
- Εάν υπάρχουν ζημιές, αποχωρούν επιχειρήσεις μέχρι να μηδενιστούν.
- Η τιμή ισούται με το μέσο κόστος αλλά είναι μεγαλύτερη από το οριακό κόστος.
- Μακροχρόνια τα κέρδη είναι μηδέν αλλά δεν έχουμε ελαχιστοποίηση του κόστους.

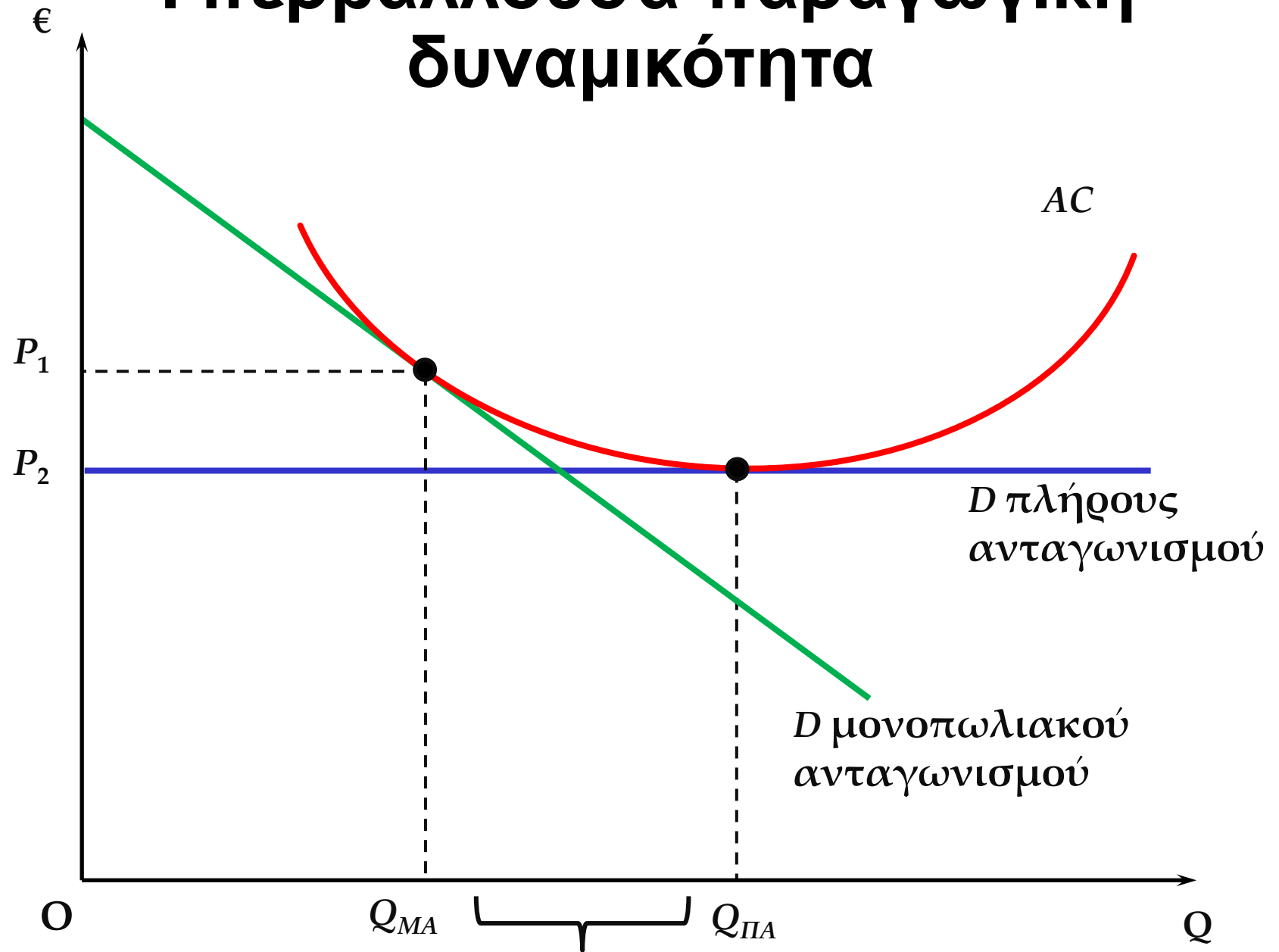
Η τιμή ισούται με το μέσο κόστος αλλά είναι μεγαλύτερη από το οριακό κόστος



Αξιολόγηση του Μονοπωλιακού Ανταγωνισμού

- Όχι αποτελεσματικότητα στην κατανομή των πόρων ($P > MC$) αλλά ίσως αυτό είναι αντιστάθμισμα για την επιθυμητή (;) διαφοροποίηση του προϊόντος.
- Όχι οικονομική αποτελεσματικότητα (όχι ελαχιστοποίηση του κόστους) – υπερβάλλουσα παραγωγική δυναμικότητα
- Όχι υπερκέρδη

Υπερβάλλουσα παραγωγική δυναμικότητα



Υπερβάλλουσα
Δυναμικότητα

Ολιγοπώλιο

Εισαγωγή

- Μικρός αριθμός (συνήθως) μεγάλων επιχειρήσεων ελέγχει ένα μεγάλο μέρος της αγοράς
- Είναι η μορφή αγοράς στην οποία παρουσιάζεται η μεγαλύτερη διαφοροποίηση ως προς την δομή της και επομένως ως προς την συμπεριφορά των επιχειρήσεων.
- Σε κάποιες ολιγοπωλιακές αγορές το προϊόν είναι ομοιογενές, ενώ στις περισσότερες το προϊόν είναι διαφοροποιημένο (ή τουλάχιστον οι καταναλωτές το αντιλαμβάνονται έτσι)

Εισαγωγή - συνέχεια

2 βασικά χαρακτηριστικά:

- Υπάρχουν εμπόδια εισόδου (διαφοροποίηση του προϊόντος των επιχειρήσεων, κοστολογικό πλεονέκτημα κάποιων επιχειρήσεων, οικονομίες κλίμακας, υψηλό «μη ανακτήσιμο» κόστος)
- Αλληλεξάρτηση των επιχειρήσεων (κάθε επιχείρηση πρέπει να λαμβάνει υπόψη της την συμπεριφορά των υπολοίπων. Είναι αδύνατο να προβλεφθεί επακριβώς η επίδραση κάποιας ενέργειας της επιχείρησης αν δεν γίνουν κάποιες υποθέσεις για τις αντιδράσεις των άλλων επιχειρήσεων).

Υποδείγματα Ανταγωνιστικού Ολιγοπωλίου

- Υπάρχουν 3 βασικά υποδείγματα ανταγωνιστικού ολιγοπωλίου
 - Το υπόδειγμα Cournot
 - Το υπόδειγμα Bertrand
 - Το υπόδειγμα Stackelberg
- Οι κύριες διαφορές τους αφορούν
 - Την μεταβλητή με βάση την οποία λαμβάνουν τις αποφάσεις τους οι επιχειρήσεις
 - Την χρονική διάσταση του υποδείγματος

Υπόδειγμα Cournot

Υποθέσεις

- Δύο επιχειρήσεις που εξυπηρετούν πολλούς καταναλωτές. Δεν υπάρχει δυνατότητα εισόδου άλλων επιχειρήσεων στην αγορά.
- Απόλυτα ομοιογενές προϊόν.
- Η αγοραία καμπύλη ζήτησης είναι μια γραμμική συνάρτηση της τιμής.

Υπόδειγμα Cournot – Υποθέσεις (συνέχεια)

- Ίδια τεχνολογία - συνθήκες κόστους παραγωγής.
- Το υπόδειγμα αναφέρεται σε κλάδους όπου είναι σημαντικοί οι **περιορισμοί παραγωγικής δυναμικότητας**, άρα η κύρια στρατηγική μεταβλητή είναι η ποσότητα.
- Το υπόδειγμα του Cournot υποθέτει ότι κάθε επιχείρηση αποφασίζει για την ποσότητα προϊόντος που θα παράγει **θεωρώντας ως δεδομένη την παραγόμενη ποσότητα προϊόντος της άλλης επιχείρησης**. Άρα υποτίθεται ότι ο ανταγωνιστής δεν αντιδρά στις ενέργειες της αντίπαλης επιχείρησης.

Το υπόδειγμα Cournot

- Η συνολική ζήτηση για το προϊόν αυτό είναι:

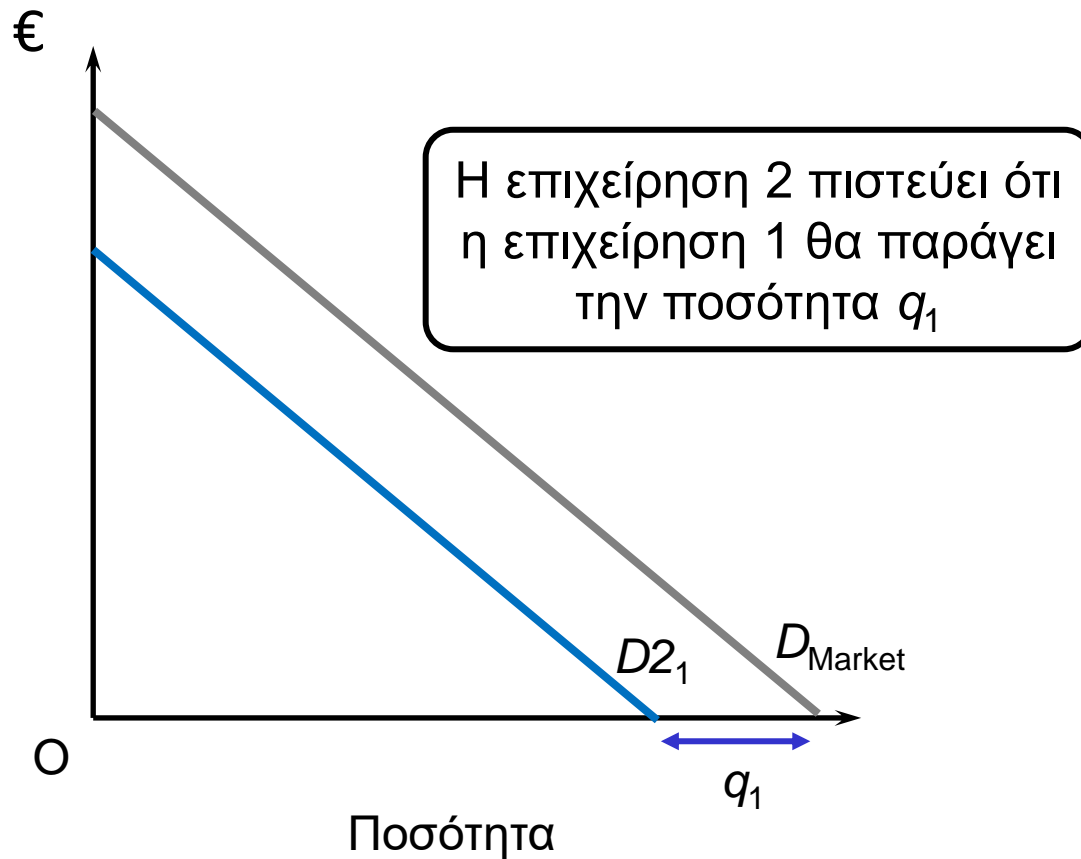
$$P = a - bQ = a - b(q_1 + q_2)$$

(όπου q_1 είναι η παραγωγή της επιχείρησης 1 και q_2 είναι η παραγωγή της επιχείρησης 2)

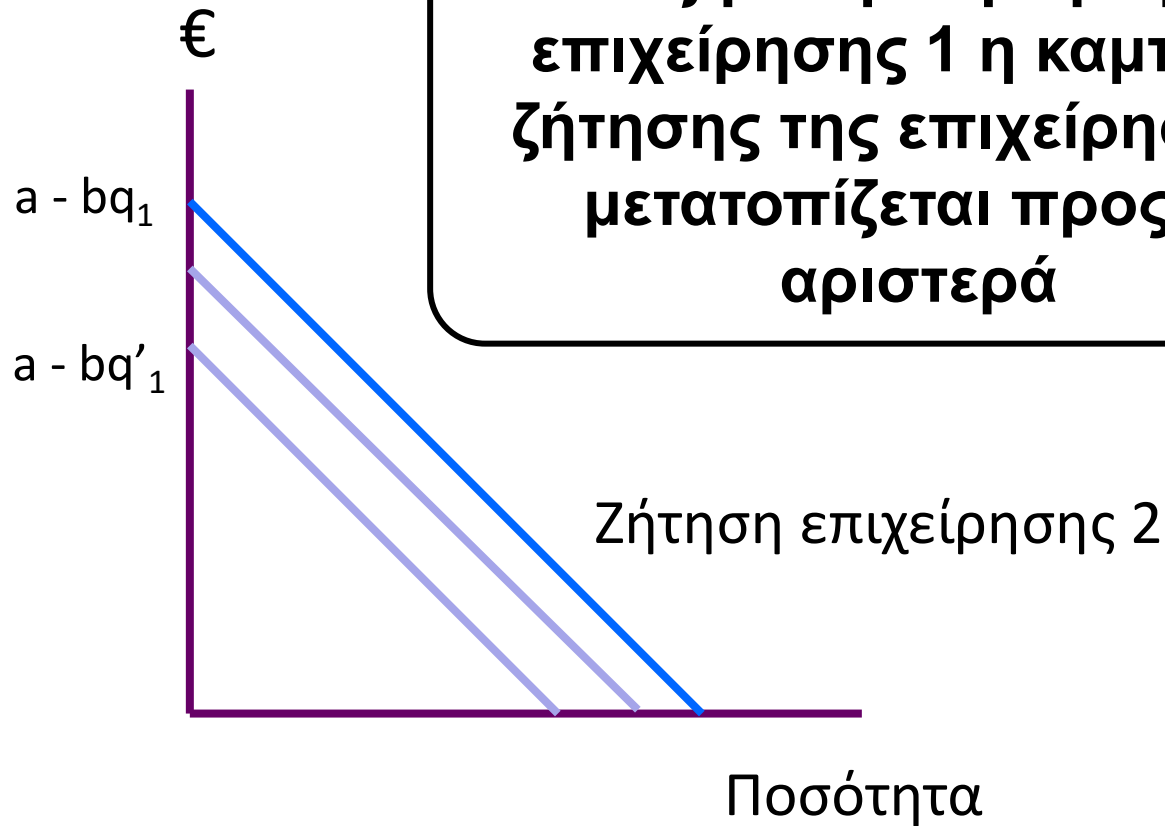
- Οι δύο επιχειρήσεις έχουν ίδιο και σταθερό οριακό κόστος $MC = c$.
- Η καμπύλη ζήτησης της κάθε επιχείρησης προκύπτει θεωρώντας ως δεδομένη την παραγόμενη ποσότητα προϊόντος της ανταγωνιστικής επιχείρησης.
- Έτσι, π.χ. για την επιχείρηση 2, η ζήτηση προκύπτει ως:

$$P = (a - bq_1) - bq_2$$

Η ατομική καμπύλη ζήτησης στο υπόδειγμα Cournot



Μετατοπίσεις της ατομικής καμπύλης ζήτησης στο υπόδειγμα Cournot



Βέλτιστη αντίδραση της επιχείρησης 2

Συνάρτηση κερδών της επιχείρησης 2:

$$\Pi_2 = Pq_2 - C(q_2) = (a - bq_2 - bq_1)q_2 - cq_2$$

Συνθήκη πρώτης τάξης για μεγιστοποίηση κερδών:

$$d\pi_2/dq_2 = 0$$

$$a - 2bq_2 - bq_1 - c = 0$$

Λύνουμε ως προς q_2

$$q_2^*(q_1) = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_1}{2}$$

Βέλτιστη αντίδραση της επιχείρησης 2

Εναλλακτικά:

$$P = (a - bq_1) - bq_2$$

Το οριακό έσοδο της επιχείρησης 2 είναι

$$MR_2 = (a - bq_1) - 2bq_2$$

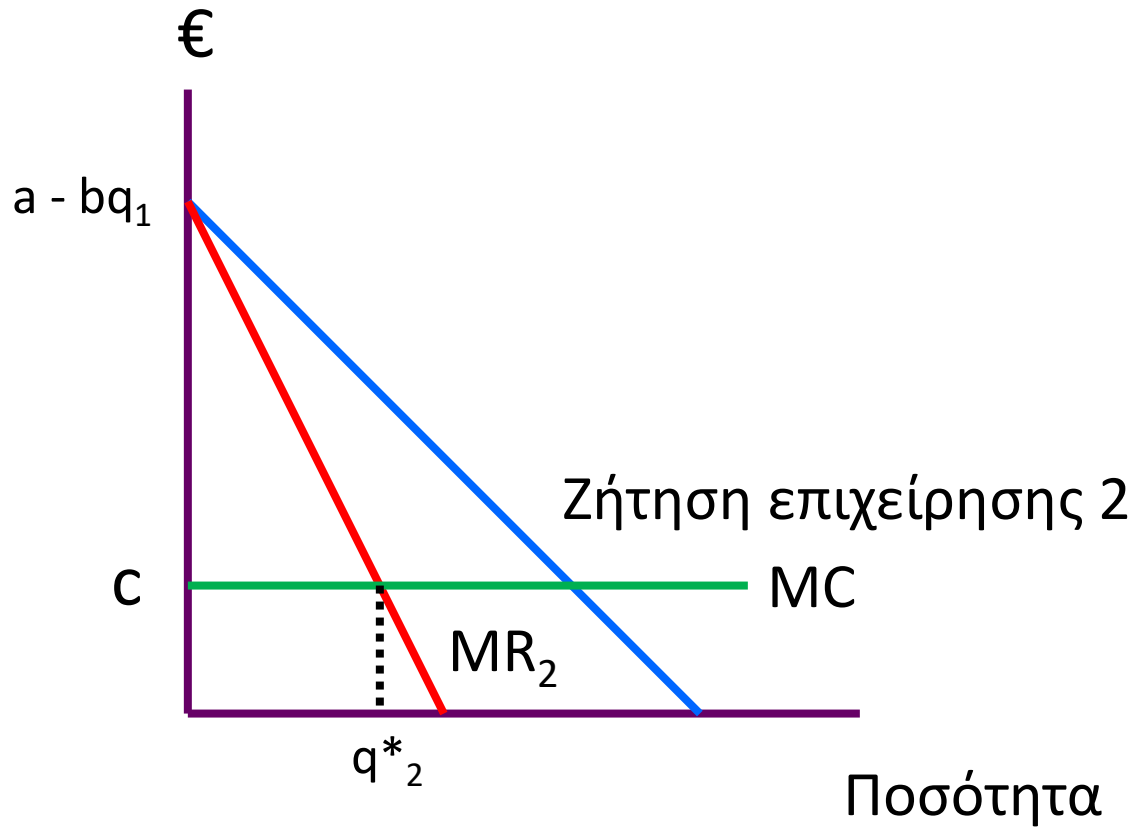
$MR_2 = MC$ (συνθήκη μεγιστοποίησης κερδών)

$$a - bq_1 - 2bq_2 = c$$

Λύνουμε ως προς q_2

$$q_2^*(q_1) = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_1}{2}$$

Η βέλτιστη αντίδραση διαγραμματικά



Συμμετρία

$$q^*_1 = (a - c)/2b - q^*_2/2$$

$$q^*_2 = (a - c)/2b - q^*_1/2$$

Αντικαθιστούμε το q^*_1 στη 2^η εξίσωση και λύνουμε ως προς q^*_2

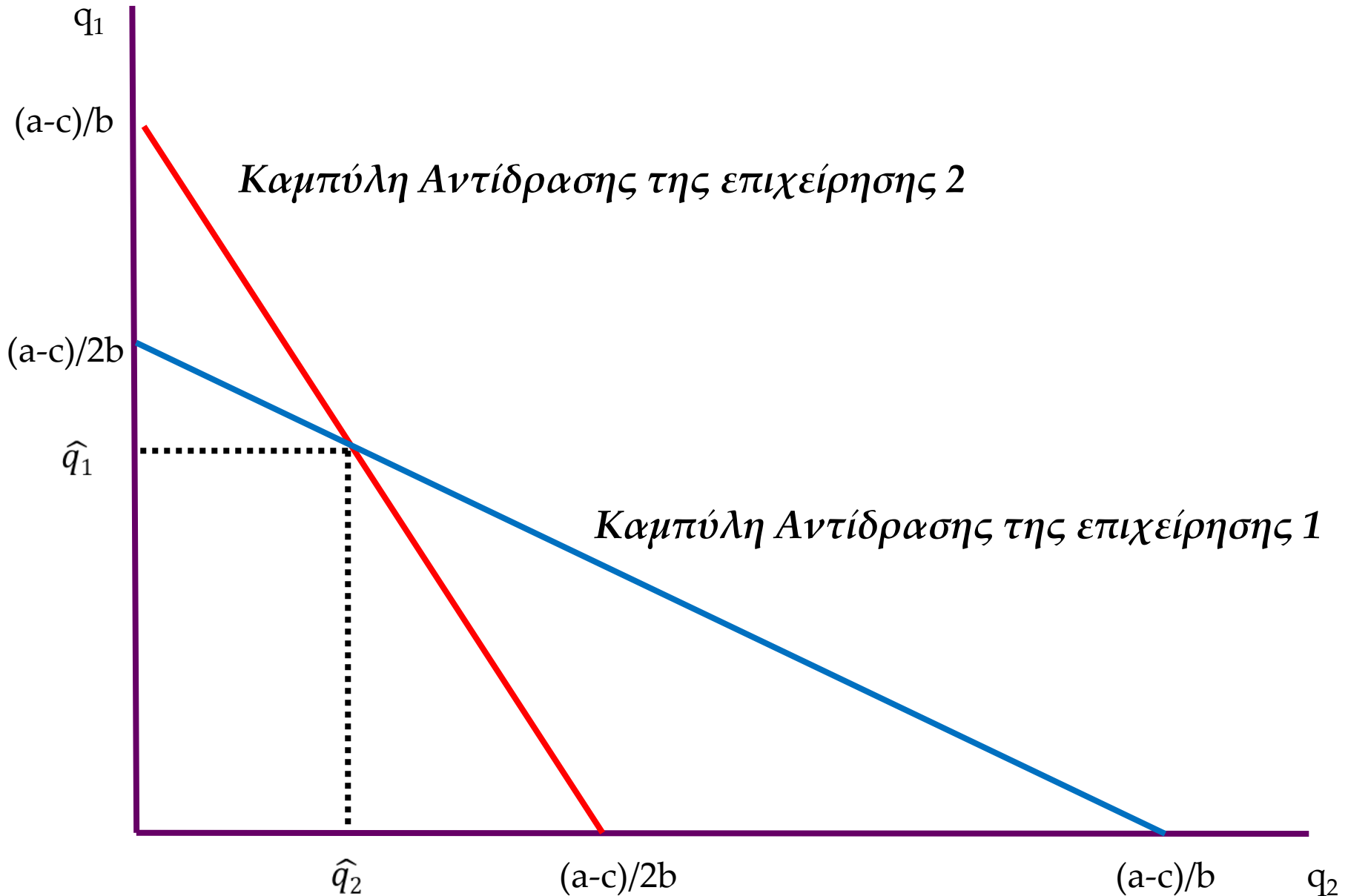
$$q^*_2 = (a - c)/2b - (a - c)/4b + q^*_2/4$$

$$3q^*_2/4 = (a - c)/4a$$

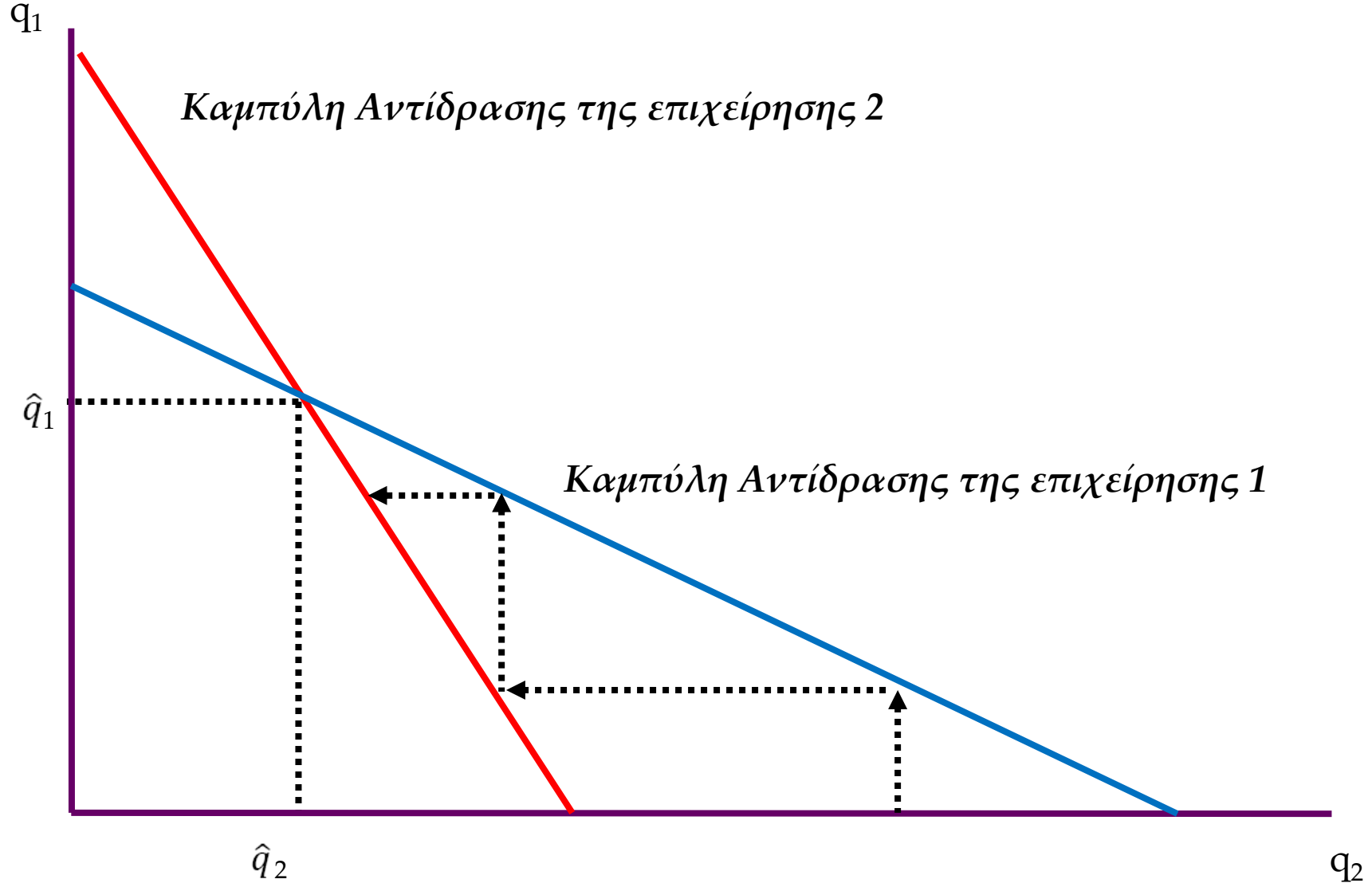
$$\widehat{q}_1 = \frac{(a - c)}{3b}$$

$$\widehat{q}_2 = \frac{(a - c)}{3b}$$

Διαγραμματικά



Σύγκλιση στην ισορροπία Cournot – Nash



Αντιστοιχία με Μονοπώλιο

$$P = a - bQ$$

Το οριακό έσοδο της επιχείρησης είναι

$$MR = a - 2bQ$$

$MR = MC$ (συνθήκη μεγιστοποίησης κερδών)

$$a - 2bQ = c$$

Λύνουμε ως προς Q :

$$Q^M = (a - c)/2b$$

Το κέρδος είναι

$$\Pi^M = (a - c)^2/4b$$

Αντιστοιχία με Πλήρη Ανταγωνισμό

$P = MC$ (συνθήκη μεγιστοποίησης κερδών)

$$P = c$$

$P = a - bQ$ (ζήτηση), άρα:

$$c = a - bQ$$

Λύνουμε ως προς Q :

$$Q^{PA} = (a - c)/b$$

Το κέρδος κάθε επιχείρησης είναι

$$\Pi = 0$$

Ισορροπία Cournot - Nash

- Στην ισορροπία η παραγωγή κάθε επιχείρησης είναι

$$q^C_1 = q^C_2 = (a - c)/3b$$

- Η συνολική παραγωγή είναι

$$Q^C = 2(a - c)/3b$$

- Με δεδομένο ότι η ζήτηση είναι $P = a - bQ$, προκύπτει ότι η τιμή είναι

$$P^* = a - 2(a - c)/3 = (a + 2c)/3$$

- Το κέρδος κάθε επιχείρησης είναι

$$\Pi^C_1 = \Pi^C_2 = (P^* - c)q^C_1 = (a - c)^2/9b$$

- Το κέρδος συνολικά είναι

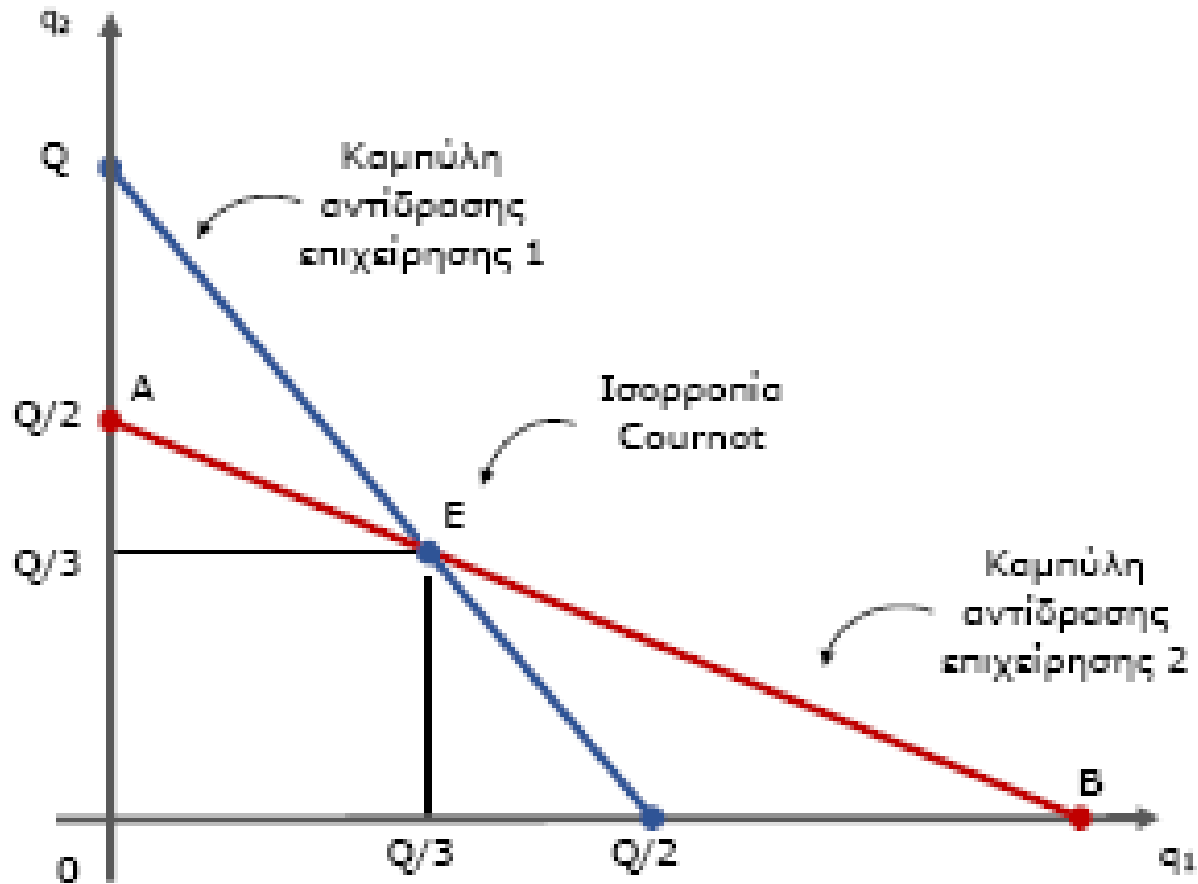
$$\Pi^C = 2(a - c)^2/9b$$

Υπόδειγμα Cournot - σύνοψη

- Η συνολική ποσότητα προϊόντος που θα παράγουν και θα προσφέρουν οι επιχειρήσεις θα είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη ποσότητα που θα προσφερόταν από ένα μονοπώλιο αλλά μικρότερη από την ποσότητα που θα προσφερόταν από έναν τέλεια ανταγωνιστικό κλάδο.

Υπόδειγμα Cournot – σύνοψη (2)

- Η κάθε επιχείρηση του υποδείγματος δυοπωλίου του Cournot παράγει το $1/3$ της συνολικά παραγόμενης ποσότητας μιας τέλεια ανταγωνιστικής αγοράς και συνολικά το δυοπώλιο παράγει τα $2/3$ της παραγόμενης ποσότητας της τέλεια ανταγωνιστικής αγοράς.
- Η συνολική ποσότητα είναι μεγαλύτερη από αυτήν που θα προσφερόταν από ένα μονοπώλιο ($Q/2$)



Παραγωγή επιχείρησης ($\max \Pi$):

$$q_1 = (Q - q_2)/2, \quad q_2 = (Q - q_1)/2 \quad \text{άρα } q_1 = q_2 = Q/3$$

Παραγωγή κλάδου: Δυοπώλιο ($2Q/3$)

Μονοπώλιο ($Q/2$), Τέλειος ανταγωνισμός (Q)

Υπόδειγμα Stackelberg

- Οι συνθήκες είναι παρόμοιες με αυτές του υποδείγματος Cournot εκτός από το ότι:
- Οι επιχειρήσεις αποφασίζουν διαδοχικά
 - Η επιχείρηση 1 αποφασίζει πρώτη (leader) και η επιχείρηση 2 ακολουθεί (follower)
 - Δυναμικό παίγνιο διαδοχικών κινήσεων.
- Η επιχείρηση 1 έχει ένα πλεονέκτημα λόγω ηγεσίας

Ισορροπία στο υπόδειγμα

Stackelberg

- Η συνολική ζήτηση για το προϊόν είναι:

$$P = a - bQ = a - b(q_1 + q_2)$$

- Οι δύο επιχειρήσεις έχουν ίδιο και σταθερό οριακό κόστος $MC = c$.

- Το πρόβλημα λύνεται με τη μέθοδο της προς τα πίσω επαγωγής

- Η επιχείρηση 1 είναι ηγέτης της αγοράς και αποφασίζει q_1

- Κατά τη λήψη της απόφασης αυτής μπορεί να προεξοφλήσει τις ενέργειες της επιχείρησης 2.

- Η ζήτηση της επιχείρησης 2 είναι:

$$P = (a - bq_1) - bq_2, \text{ οπότε:}$$

$$MR_2 = (a - bq_1) - 2bq_2$$

Ισορροπία στο υπόδειγμα Stackelberg 2

$$MR_2 = (a - bq_1) - 2bq_2$$

$$MC = c$$

$$MC = MR_2$$

$$\Rightarrow q^*_2 = (a - c)/2b - q_1/2 \quad (\text{βέλτιστη αντίδραση της επιχ. 2})$$

Η ζήτηση της επιχείρησης 1 είναι:

$$P = (a - bq_2) - bq_1$$

Η επιχείρηση 1 ήδη γνωρίζει το q^*_2 , επομένως απλά το αντικαθιστά στην συνάρτηση ζήτησής της:

$$P = (a - bq^*_2) - bq_1$$

$$P = (a - (a-c)/2) - bq_1/2$$

$$P = (a + c)/2 - bq_1/2$$

Ισορροπία στο υπόδειγμα Stackelberg 3

$$P = (a + c)/2 - bq_1/2$$

$$TR = (a + c) q_1/2 - bq_1^2/2$$

Το οριακό έσοδο για την επιχείρηση 1 είναι:

$$MR_1 = (a + c)/2 - bq_1$$

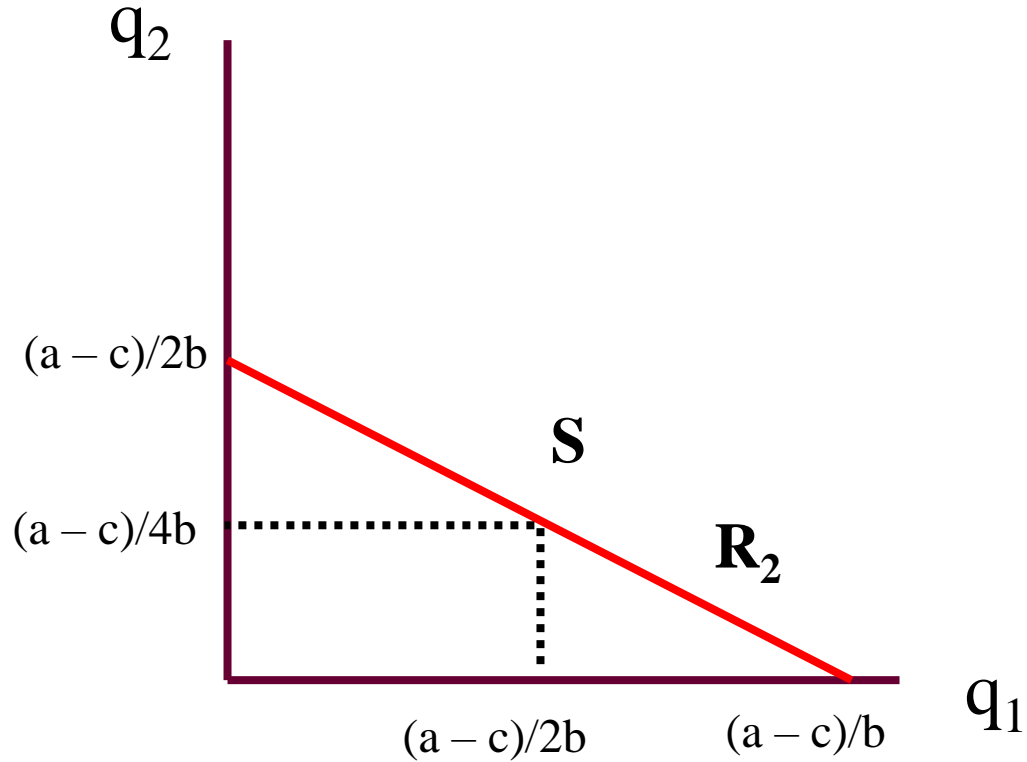
$$MR_1 = MC$$

$$(a + c)/2 - bq_1 = c$$

$$q_1^* = (a - c)/2b$$

$$q_2^* = (a - c)/4b$$

Η ισορροπία Stackelberg διαγραμματικά



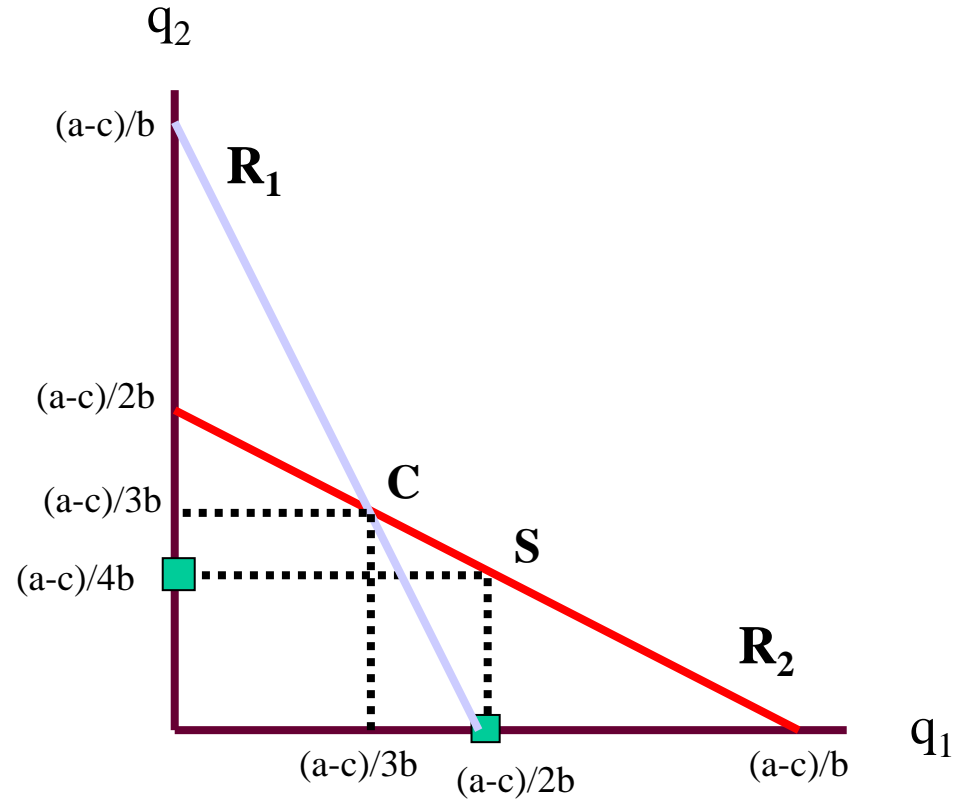
Ισορροπία Stackelberg:

σύγκριση με ισορροπία Cournot

Συνολική Παραγωγή	$3(a-c)/4b$
Τιμή Ισορροπίας	$(a+3c)/4$
Κέρδος της επιχ. 1	$(a-c)^2/8b$
Κέρδος της επιχ. 2	$(a-c)^2/16b$

Ισορροπία Cournot:

$q_1^C = q_2^C = (a-c)/3b$	
Τιμή	$(a+c)/3$
Ατομικό κέρδος	$(a-c)^2/9b$



Υπόδειγμα ανταγωνισμού τιμών: Bertrand

Υποθέσεις

- Κάθε επιχείρηση θεωρεί ως δεδομένη την τιμή που έχει θέσει η άλλη επιχείρηση. Η υπόθεση αυτή είναι λογική στις περιπτώσεις όπου οι επιχειρήσεις αποφεύγουν να αιφνιδιάζουν τους καταναλωτές με συχνές μεταβολές τιμών.
- Η υπόθεση αυτή οδηγεί σε πολύ διαφορετικά αποτελέσματα

Ανταγωνισμός Bertrand:

παράδειγμα

- Δύο επιχειρήσεις που παράγουν το ίδιο προϊόν
- Κύρια στρατηγική μεταβλητή είναι η τιμή
- Το οριακό κόστος είναι σταθερό, ίσο με c
- Η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης είναι $P = A - BQ$
- Αντιστρέφοντας έχουμε $Q = a - bP$

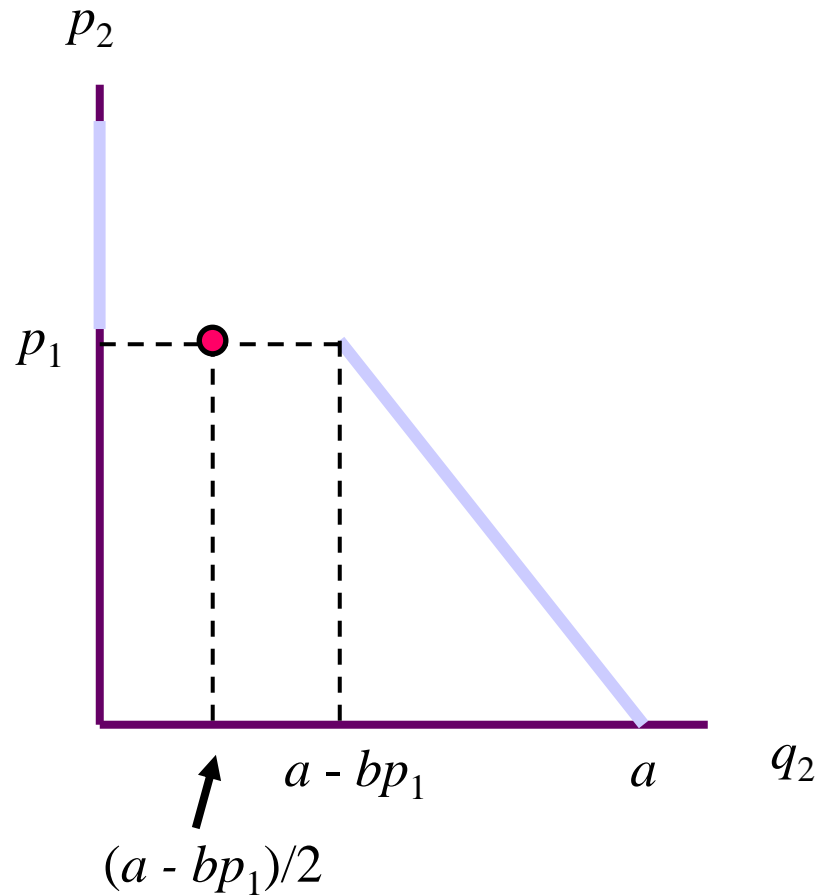
(όπου $a = A/B$ και $b = 1/B$)

Το υπόδειγμα του Bertrand υποθέτει ότι κάθε επιχείρηση αποφασίζει για την τιμή που θα θέσει για το προϊόν της **θεωρώντας ως δεδομένη την τιμή της άλλης επιχείρησης.**

Ανταγωνισμός Bertrand: Ατομική Ζήτηση

- Στατικό υπόδειγμα
- Ας εξετάσουμε την επιχείρηση 2 υποθέτοντας ότι η επιχείρηση 1 έχει θέσει την τιμή της στο επίπεδο p_1
 - Αν η επιχείρηση 2 θέσει τιμή μικρότερη από p_1 μονοπωλεί την αγορά
 - Αν η επιχείρηση 2 θέσει τιμή μεγαλύτερη από p_1 δεν θα πουλήσει τίποτε
 - Αν η επιχείρηση 2 θέσει τιμή ίση με p_1 τότε οι επιχειρήσεις μοιράζονται εξίσου την αγορά
- Έτσι η ζήτηση της επιχείρησης 2 είναι:
 - $q_2 = 0$ για $p_2 > p_1$
 - $q_2 = (a - bp_2)/2$ για $p_2 = p_1$
 - $q_2 = a - bp_2$ για $p_2 < p_1$

Η Ατομική Ζήτηση Διαγραμματικά



Η καμπύλη ζήτησης παρουσιάζει ασυνέχεια

Οι καμπύλες αντίδρασης

- Ας ξεκινήσουμε με μια υποθετική υψηλή τιμή για την επιχείρηση 1, στο ύψος της μονοπωλιακής τιμής,

$$p^M = (a + c)/2b$$

- Η βέλτιστη αντίδραση της επιχείρησης 2 είναι:

$$- p^*_2 = (a + c)/2b \quad \text{για } p_1 > (a + c)/2b$$

$$- p^*_2 = p_1 - (dp) \quad \text{για } c < p_1 \leq (a + c)/2b$$

$$- p^*_2 = c \quad \text{για } p_1 \leq c$$

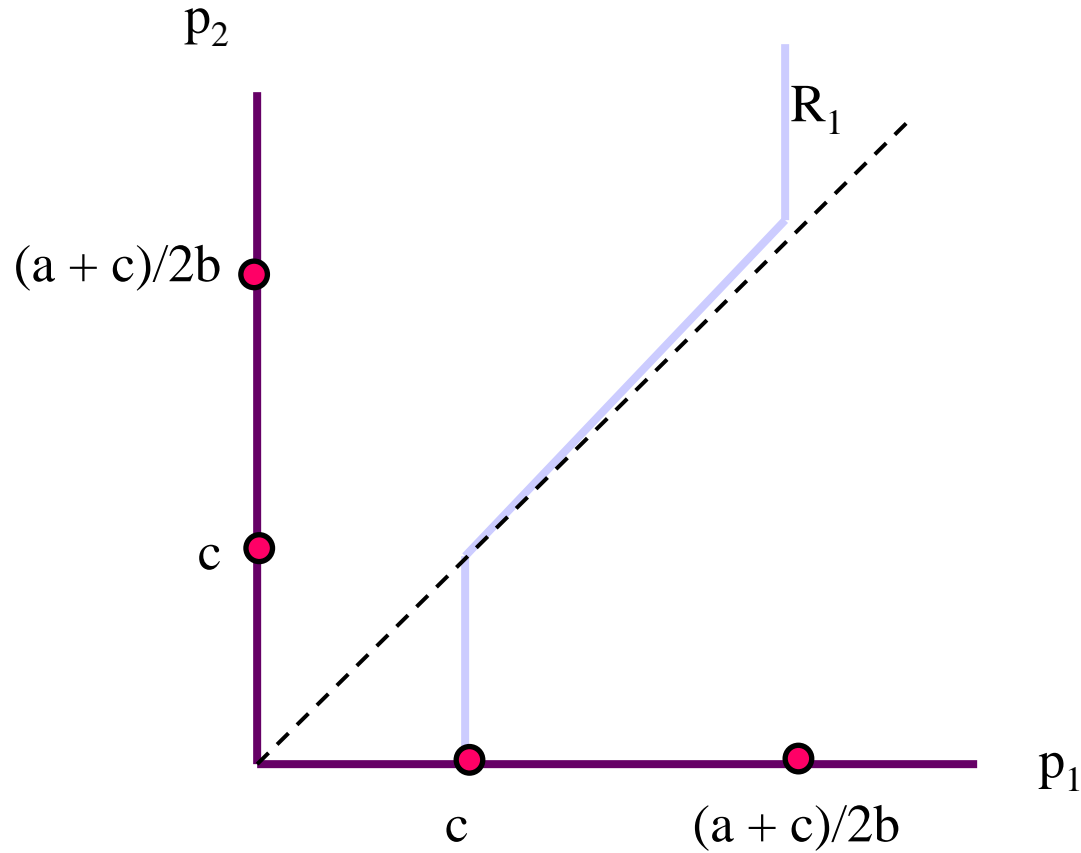
- Αντίστοιχα, λόγω συμμετρίας:

$$- p^*_1 = (a + c)/2b \quad \text{για } p_2 > (a + c)/2b$$

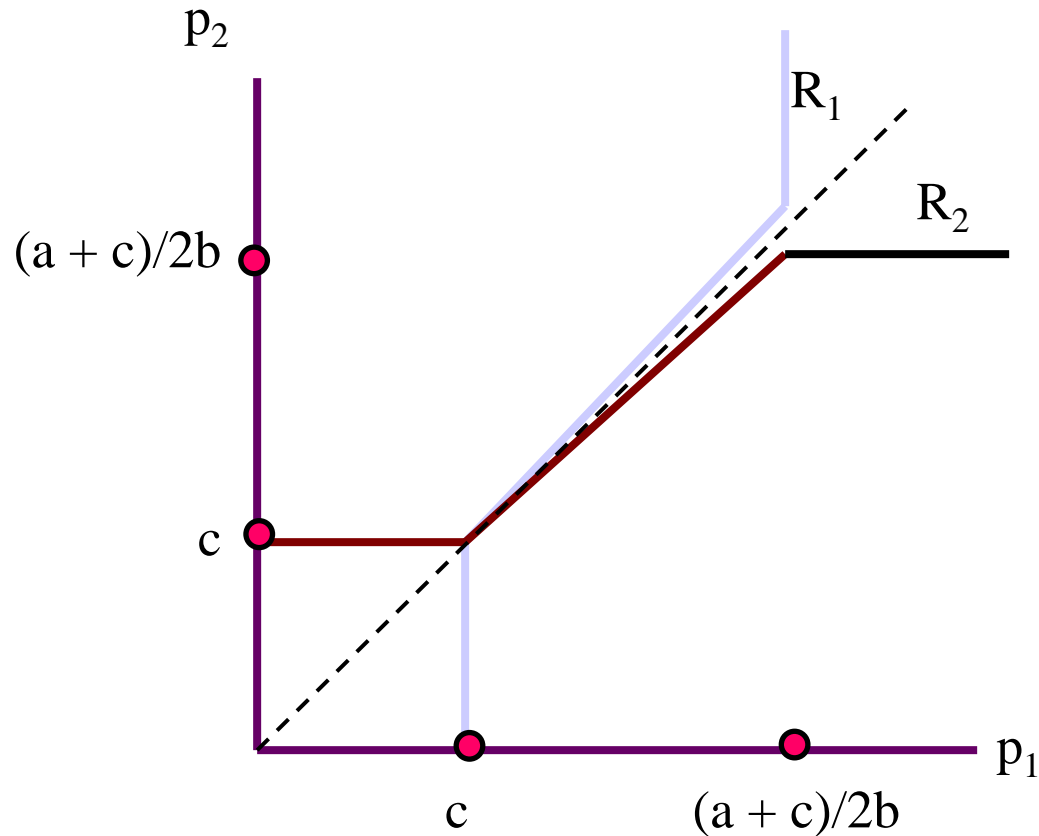
$$- p^*_1 = p_2 - (dp) \quad \text{για } c < p_2 \leq (a + c)/2b$$

$$- p^*_1 = c \quad \text{για } p_2 \leq c$$

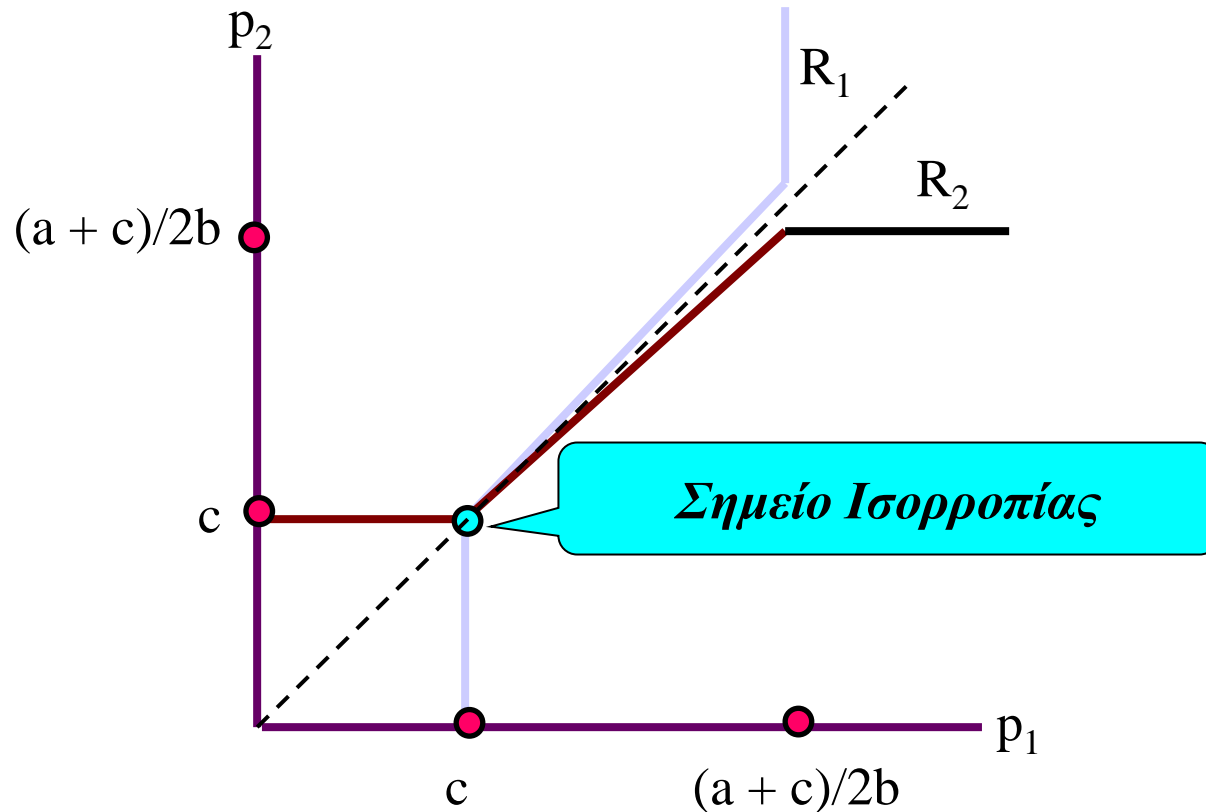
Βέλτιστη αντίδραση της Επιχείρησης 1



Βέλτιστη αντίδραση της Επιχείρησης 2



Ισορροπία Nash του υποδείγματος Bertrand



Στην ισορροπία $p_1 = p_2 = MC$ και $\Pi_1 = \Pi_2 = 0$

Το παράδοξο του Bertrand

- Η ισορροπία Bertrand είναι γνωστή ως το «παράδοξο του Bertrand» καθώς το αποτέλεσμα φαίνεται μη ρεαλιστικό.
- Ακόμα και με δύο επιχειρήσεις, η τιμή μειώνεται έως το επίπεδο της ανταγωνιστικής τιμής (οριακό κόστος) και τα οικονομικά κέρδη μηδενίζονται.
- Παραδείγματα: εταιρείες αερομεταφορών, καλώδια οπτικών ινών, τηλεφωνικοί κατάλογοι σε μορφή CD.

Λύσεις στο Παράδοξο

- Σύμφωνα με το υπόδειγμα Bertrand ο ανταγωνισμός στις τιμές είναι πολύ διαφορετικός από τον ανταγωνισμό στις ποσότητες.
- Στην πράξη συχνά παρατηρείται ότι ο ανταγωνισμός στις ολιγοπωλιακές αγορές γίνεται μέσω των τιμών.
- Όμως το συμπέρασμα του υποδείγματος δεν συμβαδίζει με την πραγματικότητα.
- Για την αποφυγή των κινδύνων του ανταγωνισμού στις τιμές έχουν προταθεί διάφορες πιθανές βελτιώσεις του υποδείγματος:
 - Η επίδραση των περιορισμών παραγωγικής δυναμικότητας
 - Διαφοροποίηση προϊόντος

Περιορισμοί παραγωγικής δυναμικότητας

- Προκειμένου να οδηγηθούμε στην ισορροπία $p = c$ υποθέσαμε ότι οι 2 επιχειρήσεις έχουν ικανή παραγωγική δυναμικότητα για να ικανοποιήσουν τη συνολική ζήτηση στο $p = c$
- Όταν όμως $p = c$ τελικά, η καθεμιά ελέγχει μόνο το ήμισυ της αγοράς.
- Άρα στην ισορροπία $p = c$ θα υπάρχει τεράστια υπερβάλλουσα δυναμικότητα.
- Έτσι στην πράξη οι επιχειρήσεις διατηρούν μικρότερη παραγωγική δυναμικότητα από αυτή που απαιτείται για το σύνολο της αγοράς, οπότε δεν υπάρχει κίνητρο να μειωθεί η τιμή μέχρι το οριακό κόστος.

Διαφοροποίηση προϊόντος

- Το αρχικό υπόδειγμα υποθέτει ότι τα προϊόντα είναι ομοιογενή (μεταλλικό νερό)
- Προκειμένου να αποφύγουν τον έντονο ανταγωνισμό οι επιχειρήσεις έχουν κίνητρο να διαφοροποιήσουν τα προϊόντα τους
- Με τον τρόπο αυτό δημιουργούν αφοσιωμένους πελάτες
- Αν αυξήσουν τις τιμές τους δεν θα απωλέσουν όλη την πελατεία τους

Διαφοροποίηση προϊόντος: Παράδειγμα

Οι επιχειρήσεις C και D παράγουν παρόμοια αλλά όχι απολύτως ίδια προϊόντα. Επομένως η πιο φθηνή επιχείρηση δεν μπορεί να μονοπωλήσει την αγορά.

Τα στοιχεία ζήτησης και κόστους είναι:

$$Q_C = 60 - 4P_C + 2P_D$$

$$MC_C = 5 \text{ €}$$

$$Q_D = 50 - 5P_D + P_C$$

$$MC_D = 4 \text{ €}$$

Διαφοροποίηση προϊόντος στο υπόδειγμα Bertrand

Συνθήκη ισορροπίας: $MR = MC$

Αντιστρέφουμε τις συναρτήσεις ζήτησης:

$$P_C = (15 + 0,5P_D) - 0,25Q_C$$

$$P_D = (10 + 0,2P_C) - 0,2Q_D$$

Υπολογίζουμε τις συναρτήσεις οριακού εσόδου

$$MR_C = 15 + 0,5P_D - 0,5Q_C$$

$$MR_D = 10 + 0,2P_C - 0,4Q_D$$

Διαφοροποίηση προϊόντος στο υπόδειγμα Bertrand 2

Συνθήκη ισορροπίας: $MR = MC$

$$MC_C = MR_C \Rightarrow 5 = 15 + 0,5P_D - 0,5Q_C$$

$$MC_D = MR_D \Rightarrow 4 = 10 + 0,2P_C - 0,4Q_D$$

Λύνουμε ως προς Q_C and Q_D :

$$Q_C = 20 + P_D$$

$$Q_D = 15 + 0,5P_C$$

Αντικαθιστούμε στις συναρτήσεις ζήτησης και βρίσκουμε τις συναρτήσεις βέλτιστης αντίδρασης:

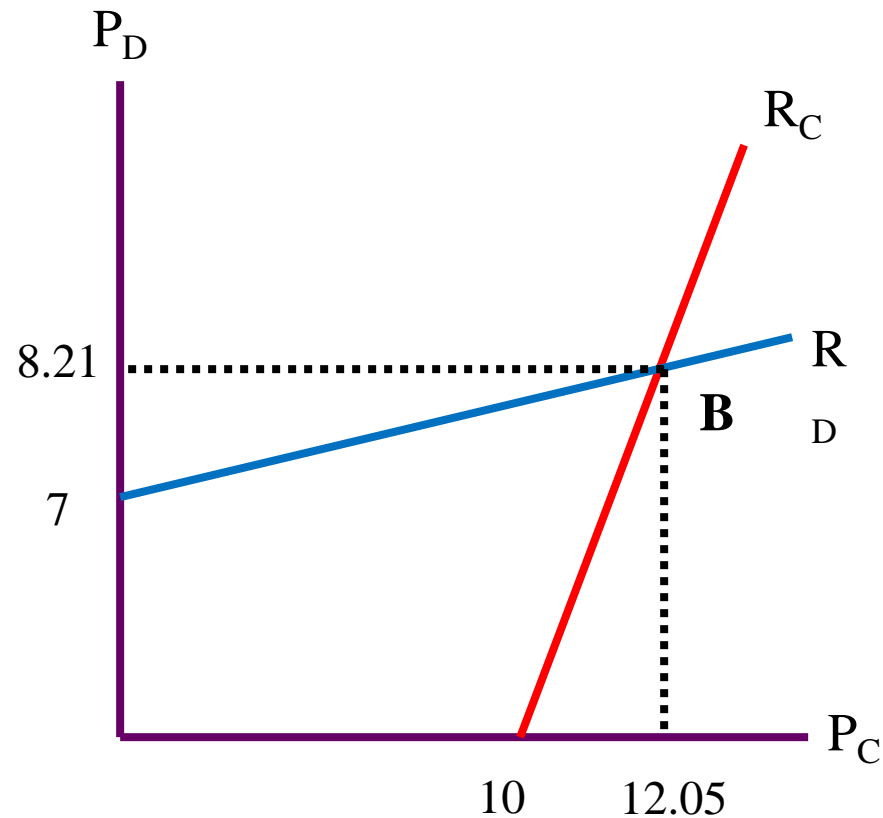
Ισορροπία στο υπόδειγμα Bertrand με διαφοροποίηση προϊόντος

Οι καμπύλες βέλτιστης αντίδρασης έχουν ως εξής:

$$P_C = 10 + 0,25P_D$$

$$P_D = 7 + 0,1P_C$$

Λύνοντας το σύστημα αυτό βρίσκουμε τις τιμές ισορροπίας, οι οποίες υπερβαίνουν τα αντίστοιχα οριακά κόστη



Θεωρία Παιγνίων & στρατηγική συμπεριφορά

Εισαγωγή

- Συχνά υποθέτουμε ότι η επιχείρηση μεγιστοποιεί το κέρδος της θεωρώντας ότι οι ανταγωνιστές της δεν αντιδρούν
- Πρόκειται για μια λογική υπόθεση αν η επιχείρηση δραστηριοποιείται σε μια **ανταγωνιστική αγορά** ή αν είναι **μονοπώλιο** παράγοντας ένα προϊόν χωρίς στενά υποκατάστατα.

Εισαγωγή

- Όμως, σε ένα **ολιγοπώλιο**, δηλ. μια αγορά με λίγες επιχειρήσεις με δύναμη αγοράς, πρέπει να λάβουμε υπόψη μας τις στρατηγικές αλληλεπιδράσεις
- Η παρουσίαση τέτοιων καταστάσεων γίνεται με την χρήση της **θεωρίας παιγνίων**

Θεωρία παιγνίων

- Θεωρία Παιγνίων:
 - Συνεργατικά παίγνια
 - Μη συνεργατικά παίγνια
- Θεωρία μη συνεργατικών παιγνίων:
 - Παίγνια εκτεταμένης μορφής/extensive-form games
 - Παίγνια στρατηγικής ή κανονικής μορφής/
Strategic-form or normal-form games
- Παίγνια στρατηγικής μορφής:
 - Απεριόριστης δράσης
 - Περιορισμένης δράσης

Παίγνια στρατηγικής μορφής

- Στατική ανάλυση
- Ένα παίγνιο εκτεταμένης μορφής μπορεί να παρουσιαστεί σε στρατηγική μορφή
- Παίγνια απεριόριστης δράσης ή περιορισμένης δράσης

Παραδείγματα παιγνίων περιορισμένης δράσης

Το δίλημμα του φυλακισμένου

	Ομολογεί	Δεν ομολογεί
Ομολογεί	-5,-5	-1,-10
Δεν ομολογεί	-10,-1	-2,-2

Έννοιες

- Μια **στρατηγική** s_i είναι ένα πλήρες σχέδιο δράσης του κάθε παίκτη για κάθε πιθανή κατάσταση
 - Παράδειγμα: $s_i =$ ομολογεί

Έννοιες

- Ο πίνακας αποδόσεων $u_i(s_i, s_{-i})$ μας δίνει την απόδοση ή χρησιμότητα του παίκτη i για κάθε δική τους στρατηγική s_i και κάθε στρατηγική του αντιπάλου s_{-i}
- Παράδειγμα:
 - $U_1(\text{δεν ομολογεί, δεν ομολογεί}) = -2,$
 - $U_1(\text{δεν ομολογεί, ομολογεί}) = -10,$
 - $U_1(\text{ομολογεί, δεν ομολογεί}) = -1,$
 - $U_1(\text{ομολογεί, ομολογεί}) = -5$

Παίγνια στρατηγικής μορφής

- Ένα παίγνιο στρατηγικής μορφής είναι:
 1. Ένα σύνολο παικτών: $N = \{1, 2, \dots, n\}$
 2. Ένα σύνολο **στρατηγικών** για κάθε παίκτη i : $S_i = \{s_i^1, \dots, s_i^J\}$
 3. Ένας **πίνακας αποδόσεων** για κάθε παίκτη i :
 $u_i(s_i, s_{-i})$

Παίγνια μηδενικού αθροίσματος

- Παίγνιο μηδενικού αθροίσματος είναι εκείνο στο οποίο το κέρδος του ενός παίκτη είναι ίσο με τη ζημιά του άλλου παίκτη.
- Ο παίκτης που επιδιώκει την μεγιστοποίηση του κέρδους ακολουθεί στρατηγική maximin, δηλαδή επιλέγει το μέγιστο των ελαχίστων στοιχείων των γραμμών ενώ αυτός που επιδιώκει την ελαχιστοποίηση της ζημιάς του ακολουθεί στρατηγική minimax, δηλαδή επιλέγει το ελάχιστο των μέγιστων στοιχείων των στηλών.

Παίγνια μηδενικού αθροίσματος (συν.)

- Όταν σε ένα παίγνιο το στοιχείο της στρατηγικής \maximin είναι ίδιο με το στοιχείο της στρατηγικής \minimax , το στοιχείο ονομάζεται σημείο ισορροπίας και δίνει την τιμή του παιγνίου.
- Οι παίκτες έχουν επιλέξει αμιγείς στρατηγικές.

Κυρίαρχες στρατηγικές

- Μια στρατηγική s_i είναι **υποδεέστερη** για τον παίκτη i αν υπάρχει κάποια άλλη στρατηγική s'_i που του προσφέρει καλύτερη απόδοση ανεξάρτητα από τις στρατηγικές του αντιπάλου s_{-i}
- Αυτό συμβαίνει όταν όλα τα στοιχεία μιας σειράς ή στήλης είναι μικρότερα ή ίσα από τα αντίστοιχα μιας άλλης σειράς ή στήλης

Παράδειγμα

- Πολλές φορές μπορούμε να βρούμε το ποια στρατηγική θα ακολουθήσει ένας παίκτης διαγράφοντας απλά όλες τις υποδεέστερες στρατηγικές
- Στα παρακάτω παίγνια ποιες στρατηγικές είναι υποδεέστερες;

	Ομολογεί	Δεν Ομολογεί
Ομολογεί	1,1	-1,2
Δεν Ομολογεί	2,-1	0,0

	Ομολογεί	Δεν Ομολογεί
Ομολογεί	1,1	-1,2
Δεν Ομολογεί	2,-1	0,0

	Ομολογεί	Δεν Ομολογεί
Ομολογεί	1,1	-1,2
Δεν Ομολογεί	2,-1	0,0

Παράδειγμα εύρεσης της λύσης με διαγραφές

	a	b	c
A	2,1	2,2	3,2
B	6,2	3,4	5,3
C	3,5	5,6	4,5

Παράδειγμα εύρεσης της λύσης με διαγραφές

	a	b	c
A	2,1	2,2	3,2
B	6,2	3,4	5,3
C	3,5	5,6	4,5

Παράδειγμα εύρεσης της λύσης με διαγραφές

	a	b	c
A	2,1	2,2	3,2
B	6,2	3,4	5,3
C	3,5	5,6	4,5

Παράδειγμα εύρεσης της λύσης με διαγραφές

	a	b	c
A	2 1	2,2	3 2
B	6 2	3,4	5 3
C	3 5	5,6	4 5

Παράδειγμα εύρεσης της λύσης με διαγραφές

	a	b	c
A	2 1	2,2	3 2
B	6 2	3,4	5 3
C	3 5	5,6	4 5

Παράδειγμα με διαγραφή στρατηγικών

Δύο αντίπαλες πολιτικές παρατάξεις σχεδιάζουν τη στρατηγική τους για την επόμενη τηλεοπτική συζήτηση των αρχηγών τους. Για κάθε αντίπαλο υπάρχουν κάποια θέματα που μπορούν να αποτελέσουν κύρια θέματα της συζήτησης και για κάθε συνδυασμό θεμάτων το κόμμα Α αναμένεται να επωφεληθεί ως (θετικό ή αρνητικό) ποσοστό που αποσπάται από το Β σύμφωνα με τον ακόλουθο πίνακα:

	B1	B2	B3
A1	-3	1	0
A2	2	3	4
A3	2	4	0
A4	1	1	2

Προσδιορίστε την άριστη στρατηγική για κάθε πλευρά και την τιμή του παιχνιδιού με την μέθοδο της διαγραφής των υποδεέστερων στρατηγικών.

Η στρατηγική A1 διαγράφεται επειδή είναι υποδεέστερη της A2 (στην προκειμένη περίπτωση είναι υποδεέστερη όλων των άλλων στρατηγικών του παίκτη A) και δεν εφαρμόζεται ποτέ από έναν ορθολογιστή παίκτη. Έτσι ο πίνακας γίνεται

	B1	B2	B3
A2	2	3	4
A3	2	4	0
A4	1	1	2

Στη συνέχεια διαγράφεται η στρατηγική A4 διότι είναι υποδεέστερη της A2 και ο πίνακας γίνεται

	B1	B2	B3
A2	2	3	4
A3	2	4	0

Στη συνέχεια διαγράφεται η στρατηγική B2 διότι είναι υποδεέστερη της B1 και ο πίνακας γίνεται

	B1	B3
A2	2	4
A3	2	0

Στη συνέχεια διαγράφεται η στρατηγική A3 διότι τώρα είναι υποδεέστερη της A2 και ο πίνακας γίνεται

	B1	B3
A2	2	4

Κατόπιν διαγράφεται η στρατηγική B3 αφού είναι υποδεέστερη της B1 και έχουμε τον τελικό πίνακα που ακολουθεί:

	B1
A2	2

Η λύση υποδεικνύει αμιγείς στρατηγικές με την εφαρμογή της στρατηγικής A2 για τον παίκτη A και της στρατηγικής B1 για τον παίκτη B με τιμή του παιγνίου $V=2$ το κέρδος του A και η ζημία του B.

Παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος

Ισορροπία Nash

- Πολλές φορές παρά τις διαγραφές απομένουν αρκετές πιθανές στρατηγικές
- Η πιο γνωστή έννοια που χρησιμοποιείται για την διευκόλυνση των προβλέψεων σε αυτές τις περιπτώσεις είναι **Ισορροπία κατά Nash**

Ισορροπία Nash

- **Ισορροπία κατά Nash (NE)** είναι ένας συνδυασμός στρατηγικών τέτοιος ώστε κανείς παίκτης δεν μπορεί να βελτιώσει την θέση του αλλάζοντας στρατηγική
- Τυπικά, ο συνδυασμός s^* είναι μια NE αν για κάθε i στο σύνολο N , και κάθε s_i στο σύνολο S_i , $u_i(s_i, s_{-i}^*) \leq u_i(s_i^*, s_{-i}^*)$

Παράδειγμα

	Ομολογεί	Δεν Ομολογεί
Ομολογεί	1,1	-1,2
Δεν Ομολογεί	2,-1	0,0

Παράδειγμα

	Ομολογεί	Δεν Ομολογεί
Ομολογεί	1,1	-1,2
Δεν Ομολογεί	2,-1	0,0

Παράδειγμα

	Ομολογεί	Δεν Ομολογεί
Ομολογεί	1,1	-1,2
Δεν Ομολογεί	2,-1	0,0

Παράδειγμα 2

	a	b
A	2,1	1,0
B	1,2	0,1

Παράδειγμα 2

	a	b
A	2,1	1,0
B	1,2	0,1

Παράδειγμα 2

	a	b
A	2,1	1,0
B	1,2	0,1

Εύρεση Nash Equilibria

- Για να βρούμε τα Nash equilibria είναι χρήσιμο να εντοπίσουμε ποια είναι η βέλτιστη στρατηγική κάθε παίκτη σε σχέση με κάθε στρατηγική του αντιπάλου
- Μια NE είναι ένας συνδυασμός στρατηγικών τέτοιων ώστε κάθε παίκτης να εφαρμόζει την βέλτιστη στρατηγική του.

Παράδειγμα 3

	a	b	c
A	1,1	5,2	2,4
B	2,1	1,5	4,2
C	3,4	2,2	1,1

Παράδειγμα 3

	a	b	c
A	1,1	5,2	2,4
B	2,1	1,5	4,2
C	3,4	2,2	1,1

Παράδειγμα 3

	a	b	c
A	1,1	5,2	2,4
B	2,1	1,5	4,2
C	3,4	2,2	1,1

Παράδειγμα 3

	a	b	c
A	1,1	5,2	2,4
B	2,1	1,5	4,2
C	3,4	2,2	1,1

Nash Equilibrium και διαγραφές στρατηγικών

- Μια στρατηγική που μπορεί να διαγραφεί ως υποδεέστερη δεν μπορεί να συμμετέχει σε μια ΝΕ
- Αν το παίγνιο μπορεί να επιλυθεί με διαγραφές τότε ο συνδυασμός στρατηγικών που απομένει είναι η μοναδική ΝΕ για το παίγνιο αυτό

Παράδειγμα χωρίς Nash Equilibrium σε αμιγείς στρατηγικές

Όταν δεν υπάρχει ΝΕ με αμιγείς στρατηγικές κάθε παίκτης ακολουθεί μικτή στρατηγική p_i δηλαδή πρέπει να προσδιορίσει την πιθανότητα με την οποία θα επιλέγει κάθε στρατηγική του, ώστε να μεγιστοποιήσει το ελάχιστο προσδοκώμενο κέρδος (ή να ελαχιστοποιήσει τη μέγιστη προσδοκώμενη ζημιά)

Παράδειγμα

- Δύο παίκτες παίζουν το ακόλουθο:

	a	b
A	-2,1	1,-1
B	1,-1	-1,1

Παράδειγμα

- Μια μικτή στρατηγική για τον παίκτη 1 θα μπορούσε να είναι

	a	b
A	-2,1	1,-1
B	1,-1	-1,1

$p_1 = (0.3, 0.7)$. Δηλ. να παίζει A με πιθανότητα 0.3 και B με πιθανότητα 0.7

Δυναμικά Παίγνια

- Στα δυναμικά παίγνια οι επιχειρήσεις ενεργούν διαδοχικά
- Παράδειγμα
 - ένα μονοπώλιο χωρίς εμπόδια εισόδου (διεκδικήσιμη αγορά)
 - Παίκτες: το μονοπώλιο (M) και η Απειλή (A)
 - Ενέργειες: «είσοδος» - «όχι είσοδος», «πόλεμος τιμών» - «όχι πόλεμος τιμών»
 - Πληροφόρηση: η A ξέρει τους κανόνες του παιχνιδιού, αλλά όταν αποφασίζει δεν ξέρει τι πρόκειται να κάνει το M. Αντίθετα, όταν αποφασίζει το M, ξέρει την ενέργεια της A (μίας μορφής ασύμμετρη πληροφόρηση)

Πίνακας αποδόσεων

	Πόλεμος τιμών	Αποδοχή
Είσοδος	2,5	8,8
Μη είσοδος	4,9	4,9

Στρατηγικές

	Πόλεμος τιμών	Αποδοχή
Είσοδος	2,5	8,8
Μη είσοδος	4,9	4,9

Ισορροπίες κατά Nash

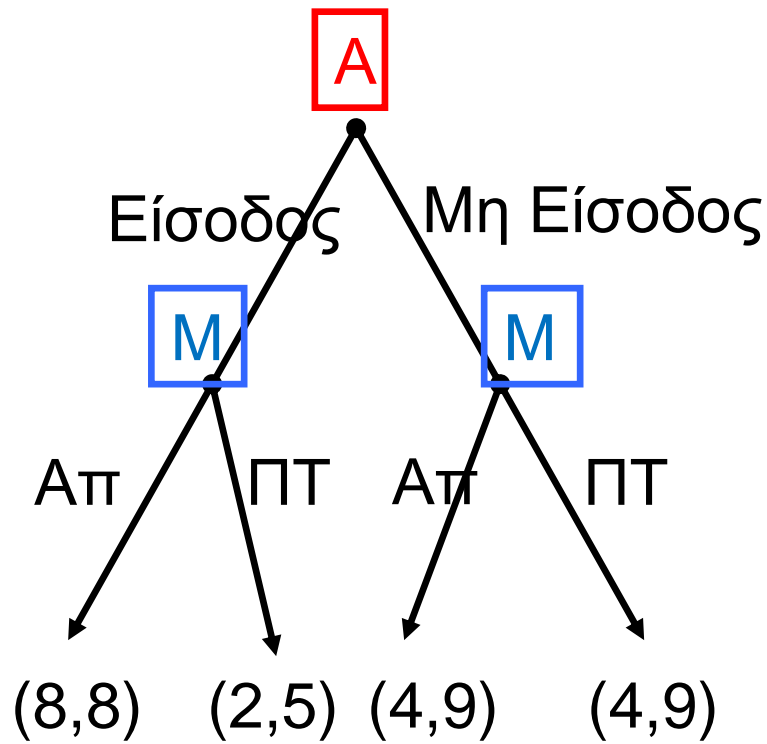
	Πόλεμος τιμών	Αποδοχή
Είσοδος	2,5	8,8
Μη είσοδος	4,9	4,9

Φαίνεται να υπάρχουν 2 ισορροπίες κατά Nash

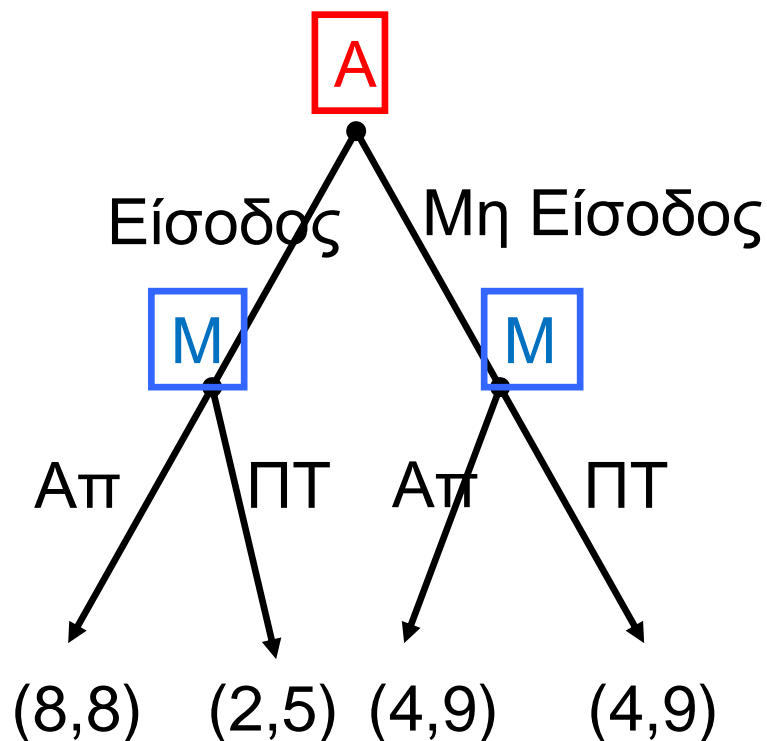
Δυναμικά Παίγνια 2

- Η δεύτερη ισορροπία είναι «ασταθής»: η απειλή του πολέμου τιμών έχει ως στόχο να αποτρέψει την είσοδο, αλλά η Α ξέρει ότι αν επιλέξει είσοδο δεν πρόκειται να γίνει πόλεμος τιμών.
- Η παρουσίαση του προβλήματος υπό μορφή πίνακα αγνοεί το *timing*.
 - Πρέπει να παρουσιάσουμε το πρόβλημα στην εκτεταμένη του μορφή ώστε να φανεί η σειρά των κινήσεων

Εκτεταμένη μορφή



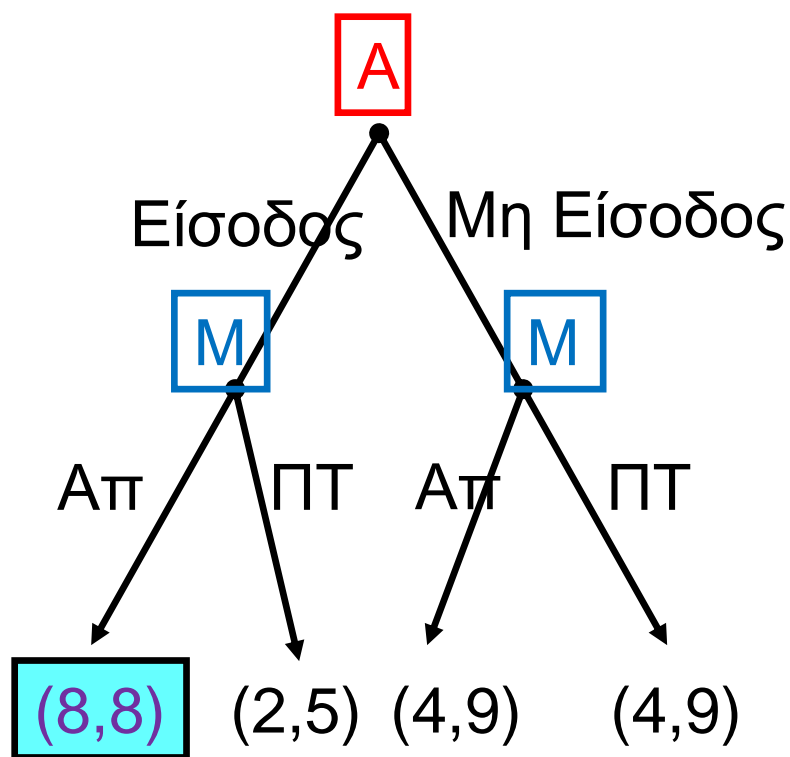
Εκτεταμένη μορφή



- *Τι θα συμβεί αν η A αποφασίσει είσοδο;*
- *Είναι προτιμότερο για το M να αποδεχτεί.*
- *Άρα ο πόλεμος τιμών αποκλείεται.*

Η δεύτερη ισορροπία είναι «ασταθής»: η απειλή του πολέμου τιμών θα οδηγούσε σε μη είσοδο, αλλά η A ξέρει ότι αν επιλέξει είσοδο δεν πρόκειται να γίνει πόλεμος τιμών.

Εκτεταμένη μορφή



- Η απειλή του πολέμου τιμών είναι μια «μη αξιόπιστη απειλή»
- Επομένως η Α θα αποφασίσει να εισέλθει δεδομένου ότι το Μ θα αποδεχτεί

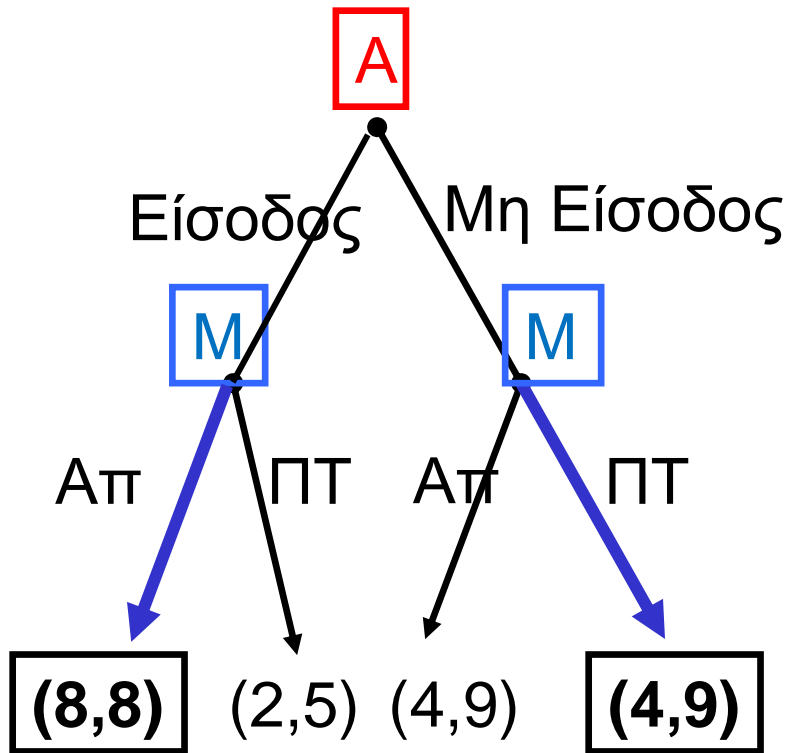
Είσοδος, Αποδοχή είναι η μοναδική ισορροπία για το παίγνιο αυτό.

Επαγωγή προς τα πίσω (Backward Induction)

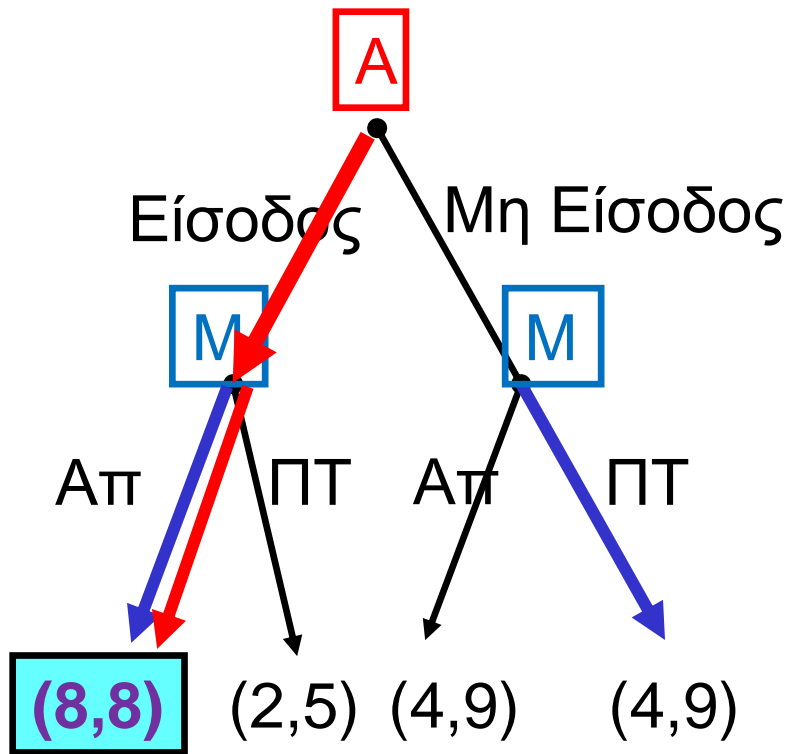
Η εύρεση της ΝΕ σε περίπτωση μη αξιόπιστων απειλών σε παίγνια πλήρους πληροφόρησης γίνεται με την μέθοδο της **επαγωγής προς τα πίσω**

1. Ξεκινάμε από τους τελευταίους κόμβους του δένδρου αποφάσεων, και για καθέναν από αυτούς εντοπίζουμε την πιο συμφέρουσα επιλογή
2. Στη συνέχεια προχωρούμε προς τα πίσω, στους αμέσως προηγούμενους κόμβους του δένδρου αποφάσεων, και για καθέναν από αυτούς εντοπίζουμε την πιο συμφέρουσα επιλογή
3. Συνεχίζουμε τη διαδικασία ώσπου να φτάσουμε στον αρχικό κόμβο του δένδρου αποφάσεων.

Επαγωγή προς τα πίσω



Επαγωγή προς τα πίσω



Επομένως (Είσοδος, Αποδοχή) είναι η μοναδική ισορροπία για το παίγνιο αυτό.

Συμπέρασμα

- Η θεωρία παιγνίων είναι ένα εργαλείο για την παρουσίαση της στρατηγικής αλληλεπίδρασης
- Ένα παίγνιο στρατηγικής μορφής αποτελείται από τους παίκτες, τις στρατηγικές τους και τον πίνακα αποδόσεων
- Μέθοδοι πρόβλεψης του αποτελέσματος:
 - Διαγραφές των υποδεέστερων στρατηγικών
 - Ισορροπία Nash με αμιγείς στρατηγικές
 - Ισορροπία Nash με μικτές στρατηγικές
- Εάν υπάρχει μία χρονική σειρά ενεργειών, έχουμε ένα παίγνιο σε **εκτεταμένη μορφή**